

ACTUACIÓN DE LOS TUTORES Y SU RELACIÓN CON EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN UN PROGRAMA DE FORMACIÓN

Marlene Arias Soto

Tesis Doctoral



Universidad de Granada
Departamento de Didáctica de la Matemática

Dirigida por:
Dr. Pedro Gómez Guzmán

Granada, 2014



Universidad de Granada
Departamento de Didáctica de la Matemática

ACTUACIÓN DE LOS TUTORES Y SU RELACIÓN CON EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN UN PROGRAMA DE FORMACIÓN

Memoria de Tesis Doctoral realizada bajo la dirección del Doctor Pedro Gómez Guzmán de la Universidad de los Andes que presenta Marlene Arias Soto para optar al grado de Doctora en Ciencias de la Educación por la Universidad de Granada.

FDO.: MARLENE ARIAS SOTO

V^oB^o del Director

DIRECTOR

FDO.: DR. PEDRO GÓMEZ GUZMÁN

El doctorando **Marlene Arias Soto** y el director de la tesis **Pedro Gómez Guzmán** Garantizamos, al firmar esta tesis doctoral, que el trabajo ha sido realizado por el doctorando bajo la dirección de el director de la tesis y hasta donde nuestro conocimiento alcanza, en la realización del trabajo, se han respetado los derechos de otros autores a ser citados, cuando se han utilizado sus resultados o publicaciones.

Granada 11 de septiembre de 2014

Director/es de la Tesis

Doctorando

Fdo.: Pedro Gómez Guzmán

Fdo.: Marlene Arias Soto

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mis seres queridos.

A Vanessa mi bella hija que me da fuerza para luchar y también es mi ejemplo.

A mi amor Ángel, compañero siempre de travesías, a quien agradezco su paciencia y comprensión.

A mis padres Dora y José, que me apoyan en todas mis metas y siempre me animan a seguir.

A mis Hermanos Norberto, Alex, José Angel, Yenny y Marelys.

A mis Sobrinos Arnaldo, Patricia, Stephanie, Aneri, Aarón y Annel.

A Osmer, que es como mi hijo.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a mi Dios que con su infinita bondad me dio la fuerza necesaria para poder realizar esta meta, aun cuando estaba separada de mi hermosa familia.

Quiero agradecer a todas las personas que han hecho posible la culminación de este trabajo.

A los profesores del Departamento de Didáctica de la Matemática de los que recibí sesiones de clases maravillosas además de propiciar discusiones de trabajo de gran riqueza. Son ejemplo de constancia y excelentes docentes e investigadores.

A mis compañeros por su continua solidaridad: José Antonio, Elisabeth, Emilse, Nielka, Rosa, Hilbert y Carmen Gloria.

Agradezco de manera especial al Dr. Pedro Gómez Guzmán por su apoyo y orientación, por sus críticas constructivas, por ser mi guía y por ayudarme a crecer profesionalmente.

Agradezco a las Doctoras María Consuelo Cañadas, María José González e Isabel Romero por sus orientaciones y observaciones que me permitieron enriquecer el proceso de investigación.

Un agradecimiento especial a los profesores en formación del programa MAD por su comprensión y disposición a colaborar con la investigación realizada. Andrés gracias por tu apoyo y ayuda constante, un reconocimiento por tu dedicación y profesionalismo.

Agradezco a la Universidad de Carabobo, mi universidad, por la Beca de estudio que me ha permitido crecer y formarme en la Universidad de Granada una Gran Universidad.

ÍNDICE

1. Introducción	1
Estructura de la investigación.....	2
Organización del documento	3
2. Relevancia y justificación de la investigación	5
Programa de formación de profesores de matemáticas	5
Aprendizaje en grupos	6
Papel de las tutorías en el aprendizaje de profesores en formación.....	7
Roles y funciones de los tutores	8
Ambientes de aprendizaje híbridos	8
Relaciones entre tutores y tutorandos.....	9
3. Marco conceptual general	11
El análisis didáctico.....	11
Organizadores del currículo.....	12
Estructura conceptual.....	13
Sistemas de representación	13
Fenomenología.....	13
Expectativas de aprendizaje.....	14
Limitaciones de aprendizaje	14
Hipótesis de aprendizaje	15
Aprendizaje de los organizadores del currículo	15
4. Contexto de la investigación	19
Descripción general de MAD	19
Fundamentos y diseño de MAD	19
Módulos de análisis de contenido y análisis cognitivo.....	21
Módulos de análisis de contenido	21

Módulos de análisis cognitivo	22
Descripción de la interacción entre un tutor y sus grupo de tutorandos en una actividad	22
5. Problema de investigación	25
Planteamiento del problema	25
Conjeturas	26
Preguntas de investigación	26
Objetivos de investigación.....	26
6. Caracterización de la actuación de los tutores de acuerdo con sus comentarios escritos.....	29
Dimensiones sobre caracterización de la actuación de los tutores en la literatura de investigación	30
Estructura de categorías.....	32
Objetivos del estudio	35
Método.....	35
Tipo de estudio, sujetos y datos	35
Estructura de códigos y codificación	36
Instrumentos y procedimientos para el análisis de los datos	38
Análisis de frecuencias	38
Núcleo común de los tutores.....	38
Análisis clúster.....	39
Resultados.....	40
Análisis de frecuencias	40
Núcleo común de los tutores.....	42
Análisis clúster	43
Conclusiones del estudio 1	46
7. Papel de los comentarios del tutor en el desempeño de los profesores de matemáticas en formación	49
Descriptores de la actuación del tutor.....	49
Tipos de cambios en las producciones	50
Objetivos y conjeturas	51
Método.....	51
Sujetos y fuentes de información	51
Codificación	52

Ejemplo de codificación	53
Análisis de la información	53
Tabla de contingencia	54
Regresión logística binaria.....	54
Resultados.....	54
Requerimientos y tipos de cambios	54
Tabla de contingencia	55
Regresión logística binaria.....	66
Conclusiones del estudio 2	68
8. La comunicación entre tutores y profesores de matemáticas en formación	71
Comunicación entre tutor y tutorandos	72
Negociación de significado	73
Objetivo y conjeturas de la investigación	75
El grupo entiende el comentario con el mismo significado del tutor	77
El grupo entiende el comentario con un significado diferente al del tutor	77
Posibles explicaciones de las conjeturas	78
Método.....	79
Sujetos y fuentes de información.....	79
Entrevistas semiestructuradas a un grupo de profesores en formación	80
Codificación de episodios de discusión y su análisis	80
Análisis interpretativo de las evidencias	80
Entiende el comentario con el mismo significado: lo acepta y aborda.....	81
Entiende el comentario con significado diferente: aborda un problema distinto	88
Entiende el comentario con un significado diferente y no lo acepta	94
Conclusiones del estudio 3	101
9. Conclusiones.....	103
Logros de los objetivos propuestos	103
Estudio 1	103
Estudio 2	104
Estudio 3	105
Aportes conceptuales.....	105
Aportes metodológicos	105
Implicaciones prácticas del proyecto.....	106

Conclusiones en relación con la conjetura general del proyecto.....	106
Limitaciones del estudio y vías de investigación abiertas.....	107
Reflexiones	107
10. Referencias	109
11. Anexos	115

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1.</i> Organización de los módulos en MAD	20
<i>Figura 2.</i> Estructura de una actividad	23
<i>Figura 3.</i> Categorías para la caracterización de la actuación de los tutores.....	34
<i>Figura 4.</i> Proceso para la construcción de categorías y códigos.....	36
<i>Figura 5.</i> Organización por categorías, subcategorías y códigos.....	37
<i>Figura 6.</i> Consideraciones en el núcleo común	39
<i>Figura 7.</i> Perfiles de la actuación de los tutores.....	45
<i>Figura 8.</i> Estructura de la matriz de datos.....	53
<i>Figura 9.</i> Conjeturas del estudio 3	76
<i>Figura 10.</i> Explicaciones para las conjeturas en sus diferentes etapas	79
<i>Figura 11.</i> Parte de la información presentada en el borrador del grupo 1 en la actividad 2.3.....	82
<i>Figura 12.</i> Esquema del proceso de negociación de significado del ejemplo 1.1.....	84
<i>Figura 13.</i> Encabezado de tabla presentada en el borrador del grupo 1 en la actividad 2.3.....	85
<i>Figura 14.</i> Esquema del proceso de negociación de significado del ejemplo 1.2.....	88
<i>Figura 15.</i> Esquema del ejemplo 2.1 en el que no se aborda el comentario	91
<i>Figura 16.</i> Esquema del ejemplo 2.2 en el que no se aborda el comentario	94
<i>Figura 17.</i> Parte de la información en el borrador del grupo 3	95
<i>Figura 18.</i> Esquema del ejemplo 3.1 en el que no se aborda el comentario	98
<i>Figura 19.</i> Enunciado de la tarea propuesta por el grupo 3	98
<i>Figura 20.</i> Esquema del ejemplo 3.2 en el que no se aborda el comentario	101

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. <i>Propósito y organizadores del currículo de cada análisis</i>	20
Tabla 2. <i>Sistemas de categorías en la literatura</i>	30
Tabla 3. <i>Relaciones entre las Categorías y sus Autores</i>	31
Tabla 4. <i>Porcentajes de comentarios de tutores por categorías, subcategorías y códigos</i>	40
Tabla 5. <i>Mayores valores de F en ANOVA</i>	44
Tabla 6. <i>Centro finales de los conglomerados</i>	44
Tabla 7. <i>Descripción y valores posibles de las variables</i>	52
Tabla 8. <i>Porcentaje de observaciones por tipos de requerimientos del tutor</i>	55
Tabla 9. <i>Porcentaje de observaciones de requerimiento de cambio y tipos de cambios</i>	55
Tabla 10. <i>Tabla de contingencia grupo 1 para variables tipo de cambio y tipo de comentario</i>	56
Tabla 11. <i>Tabla de contingencia grupo 1 para variables tipo de cambio y contenido</i> ..	56
Tabla 12. <i>Tabla de contingencia grupo 1 para variables tipo de cambio y tipo de conocimiento</i>	57
Tabla 13. <i>Tabla de contingencia grupo 2 para variables tipo de cambio y tipo de comentario</i>	58
Tabla 14. <i>Tabla de contingencia grupo 2 para variables tipo de cambio y contenido</i> ..	59
Tabla 15. <i>Tabla de contingencia grupo 2 para variables tipo de cambio y tipo de conocimiento</i>	60
Tabla 16. <i>Tabla de contingencia grupo 3 para variables tipo de cambio y tipo de comentario</i>	61
Tabla 17. <i>Tabla de contingencia grupo 3 para variables tipo de cambio y contenido</i> ..	62
Tabla 18. <i>Tabla de contingencia grupo 3 para variables tipo de cambio y tipo de conocimiento</i>	63
Tabla 19. <i>Tabla de contingencia todos los grupos para variables tipo de cambio y tipo de comentario</i>	63
Tabla 20. <i>Tabla de contingencia todos los grupos para variables tipo de cambio y contenido</i>	64
Tabla 21. <i>Tabla de contingencia todos los grupos para variables tipo de cambio y tipo de conocimiento</i>	65
Tabla 22. <i>Valores de p para la prueba de Chi-cuadrado</i>	65
Tabla 23. <i>Resumen de los análisis de la regresión logística binaria</i>	66
Tabla 24. <i>Tipos de situaciones en la negociación de significados</i>	74
Tabla 25. <i>Parte de la información del borrador del grupo 1 en la actividad 3.3</i>	88

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, se han realizado múltiples investigaciones sobre programas de formación de profesores en las que se hace énfasis en el trabajo colaborativo y en la construcción activa de los conocimientos requeridos en colaboración con otros (Borko, 2004; Gómez, 2007; Jaworski, 2008; Llinares, 2008). Sin embargo, el número de investigaciones en las que se estudia cómo los profesores aprenden cuando participan en programas de formación docente es menor (Borko, 2004; Cavanagh y Garvey, 2012). Cómo aprenden los profesores en un programa de formación depende, entre otras cosas, de las oportunidades que se proporcionan para ese aprendizaje (Putnam y Borko, 2000). Entre esas oportunidades, está la posibilidad de contar con la guía y el apoyo de formadores y tutores en los programas de formación (Borko, 2004; Llinares, 2008; Murphy, Mahoney, Chen, Mendoza y Yang, 2005). Pero, ¿qué se conoce sobre las relaciones que se establecen entre tutores y profesores en formación durante su proceso de aprendizaje?, ¿qué impacto tiene la interacción entre profesores en formación y sus tutores? y ¿hasta qué punto esta interacción fomenta y enriquece los procesos de aprendizaje de los profesores y por ende su crecimiento profesional? En el contexto de estas preguntas generales, en este trabajo, centré mi atención en las relaciones entre las actuaciones de tutores y tutorandos en un programa de formación para profesores de matemáticas.

Me propuse describir y caracterizar la actuación de los tutores y su relación con algunos aspectos del aprendizaje de los grupos de profesores de matemáticas que participaron en un programa concreto de formación. Por una parte, la relación entre tutores y tutorandos es importante desde la perspectiva del aprendizaje en programas de formación de profesores. Por otra parte, hay un interés creciente en la literatura de investigación por comprender cómo es esa relación y cómo es el impacto de la actuación de los tutores en el aprendizaje de sus tutorandos.

Mi interés se centró en la caracterización de la relación entre los tutores y profesores en formación de dos cohortes del programa MAD¹. En este programa, los profesores en formación trabajan en grupos, con la orientación de un tutor. El diseño e implementación del programa de

¹ MAD, “Máster en Análisis Didáctico”. En el programa de formación se utiliza esta abreviatura para referirse a la “concentración en Educación Matemática de la maestría en Educación del Centro de investigación y Formación en Educación de la Universidad de los Andes”. Haré uso de esta abreviatura a lo largo del documento para referirme al programa de formación.

formación, que representa el contexto de la investigación, se articula alrededor del modelo del análisis didáctico. Los profesores en formación planifican, diseñan, implementan y evalúan una unidad didáctica en el transcurso de los dos años que dura el programa. Al abordar cada actividad del programa, los grupos de profesores en formación producen un borrador de trabajo que es revisado por su tutor. El tutor hace comentarios escritos al borrador con el propósito de orientar a su grupo. Se espera que cada grupo reflexione y produzca un documento final que presentan a sus compañeros, formadores y tutores.

Mi investigación contempla un objetivo general: describir y caracterizar la relación entre la actuación de los tutores y el proceso de aprendizaje de grupos de profesores en MAD. Para abordar ese objetivo general de la investigación, me propuse atender tres cuestiones: (a) caracterizar la actuación de los tutores, (b) caracterizar los cambios en las producciones de los grupos de profesores en formación con motivo de los comentarios de sus tutores, y (c) caracterizar la relación entre la actuación de los tutores y el proceso de aprendizaje de los grupos de profesores en formación. Estas tres cuestiones motivan tres estudios que estructuran la investigación y que describo a continuación.

1. ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN

El interés por comprender e identificar características de los programas de formación que permitan dar oportunidades para el crecimiento profesional de los profesores de matemáticas, junto con la certeza de que existen relaciones entre la actuación de los tutores y el aprendizaje de profesores en formación me motivaron a realizar una investigación que atiende a varias cuestiones relacionadas entre sí. La primera cuestión se refiere a la actuación de los tutores en el programa de formación. Consideraba que los tutores cumplían funciones que la literatura de investigación recoge, pero a su vez, sabía que, en el contexto de MAD, existían particularidades propias del esquema metodológico del programa que matizaban la actuación de los tutores. El problema de caracterizar la actuación de los tutores en un programa de formación particular dio origen al primer estudio, en el que caracterizo la actuación de los tutores a partir de sus comentarios escritos a las producciones de sus grupos de tutorandos. Para ello, construí un conjunto de categorías y códigos con los que describí los tipos de comentarios de los tutores. Mediante análisis descriptivos y de clúster caractericé el núcleo común de la actuación de los tutores y definí perfiles de su actuación con base en sus diferencias y similitudes. Constaté que las actuaciones de los tutores no fueron homogéneas, aunque en sus actuaciones comunes destacaban los comentarios en los que hicieron sugerencias directas, o aclararon información sobre el foco de contenido con el que trabajaban sus tutorandos.

La caracterización de la actuación de los tutores fue el primer paso hacia la caracterización de la relación entre las actuaciones de tutores y tutorandos. El segundo paso consistió en estudiar el desempeño de los grupos de profesores en formación con base en los cambios que ellos realizaron en sus documentos de trabajo, con motivo de los comentarios de su tutor. El propósito de este segundo estudio fue describir y caracterizar el papel de los comentarios de los tutores en los tipos de cambios realizados por sus grupos de tutorandos. Estos cambios se evidenciaron al comparar los borradores de sus trabajos con los documentos finales correspondientes. Realicé análi-

sis de tablas de contingencia y de regresión logística que no me permitieron constatar, a pesar de que en la literatura se insinúa, una relación fuerte y clara entre los tipos de comentarios de los tutores y la actuación de sus tutorandos. Constaté que, en una proporción importante de los casos, los grupos modificaron sus producciones siguiendo los requerimientos de sus tutores. Sin embargo, también encontré una proporción significativa de casos en los que los grupos no realizaron los cambios requeridos por sus tutores.

El hallazgo de una proporción significativa de casos en los que los grupos no realizaron los cambios que requerían sus tutores motivó el tercer estudio. En este estudio, me centré en comprender cómo los grupos entienden y abordan los comentarios de sus tutores. Para ello, decidí analizar las discusiones de dos grupos de profesores en formación cuando preparaban el documento final con motivo de los comentarios de su tutores. Este análisis me permitió describir los procesos de aprendizaje de los grupos en aquellos casos en los que ellos entienden los comentarios de sus tutores. También encontré evidencias que me permitieron describir aquellas situaciones en las que los grupos no entienden los comentarios con el mismo significado pretendido por sus tutores y, por consiguiente, los grupos no abordan las cuestiones que ellos requieren.

En resumen, logré el objetivo general de investigación al caracterizar la actuación de los tutores y establecer perfiles de esa actuación; caracterizar la relación entre las características de los comentarios de los tutores y los cambios en las producciones de sus grupos de tutorandos; y describir los procesos de aprendizaje de los grupos de profesores en formación con motivo de los comentarios de sus tutores y las razones por las que, en ocasiones, no abordan los requerimientos propuestos por ellos.

A continuación describo la organización del documento por capítulos.

2. ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO

Este informe está organizado en nueve capítulos. En este capítulo, presento la justificación del estudio y planteo de manera general el problema de investigación, así como la estructura de la investigación y de la organización de este documento. En el segundo capítulo, abordo, desde la literatura de investigación, la relevancia y justificación de la investigación. Para ello, destaco la importancia que la literatura de investigación da a los programas de formación diseñados y orientados hacia el desarrollo profesional de los profesores en formación y distingo un segundo grupo de investigaciones empíricas que dejan abiertas cuestiones que plantean la necesidad de continuar investigando sobre la relación entre el tutor y sus tutorandos.

Abordo los fundamentos conceptuales generales de la investigación que sirven de marco para los tres estudios en el tercer capítulo. Para ello, describo el modelo del análisis didáctico que fundamenta el programa de formación y los organizadores del currículo que configuran su contenido. También presento un modelo que permite abordar conceptual y metodológicamente el aprendizaje de los organizadores del currículo. En el cuarto capítulo, describo el programa de formación en el que realicé la investigación. Presento los fundamentos conceptuales, el diseño y la implementación de la porción del programa de formación de la que surgió la información con la que realicé los análisis empíricos. En el capítulo 5, presento las conjeturas y preguntas de investigación que guían el estudio y formulo los objetivos de investigación.

Presento los tres estudios que estructuran la investigación y que describí anteriormente en los capítulos 6, 7 y 8. Finalmente, en el capítulo 9, formulo las conclusiones generales de la investigación, identifico las cuestiones que quedan abiertas y establezco sus limitaciones.

2. RELEVANCIA Y JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Me propuse describir y caracterizar la relación entre la actuación de tutores y algunos aspectos del aprendizaje de grupos de profesores en formación en un programa de formación en el que aprenden a planificar unidades didácticas que llevan a la práctica durante dicho programa. Por consiguiente, mi trabajo se enmarca en la línea de investigación sobre formación de profesores de matemáticas, en particular, en relación con las oportunidades de aprendizaje disponibles a los profesores que participan en programas de formación docente. Centro la atención en un tipo específico de oportunidad de aprendizaje: el apoyo que los tutores dan a sus tutorandos. En este capítulo, justifico la relevancia de este tipo de estudio en el contexto de la literatura de investigación.

1. PROGRAMA DE FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

El fortalecimiento de la profesión docente constituye unos de los ejes prioritarios de actuación de muchas organizaciones en el mundo. Según el informe del proyecto SITEAL10 (OEI y UNESCO, 2010), el desafío que enfrentan los países consiste en diseñar propuestas para generar una carrera docente ligada al desarrollo profesional y a la formación continua de los profesores que estimule la adquisición de competencias y conocimientos que les permitan optimizar continuamente su formación y desempeño. La OEI, en su proyecto “Metas Educativas 2021: la educación que queremos para la generación de los Bicentenarios” (2010), recoge, entre sus metas, colaborar en el diseño de modelos para la formación en ejercicio de los profesores y para su desarrollo profesional. Así como, a nivel de las organizaciones internacionales, existen aquellas que buscan mejorar la calidad educativa, existen también líneas de investigación constituidas por investigadores que trabajan para hacer aportes en el ámbito educativo.

El conocimiento del profesor y los programas en los que él se desarrolla profesionalmente han sido dos de los focos de interés dentro de la literatura de investigación (Ball, 2004; Beijaard, Korthagen y Verloop, 2007; Borko, 2004; Cavanagh y Garvey, 2012; Charalambos, 2008; Hill, Ball, y Schilling, 2008; Hurrell, 2013; Van Driel, Beijaard y Verloop, 2001). Los programas de

formación deben ser lo suficientemente flexibles para que puedan responder a las diferencias en los profesores y los contextos, pero manteniendo la coherencia con las características del diseño y sus principios fundamentales (Whitcomb, Borko y Liston, 2009). La formación profesional de los profesores dependerá, entre otras cosas, de lo que se quiere que los profesores aprendan y de las oportunidades de aprendizaje que se les ofrezcan (Gómez y González, 2013; Putnam y Borko, 2000; Simon, 2008). En algunas investigaciones, se hace énfasis en la caracterización de las formas en que los profesores en formación aprenden y en los factores que promueven o dificultan su aprendizaje (Borko, Mayfield, Marion, Flexer y Cumbo, 1997). La cuestión de cómo los profesores aprenden es importante porque las respuestas a esta pregunta pueden dar lugar a recomendaciones para la mejora tanto de formación inicial del profesorado, como de su desarrollo profesional (Beijaard, Korthagen y Verloop, 2007).

En relación con las oportunidades de aprendizaje de los profesores de matemáticas en formación, diversos investigadores han planteado varios interrogantes. Por ejemplo, Kilpatrick (2003) y Llinares (2008) se preguntan sobre qué constituye una oportunidad de aprendizaje profesional en matemáticas, de tal forma que la práctica de la instrucción y su desarrollo sean centrales en ese aprendizaje, y sobre cuáles son las características de las oportunidades de desarrollo profesional eficaces, de alta calidad y perdurables para profesores de todos los niveles. Qué principios pueden usarse para guiar el diseño del desarrollo profesional y cómo aprenden los profesores lo que necesitan conocer para enseñar matemáticas son cuestiones que preocupan a Sowder (2007).

Estos investigadores han hecho énfasis en el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas y en la necesidad del diseño e implementación de programas de formación para profesores de matemáticas en los que se consideren sus prácticas y sus conocimientos matemático y didáctico. Pero, también han destacado la necesidad de considerar las características de los programas de formación que propicien el aprendizaje de los profesores en formación. En lo que sigue, describiré, de manera general, algunas de las características que han sido consideradas en el diseño de programas de formación para profesores y que han sido estudiadas por investigadores en Educación Matemática y en otras áreas de conocimiento.

1.1. Aprendizaje en grupo

Una de las características consideradas en la literatura como una posibilidad de aprendizaje de los profesores en formación ha sido el énfasis en el trabajo colaborativo. Estas investigaciones han puesto de manifiesto la importancia de concebir el aprendizaje de los profesores en formación desde una perspectiva sociocultural (Gómez y Rico, 2007), en el sentido de que quienes se forman trabajan en grupos, construyendo activamente los conocimientos requeridos en colaboración con otros (Barko, 2004; Cavanagh y Garvey, 2012; Gómez, 2007; Jaworski, 2008; Llinares, 2008). Algunas investigaciones muestran que las relaciones de trabajo productivas entre el profesor y sus pares tienen beneficios que pueden incluir una mayor coherencia en la instrucción, más voluntad de compartir prácticas y probar nuevas formas de enseñanza, y más éxito en la solución de problemas en sus contextos de trabajo (Gibbons, 2012; Horn y Little, 2010).

Para estudiar el aprendizaje de los profesores en formación desde el punto de vista colaborativo, diversos investigadores en Educación Matemática están creando contextos para promover su aprendizaje y describir lo que ellos aprenden en términos sociales. No obstante, poco se ha

hecho para explicar cómo estos contextos permiten aprender (Graven y Lerman, 2003). Las investigaciones sobre cómo los profesores aprenden en entornos de colaboración es insuficiente (Witterholt and Goedhart, 2009). Otros estudios teóricos y empíricos también han llamado la atención sobre la necesidad de caracterizar la naturaleza social del aprendizaje y comprender el papel central que las comunidades de práctica pueden jugar en el conocimiento profesional de los docentes y en la mejora de su práctica (Little, 2002). Algunas de las investigaciones que indagan sobre las bondades del trabajo colaborativo destacan que esta forma de interactuar al aprender permite a los profesores en formación ampliar sus horizontes pedagógicos (Cavanagh y Garvey, 2012). Hay un convencimiento de que el trabajo en grupo y la colaboración fomenta el aprendizaje, pero se desconoce por qué y cómo (Little, 2002). En este trabajo de investigación, abordo algunas de estas cuestiones dado que los profesores en formación objeto de estudio trabajan en grupos y me interesa comprender y describir sus procesos de aprendizaje con motivo del apoyo de sus tutores.

1.2. Papel de las tutorías en el aprendizaje de profesores en formación

De acuerdo con las perspectivas socioculturales del aprendizaje, aprender a enseñar matemáticas es un asunto de participación en un proceso social en el que los profesores en formación construyen activamente el significado en colaboración con otros (Llinares, 2008). Es decir, quien aprende (novato) avanza en el aprendizaje con el acompañamiento del experto (Murphy et al., 2005). Por consiguiente, la figura de las tutorías representa una forma de interacción entre novato y experto que tiene el potencial para mejorar el desarrollo profesional y el desarrollo psicosocial de los individuos (Kram, 1983).

Al considerar la tutorización bajo el enfoque del aprendizaje social, se parte del supuesto de que los grupos de profesores en formación interactúan con sus tutores, en un proceso de negociación, en el que los tutores acompañan a sus grupos en la construcción de conocimiento, haciendo aclaraciones, sugerencias, pero también constatando como expertos, qué han logrado comprender en relación con los conocimientos y competencias que requieren como profesores. La guía y el apoyo que formadores y tutores proporcionan a los profesores en formación es una de las características de estos programas de formación (Barko, 2004).

En el ámbito de la Educación Matemática, el número de trabajos de investigación que tratan sobre el papel del tutor y la formación profesional de los docentes ha ido creciendo: se ha estudiado la cooperación que brindan los tutores a profesores en formación, en relación con la construcción de su conocimiento del contenido pedagógico en matemáticas (Foss 2010; Gibbons, 2012; Nilssen 2003, 2010). Se han explorado patrones de aprendizaje de los formadores de matemáticas cuando participan en programas de diseño y desarrollo profesional y los efectos de las tutorías en dichos programas (McAleer, 2008; McAleer y Bangert, 2011); y se ha indagado sobre los cambios positivos que experimentan profesores noveles en sus prácticas de aula, en cuanto a la forma de comunicación con sus estudiantes, cuando desarrollan el contenido matemático, gracias al apoyo de un tutor (Bennett, 2010).

Entre los diferentes aspectos de interés para la investigación, el proceso de tutoría y el papel del tutor es un foco de atención. En la literatura aparecen, de manera creciente, estudios que se centran en cómo los tutores reflexionan y comprenden su trabajo (Hawkey, 1997; Hall, Draper,

Smith y Bullough, 2008). Existen menos que hayan examinado cómo actúan los tutores en la práctica (Hawkey, 1998).

En este trabajo de investigación, abordo algunas de estas cuestiones. En particular, buscaré caracterizar la actuación de los tutores cuando comentan el trabajo de sus tutorandos en términos de perfiles y estableceré un núcleo común de esas actuaciones.

1.3. Roles y funciones de los tutores

El papel del tutor es importante en el desarrollo profesional de los profesores en formación. La ayuda de otras personas con más experiencia, como los tutores, contribuye a la formación del profesor. En la literatura de investigación en educación, existen numerosos estudios sobre los roles y funciones que desempeñan los tutores. Se distingue el papel de guía en la construcción nuevos conocimientos y prácticas (Borko, 2004; Gross, García y Lara, 2009; Jaworski y Watson, 1994; Moore y Kearsley, 1996). También se considera que el tutor es un apoyo a otros que están encontrando su camino en la profesión (Jaworski y Watson, 1994). Los tutores pueden jugar diferentes roles —como modelo, entrenador, supervisor, auxiliar, guía, apoyo, facilitador, observador, evaluador, amigo crítico, etc.— para fomentar el desarrollo profesional de los profesores que se están formando, en diferentes periodos de su desarrollo profesional (Huang y Chin, 2003, refiriéndose a Furlong y Maynard, 1995; Jaworski y Watson, 1994). Se distingue, entre sus funciones, la de organizar el proceso de interacción entre estudiantes para ayudarles a crear, aplicar y probar sus conocimientos (Moore y Kearsley, 1996). El tutor puede ofrecer una ayuda después de un conflicto o un error o antes de que este suceda, al anticipar los resultados, y su presencia es importante a nivel individual y grupal (Barberá, 2006).

Centro la atención en el rol del tutor que interactúa con su grupo de tutorandos y organiza la interacción entre los miembros de su grupo, actuando como asesor y apoyo en sus procesos de aprendizaje. Esta visión del papel del tutor en el aprendizaje de los profesores en formación en un programa de educación continua, se corresponde con la visión que asumiré del tutor en el programa de formación objeto de la investigación.

1.4. Ambientes de aprendizaje híbridos

Los ambientes de aprendizaje híbridos brindan la posibilidad de gestionar programas de formación en los que es posible aprovechar las ventajas del trabajo virtual y presencial, y construir de manera colaborativa los conocimientos (Gross, García y Lara, 2009). En un ambiente híbrido, el desarrollo de las actividades de aprendizaje tiene lugar cuando intervienen profesores en formación, formadores y tutores, en diferentes espacios y momentos (presencial y virtual —sincrónico y asincrónico—), a través de encuentros educativos y relaciones de comunicación, colaboración y trabajo en grupo (Osorio, 2008).

El creciente número de programas de formación de profesores que se están diseñando e implementando con esquemas de funcionamiento híbridos, en los que los profesores en formación aprenden mediante la interacción —virtual y presencial— con sus compañeros, tutores y formadores, ha llamado la atención de los investigadores (Borba y Llinares, 2012; Osorio, 2008; Ows-ton, Sinclair y Wideman, 2008; Sánchez, 2011). Los ambientes de aprendizaje virtuales no imponen condiciones particulares para la interacción entre estudiantes y tutores. Al contrario, se cuenta con herramientas de comunicación que permiten tutorías colectivas en red, envío de co-

mentarios constructivos, explicaciones a las resoluciones de las actividades, entre otras opciones (Codina, Fernández, Piedad, Escoriza y Peralta, 2008). La interacción entre tutores y tutorandos puede tener lugar en distintos momentos y puede darse por medio de foros, correos electrónicos, envío de documentos y borradores de trabajo, que tutores y formadores pueden revisar, comentar y distribuir.

Los ambientes de aprendizaje híbridos representan otra de las características de los programas de formación que ofrecen oportunidades de aprendizaje para los profesores en formación, en el sentido de poder interactuar y recibir orientación y apoyo sin depender del lugar o del tiempo en que lo requieran. En el contexto de esta investigación, la interacción entre los tutores y sus grupos de tutorandos se realiza de manera virtual (por escrito). Por lo tanto, los resultados de este trabajo pueden ser relevantes para quienes estudian de manera puntual la naturaleza virtual o presencial (o ambas) de los ambientes de aprendizaje.

En este primer apartado del capítulo, he puesto en evidencia la existencia de literatura en la que se abordan estudios relacionados con las oportunidades para el aprendizaje de los profesores en formación que se caracterizan por el trabajo colaborativo entre pares y con el apoyo y la orientación de tutores con los que interactúan. En lo que sigue, abordaré otros estudios teóricos y empíricos centrados en el papel de los tutores en el aprendizaje de sus tutorandos.

2. RELACIONES ENTRE TUTORES Y TUTORANDOS

Como insinué arriba, hay una línea de investigación que se preocupa por establecer las características de los comentarios del tutor que pueden promover el aprendizaje en sus tutorandos (e.g., Bruno y Santos, 2010; Goldstein, 2004; Silver y Lee, 2007). Por ejemplo, algunos expertos afirman que el tipo de comentario del tutor puede tener implicaciones en la actuación de los tutorandos y buscan establecer las variables que afectan la calidad de los comentarios (Goldstein, 2004; Silver y Lee, 2007). Otros estudios vinculan la naturaleza de los comentarios que hacen formadores y tutores con las reacciones que generan en sus estudiantes (e.g. Fernández y Furnborough, 2014; Ferris, 1997; Whitelock, Watt, Raw y Moreale, 2003).

Whitelock et al. (2003) analizaron los comentarios de un tutor a sus estudiantes cuando realizaban sus producciones escritas. Detectaron que el tutor no sólo usó las preguntas para estimular una reflexión más profunda; también empleó este tipo de comentario para señalar de manera constructiva qué problemas tenían sus trabajos. Estos investigadores consideran que se necesitarían comentarios menos directos que impliquen cuestionamientos. Ellos argumentan que, de esta manera, se estimularía al estudiante a reflexionar sobre sus respuestas y mejorar en las tareas posteriores.

Por su parte, Ferris (1997) realizó un estudio en el que analizó cómo los comentarios de un profesor inciden en los cambios realizados en las producciones de los estudiantes. Él abordó las siguientes preguntas de investigación: ¿qué características de los comentarios del profesor parecen influir en la revisión de los estudiantes? y ¿las revisiones influenciadas por los comentarios del docente llevan a cambios sustanciales y efectivos en los trabajos de los estudiantes? Este autor consideró que su estudio fue limitado, dado que sólo estudió los comentarios de un profesor. Plantea como líneas abiertas el hacer estudios similares con comentarios de varios tutores o pro-

fesores y, además, realizar comparaciones entre grupos de estudiantes. Aunque esta investigación es de otra área de conocimiento, aborda la relación tutor-tutorando mediante comentarios y cambios en las producciones escritas de los estudiantes. Mi trabajo de investigación aborda algunas de las cuestiones abiertas mencionadas por Ferris.

En la línea de los trabajos realizados por Ferris (1997), Silver y Lee (2007) realizaron un estudio en el que exploraron las modificaciones en las producciones de los estudiantes luego de recibir comentarios de sus profesores. Se plantearon entre otras preguntas de investigación, las siguientes: ¿qué características de la realimentación del profesor promueve la revisión por parte de los estudiantes? y ¿las modificaciones que los estudiantes realizan conducen a cambios sustantivos y eficaces?

En mi proyecto, me aproximó a varias de las cuestiones que, en la literatura de investigación, se encuentran abiertas o no han recibido respuestas definitivas. También trato un problema que es relevante en la literatura de investigación en un área de conocimiento distinta a la que hasta ahora había sido abordada y en un contexto natural de formación de profesores. Como mostraré más adelante, combino diversas fuentes de información y triangulo los datos analizados — producciones de los grupos de profesores en formación, comentarios de los tutores, sus discusiones de trabajo para hacer sus producciones y cuando reflexionan sobre los comentarios de sus tutores y entrevistas en función de sus discusiones de trabajo—.

En el capítulo que sigue, describiré los fundamentos conceptuales relacionados con lo que aprenden los profesores en formación del programa y la visión del aprendizaje que fundamenta dicho programa.

3. MARCO CONCEPTUAL GENERAL

El proyecto de investigación está estructurado en tres estudios que se realizaron en el contexto de un programa de formación que está fundamentado en el modelo del análisis didáctico. Uno de los objetivos de este programa es el aprendizaje, por parte de los profesores en formación, de los organizadores del currículo que articulan las diferentes etapas del análisis didáctico. Por consiguiente, las ideas y nociones relacionadas con el análisis didáctico, con los organizadores del currículo y con la visión del aprendizaje de los organizadores del currículo son comunes a los tres estudios. En este capítulo, describo el modelo de análisis didáctico, los organizadores del currículo y la visión de aprendizaje de los organizadores del currículo en el que se sustenta el programa de formación. Abordaré, más adelante, los referentes conceptuales específicos a cada uno de los estudios.

1. EL ANÁLISIS DIDÁCTICO

El análisis didáctico ha sido abordado en la literatura de investigación desde sus diferentes funciones —curricular, profesional y de investigación— (Rico y Fernández-Cano, 2013). En mi proyecto de investigación, abordo el análisis didáctico desde su función profesional, con base en cómo los profesores desarrollan sus competencias de planificación, implementación y evaluación de unidades didácticas en un programa de formación (Gómez y González, 2013).

El programa de formación se fundamenta en el modelo del análisis didáctico, como procedimiento para el diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas. Con el análisis didáctico se pretende proporcionar a los profesores en formación un procedimiento sistemático para el análisis de un tema concreto de las matemáticas escolares, de tal forma que la información que surja de ese análisis les sea útil para diseñar una unidad didáctica, fundamentar y justificar ese diseño, y llevarlo a la práctica (Gómez, 2007; Gómez y González, 2013). El análisis didáctico está compuesto por cuatro análisis —de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación—. Describo a continuación, con base en Gómez (2007) y en los apuntes de MAD, cada uno de estos análisis como base para el proceso de planificación que los profesores en formación desarrollan en el programa de formación.

El análisis de contenido es el procedimiento mediante el cual los profesores en formación pueden identificar y organizar y seleccionar los significados de un concepto de las matemáticas escolares con base en tres organizadores del currículo: sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología.

El análisis cognitivo sirve para concretar, sobre un tema de las matemáticas escolares, las expectativas y previsiones de los profesores sobre el aprendizaje. Se trata de hacer una descripción de las expectativas de los profesores sobre lo que se espera que sus alumnos aprendan sobre el contenido matemático en cuestión, sobre las limitaciones de aprendizaje que los escolares pueden manifestar y sobre sus previsiones acerca del modo en que los alumnos van a desarrollar ese aprendizaje.

Con base en el análisis de instrucción, los profesores diseñan, analizan y seleccionan las tareas y la secuencia de tareas que determinan las actividades de enseñanza y aprendizaje objeto de la instrucción.

En el análisis de actuación, los profesores diseñan los instrumentos y procedimientos para determinar y establecer las capacidades que los escolares desarrollan y las dificultades que manifiestan con motivo de la implementación de la unidad didáctica.

Cada uno de los análisis del análisis didáctico se articula alrededor de unos organizadores del currículo (Gómez, 2007; Gómez y González, 2013). En el siguiente apartado, describo los organizadores del currículo de los dos primeros análisis —de contenido y cognitivo—, puesto que estos son los análisis que se abordan en los dos módulos del programa de formación objeto de investigación.

2. ORGANIZADORES DEL CURRÍCULO

En el programa de formación, los grupos de profesores en formación aprenden a planificar una unidad didáctica que llevan a la práctica y evalúan. Para ello, realizan un ciclo del análisis didáctico de un tema de las matemáticas escolares y, en cada análisis, ponen en juego los organizadores del currículo que lo componen. Un organizador del currículo (a) es una noción que forma parte del conocimiento disciplinar de la Educación Matemática y (b) permite analizar un tema de las matemáticas escolares con el propósito de producir información sobre el tema que sea útil en el diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas (Rico, 1997). Estructura conceptual, sistema de representación, fenomenología, expectativas, limitaciones e hipótesis de aprendizaje son ejemplos de organizadores del currículo. Por ejemplo, cuando los profesores en formación realizan el análisis de los sistemas de representación de su tema, entre otras cosas, identifican las traducciones entre representaciones que caracterizan a un concepto dentro de su tema. Cualquiera de las nociones relacionadas con los organizadores del currículo tienen múltiples significados en la literatura de la Educación Matemática. Para cada organizador del currículo, el programa de formación ha asumido un significado concreto. Ese significado es el conocimiento teórico de referencia dentro del programa. Describiré brevemente los organizadores del currículo que articulan dos de los análisis —de contenido y cognitivo—. Para ello, me baso en Cañadas y Gómez (2012) y González y Gómez (2013). Estos documentos presentan en detalle el conocimiento teórico de referencia para las nociones que se tratan en los módulos 2 y 3 de MAD.

2.1. Estructura conceptual

Abordar los significados de un tema de las matemáticas escolares desde la perspectiva de su estructura conceptual consiste en identificar y organizar los conceptos y procedimientos que lo caracterizan y las relaciones entre ellos. Para producir la estructura conceptual del tema, es necesario que los grupos construyan primero la estructura conceptual de la estructura matemática de la cual el tema forma parte. Después, se espera que los grupos de profesores en formación identifiquen los conceptos y procedimientos que caracterizan el tema y las relaciones entre ellos; es decir, que produzcan la estructura conceptual de su tema.

2.2. Sistemas de representación

Los sistemas de representación hacen referencia a los sistemas de signos por medio de los cuales se designa un concepto. Su importancia radica en que (a) los sistemas de representación organizan los símbolos mediante los que se hacen presentes los conceptos matemáticos, (b) los distintos sistemas de representación aportan distintos significados para cada concepto; y, por lo tanto, (c) un mismo concepto admite y necesita de varios sistemas de representación complementarios. Dentro del análisis de contenido, los sistemas de representación, como organizador del currículo, permiten dar respuestas a dos cuestiones: qué representaciones hay asociadas al tema y qué relaciones se pueden establecer entre esas representaciones. Analizar cómo se expresan los elementos de la estructura conceptual y cuáles de esas formas de expresión constituyen sistemas de representación puede ayudar a establecer los significados del tema desde la perspectiva de los sistemas de representación. Dado que los temas matemáticos tienen sus propias características, no todos los sistemas de representación juegan el mismo papel en todos los temas. Se espera que los grupos de profesores en formación establezcan los sistemas de representación asociados a su tema y las relaciones entre ellos.

2.3. Fenomenología

Un concepto matemático es un medio para organizar un conjunto de fenómenos. El análisis fenomenológico de un tema de las matemáticas escolares es un procedimiento que permite establecer los fenómenos que dan sentido al tema, identificar los contextos que organizan esos fenómenos y las subestructuras que les sirven de modelo y describir las relaciones entre esas subestructuras y esos contextos. Una vez identificados los fenómenos, se requiere que se organicen. Una de las formas de organizar los fenómenos es por contextos. Al organizar los fenómenos por medio de contextos, se consideran las características estructurales que comparten dichos fenómenos. Un contexto de un tema hace referencia a la agrupación de todos los fenómenos que comparten una misma característica estructural. Responder a las siguientes preguntas —¿para qué se usa mi tema?, ¿a qué problemas da respuesta el tema? y ¿qué fenómenos comparten una misma característica estructural?—, sería una estrategia de utilidad para determinar los contextos que organizan conjuntos de fenómenos. Para organizar los fenómenos por subestructuras matemáticas, se puede considerar la estructura conceptual del tema e identificar, en ella, subestructuras que organizan grupos de fenómenos. Una subestructura puede ser una “porción” de la estructura conceptual que, a los ojos del profesor en formación, tenga identidad propia. En algunos casos, estas subestructuras surgen de clasificaciones por tipos. En otros casos, pueden surgir por la identificación de propiedades de los conceptos involucrados en el tema. Los grupos pueden

partir de organizar los fenómenos por contextos y luego identificar las subestructuras matemáticas con las que se relacionan, pero también pueden organizar los fenómenos por subestructuras matemáticas y luego identificar los contextos con los que se relacionan. Cuando se organizan los fenómenos, se establecen relaciones biunívocas entre un contexto y una subestructura matemática. Se espera que los grupos de profesores en formación identifiquen diferentes fenómenos que den sentido a su tema, organicen los fenómenos según los contextos, las subestructuras matemáticas y las situaciones, y establezcan la relación biunívoca entre los contextos y las subestructuras matemáticas identificadas.

2.4. Expectativas de aprendizaje

Las expectativas de aprendizaje son el primer organizador del currículo del análisis cognitivo. Al analizar un tema con este organizador del currículo, se espera que los profesores en formación establezcan las expectativas de aprendizaje que se desean desarrollar: determinación de las competencias a las que se quiere contribuir, selección de los objetivos de aprendizaje que se pretenden desarrollar e identificación de las capacidades que los estudiantes pueden poner en juego. Las competencias, los objetivos y las capacidades expresan tres niveles distintos de concreción de las expectativas del profesor sobre el aprendizaje del estudiante. Una competencia es una meta a alcanzar tras un proceso de largo recorrido, por ejemplo, al término de la etapa educativa obligatoria o al finalizar la formación universitaria. Las competencias suelen referirse a procesos generales que se desarrollan a partir de los distintos contenidos del currículo, de forma transversal a todos ellos. Los objetivos de aprendizaje se caracterizan por: (a) estar vinculados a un nivel educativo concreto; (b) estar asociados a un contenido matemático concreto; y (c) expresar una expectativa de aprendizaje que no puede reducirse a la realización de un procedimiento matemático rutinario, sino que tiene que involucrar conexiones entre los conceptos y procedimientos involucrados en la estructura matemática, los sistemas de representación en que se representa y los fenómenos que organiza. Una capacidad por su parte, se asocia de forma más concreta a las actuaciones de los estudiantes cuando ejecutan los procedimientos rutinarios básicos del tema matemático. Cada capacidad propuesta debe definirse como una expectativa del profesor sobre la actuación de un estudiante con respecto a cierto tipo de tarea de tipo rutinario asociada a un tema matemático. Por consiguiente, las capacidades deben tener un nivel concreción que corresponda a este tipo de tarea. El nivel de concreción de una capacidad debe evidenciarse en su redacción. La redacción de una capacidad no debe dar lugar a considerar que puede subdividirse en otras capacidades. Por consiguiente, su enunciado no puede ser general.

2.5. Limitaciones de aprendizaje

El análisis de las limitaciones de aprendizaje se centra en los posibles errores y dificultades que pueden surgir en el proceso de aprendizaje. La enumeración y descripción de dificultades tiene sentido cuando ya se han identificado y caracterizado las capacidades correspondientes al núcleo de contenido al que se refiere cada objetivo de aprendizaje para el que el profesor desea producir una planificación. La determinación de las limitaciones de aprendizaje complementan la reflexión realizada sobre las expectativas de aprendizaje, ya que, el análisis cognitivo atiende tanto la parte positiva del aprendizaje (qué se espera que sean capaces de hacer los escolares), como la parte negativa (qué limitaciones pueden surgir en ese proceso de aprendizaje). Los profesores en

formación, deben identificar las dificultades asociadas con su tema, conocer qué factores son los responsables de que aparezcan y saber de qué modo se pueden superar. Un error es la manifestación visible de una dificultad. El error es observable directamente en las actuaciones de los escolares, en sus respuestas equivocadas a las cuestiones y tareas concretas que les demanda el profesor. En relación con este organizador del currículo, se espera que los profesores en formación determinen las dificultades y errores que pueden surgir en el proceso de aprendizaje del tema que analizan.

2.6. Hipótesis de aprendizaje

Al trabajar con este organizador del currículo, se determinan las hipótesis sobre cómo se puede desarrollar el aprendizaje al abordar tareas matemáticas. Estas hipótesis se expresan como posibles caminos de aprendizaje de los escolares en relación con el tema matemático. Los caminos de aprendizaje representan posibles estrategias que el profesor prevé que los escolares pueden activar para resolver las tareas que caracterizan el objetivo de aprendizaje. Estos caminos de aprendizaje se configuran como grafos en los que los nodos son capacidades. Se espera que estos caminos de aprendizaje incluyan todas las capacidades que son necesarias para abordar la tarea. Con base en los análisis de los caminos de aprendizaje de las tareas, se puede determinar la necesidad de reformular o agregar las capacidades que sean necesarias, de forma que queden bien determinados todos los procedimientos rutinarios necesarios para poder resolver las tareas consideradas. Se espera que los profesores en formación analicen las tareas mediante los caminos de aprendizaje y que determinen en qué medida las tareas caracterizan un objetivo y contribuyen al desarrollo de las competencias seleccionadas.

En los programas basados en el modelo del análisis didáctico, los grupos de profesores en formación realizan cada análisis del análisis didáctico abordando secuencialmente su tema desde la perspectiva de los organizadores del currículo que lo componen. El análisis del tema con un organizador del currículo tiene como propósito producir información sobre el tema que sea útil para otros análisis o para el diseño, implementación y evaluación de la unidad didáctica. Mi interés se centra en los conocimientos que caracterizan el aprendizaje de los organizadores del currículo.

3. APRENDIZAJE DE LOS ORGANIZADORES DEL CURRÍCULO

Cuando los profesores en formación analizan un tema de las matemáticas escolares con un organizador del currículo, se espera que ellos (a) conozcan el organizador del currículo de tal forma que, por ejemplo, sean capaces de distinguir instancias de esa noción con respecto a un tema de las matemáticas escolares; (b) desarrollen las técnicas necesarias para usar el organizador del currículo como herramienta de análisis de un tema de las matemáticas escolares y producir información relevante sobre el tema; y (c) desarrollen las técnicas necesarias para usar la información sobre el tema para tomar decisiones a la hora de analizar el tema con otro organizador del currículo o para el diseño de la unidad didáctica (Gómez, González, Rico y Lupiáñez, 2008; Gómez y González, 2008a). Estas expectativas de aprendizaje delimitan los tres tipos de conocimiento que se espera que los profesores en formación desarrollen en el programa y que González y Gó-

mez (Gómez y González, 2008a, 2008b, 2013) denominan conocimiento teórico, conocimiento técnico y conocimiento práctico. González y Gómez caracterizan estos tres conocimientos de la siguiente manera.

Conocimiento teórico. El conocimiento teórico se refiere al conocimiento disciplinar relacionado con el organizador del currículo que los formadores de ese programa han seleccionado como opción dentro de aquellas disponibles en la literatura. Por ejemplo, en el programa de formación, se usa el término contexto de un tema de las matemáticas escolares para referirse a la agrupación de todos los fenómenos que comparten unas mismas características estructurales. Para el caso del organizador del currículo sistemas de representación, en MAD se sigue el trabajo de Kaput (1992). Por lo que se considera que un sistema de representación es “un sistema de reglas para (a) identificar o crear signos, (b) operar sobre y con ellos y (c) determinar relaciones entre ellos (especialmente relaciones de equivalencia)” (p. 523).

Conocimiento técnico. El conocimiento técnico se refiere al conjunto de técnicas que los formadores consideran útiles para producir información sobre el tema con el organizador del currículo. Por ejemplo, cuando los grupos trabajan con el organizador del currículo estructura conceptual se espera, como ya describí arriba, que los grupos de profesores en formación construyan la estructura conceptual de la estructura matemática en la que se ubica su tema y luego la estructura conceptual de su tema. La técnica propuesta por la instrucción consiste en la elaboración de listados de elementos conceptuales y procedimentales, para luego producir los mapas conceptuales. La construcción de uno o varios mapas conceptuales permite evidenciar las relaciones entre estos elementos. Los grupos deben generar un mapa de la estructura conceptual de la estructura matemática e identificar en dicho mapa el tema con el que trabajarán. Este mapa tiene un nivel de concreción intermedio. Luego, los grupos deben entrar en un mayor nivel de detalle, considerando la elaboración de los listados de elementos conceptuales y procedimentales más específicos. En esos listados será necesario, por ejemplo, considerar las subdivisiones de los hechos — términos, notaciones, convenios y resultados— como elementos del campo conceptual.

Conocimiento práctico. El conocimiento práctico se refiere al conjunto de técnicas que los formadores consideran que son necesarias para usar la información que surge del conocimiento técnico del organizador del currículo en los análisis con otros organizadores del currículo o en el diseño de la unidad didáctica. Por ejemplo, cuando los profesores en formación trabajan en la formulación de las capacidades que se requieren activar en el desarrollo de una tarea, pueden utilizar la información que han generado cuando analizaron los sistemas de representación asociados con su tema. Pueden redactar capacidades que aludan a diferentes formas de representar un concepto —por ejemplo, “determina la posición relativa de dos rectas en el plano” es una capacidad que alude a un sistema de representación de tipo gráfico—.

El conocimiento teórico de los organizadores del currículo emerge de la base disciplinar de la Educación Matemática; una vez fijado en el plan de formación, es universal e independiente del contexto. Por su parte, los conocimientos técnicos y prácticos dependen del contexto —del tema y del programa de formación—. En el programa objeto de esta investigación, se espera que los tutores promuevan el desarrollo de los tres tipos de conocimiento por parte de sus grupos de tutorandos. Por consiguiente, la caracterización de la relación entre la actuación de los tutores y el

aprendizaje de sus tutorados, está permeada por los tres tipos de conocimiento de los organizadores del currículo. En el siguiente capítulo, describo el contexto de la investigación.

4. CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo, presento el contexto en el que tuvo lugar la investigación. Describo, de manera general, el diseño curricular del programa de formación y expongo con mayor detalle el contenido que abordé en la investigación y los aspectos metodológicos de la interacción entre el tutor y el grupo de profesores en formación.

1. DESCRIPCIÓN GENERAL DE MAD

MAD es la maestría de profundización en Educación Matemática ofrecida por la Universidad de los Andes en Bogotá, Colombia, para profesores de matemáticas en ejercicio de educación básica secundaria y educación media (11 a 16 años). Tiene como propósito ofrecer oportunidades para que los profesores en formación puedan complementar y profundizar en el conocimiento didáctico necesario para la planificación, puesta en práctica y evaluación de unidades didácticas (Gómez, Cañadas, Flores, González, Lupiáñez, Marín et al., 2010; Gómez, 2012).

El marco conceptual del programa se fundamenta en un modelo funcional de la formación de profesores de matemáticas que se estructura mediante el análisis didáctico. El programa aborda el aprendizaje de los profesores en formación desde una perspectiva social del aprendizaje, con énfasis en los procesos de aprendizaje de las nociones (organizadores del currículo) que configuran el análisis didáctico [para una descripción detallada del programa ver Gómez, et al. (2010); Gómez y González (2013)]. Los grupos de profesores en formación realizan un ciclo del análisis didáctico para planificar una unidad didáctica, que llevan a la práctica y evalúan durante el programa.

2. FUNDAMENTOS Y DISEÑO DE MAD

MAD está concebido en el contexto de un ambiente de aprendizaje híbrido, en el que los profesores en formación se ubican geográficamente en un mismo sitio, pero los formadores y tutores se encuentran geográficamente en distintos sitios. En las dos promociones del programa objeto de estudio en esta investigación, participaron formadores de la Universidad de los Andes y de las universidades españolas de Almería, Cantabria y Granada. En este esquema híbrido de forma-

ción, los profesores en formación se organizan en grupos de 4 o 5 personas y se reúnen presencialmente, pero también trabajan virtualmente entre ellos. Cada grupo escoge un tema matemático concreto y realiza un ciclo del análisis didáctico sobre su tema. Los formadores y los tutores interactúan virtualmente con los grupos de profesores en formación.

El programa tiene una duración de dos años y consta de ocho módulos distribuidos en cuatro semestres, dos módulos por semestre. En el primer módulo se introduce la noción de currículo. Los 4 módulos siguientes abordan cada una de las etapas que constituyen el análisis didáctico. Los tres últimos módulos del programa se centran en la implementación de la unidad didáctica, la recolección y análisis de la información con motivo de esta implementación y la producción del informe de la experiencia global. En la figura 1, presento la estructura completa de los módulos que integran el programa.

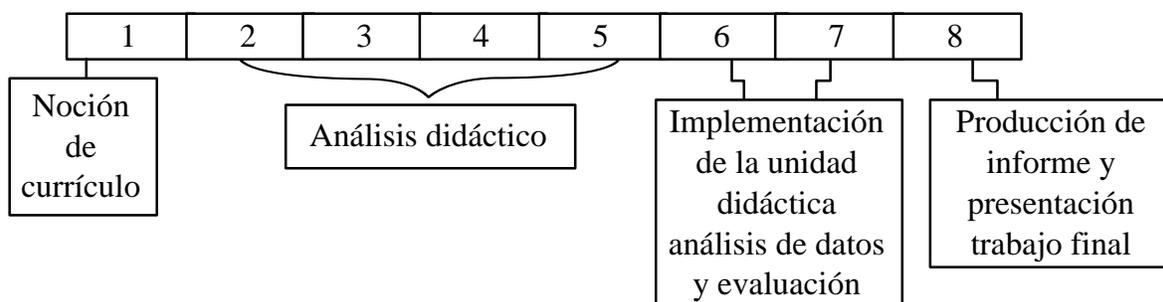


Figura 1. Organización de los Módulos en MAD

En la tabla 1, presento los propósitos y los organizadores del currículo para cada uno de las etapas del análisis didáctico.

Tabla 1
Propósitos y organizadores del currículo de cada análisis

Análisis	Propósito	Organizadores del currículo
Análisis de contenido	Identificar y organizar los múltiples significados de un tema matemático concreto	Estructura conceptual Sistemas de representación Fenomenología
Análisis cognitivo	Seleccionar los significados relevantes para la instrucción y prever la actuación de los escolares al abordar tareas	Expectativas de aprendizaje Limitaciones de aprendizaje Hipótesis de aprendizaje
Análisis de instrucción	Seleccionar y secuenciar las tareas que pueden contribuir al logro de los objetivos de aprendizaje	Análisis, modificación y selección de tareas Análisis y modificación de la secuencia de tareas

Tabla 1
Propósitos y organizadores del currículo de cada análisis

Análisis	Propósito	Organizadores del currículo
Análisis de actuación	Evaluar la planificación con el propósito de producir información que sea relevante para ciclos posteriores	Finalización del diseño de una unidad didáctica Instrumentos y procedimientos para recoger y analizar información de la implementación

Cada uno de los análisis de la tabla 1 corresponde a un módulo. Mi trabajo de investigación se centró específicamente en dos módulos: aquellos que abordan el análisis de contenido y el análisis cognitivo. En lo que sigue, describo el contenido de esos módulos.

3. MÓDULOS DE ANÁLISIS DE CONTENIDO Y ANÁLISIS COGNITIVO

En este apartado, describo brevemente los objetivos y el contenido de los módulos de análisis de contenido y análisis cognitivo. Estos fueron los módulos de los que surgió la información que utilicé en la investigación. Los textos de las cuatro actividades de cada módulo para las dos promociones estudiadas se encuentran en el anexo A.

3.1. Módulo de análisis de contenido

En el programa del módulo 2 sobre análisis de contenido, se propone que los estudiantes (a) identifiquen y organicen los significados de su tema desde la perspectiva de tres organizadores del currículo —estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología—; y (b) constaten la complejidad inherente al contenido de cualquier tema de las matemáticas escolares.

En este módulo, se estudian los siguientes contenidos: noción de contenido en las matemáticas escolares, estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología. El conocimiento teórico de referencia para las nociones que se tratan en este módulo se presenta en detalle en los apuntes del módulo (Cañadas y Gómez, 2012). El módulo se organiza alrededor de las siguientes cuatro actividades.

- 2.1 Los grupos analizan su tema desde la perspectiva de su estructura conceptual; para ello, organizan los conceptos, los procedimientos y las relaciones entre ellos.
- 2.2 Los grupos identifican las diferentes formas de representar el tema y establecen las relaciones entre esos sistemas de representación.
- 2.3 Los grupos realizan el análisis fenomenológico de su tema, al organizar, en contextos y subestructuras, los fenómenos que dan sentido al tema.
- 2.4 Los grupos seleccionan un foco de contenido de su tema matemático y realizan el correspondiente análisis de contenido. Además, establecen con claridad la relación entre la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología para ese foco de conte-

nido.

3.2. Módulo de análisis cognitivo

Los objetivos del módulo 3 son los siguientes: (a) hacer explícitas las concepciones propias sobre cómo se aprenden las matemáticas; (b) reflexionar sobre los distintos niveles de expectativas de aprendizaje que el profesor maneja al realizar una planificación; (c) relacionar las expectativas de aprendizaje del profesor con los principios cognitivos del currículo vigente; (d) conocer las limitaciones de aprendizaje que manifiestan los escolares en distintos temas de matemáticas; (e) enunciar expectativas y limitaciones de aprendizaje sobre distintos temas matemáticos; y (f) comenzar a desarrollar métodos sistemáticos de análisis de tareas matemáticas para determinar su contribución al desarrollo de expectativas de aprendizaje.

El contenido del módulo 3, sobre análisis cognitivo, implica las siguientes teorías y nociones: teorías del aprendizaje en matemáticas, expectativas de aprendizaje (competencias, estándares, objetivos, capacidades), limitaciones de aprendizaje (errores y dificultades), e hipótesis de aprendizaje (demandas cognitivas de una tarea). El conocimiento teórico de referencia para las nociones que se tratan en este módulo se presenta en detalle en los apuntes del módulo (González y Gómez, 2013). El módulo se organiza alrededor de las siguientes cuatro actividades.

- 3.1 Los grupos de profesores en formación seleccionan las competencias a las que se quiere contribuir y determinan los objetivos y las capacidades asociadas al tema elegido.
- 3.2 Los grupos establecen significados para las nociones de error y de dificultad; elaboran un listado de errores y dificultades de su tema; y revisan la formulación de objetivos y capacidades, al incorporar la nueva información de que disponen.
- 3.3 Los grupos identifican un primer conjunto de tareas asociadas al objetivo; establecen los caminos de aprendizaje de cada tarea; caracterizan la aportación del conjunto de tareas al logro del objetivo —teniendo en cuenta las dificultades y los errores previstos—; y determinan la contribución del conjunto de tareas al desarrollo de las competencias seleccionadas.
- 3.4 Los grupos reiteran el proceso de análisis de un objetivo sobre todos los objetivos del tema y coordinan la información que procede de cada uno de ellos para caracterizar, globalmente, la contribución de las tareas al desarrollo de objetivos y de competencias del tema.

En lo que sigue describiré el núcleo del contexto de la investigación, la interacción entre cada tutor y su grupo de tutorandos cuando abordan una actividad cualquiera del programa.

4. DESCRIPCIÓN DE LA INTERACCIÓN ENTRE UN TUTOR Y SU GRUPO DE TUTORANDOS EN UNA ACTIVIDAD

De acuerdo con el esquema metodológico de MAD, en la primera semana de cada módulo, el formador encargado trabaja presencialmente todos los días con los profesores en formación. En estas sesiones, el formador presenta las ideas claves del módulo, da ejemplos y establece las actividades que los grupos deberán realizar en el resto del módulo. Cada módulo se configura alre-

dedor de cuatro actividades. Cada actividad dura dos semanas. La figura 2 muestra la estructura de una actividad. En su desarrollo, los profesores en formación interactúan de manera individual y grupal. De cara al problema de investigación objeto de este trabajo, me interesa destacar el trabajo en grupo, en el que discuten y generan sus producciones, cuando interactúan con sus tutores para producir el documento final de la actividad.

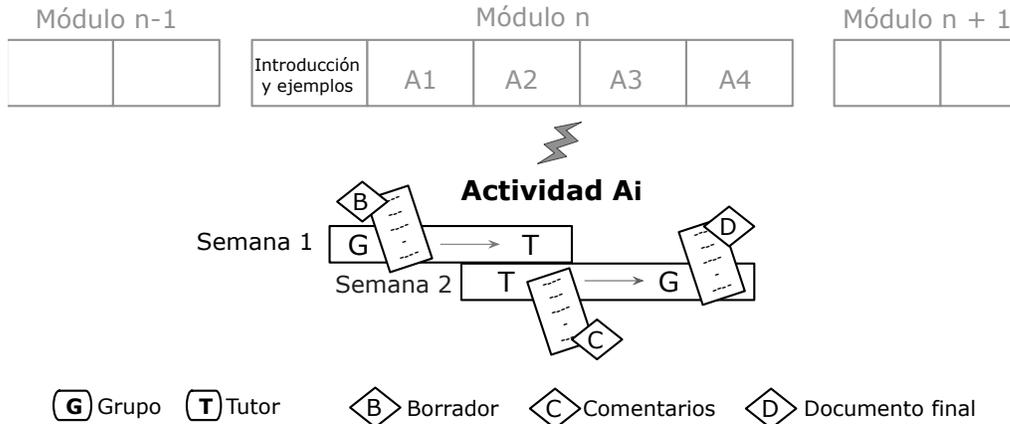


Figura 2. Estructura de una actividad

En la primera semana de una actividad, cada grupo elabora un borrador de su trabajo y lo envía a su tutor por correo electrónico. El tutor revisa el borrador, lo comenta por escrito para orientar a su grupo y envía sus comentarios por la misma vía. Se espera que cada grupo revise los comentarios de su tutor, y reflexione, discuta y mejore su trabajo con base en esos comentarios. En el transcurso de la segunda semana, los grupos producen un documento final, que presentan y discuten al final de esa semana.

El tutor tiene definido su papel: (a) tiene un grupo a su cargo y lo acompaña a lo largo de todo el programa; (b) su función es comentar el trabajo del grupo guiándolo en cada una de las actividades; (c) el tutor produce, para cada actividad, un comentario de evaluación del borrador y la presentación de su grupo; y (d) el tutor puede interactuar esporádicamente por correo electrónico o por Skype con su grupo. Al acompañar a su grupo de tutorandos a lo largo de todo el programa, el tutor construye una visión integrada del proceso de aprendizaje de su grupo, y de los avances y dificultades que experimenta en el proceso. Además, él logra enlazar los resultados de cada actividad y hacer recomendaciones y orientaciones concretas. En este sentido, el tutor juega un papel esencial.

En el siguiente capítulo, presento formalmente el problema de investigación. Específico las conjeturas y preguntas de investigación del proyecto y formulo tanto el objetivo general como los objetivos específicos de la investigación.

5. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En la introducción de este documento, hice un acercamiento al planteamiento del problema de investigación. Justifiqué su relevancia en el contexto de la literatura de investigación; describí los elementos conceptuales que fundamentan el problema general de investigación; y lo delimité dentro de un contexto particular de formación de profesores de matemáticas. En este capítulo, planteo formalmente el problema de investigación, establezco las conjeturas de investigación, formulo las preguntas a las que me propuse dar respuesta y establezco los objetivos que guiaron la investigación.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Este trabajo está motivado por la convicción de que la investigación sobre la actuación de los tutores y su relación con el aprendizaje de sus tutorandos puede reportar importantes beneficios para fines de investigación y de mejora en la labor de formación de profesores. Este tipo de estudio puede dar luces para comprender la relación tutor-grupo de tutorandos en el contexto de programas de formación de profesores.

Me propuse describir y caracterizar la actuación de los tutores y su relación con el aprendizaje de los grupos de profesores en un programa de formación particular. Delimité el estudio de la actuación de los tutores al análisis de sus comentarios a los borradores de los trabajos de sus tutorandos. Decidí trabajar con los comentarios que correspondían a las actividades de dos de los módulos del programa, porque ello me permitió atender el propósito del proyecto con la profundidad y calidad de la información que eran necesarias. En estos módulos, los grupos de profesores en formación realizaron el análisis de contenido y análisis cognitivo de su tema de las matemáticas escolares.

Inicialmente, formulé un conjunto de conjeturas generales que me sirvieron de guía en el desarrollo del proyecto y que luego particularicé en cada uno de los estudios que componen el proyecto de investigación.

2. CONJETURAS

Las conjeturas que formulé fueron las siguientes: (a) los comentarios de los tutores contribuyen al proceso de aprendizaje de los profesores en formación sobre los organizadores del currículo; (b) es posible describir y caracterizar la actuación de los tutores en un contexto particular de formación de profesores; y (c) es posible describir y caracterizar la relación entre la actuación de los tutores y algunos aspectos del proceso de aprendizaje de los grupos mediante sus producciones escritas y con base en sus discusiones de trabajo.

3. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Para abordar las conjeturas anteriores, me propuse dar respuesta a las siguientes preguntas de investigación.

1. ¿Cómo se caracteriza la actuación de los tutores en el proceso de formación de los profesores de matemáticas en un programa de formación con las características descritas en el contexto de investigación?
2. ¿En qué medida y de qué manera la actuación de los tutores influye en el proceso de aprendizaje de grupos de profesores en formación?
3. ¿Qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los grupos de profesores en formación cuando interactúan con sus tutores?

Estas preguntas se fueron concretando en preguntas de investigación más específicas a las que di respuesta mediante el desarrollo de cada uno de los estudios.

4. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

La finalidad principal de esta investigación es describir y caracterizar la relación entre la actuación de los tutores y algunos aspectos del proceso de aprendizaje de grupos de profesores que participaron en un programa de formación permanente de profesores de matemáticas de secundaria. Este objetivo general requiere caracterizar la actuación de los tutores, identificar los aspectos a estudiar de los procesos de aprendizaje de los grupos y establecer algunas relaciones entre estas dos cuestiones. Abordé el objetivo general a través de los siguientes objetivos específicos.

1. Describir la actuación de los tutores con base en sus comentarios a los borradores de su grupo de tutorandos.
2. Caracterizar el núcleo común de la actuación de los tutores.
3. Establecer y describir perfiles de los tutores con base en sus diferencias y similitudes.
4. Describir y caracterizar la actuación de los grupos de profesores en formación con base en los cambios que realizaron en sus producciones escritas.

5. Describir y caracterizar las relaciones entre los cambios que los grupos de profesores en formación realizaron en sus producciones escritas y los comentarios de sus tutores.
6. Describir y caracterizar algunas de las relaciones entre la actuación de los tutores y los cambios en las producciones de sus grupos de tutorandos, con base en cómo entienden y abordan sus comentarios.

En el estudio 1, abordo los objetivos 1 a 3; en el estudio 2, los objetivos 4 y 5; y, en el estudio 3, el objetivo 6. En lo que sigue, describo el primero de los tres estudios que articulan mi proyecto de investigación.

6. CARACTERIZACIÓN DE LA ACTUACIÓN DE LOS TUTORES DE ACUERDO CON SUS COMENTARIOS

¿Cómo se caracteriza la actuación de los tutores en el proceso formativo de los profesores de matemáticas en un programa de formación con las características descritas en el contexto de la investigación? Me propuse conocer y detallar la actuación de un grupo de tutores en un programa fundamentado en tendencias actuales y cuyo diseño se basa en investigaciones relevantes de la Educación Matemática. En este estudio, describo cómo actúan los tutores en un programa híbrido de formación de posgrado para profesores de matemáticas de secundaria en ejercicio.

Codifiqué y analicé los comentarios de los tutores a los trabajos de los grupos de profesores en formación a su cargo. Para ello, construí una estructura de categorías y códigos, al conjugar una revisión de literatura sobre caracterización de los comentarios de tutores, una visión del aprendizaje de los profesores en formación (que abordé en el marco conceptual general del proyecto) y una revisión cíclica de los datos. Destaco que los datos a los que me refiero surgen de manera natural en el propio proceso de tutorización.

Caractericé y describí la actuación de tutores cuando comentaban por escrito los trabajos de sus grupos de profesores en formación. Partí de tres conjeturas: (a) las categorías de estudio que formulé y que presentaré más adelante permiten caracterizar la actuación de los tutores; (b) se pueden identificar características que permiten describir la actuación común a la mayoría de los tutores; (c) se pueden establecer perfiles de tutores con base en sus diferencias y similitudes.

Realicé dos tipos de análisis: de frecuencias y clúster. El primer análisis me permitió caracterizar las actuaciones comunes a la mayoría de los tutores. Con el segundo análisis, establecí tres perfiles de actuación de los tutores. Encontré que los tutores tienen comportamientos comunes pero, además, se distinguen similitudes y diferencias entre ellos que permiten describir y caracterizar su actuación, confirmando las conjeturas formuladas en este estudio.

En lo que sigue, presento los elementos conceptuales que sirvieron de base para la construcción de las categorías que me permiten describir la actuación de los tutores. Describo, desde el punto de vista conceptual, la estructura de categorías propuesta, expongo los objetivos del estu-

dio, describo el método que utilicé para abordar los objetivos propuestos, presento e interpreto los resultados obtenidos, y formulo las conclusiones más relevantes del estudio.

1. DIMENSIONES SOBRE CARACTERIZACIÓN DE LA ACTUACIÓN DE LOS TUTORES EN LA LITERATURA DE INVESTIGACIÓN

La revisión de la literatura me permitió identificar numerosos estudios en los que se han propuesto sistemas de categorías para clasificar los tipos de comentarios escritos de tutores o profesores (p. ej., Krol, 1996, 1998; Van Looy y Vrijse, 1998; Barrios, 2008; DeBilli, 2007; Whitelock et al., 2003). Seleccioné los estudios más relevantes. Para cada uno de ellos, describo brevemente su objeto de estudio. Luego, resumo en la tabla 2 los sistemas de categorías que utilizaron. Más adelante, resalto las similitudes y diferencias de estas propuestas. Finalizo este apartado indicando aquellas categorías de los sistemas revisados que sirvieron de base u orientación en la construcción del sistema de categorías que propongo.

Krol (1996, 1998) destacó su interés por la formación de profesores como profesionales reflexivos y realizó una investigación en la que analizó los diarios de sus estudiantes y sus propios comentarios como tutor. Van Looy y Vrijse (1998) analizaron los comentarios, tanto orales como escritos, que los tutores de centros escolares y formadores de profesorado proporcionaron a estudiantes para profesor. Barrios (2008) trabajó en la categorización del *feedback* suministrado a futuros maestros durante las prácticas de enseñanza en el contexto de una modalidad interactiva de escritura de ensayos sobre diarios de prácticas. Por su parte, DeBelli (2007) realizó un estudio basado en los comentarios que los tutores hacen a las producciones de estudiantes de educación básica. Whitelock, et al. (2003), adaptaron las categorías de Bales para clasificar los comentarios escritos de los tutores en ensayos de los estudiantes. En la tabla 2, presento de manera resumida las categorías que integran cada uno de los sistemas propuestos por estos autores.

Tabla 2
Sistemas de categorías en la literatura

Estudio	Sistema de categorías
Krol (1996, 1998)	(a) Comentarios para reafirmar o para confirmar, (b) comentarios estimulando a que se hagan otras consideraciones sobre el tema, (c) comentario invitando a pensar más, (d) comentarios para dar información, (e) comentarios de relaciones personales y (f) comentarios con poca o ninguna reacción
Van Looy y Vrijse (1998)	(a) Grado de concreción de los comentarios —vago, general, concreto—, (b) función comunicativa de los comentarios —consejo, información, deducción, determinación, pregunta, juicio—, (c) comentarios correctivos —ninguna corrección, cómo corregir, por qué corregir—, y (d) contenido metodológico-didáctico —contenidos, organización, transferencia, interacción, observación, clima del aula, resultado, personalidad, global—.
Barrios (2008)	(a) Feedback de intención efectiva —reconocimiento, apreciación, comprensión, alegría o satisfacción, ánimo, ofrecimiento y agradecimiento—, y (b) feedback de

Tabla 2
Sistemas de categorías en la literatura

Estudio	Sistema de categorías
	intención cognitiva —solicitud de aclaración, discrepancia, sugerencia, valoración negativa—, incitación interactiva a la profundización —solicitud de sugerencia o alternativa, solicitud de una explicación o de una hipótesis, solicitud de extensión, incitación interactiva a la expresión y/o formulación de una opinión o perspectiva, concienciación, suministro de información y, exposición de la propia perspectiva—.
DeBelli (2007)	(a) Comentarios potencialmente ambiguos o poco claros, (b) comentarios basados en contenido, (c) comentarios relacionados con la gramática y (d) comentarios positivos.
Whitelock et al. (2003)	(a) Comentarios de reacciones positivas —muestran solidaridad, para liberar tensiones y mostrar acuerdo—, (b) comentarios de enseñanza directa —intentan dar respuesta a dudas, dan sugerencia, dan opiniones y proporcionan información—, (c) comentarios con preguntas —piden información—, y (d) comentarios de reacciones negativas —muestran desacuerdos—.

Estos sistemas de categorías tienen características comunes y algunas particularidades. En la tabla 3, presento las relaciones entre ellos. He identificado cinco grandes grupos que los organizan: (a) relativos a la información o contenido; (b) correctivos; (c) de sugerencia y reflexión; (d) afectivos o valorativos; y (e) relativos a la precisión.

Tabla 3
Relaciones entre las categorías y sus autores

Dimensión	Categoría/Estudio
Relativos a la información o contenido	Comentarios para dar información y para reafirmar o confirmar (Krol, 1996, 1998), contenidos metodológicos —didácticos y función comunicativa del comentario—, información (Van Looy y Vrijssen, 1998), feedback de intención cognitiva —suministro de información— (Barrios, 2008), comentarios basados en contenido (DeBelli, 2007), y comentarios de enseñanza directa para intentan dar respuesta a dudas, dar opiniones y proporcionar información (Whitelock et al., 2003).
Correctivos	Comentarios correctivos (Van Looy y Vrijssen, 1998), feedback de intención cognitiva —solicitud de aclaración, solicitud de una explicación o de una hipótesis—, solicitud de extensión (Barrios, 2008), y comentarios con preguntas para pedir información o comentarios de reacciones negativas en el que muestran desacuerdos (Whitelock et al., 2003).
Sugerencia y reflexión	Comentarios estimulando a que se hagan otras consideraciones sobre el tema (Krol, 1996, 1998), función comunicativa del comentario —consejo, deducción y preguntas— (Van Looy y Vrijssen, 1998), feedback de intención cognitiva —sugerencias, incitación interactiva a la profundización— (Barrios, 2008), comentarios de enseñanza directa en los que sugieren en forma directa (Whitelock et al., 2003).

Tabla 3
Relaciones entre las categorías y sus autores

Dimensión	Categoría/Estudio
Afectivo o Valorativos	Comentarios de relaciones personales (Krol, 1996, 1998), feedback de intención afectiva (Barrios, 2008), comentarios positivos (DeBilli, 2007), y comentarios de reacciones positivas en los que muestran entre otras cosas acuerdo (Whitelock et al., 2003).
Relativo a la Precisión	Grado de concreción de los comentarios —vago, general, concreto— (Van Looy y Vrijssen, 1998), y comentarios potencialmente ambiguos o poco claros (DeBelli, 2007).

Los cinco sistemas de categorías analizados hacen referencia a comentarios asociados con la información o el contenido. La mayoría de ellos distinguen categorías en las que se agrupan comentarios que expresan sugerencias, orientaciones o valoraciones a las producciones de los estudiantes. En las categorizaciones propuestas por DeBilli, Van Looy y Vrijssen, también resalta su interés por la precisión con la que se expresa el comentario. En relación con las categorías de tipo correctivo, se distinguen dos aspectos interesantes: la solicitud de aclaración y de extensión. De estos dos tipos de solicitudes, la primera se asocia al hecho de constatar que la información suministrada no está clara y la segunda con la necesidad de complementar la información requerida.

La organización que realicé de los sistemas de categorías analizados me permitió apreciar sus elementos comunes y determinar aquellos aspectos que pueden resultar más útiles para el estudio. En ese sentido, destacan (a) los aspectos referidos a la información, ya sea por que se suministra o se solicita aclaración, y su extensión; (b) la función comunicativa del comentario, que se asocia con la forma en que se expresa, ya sea como recomendación o reflexión; (c) el aspecto correctivo, que, a mi modo de entender, se vincula con el hecho de constatar características de los trabajos de los tutorandos; (d) las categorías asociadas con expresiones valorativas; y (e) los aspectos vinculados con la forma del comentario, específicamente con su precisión.

En el siguiente apartado, presento y justifico la estructura de categorías que utilicé en este estudio. En el apartado de método, describiré cómo esta estructura de categorías organiza el instrumento de codificación de la información.

2. ESTRUCTURA DE CATEGORÍAS

En este apartado, presento la estructura de categorías que construí para caracterizar la actuación de los tutores de MAD. Esta estructura de categorías me permitió caracterizar la actuación de los tutores en un proceso de tutorización específico. Las categorías surgieron de tres fuentes: de una visión del aprendizaje de los organizadores del currículo (descrita en el capítulo 3), la revisión de la literatura (descrito en el apartado anterior) y la revisión de documentos generados por los tutores en el programa de formación objeto de este estudio.

Al realizar una primera lectura exploratoria de los comentarios de los tutores de MAD, identifiqué comentarios que corresponden a las categorías que ubiqué en la literatura. Pero también pude distinguir patrones que no han sido considerados hasta ahora. Esto se debe, por una parte, a que algunos de estos comentarios se refieren a conocimientos propios del programa de formación. Pero, también constaté que algunos comentarios expresaban acciones de los tutores que no han sido registradas en otros estudios. Por ejemplo, se distinguen expresiones en las que el tutor manifestó que ha constatado alguna característica particular del trabajo de su grupo, o que duda o no está seguro de la información que genera su grupo. Aunque, en algunos de los sistemas de categorías revisados, se consideran los comentarios en los que el tutor sugiere, en este estudio, me interesó considerarlos con un nivel mayor de detalle, al examinar la forma con la que lo hace y la dirección de su orientación. En relación con la forma del comentario, no sólo consideré su precisión; también distinguí su ubicación, introducción y cierre al organizar sus comentarios. Otro aspecto que observé en esta lectura se refiere a los conocimientos que aprenden los profesores en formación, y que describí en el capítulo de marco conceptual general. El tutor busca contribuir al aprendizaje de su grupo de tutorandos. Específicamente en el contexto del estudio, ese aprendizaje se refiere a los organizadores del currículo. Y ese aprendizaje se entiende en términos de los tres tipos de conocimiento propuestos: teórico, técnico y práctico. Por ello, hablo de la visión del aprendizaje de los organizadores del currículo, como base para la construcción de las categorías. Surgió entonces una lista inicial de categorías (ver anexo B). En ella, relaciono los tres tipos de conocimientos sobre un organizador y las categorías seleccionadas de la literatura. Con base en una primera exploración de los comentarios escritos de los tutores, propuse una mejora de la lista inicial siguiendo las guías de la teoría fundamentada (Corbin y Strauss, 1990). En lo que sigue, presento la estructura de categorías que obtuve.

La estructura de categorías y subcategorías que propongo permite hacer los análisis necesarios para caracterizar la actuación de los tutores. Consideré 5 aspectos presentes en la revisión de la literatura de investigación al caracterizar la actuación de un tutor cuando comenta por escrito un documento producido por sus tutorandos (Barrios, 2008; DeBilli, 2007; Krol, 1996, 1998; Van Looy y Vrijse, 1998; Whitelock et al., 2003): énfasis en la información o contenido; comentarios correctivos; de sugerencia y fomento de la reflexión; afectivos o valorativos; y precisión del comentario. Conjugué las tres fuentes antes mencionadas y construí unas categorías que organicé en dos grupos (contenido didáctico y énfasis en formato) según su estructura lógica. La figura 3 muestra cada grupo con sus respectivas categorías y subcategorías.

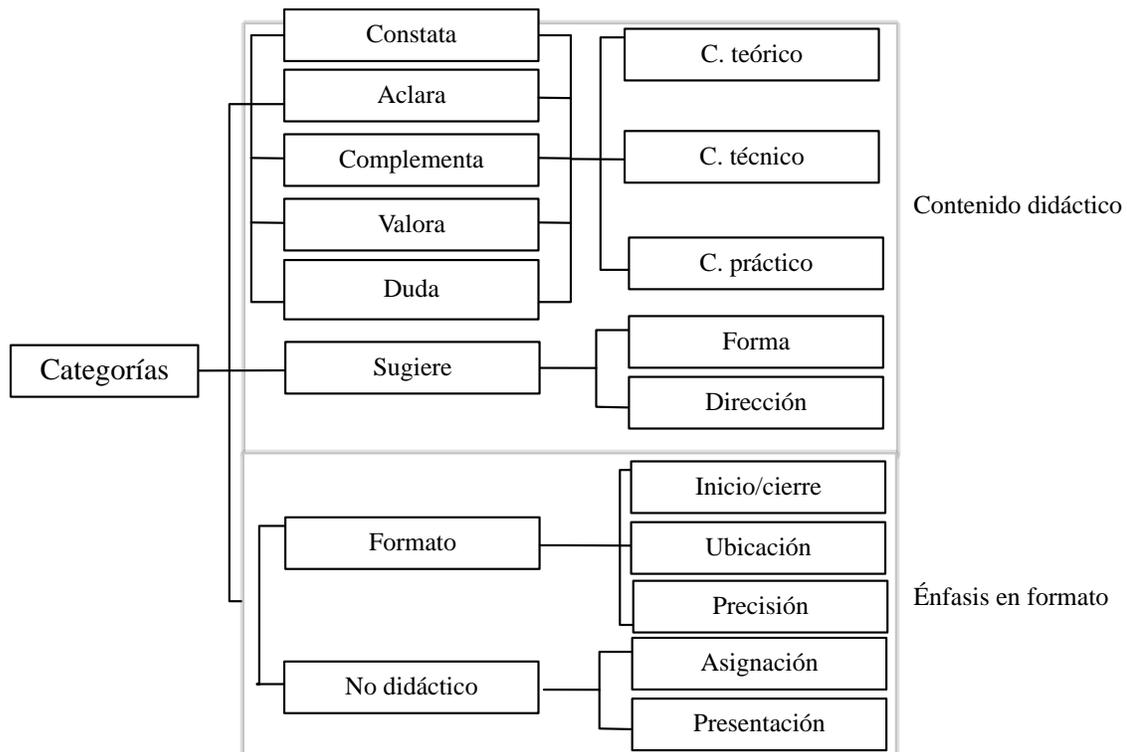


Figura 3. Categorías para la caracterización de la actuación de los tutores

A continuación describo las categorías.

Categorías sobre el contenido didáctico

Establecí cinco categorías que organizan los comentarios del tutor que se refieren al contenido del trabajo de sus tutorandos y una categoría que organiza los comentarios del tutor de acuerdo con el énfasis en su orientación. Para contribuir al trabajo de sus tutorandos, el tutor puede (a) constatar características de su trabajo; (b) aclarar aspectos que tienen que ver con los conocimientos que requieren construir o sobre la información que generan sobre su tema en particular; (c) complementar la información producida o solicitar que se complemente; (d) expresar su valoración en relación con el dominio de los tres tipos de conocimiento o de manera general sobre los avances de su trabajo; (e) cuando no está seguro de algún aspecto del trabajo de su grupo, generar comentarios en los que expresa su duda; y (f) también puede expresar su comentario haciendo sugerencias a su grupo de tutorandos. Los comentarios del tutor de las cinco primeras categorías —constata, aclara, complementa, valora y duda— se pueden clasificar en uno de los tres tipos de conocimientos mencionados en el apartado anterior —teórico, técnico o práctico—. En relación con la categoría sugiere, los comentarios del tutor se pueden organizar de acuerdo con la forma como se hace la sugerencia —sugiere en forma de pregunta, de manera directa, generando dudas o invitando a reflexionar— o de acuerdo con la orientación de la sugerencia —si le indica la revisión de bibliografía o la revisión de trabajos anteriores, entre otros aspectos—.

Categorías sobre énfasis en formato

Las categorías que constituyen el conjunto énfasis en formato reúnen los comentarios de los tutores en los que ellos expresan observaciones sobre la asignación de la actividad o la presentación del trabajo. También se ubican en este grupo las categorías que aluden a la forma en que se expresa o ubica el comentario.

Estos dos grupos de categorías dan lugar a un conjunto de códigos con los que es posible etiquetar los comentarios de los tutores, como mostraré más adelante.

3. OBJETIVOS DEL ESTUDIO

Este estudio tuvo como finalidad principal caracterizar la actuación de los tutores de programa de formación. Para ello me propuse lograr los siguientes tres objetivos específicos.

1. Describir la actuación de los tutores con base en un sistema de categorías y códigos.
2. Caracterizar el núcleo común de la actuación de los tutores.
3. Establecer y describir perfiles de los tutores con base en sus diferencias y similitudes.

4. MÉTODO

En este apartado, explicaré el método que seguí para lograr los objetivos planteados en el apartado anterior. Expondré brevemente el tipo de estudio realizado, describiré los sujetos, los datos, el procedimiento seguido para la construcción de categorías y códigos, la codificación de los datos, y la elaboración de instrumentos y procedimientos para el análisis de los datos. Presentaré los aspectos contemplados para la realización del análisis de frecuencias y del análisis clúster que me permitió describir la actuación de los tutores.

4.1. Tipo de estudio, sujetos y datos

El estudio fue de tipo exploratorio-descriptivo. Fue de carácter exploratorio porque hice una primera aproximación a la caracterización de la actuación de los tutores. Su carácter descriptivo viene dado por el hecho de describir la actuación de los tutores, sin pretender explicar por qué actúan de una forma determinada. Es una investigación de tipo mixto pues en ella recogí, analicé y vinculé datos cuantitativos y cualitativos en un mismo estudio para responder a un problema (Hernández, 2006).

Los sujetos del estudio fueron los 6 tutores de la primera cohorte de MAD. Todos ellos son doctores en Didáctica de la Matemática y pertenecen a diferentes universidades españolas. Trabajé con base en sus comentarios a los borradores de los trabajos de su grupo de tutorandos. Consideré un total de 48 documentos, 8 por tutor, correspondientes a las 8 actividades de los módulos de análisis de contenido y análisis cognitivo.

Los datos fueron los comentarios escritos de los tutores a los borradores de los trabajos de su grupo de tutorandos. Por consiguiente, la unidad de análisis es un segmento de texto que expresa el comentario del tutor. El comentario puede ser una frase, oración, o párrafo corto en el que el

tutor expresa su opinión sobre determinado aspecto del trabajo de sus tutorandos. Es un texto que contiene una información que es posible asociar con uno o más códigos.

4.2. Estructura de códigos y codificación

Siguiendo la guía de la teoría fundamentada (Corbin y Strauss, 1990), realicé un proceso iterativo que me permitió establecer la estructura de categorías y códigos con los que codifiqué y analicé los datos. La figura 4 muestra este proceso.

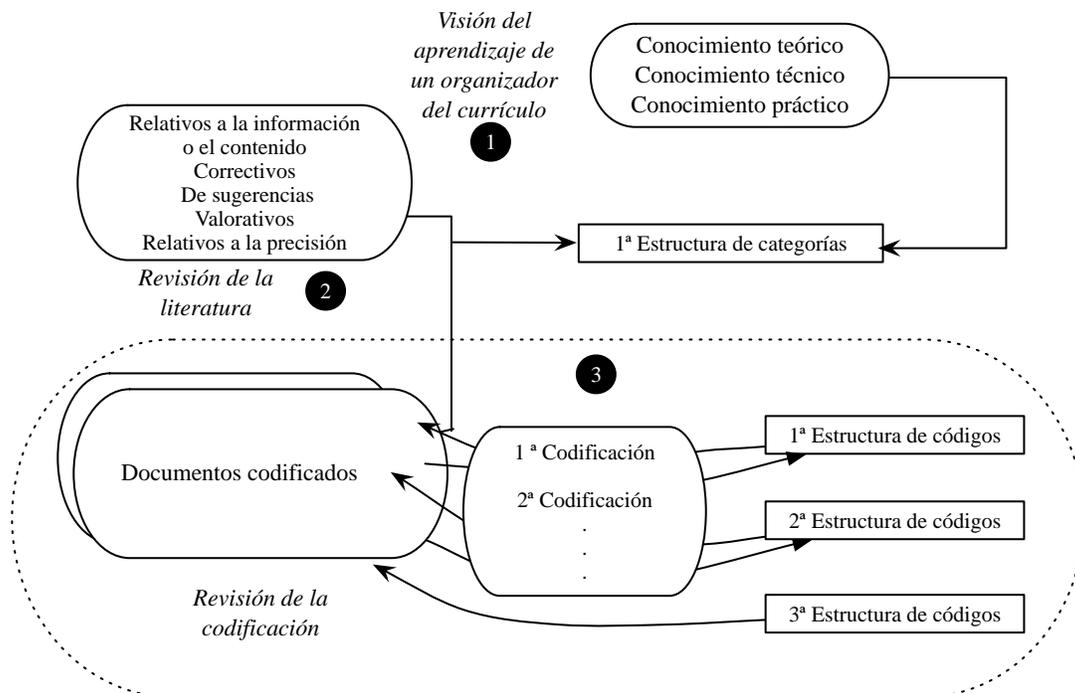


Figura 4. Proceso para la construcción de categorías y códigos

Como describí anteriormente, construí la primera versión de la estructura de categorías y subcategorías con base en la revisión de la literatura —paso 1— y el marco conceptual —paso 2—. Definí unos códigos que concretaban estas categorías y, con ellos, realicé un primer proceso de codificación —paso 3—. De manera inductiva, con la revisión de los datos del estudio, modifiqué esa lista. El paso 3 es un proceso cíclico y sistemático, en el que transformé las categorías y los códigos hasta considerar que tenía un listado de códigos claro, excluyente y que permitía caracterizar la actuación de los tutores. Uno de los cambios que realicé en este proceso fue la incorporación de una nueva categoría. Al analizar la frecuencia de los códigos correspondientes a la categoría de aclaraciones sobre el uso técnico, decidí configurarla como una categoría aparte y establecer descriptores más detallados para ella. Obtuve 52 códigos que daban significado operacional a las categorías y me permitían codificar los comentarios de los tutores. Organicé la estructura en categorías, subcategorías y códigos (ver figura 5).

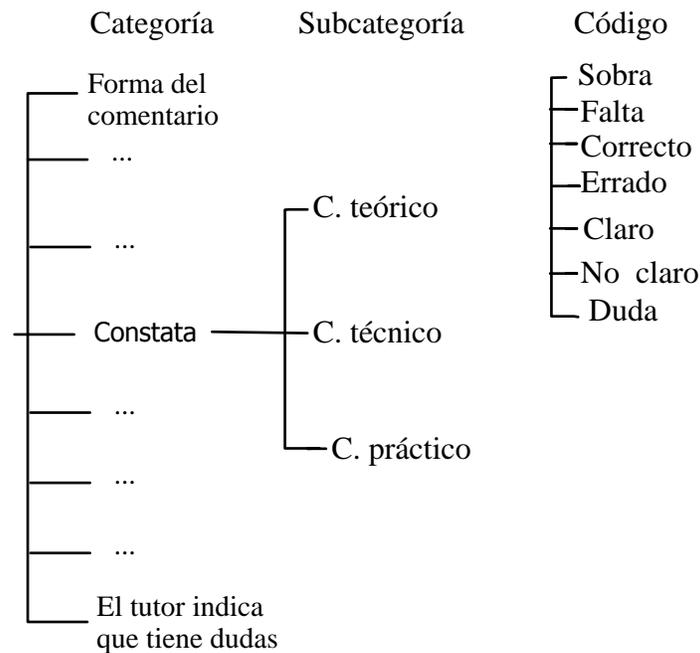


Figura 5. Organización por categorías, subcategorías y códigos

En el esquema de la figura 5 presento un ejemplo de cómo se estructura el sistema en categorías, subcategorías y códigos (ver la organización completa en el anexo C y la descripción y ejemplo de cada categoría, subcategoría y código en el anexo D). La categoría Constata reúne los comentarios en los que el tutor confirma o verifica aspectos sobre el conocimiento de su grupo en relación con los organizadores del currículo. Las subcategorías asociadas describen los aspectos sobre los cuales el tutor ha constatado. En este caso, se refieren al conocimiento teórico, técnico y práctico de los organizadores del currículo. En un mayor nivel de detalle —códigos—, es posible observar si el tutor está constatando que falta dominio sobre su conocimiento teórico; si sobran elementos en las ideas claves que se asocian al conocimiento teórico; si es errado o correcto el conocimiento teórico que se tiene sobre el organizador; si hay claridad o no sobre el conocimiento teórico que se maneja del organizador; o si tiene dudas sobre aspectos claves del conocimiento teórico de un organizador del currículo.

Realicé el proceso de codificación de manera organizada y sistemática. Utilicé un programa computacional para análisis de datos cualitativos (ver anexo E). Este programa facilitó el proceso de codificación, pues permitió hacer anotaciones en aquellos casos en que se tenían dudas y volver sobre algunos textos codificados, haciendo búsquedas en el conjunto de documentos. Inicialmente codifiqué los comentarios de sólo dos tutores correspondientes al módulo 2. Se realizó una triangulación por contrastación entre dos investigadores (Cohen y Manion, 2002). Este proceso me permitió ver que los comentarios se codificaban de la misma manera y confirmar que la estructura de códigos era coherente y clara y no daba lugar a interpretaciones diferentes de los códigos o de los comentarios. Posteriormente, codifiqué por cada actividad los comentarios de los 6 tutores para los dos módulos seleccionados.

El lo que sigue, presento ejemplos de comentarios codificados. Identifico el tutor que hace el comentario (Ti) y la actividad a la que corresponde el borrador del grupo de profesores en formación (Aj.k). El primer ejemplo se refiere a un comentario en el que el tutor constata que es correcto el conocimiento técnico del organizador del currículo —estructura conceptual—.

T6-A2.4: *Me parece apropiada la selección del foco.*

El segundo se refiere a un comentario en el que el tutor constata que es errado el conocimiento técnico del organizador —fenomenología—.

T4-A2.3: *Los contextos, tal y como están definidos en el marco del análisis fenomenológico, no corresponden a los que han identificado como tales.*

Codifiqué el tercer ejemplo con dos códigos. Uno se refiere a que el tutor constata que falta información referida al tema que corresponde a su grupo, y el otro a que aclara sobre el foco de la información. El grupo estaba trabajando con el organizador del currículo Estructura conceptual.

T4-A2.1 *... echo en falta la ecuación punto-pendiente (cualquier punto), y no sólo la de altura-pendiente (punto $(0,b)$), en el foco Función Lineal.*

El apartado que sigue contiene la descripción de los procedimientos y los instrumentos utilizados para el análisis de los datos.

4.3. Instrumentos y procedimientos para el análisis de los datos

Del proceso de codificación de los 48 documentos con los comentarios de los tutores, obtuve una matriz de datos de la que se generan tablas y gráficos por categorías, subcategorías y códigos (anexo F). Realicé dos tipos de análisis: de frecuencias y clúster. A continuación, describo el propósito de cada análisis y los procedimientos seguidos.

Análisis de frecuencias

La realización del análisis de frecuencias tuvo como propósito distinguir elementos comunes en la actuación de los tutores. Yo contaba con los valores porcentuales por cada tutor para cada código. Organicé estos valores por actividad, por los totales de cada módulo y por el total de los dos módulos juntos. Trabajé con los valores correspondientes a los dos módulos conjuntamente.

Utilicé la estructura de categorías, subcategorías y códigos para hacer un análisis escalonado de los datos. Produje una tabla que contiene los porcentajes de comentarios de tutores por categorías, subcategorías y códigos (ver tabla 4). Elaboré gráficos de barras para representar estos resultados (anexo G). En lo que sigue, defino lo que consideré un núcleo común de los tutores y las condiciones que establecí para poder determinarlo.

Núcleo común de los tutores

El núcleo común está configurado por las características de la actuación de los tutores (de acuerdo al sistema de categorías, subcategorías y códigos) que al menos tres de ellos presentan (o no presentan) y que permiten describir esa actuación. La figura 6 resume las consideraciones que establecí para definir el núcleo común.

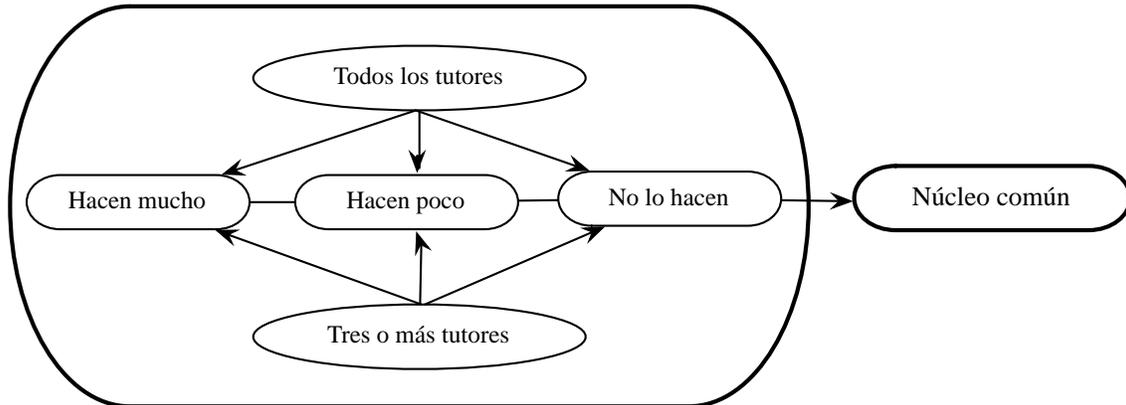


Figura 6. Consideración en el núcleo común

Establecí tres casos: (a) hacen mucho, (b) hacen poco y (c) no lo hacen. Fijé valores de referencia que vinieron dados por el grado de concentración de la información. Estos valores fueron 4% y 1%. Si tres o más tutores tienen valores por encima del 4% para un código determinado, entonces dicho código se considera dentro del conjunto de lo que hacen mucho. Por otra parte si tres o más tutores tienen valores por debajo del 1% en un código, entonces pertenece al conjunto de lo que hacen poco o no hacen. Los tres casos planteados me llevaron a considerar dos dimensiones —una positiva y otra negativa— del núcleo común. El núcleo común positivo se refiere a lo que los tutores hacen frecuentemente, mientras que el núcleo común negativo a lo que hacen poco, o nunca hacen.

Luego de establecer las condiciones para la determinación del núcleo común con base en la organización de la estructura en categorías, subcategorías y códigos, pasé a distinguir situaciones peculiares que me permitían ver que había diferencias y similitudes en las actuaciones de los tutores. En lo que sigue explico el procedimiento utilizado para distinguir algunas particularidades que me permitieron aproximarme a un conjunto de perfiles de tutores.

Análisis clúster

Con el propósito de identificar qué tutores presentaron actuaciones similares y establecer diferencias entre grupos de tutores, utilicé el análisis de clúster como procedimiento estándar de agrupamiento. Realicé análisis con los códigos como variables de descripción. Seleccioné los 43 códigos cuya varianza era distinta de cero. Con este análisis, buscaba agrupar los tutores de forma que, por un lado, aquellos pertenecientes a un mismo conglomerado fuesen muy semejantes entre sí y, por el otro, aquellos pertenecientes a conglomerados diferentes tuviesen un comportamiento distinto con respecto a algunas de las variables analizadas (Catena, Ramos y Trujillo, 2003). Exploré los resultados cuando se forman 3 conglomerados y analicé los valores de F de la Tabla ANOVA que se genera con motivo del análisis. Decidí seleccionar las cinco variables asociadas a los valores de F más altos y observar los valores de los centros finales de los conglomerados para dichas variables. A continuación, presento los resultados de este estudio.

5. RESULTADOS

En este apartado, presento los resultados más relevantes del estudio, que organizo de acuerdo con los análisis que realicé: análisis de frecuencias y análisis clúster.

5.1. Análisis de frecuencias

Los resultados del análisis de frecuencias me permiten describir el núcleo común de los tutores. La tabla 4 contiene los valores porcentuales por tutor (T₁ a T₆) y totales referidos a los comentarios codificados, para cada una de las categorías, subcategorías y códigos. Indico además, en la última columna y de acuerdo con las especificaciones metodológicas, los códigos que pertenecen a las dos dimensiones —positiva (NC+) y negativa (NC-)— del núcleo común. Si el comentario no pertenece al núcleo común, la celda aparece vacía.

Tabla 4

Porcentajes de comentarios de tutores por categorías, subcategorías y códigos

Categorías	Subcategorías	Códigos	Tutores						Total	NC
			T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆		
Forma del comentario del tutor									0,0	
	Precisión del comentario								0,0	
		1. No específico	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	NC-
		2. Vago	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	NC-
Comentarios no referidos a los aspectos de análisis didáctico									4	
		3. Presentación	6,2	2,3	4,3	2,2	0,5	3,8	3,6	
		4. Asignación	1,0	0,6	0,6	0,7	0,9	0,7	0,8	NC-
El tutor constata									22	
	C. teórico								1	
		5. Falta	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	NC-
		6. Sobra	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	NC-
		7. Correcto	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,3	0,1	NC-
		8. Errado	0,0	0,6	0,0	0,7	0,5	0,0	0,2	NC-
		9. Claro	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	NC-
		10. No claro	0,0	0,0	0,0	0,0	1,9	2,1	0,8	NC-
		11. Duda	0,3	0,0	0,6	0,0	0,9	0,0	0,3	NC-
	C. técnico								18	
		12. Falta	8,6	5,8	4,9	6,6	7,1	4,5	6,5	NC+
		13. Sobra	1,0	0,0	0,6	0,0	2,4	1,0	1,0	NC-
		14. Correcto	0,3	5,2	3,0	5,8	1,9	0,3	2,3	
		15. Errado	2,4	1,7	2,4	0,0	0,0	0,7	1,3	NC-
		16. Claro	0,3	1,2	0,0	1,5	0,9	1,0	0,8	NC-
		17. No claro	7,5	11,0	6,1	2,2	2,4	6,8	6,4	NC+
		18. Duda	0,3	0,0	0,0	0,7	0,0	0,0	0,2	NC-
	C. práctico								2	
		19. Falta	2,1	1,2	0,0	0,0	1,9	2,1	1,5	
		20. Sobra	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	NC-
		21. Correcto	0,7	0,0	0,0	0,7	0,0	0,0	0,2	NC-
		22. Errado	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	NC-
		23. Claro	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,1	NC-

Tabla 4
Porcentajes de comentarios de tutores por categorías, subcategorías y códigos

Categorías	Subcategorías	Códigos	Tutores						Total	NC
			T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆		
		24. No claro	1,0	0,6	0,0	0,0	0,5	0,0	0,4	NC-
		25. Duda	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	NC-
El tutor sugiere									28	
	Forma								24	
		26. Pregunta	7,5	10,5	10,4	4,4	7,5	6,5	7,9	NC+
		27. Sugerencia	10,3	9,3	14,6	10,9	6,1	7,2	9,6	NC+
		28. Genera dudas	0,7	0,0	2,4	0,7	1,4	3,4	1,6	NC-
		29. Invita a reflexionar	4,8	1,7	6,1	2,9	3,8	6,8	4,8	NC+
	Dirección								4	
		30. Búsqueda de bibliografía MAD	1,0	0,0	1,2	0,0	0,9	0,3	0,6	NC-
		31. Búsqueda de otra bibliografía	0,0	0,0	0,0	2,2	0,0	0,0	0,2	NC-
		32. Orientaciones de otras personas	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	NC-
		33. Enlaces con otros trabajos de los estudiantes	0,3	0,6	0,0	1,5	1,4	1,0	0,8	NC-
		34. Trabajos de otros grupos de estudiantes	2,1	0,0	0,0	0,7	0,5	0,0	0,6	NC-
		35. Ofrece apoyo	1,4	0,0	0,0	0,0	0,5	0,3	0,5	NC-
		36. Instrucción	1,0	0,0	1,2	0,0	0,9	0,3	0,6	NC-
El tutor completa o aclara									10	
	C. teórico								3	
		37. Complementa	0,0	0,0	0,0	0,0	0,9	0,0	0,2	NC-
		38. Aclara	1,4	1,2	3,7	1,5	3,3	3,8	2,6	
	C. técnico								4	
		39. Complementa	6,5	2,3	3,7	7,3	3,3	2,1	4,2	
	C. práctico								3,4	
		40. Complementa	0,3	0,6	0,0	2,2	1,9	2,4	1,3	NC-
		41. Aclara	3,4	2,9	0,6	0,7	1,9	1,7	2,1	
Tutor aclara C. técnico o información									28	
	Técnicas								5,1	
		42. Técnicas Misma	3,4	9,3	3,0	3,6	7,5	3,8	5,1	
	Información								23	
		43. Foco	3,4	2,9	4,9	3,6	17,5	11,3	7,9	NC+
		44. Organización	4,8	6,4	1,2	5,8	5,2	7,2	5,4	NC+
		45. Característica	9,2	14,0	15,9	10,9	1,4	6,8	9,3	NC+
El tutor valora									4	
		46. C. teórico	0,3	0,0	0,0	1,5	0,9	0,0	0,4	NC-
		47. C. técnico	1,4	3,5	1,2	5,8	1,4	0,0	1,9	
		48. C. práctico	0,0	0,0	0,6	2,9	0,5	0,3	0,6	NC-
		49. En general	0,3	1,7	1,2	2,9	0,9	1,4	1,3	

Tabla 4

Porcentajes de comentarios de tutores por categorías, subcategorías y códigos

Categorías	Subcategorías	Códigos	Tutores						Total	NC
			T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆		
El tutor indica que tiene dudas									3,6	
		50. C. teórico	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,3	0,1	NC-
		51. C. técnico	1,4	0,6	1,2	5,1	6,1	4,8	3,3	NC+
		52. C. práctico	0,3	0,0	0,0	0,7	0,5	0,0	0,2	NC-

Si se observa en la tabla un código específico, se puede ver el porcentaje de comentarios asociado a cada tutor. Por ejemplo, el tutor 5 en el código “tutor aclara información referida al foco” — código 43—, tiene como valor 17,5 %, el más alto de todos al compararlo con los valores correspondientes a los otros tutores. El porcentaje total en ese código es de 7,9%. Los valores para la categoría —tutor aclara uso técnico o información— y subcategoría —información— a las que pertenece ese código, son 28% y 23% respectivamente.

Constaté que el 67,3% de los códigos se clasifican en el núcleo común negativo, el 17,3% en el núcleo común positivo y el 15,4% no queda clasificado en ninguno de los dos grupos. A continuación caracterizo el núcleo común.

5.2. Núcleo común

Al observar los resultados en la tabla anterior, se puede distinguir los códigos asociados a las dimensiones positiva y negativa del núcleo común. En lo que sigue describo estas dimensiones.

Dimensión positiva del núcleo común

En esta dimensión resalta lo que los tutores hicieron frecuentemente. Los códigos que describen esta situación se corresponden con aquellos comentarios en los que los tutores

1. constataron si a su grupo le faltaba dominio o no tenían claridad en relación con el conocimiento técnico de los organizadores del currículo;
2. aclararon aspectos referidos a la información que produce su grupo de tutorandos, destacando el foco, organización y características de la misma en relación con su tema;
3. expresaron sus dudas en relación con cómo su grupo pone de manifiesto su conocimiento técnico de los organizadores; y
4. hicieron sugerencias de manera directa, por medio de preguntas, o invitando a reflexionar.

Dimensión negativa del núcleo común

La dimensión negativa del núcleo común incluye aquellas características que identifican lo que los tutores hicieron poco o nunca hicieron. Los tutores hicieron pocos comentarios sobre

1. los conocimientos teóricos y prácticos de los organizadores del currículo;
2. la validez o claridad en relación con su conocimiento técnico;
3. orientaciones para la búsqueda de información complementaria; y

4. el cumplimiento de los requisitos expuestos en la actividad.

Además, los tutores nunca hicieron comentarios

5. sobre la claridad en el conocimiento teórico de un organizador del currículo o la falta de dominio de alguna de las nociones teóricas que lo constituyen;

6. sobre errores y dudas en el conocimiento práctico; y

7. vagos.

Cuando definí los fundamentos conceptuales de este estudio, distinguí dos grupos en la estructura de categorías: contenido didáctico y énfasis en el formato. Con base en esta organización, constaté que los comentarios de los tutores se centran en el contenido didáctico de las producciones de los grupos y estos comentarios son específicamente en el sentido de constatar, complementar, aclarar, sugerir y valorar. Además, es común que expresen sus comentarios indicando que no entienden o tienen dudas sobre la información que genera su grupo de tutorandos.

Por otra parte, cuando los tutores constatan, verifican o comprueban características del trabajo de su grupo de los profesores en formación, resaltan su conocimiento técnico sobre los organizadores del currículo. Esto requiere que los profesores en formación hagan operacionales las ideas claves que caracterizan el conocimiento teórico de cada organizador del currículo para poder configurar técnicas que permitan producir información sobre el tema. Los tutores destacan aspectos de la información que su grupo produce sobre el tema de matemáticas escolares que le corresponde y que fundamenta el diseño de la unidad didáctica.

Así como distinguí aquellas características comunes a la mayoría de los tutores, también determiné aquellas en las que se observan diferencias en el grupo de tutores. Por ejemplo, hay tutores que hacen mayor énfasis en aspectos referidos a la presentación de los trabajos. Aun cuando todos constatan el uso correcto de los conocimientos técnicos, y aclaran o complementan al respecto, la frecuencia con que lo hacen varía.

5.3. Análisis clúster

El objetivo del análisis clúster era establecer agrupaciones de los tutores de forma que, por un lado, las actuaciones de los tutores pertenecientes a un mismo grupo fuesen muy semejantes entre sí y, por el otro, las actuaciones de los tutores pertenecientes a grupos diferentes tuviesen un comportamiento distinto con respecto a algunas de las variables analizadas. De esta manera, logré aproximarme a unos perfiles de tutores de acuerdo con su actuación cuando comentan por escrito los trabajos de su grupo de tutorandos. En la tabla 5 presento las 5 variables con valores de F más altos que proporcionan mayor separación entre los conglomerados, como resultado del análisis clúster que describí en el apartado de método (ver en el anexo H todos los valores F en ANOVA). En la primera columna, ubico el código de la variable; en la segunda, su descripción; y, en la tercera, el valor F correspondiente.

Tabla 5
Mayores valores de F en ANOVA

Código	Variable		F
	Descripción		
TC_CTO_NCL	Constata que no hay claridad en el conocimiento teórico de los organizadores del currículo		550,4
TV_P	Valora aspectos referidos al conocimiento práctico del organizador del currículo		34,1
TID_TE	Manifiesta tener dudas en cuanto a cómo los profesores en formación ponen de manifiesto su conocimiento técnico de los organizadores del currículo		33,3
TCA_P_C	Complementa aspectos referidos al conocimiento práctico		25,5
TC_T_E	Constata que es errado el conocimiento técnico de los organizadores del currículo		16,3

A partir de las variables que determinan las diferencias entre los conglomerados, en la tabla 6 presento los valores correspondientes a sus centros finales (ver anexo I centros finales para todas las variables de análisis). Los valores de estos centros permiten apreciar qué es lo que caracteriza como común a los conglomerados que tienen más de un tutor. Los conglomerados se identifican en la tabla por C1, C2 y C3. En la última fila de la tabla, indico a qué conglomerado pertenece cada tutor.

Tabla 6
Centros finales de los conglomerados

Código	C1	C2	C3
TC_CTO_NCL	0,00	1,97	0,00
TV_P	2,92	0,41	0,20
TID_T	5,11	5,46	1,06
TCA_P_C	2,19	2,14	0,31
TC_T_E	0,00	0,34	2,19
Tutores	4	5 y 6	1, 2 y 3

Conociendo las características que son comunes a todos los tutores y aquellas en las que más se diferencian, pude definir 3 perfiles de tutores con base en los resultados presentados en la tabla anterior. En la figura 7, muestro un esquema en el que resumo las particularidades de cada uno de los perfiles. Utilizo las flechas para indicar el mayor (↑) o menor (↓) énfasis en determinada actuación.

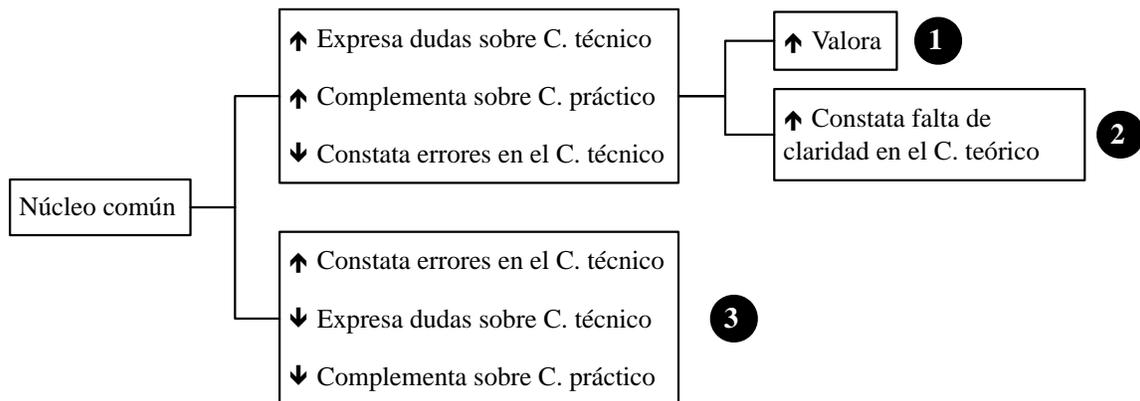


Figura 7. Perfiles de la actuación de los tutores

En cada perfil los tutores tienen las características que ya he definido en la dimensión positiva del núcleo común. Por consiguiente, a continuación destaco sólo las actuaciones que diferencian un perfil de otro.

Perfil 1. Actuación del tutor 4

Este perfil se caracteriza porque el tutor

- ◆ hace mayor énfasis en valorar el trabajo de su grupo y en expresar dudas sobre el conocimiento técnico de un organizador del currículo;
- ◆ complementa información relacionada con el conocimiento práctico de los organizadores; y
- ◆ no hace comentarios en los que constate la falta de claridad en el conocimiento teórico de un organizador del currículo o si hay errores en el conocimiento técnico.

Perfil 2. Actuaciones de los tutores 5 y 6

Este perfil se caracteriza porque los tutores

- ◆ hacen mayor énfasis en comentarios en los que expresan dudas sobre el conocimiento técnico de un organizador del currículo;
- ◆ son los únicos que constatan la falta de claridad en el conocimiento teórico de un organizador del currículo;
- ◆ complementan información relacionada con el conocimiento práctico de los organizadores; y
- ◆ en menor grado, valoran el conocimiento práctico de un organizador que sus grupos ponen de manifiesto y constatan que es errado el conocimiento técnico de un organizador del currículo.

Perfil 3. Actuaciones de los tutores 1, 2 y 3

Este perfil se caracteriza porque los tutores

- ◆ hacen mayor énfasis en constatar que el conocimiento técnico de un organizador ha sido errado; y

- ◆ en menor proporción, complementan información relacionada con el conocimiento práctico de los organizadores, expresan dudas sobre el conocimiento técnico de un organizador del currículo y valoran el conocimiento práctico de los organizadores del currículo.

6. CONCLUSIONES

En este apartado, presento un resumen del estudio realizado, expongo las conclusiones más relevantes sobre los resultados y establezco las contribuciones del estudio al ámbito de investigación. Además, expongo algunas líneas de investigación abiertas que surgen a partir de este estudio.

En este estudio, me propuse describir y caracterizar la actuación de un grupo de tutores al comentar por escrito los trabajos de sus tutorandos en un programa de formación de profesores de matemáticas. Para ello, realicé dos tipos de análisis de los comentarios. El primer análisis — en el que establecí las frecuencias de los tipos de comentarios— me permitió caracterizar el núcleo común de la actuación de los tutores, destacando lo que hacen frecuentemente, lo que hacen poco y lo que dejan de hacer cuando comentan los trabajos de los grupos de profesores en formación. El segundo análisis —de tipo clúster— me permitió definir tres perfiles de tutores con base en sus actuaciones.

El núcleo común de la actuación de los tutores se caracteriza por comentarios centrados en el aspecto didáctico, con énfasis en el conocimiento técnico de los organizadores del currículo, más que en sus conocimientos teórico y práctico. Los comentarios que configuran el núcleo común son específicos, orientados hacia sugerencias directas, por medio de preguntas o invitando a reflexionar.

Establecí tres tipos de perfiles de la actuación de los tutores. El tutor en el primer perfil se caracteriza por dar mayor énfasis al valorar el trabajo de su grupo; los tutores del segundo perfil, por constatar la falta de claridad en el conocimiento teórico de los organizadores del currículo; y los del tercero, por hacer mayor énfasis en constatar el conocimiento técnico errado de los organizadores del currículo.

Para producir estos resultados, construí una estructura —organizada en categorías, subcategorías y códigos— que permitió describir la actuación de los tutores. Considero que esta estructura de categorías y códigos es un aporte conceptual y metodológico, puesto que propone un sistema operacional que permite caracterizar la actuación de los tutores en un contexto particular. Este sistema, a diferencia de los existentes en la literatura sobre caracterización de tutores, es específico y permite establecer aspectos concretos que describen la forma en que los tutores comentan por escrito los trabajos de sus grupos de tutorandos. Por ejemplo, mientras que en otros sistemas se especifica que el tutor constata errores, en el sistema propuesto se indica en qué tipo de conocimientos se detecta el error, y, si sus comentarios se asocian con sugerencias, se indica además hacia donde se orienta dicha sugerencia. La estructura de categorías y códigos permite caracterizar en detalle aquellos aspectos en los que los tutores centran su actuación. También me permite distinguir que hay una proporción importante de códigos para los que, en el caso de la actuación de los tutores estudiados, se detectan pocos o ningún comentario.

Los resultados ponen en evidencia que los tutores presentan una actuación homogénea. Esta actuación se focaliza en el conocimiento técnico de los organizadores del currículo y tiene como

intención motivar el trabajo y la reflexión de su grupo de profesores en formación. Se puede conjeturar que esta homogeneidad en la actuación de los tutores es consecuencia de las características de los requerimientos de las actividades propuestas a los grupos. El propósito de las actividades es el análisis de un tema de las matemáticas escolares con diversos organizadores del currículo. Por consiguiente, las actividades se focalizan en el conocimiento técnico de los organizadores del currículo y los tutores centran su atención en ese aspecto del trabajo de los grupos. No obstante, el programa pretende que los grupos de profesores en formación desarrollen también el conocimiento teórico y práctico de los organizadores del currículo. Este es uno de los aspectos en los que la actuación de los tutores deja de ser homogénea. Como se aprecia en la caracterización de los perfiles, los tutores de los perfiles 1 y 2 hacen mayor énfasis en complementar la información relacionada con el conocimiento práctico y los tutores del perfil 2 constatan deficiencias en el conocimiento teórico puesto en práctica por sus grupos.

Hasta ahora, he identificado los resultados del estudio y las conclusiones vinculadas con estos resultados. También debo reconocer que existen limitaciones en el estudio. Estas limitaciones indican caminos por los que se puede continuar investigando en esta problemática. En el estudio, partí de los datos de solamente dos módulos del programa y utilicé como fuente de información los comentarios escritos en los borradores de los trabajos de cada grupo. Es posible ampliar la investigación sobre la actuación de los tutores indagando en otros registros con los que se cuenta en el programa —comentarios de los tutores en otros módulos, interacción de los grupos con sus tutores mediante foros de discusión y hojas de evaluación—. Se pueden realizar estudios que indaguen sobre la actuación de los tutores en cada módulo y actividad y busquen establecer si existen cambios en el tipo de comentarios de un módulo (o actividad) a otro o en el énfasis puesto en aspectos concretos del trabajo de los grupos. Estos estudios se pueden complementar con la información que surja de entrevistas con los tutores, los grupos de profesores en formación y los formadores, en relación con la actuación de cada tutor.

Con la caracterización de la actuación de los tutores, he podido distinguir una de las características de sus comentarios: los tipos de comentarios que ellos hacen. En el siguiente capítulo, estudio el desempeño de los grupos de profesores en formación con base en los cambios que realizaron en sus producciones con motivo de los comentarios de sus tutores.

7. PAPEL DE LOS COMENTARIOS DEL TUTOR EN EL DESEMPEÑO DE LOS PROFESORES EN FORMACIÓN

En este estudio, centro la atención en la relación entre la actuación de los tutores (caracterizada en el estudio anterior) y el desempeño de grupos de profesores en MAD. Caracterizo los cambios realizados por tres grupos de profesores en formación en sus producciones escritas y analizo su relación con las características de los comentarios de sus tutores que pudieron motivar esos cambios —tipo de comentario, contenido y tipo de conocimiento—. Para ello, analicé la información con base en tablas de contingencia y regresiones logísticas para cada grupo de profesores en formación y para el grupo global. Encontré que, para el grupo global, el tipo de cambio en las producciones de los grupos dependía del tipo de conocimiento y del contenido al que el tutor aludía en su comentario. Los resultados en el caso de cada grupo por separado fueron variados.

A continuación, describo los referentes conceptuales específicos del estudio; expongo los objetivos y conjeturas que guiaron el estudio; presento el método que seguí para caracterizar las relaciones entre las características de los comentarios de los tutores y los tipos de cambio que los grupos realizaron en sus producciones; expongo e interpreto los resultados; y formulo las conclusiones más relevantes del estudio.

1. DESCRIPTORES DE LA ACTUACIÓN DEL TUTOR

En el estudio anterior, caractericé la actuación de los tutores según el tipo de comentario que realizaron al corregir por escrito las producciones de sus grupos y establecí perfiles de tutores con base en una estructura de categorías, subcategorías y códigos (Arias, 2011; Arias y Gómez, 2012; Arias y Gómez, 2014). El primer nivel de esta estructura está compuesto por las categorías de contenido didáctico —Constata, Sugiere, Aclara, Complementa, Duda y Valora—. Por ejemplo, clasifiqué el comentario “No veo reflejados los elementos simétricos dentro de los enteros o la propiedad de la simetría que se puede observar en el conjunto de los enteros” en dos categorías: Aclara y Constata. En ese comentario, el tutor hizo una aclaración sobre el foco de la información y constató que su grupo no consideró un elemento conceptual en el análisis de su tema. Con el estudio 1, logré caracterizar la actuación de los tutores con

base en los tipos de comentarios que hicieron a las producciones de sus grupos de tutorandos con el fin de orientarlos. Los comentarios de los tutores tienen otras características, además del tipo de comentario. Los comentarios de los tutores aluden a un tipo de conocimiento — Teórico, Técnico y Práctico— y a un contenido didáctico —el organizador del currículo al que se hace referencia—. Por ejemplo, en el comentario anterior, el tutor hace aclaraciones relacionadas con el conocimiento Técnico sobre el foco de la información del tema con el que está trabajando su grupo. Este comentario del tutor está relacionado con el organizador Estructura conceptual. El último descriptor que consideré fue el tipo de requerimiento que hace el tutor: él puede requerir o no un cambio en la producción inicial (borrador) de su grupo de tutorandos. En el comentario dado como ejemplo, el tutor expresaba la necesidad de que su grupo hiciera cambios en su producción. En resumen, caractericé la actuación del tutor con base en cuatro descriptores de sus comentarios: tipo de comentario, tipo de conocimiento, contenido y tipo de requerimiento.

2. TIPOS DE CAMBIOS EN LAS PRODUCCIONES

Cuando un grupo realiza una actividad asignada en el programa de formación, su producción textual (el borrador) puede contener información válida e inválida con respecto a los requerimientos de la actividad y a los conocimientos de referencia del programa. Por ejemplo, puede constatarse que, en el listado de los sistemas de representación, algunos de ellos son correctos (la información es válida), pero otros no lo son (la información es inválida).

Al comparar el borrador con el documento final, es posible establecer los cambios que el grupo realizó a partir del aumento o disminución de la información válida e inválida del borrador al documento final. De esta forma es posible agrupar los cambios realizados por el grupo en cuatro tipos: (a) positivos, (b) negativos; (c) ambiguos y (d) no cambios (Arias y Gómez, 2013). Por ejemplo, si al observar un documento final, la información válida permanece igual y la información inválida disminuye, considero que ha habido un cambio positivo del borrador al documento final. Hay cambios cuando se puede observar diferencias entre el borrador y el documento final. Estos cambios se vinculan a una determinada expectativa de aprendizaje del programa (ver anexo J sobre las acciones). Por ejemplo, si se esperaba que los grupos de profesores en formación identificaran los sistemas de representación más relevantes de su tema, se constata si esa información se generó en el borrador. El tutor en su comentario pudo comentar que la información sobre los sistemas de representación era incompleta. Por consiguiente, yo puedo constatar si hubo cambio en el documento final en relación con esa misma cuestión. Como ya he indicado, distingo cuatro tipos de cambios.

Cambio positivo. El cambio es positivo si ocurre alguna de las tres situaciones siguientes: (a) la información válida aumenta, y la información inválida no cambia o no existe en ambas producciones; (b) la información válida no cambia o no existe en ambas producciones, y la información inválida disminuye; o (c) la información válida aumenta y la información inválida disminuye.

Cambio negativo. El cambio es negativo si ocurre alguna de las tres situaciones siguientes: (a) la información válida no cambia o no existe en ambas producciones, y la información inválida aumenta; (b) la información válida disminuye, y la información inválida no cambia o no existe en ambas producciones; o (c) la información válida disminuye y la información inválida aumenta.

Cambio ambiguo. El cambio es ambiguo si ocurre alguna de las dos situaciones siguientes: (a) aumenta tanto la información válida como la inválida; o (b) disminuye tanto la información válida como la inválida.

No cambios. Cuando no hay cambios puede observarse alguna de las siguientes situaciones: (a) la información válida queda igual, y no hay información inválida en ambas producciones; (b) no hay información válida en ambas producciones y la información inválida queda igual; (c) la información válida e inválida que se había producido queda igual; o (d) no hay información en el borrador sobre una cuestión requerida en la actividad y, a pesar del requerimiento de cambio en el comentario del tutor, no se produjo información.

3. OBJETIVOS Y CONJETURAS

La finalidad principal de este estudio es describir y caracterizar las relaciones entre los cambios que los grupos de profesores en formación realizaron en sus producciones escritas y las características de los comentarios de sus tutores. Para ello me propuse lograr los siguientes dos objetivos específicos.

- ◆ Describir y caracterizar la actuación de los grupos de profesores en formación con base en los cambios que realizaron en sus producciones escritas.
- ◆ Describir y caracterizar las relaciones entre los cambios que los grupos de profesores en formación realizaron en sus producciones escritas y los comentarios de sus tutores.

Formulé las siguientes conjeturas.

- ◆ Los grupos de profesores en formación realizan cambios en sus producciones cuando su tutor lo requiere.
- ◆ Los tipos de cambios que un grupo realiza dependen del tipo de comentario de su tutor.

4. MÉTODO

El estudio es de tipo exploratorio mixto. Describo las relaciones entre la actuación de los tutores —en términos de sus comentarios a los borradores— y de los grupos —en términos de los tipos de cambio que realizaron en sus producciones—. Utilizo la técnica del análisis de contenido con unidades de información escrita. En lo que sigue, describo los sujetos de estudio, las fuentes de información, el proceso de codificación, un ejemplo de codificación y los procedimientos para el análisis de la información.

4.1. Sujetos y fuentes de información

Los sujetos de investigación fueron 3 grupos de profesores en formación y sus tutores. Dos de los grupos pertenecieron a la primera cohorte del programa (grupo 1 y grupo 2) y, el tercero, a la segunda cohorte (grupo 3). Los tres grupos estaban compuestos por 4 profesores en formación. Las fuentes de información fueron los documentos producidos por los grupos y los comentarios de los tutores. Como mencioné anteriormente, trabajé con dos módulos del programa de formación, por lo que revisé 16 documentos por grupo (8 borradores con comentarios de los tutores y 8 documentos finales).

4.2. Codificación

En una primera etapa, organice las fuentes de información por grupo y por actividad. Registre, en una base de datos (ver anexo K detalles sobre la base de datos), cada comentario junto con el segmento de texto del borrador y el segmento de texto del documento final correspondiente. Obtuve 734 ternas de información —segmento de texto borrador, comentario del tutor y segmento de texto del documento final—. En una segunda etapa, codifiqué —en relación con el comentario del tutor— el tipo de requerimiento, el tipo de comentario, el contenido y el tipo de conocimiento. La variable tipo de requerimiento me permitió seleccionar las observaciones objeto de este estudio (aquellas para las que el tutor requirió cambio). Para establecer el tipo de cambio, comparé los segmentos de texto del borrador y del documento final y registré los cambios en la información válida e inválida contenida en ellos. Por ejemplo, los cambios positivos son aquellos para los que constaté que había habido un aumento de la información válida o una disminución de la información inválida (ver, en el anexo L, la tabla con situaciones de cambio). Codifiqué la información como de no cambio cuando la información no cambia. En la tabla 7, describo las variables y sus posibles valores. Por ejemplo, la variable tipo de requerimiento puede tomar dos valores: requiere cambio y no requiere cambio.

Tabla 7

Descripción y valores posibles de las variables

Variable	Valor	Descripción
Tipo de requerimiento del tutor	Requiere cambio No requiere cambio	El tutor plantea en su comentario la necesidad de realizar cambios en las producciones
Tipo de comentario	Aclara Constata Complementa Duda Valora Sugiere	Los comentarios de los tutores se codifican de acuerdo con el sistema de categorías y códigos.
Contenido	Estructura conceptual Sistemas de representación Fenomenología Expectativas de aprendizaje Limitaciones de aprendizaje Hipótesis de aprendizaje Relación análisis de contenido Relación análisis cognitivo	Organizador del currículo al que hace referencia el tutor en su comentario. Los dos últimos valores hacen referencia a relaciones entre los organizadores del análisis de contenido o del análisis cognitivo
Tipo de conocimiento	Teórico Técnico Práctico	Tipo de conocimiento sobre los organizadores del currículo al que se hace referencia en el comentario
Tipo de cambio	Cambio positivo Cambio negativo Cambio ambiguo No hay cambios	Actuación del grupo de acuerdo a las diferencias observadas del borrador al documento final.

4.3. Ejemplo de codificación

En la última actividad del módulo sobre análisis de contenido, los grupos de profesores en formación debían identificar y seleccionar un foco de contenido de manera razonada. El grupo 2 identificó como foco de contenido “Método gráfico para solucionar sistemas de ecuaciones lineales con dos variables”. No especificó las razones por las cuales seleccionó dicho foco de contenido. En esta parte del borrador, el tutor les hace el siguiente comentario “No sé cuáles han sido sus razones para escoger este foco, pero podrían explicitarlas en la versión final”. En este caso, el tutor requiere cambio y le sugiere que expliciten sus razones para escoger ese foco. El grupo, en su documento final, incorporó 3 razones por las cuales había realizado la selección su foco de contenido: (a) vincula ecuación lineal y función afín; (b) se da poca importancia en el aula a este método privilegiando los algebraicos; y (c) permite relacionar más sistemas de representación que los casos de combinación y comparación. Codifiqué este comentario de la siguiente manera: es de tipo Sugiere; hace referencia al organizador del currículo Estructura conceptual; y se refiere al conocimiento Teórico de ese organizador del currículo. Por otra parte, el grupo realizó un cambio positivo en su producción.

4.4. Análisis de la información

A partir de la información codificada, construí tablas de datos para cada grupo de profesores en formación y para los tres grupos como conjunto (anexo M). Determiné los porcentajes de observaciones por tipos de requerimientos y tipo de cambio, para caracterizar la actuación de los tutores y sus grupos de tutorandos con base en estos descriptores. Seleccioné las observaciones en las que los tutores manifestaron la necesidad de cambio (codificadas como requiere cambio). Finalmente, construí una matriz de datos a partir de estas observaciones (anexo N). Esta matriz contiene en sus celdas 0 o 1.

Nº	Grupo			TC	Tipo de comentario					Contenido							Tipo de conocimiento			
	G1	G2	G3		A	C	S	D	Cm	EC	SR	F	EA	LA	HA	RAC	RACg	CTEO	CTEC	PC
.
n	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Grupo 3 Cambio positivo Constata Estructura conceptual Práctico

Figura 8. Estructura de la matriz de datos

En la figura 8, se puede apreciar la estructura de la matriz de datos. Por ejemplo, la observación *n* correspondió al grupo 3; el cambio que realizó en su producción fue positivo; el comentario del tutor fue de tipo Constata; y alude a un contenido relacionado con el organizador Estructura conceptual y al conocimiento Práctico. Decidí realizar los procedimientos de tabla de contingencia y regresión logística binaria para establecer relaciones entre las variables que caracterizan los comentarios de los tutores y la variable tipo de cambio. Definí la variable tipo de cambio como variable dependiente con valor 1 si el cambio es positivo y 0 si no se realiza cambio (no cambio). Consideré las características de los comentarios como variables independientes: tipo de comentario, contenido y tipo de conocimiento.

Tabla de contingencia

Hice un análisis de tabla de contingencia para estudiar la existencia de relación entre las variables que caracterizan los comentarios escritos de los tutores y las variables que caracterizan los cambios en las producciones escritas de los grupos de profesores en formación. Las tablas de contingencia resultan especialmente indicadas cuando se dispone de variables nominales o cualitativas, suponiendo que una de ellas depende de la otra (variable independiente y/o explicativa). El interés del análisis de tablas de contingencia reside en resumir la información contenida en la tabla al medir la asociación entre las dos variables que forman la tabla. Realicé el procedimiento para cada uno de los grupos y para todos los grupos como conjunto (en total 12 casos). Seleccioné el estadístico Pearson Chi cuadrado para determinar si existía o no relación entre las variables estudiadas. Seleccioné un $\alpha = 0,05$. Si el nivel de significación p de la prueba Chi-cuadrado es muy pequeño, menor que α , concluyo que puedo rechazar la hipótesis de que las variables estudiadas no estaban relacionadas.

Regresión logística binaria

Con el análisis de tablas de contingencia, pude constatar relaciones entre los comentarios del tutor y los cambios en las producciones de los grupos, pero no podía establecer qué categorías de los comentarios del tutor influyen más en los cambios de los grupos. Para ello, realicé un análisis de regresión logística binaria, dado que mis datos implican una variable dependiente ordinal dicotómica —tipo de cambio— y tres variables independientes categóricas —tipo de comentario, contenido y tipo de conocimiento— (Burns y Burns, 2008). En el apartado anterior, especificué los valores que estas variables pueden asumir. Realicé el procedimiento de regresión logística binaria para cada uno de los grupos y para todos los grupos como conjunto. Decidí analizar en detalle aquellos casos en los que el estadístico Chi-cuadrado, generado con las tablas de contingencia, produjo un valor $p < 0,05$. Generé varios modelos de regresión logística. Cada modelo estaba determinado por el valor de la variable independiente usado como referencia.

Decidí analizar los valores de p de la prueba ómnibus, el valor de R^2 de Nagelkerke y el porcentaje global de pronóstico. Del análisis de estos estadísticos, determiné si las variables independientes tiene una contribución significativa a la predicción de tipo de cambio. También analicé, en cada caso y para cada modelo, los valores de p , B y $EXP(B)$ obtenidos. Estos valores me dan información sobre qué valores de la variable independiente son mejores predictores de un tipo de cambio específico. Me centré en el cambio positivo.

5. RESULTADOS

En este apartado, presento los resultados más relevantes del estudio. Organicé el apartado en tres partes: (a) requerimientos y tipos de cambios, (b) tabla de contingencia y (c) regresiones logísticas binarias.

5.1. Requerimientos y tipos de cambios

En la primera parte de este apartado, destaco los resultados en relación con los tipos de requerimientos de los tutores. La tabla 8 contiene los resultados porcentuales de tipos de requerimientos de los tutores discriminados por grupos y de todos los grupos como conjunto.

Tabla 8

Porcentaje de observaciones por tipos de requerimientos del tutor

Tipo	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Todos los grupos
Requiere cambio	92,7	61,4	91,8	85,7
No requiere cambio	7,3	38,6	8,2	14,3

Se aprecia que los tutores manifestaron mayoritariamente requerimientos de cambios en las producciones de sus grupos de tutorandos (85,7 %). Decidí explorar los tipos de cambios que los grupos realizaron cuando sus tutores lo requerían (tabla 9). Los porcentaje fueron calculados sobre el total de observaciones con requerimiento de cambio para cada grupo y el global de todos los grupos.

Tabla 9

Porcentaje de observaciones de requerimiento de cambio y tipos de cambios

Tipo	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Todos los grupos
Cambio positivo	72,9	76,4	64	70
No cambio	25,6	23,6	32,9	28,1
Otros	1,5	0	3,1	1,9

En los datos de la tabla 9, se aprecia que los grupos realizaron mayoritariamente cambios positivos en sus producciones. También llama la atención el porcentaje significativo de casos en los que los grupos no realizaron los cambios requeridos por sus tutores. Constaté muy pocos cambios negativos y ambiguos (1,9%), por lo que decidí realizar los análisis de tabla de contingencia y regresión logística binaria con las 569 observaciones de cambios positivos y de no cambio.

5.2. Tabla de contingencia

Como indiqué en el apartado anterior, realicé el procedimiento de tabla de contingencia para cada grupo de profesores en formación y para todos los grupos como conjunto. Analicé un total de 12 casos. Para cada caso, presento las tablas de contingencia correspondientes. Por ejemplo, la tabla 10 contiene los resultados del procedimiento de tabla de contingencia para las variables tipo de cambio y tipo de comentario del grupo 1. Cada una de estas tablas tiene dos partes. En la sección izquierda de la tabla, muestro las frecuencias observadas y los porcentajes correspondientes calculados con base en los totales de cada valor de la variable independiente. La sección derecha contiene los resultados de la prueba Chi cuadrado para las variables analizadas en cada caso.

Grupo 1 para las variables tipo de cambio y tipo de comentario

La tabla 10 contiene los resultados del procedimiento de tabla de contingencia del grupo 1 para las variables tipo de cambio y tipo de comentario.

Tabla 10

Tabla de contingencia grupo 1 para variables tipo de cambio y tipo de comentario

Característica del comentario	Tipo de cambio		Total	Prueba Chi cuadrado		
	Cambio positivo	No cambio		χ^2	gl	p
Tipo de comentario				20,467	4	0,000
Aclara	74 (80,4%)	18 (19,6%)	92			
Constata	58 (87,9%)	8 (12,1%)	66			
Complementa	9 (56,2%)	7 (43,8%)	16			
Duda	7 (70%)	3 (30%)	10			
Sugiere	46 (59%)	32 (41%)	78			
Total	194	68	262			

En este caso, se observa que la mayoría de los comentarios del tutor son del tipo Aclara, mientras que los comentarios del tipo Duda y Complementa fueron poco frecuentes. El grupo produjo una mayor proporción de cambios positivos ante los comentarios de tipo Constata y Aclara. También se observa un número significativo de situaciones en las que el grupo no realizó los cambios requeridos y los comentarios del tutor fueron del tipo Sugiere.

En los datos que muestro en la segunda parte de la tabla 10, se constata que hay relación entre las variables tipo de cambio y tipo de comentario dado que el valor de p ($p = 0,00$) es menor a 0,05. También se puede confirmar que el valor de χ^2 obtenido ($\chi^2 = 20,467$) es superior al valor χ^2 dado en una distribución Chi cuadrado (ver anexo Ñ tabla de distribución Chi cuadrado) con 4 grados de libertad y un nivel de confianza de 0,05.

Grupo 1 para las variables tipo de cambio y contenido

La tabla 11 contiene los resultados del procedimiento de tabla de contingencia del grupo 1 para las variables tipo de cambio y contenido.

Tabla 11

Tabla de contingencia grupo 1 para variables tipo de cambio y contenido

Característica del comentario	Tipo de cambio		Total	Prueba Chi cuadrado		
	Cambio positivo	No cambio		χ^2	gl	p
Contenido				8,062	6	0,234
Expectativas de aprendizaje	51 (81%)	12 (19%)	63			
Estructura conceptual	27 (69,2%)	12 (30,8%)	39			
Fenomenología	23 (88,5%)	3 (11,5%)	26			
Hipótesis de aprendizaje	27 (71,1%)	11 (28,9%)	38			

Tabla 11

Tabla de contingencia grupo 1 para variables tipo de cambio y contenido

Característica del comentario	Tipo de cambio		Total	Prueba Chi cuadrado		
	Cambio positivo	No cambio		χ^2	gl	p
Limitaciones de aprendizaje	26 (76,5%)	8 (23,5%)	34			
RAC	7 (63,6%)	4 (36,4%)	11			
RACg	0 (0%)	0 (0%)	0			
Sistemas de representación	33 (64,7%)	18 (35,3%)	51			
Total	194	68	262			

Nota. RAC = contenido relacionado con el análisis de contenido; RACg = contenido relacionado con el análisis cognitivo.

Como se observa, el tutor hizo más comentarios relacionados con los organizadores del currículo Sistemas de representación y Expectativas de aprendizaje. Además, cuando los comentarios estaban relacionados con los organizadores del currículo Sistema de representación y Estructura conceptual, el grupo tuvo una alta proporción de situaciones en las que no realizó cambios.

En los datos que muestro en la segunda parte de la tabla 11, se constata que no hay relación entre las variables tipo de cambio y el contenido al que se alude en el comentario dado que el valor de p ($p = 0,234$) es mayor a 0,05. También se puede confirmar que el valor de χ^2 obtenido ($\chi^2 = 8,062$) es inferior al valor χ^2 dado en una distribución Chi cuadrado (ver anexo Ñ tabla de distribución Chi cuadrado) con 6 grados de libertad y un nivel de confianza de 0,05.

Grupo 1 para las variables tipo de cambio y tipo de conocimiento

La tabla 12 contiene los resultados del procedimiento de tabla de contingencia del grupo 1 para las variables tipo de cambio y tipo de conocimiento.

Tabla 12

Tabla de contingencia grupo 1 para variables tipo de cambio y tipo de conocimiento

Característica del comentario	Tipo de cambio		Total	Prueba Chi cuadrado		
	Cambio positivo	No cambio		χ^2	gl	p
Tipo de conocimiento				24,485	2	0,000
Práctico	26 (63,4%)	15 (36,6%)	41			
Técnico	158 (81%)	37 (19%)	195			
Teórico	10 (38,5%)	16 (61,5%)	26			
Total	194	68	262			

Se aprecia que la mayoría de los comentarios el tutor se focalizaron en el conocimiento Técnico. El grupo presentó una proporción alta de cambios positivos cuando los comentarios hacían referencia a este tipo de conocimiento. Se observa que el grupo no hizo cambios en una alta proporción para los comentarios que hacían referencia al conocimiento Teórico.

Los datos de la segunda parte de la tabla 12 muestran que, hay relación entre las variables tipo de cambio y tipo de conocimiento dado que el valor de p ($p = 0,000$) es menor a 0,05. También se puede confirmar que el valor de χ^2 obtenido ($\chi^2 = 24,485$) es superior al valor χ^2 dado en una distribución Chi cuadrado (ver anexo Ñ tabla de distribución Chi cuadrado) con 2 grados de libertad y un nivel de confianza de 0,05.

Resumen de resultados para el grupo 1

En relación con los resultados mostrados en las tablas 10, 11 y 12, se constata que, para el grupo 1, los tipos de cambios en sus producciones dependían del tipo de comentario y el tipo de conocimiento que caracterizaron los comentarios de su tutor.

Grupo 2 para las variables tipo de cambio y tipo de comentario

La tabla 13 contiene los resultados del procedimiento de tabla de contingencia del grupo 2 para las variables tipo de cambio y tipo de comentario.

Tabla 13

Tabla de contingencia grupo 2 para variables tipo de cambio y tipo de comentario

Característica del comentario	Tipo de cambio		Total	Prueba Chi cuadrado		
	Cambio positivo	No cambio		χ^2	gl	p
Tipo de comentario				6,834	4	0,145
Aclara	22 (91,7%)	2 (8,3%)	24			
Constata	4 (57,1%)	3 (42,9%)	7			
Complementa	2 (100%)	0 (0%)	2			
Duda	4 (57,1%)	3 (42,9%)	7			
Sugiere	36 (59%)	13 (41%)	49			
Total	68	21	89			

Se observa que la mayoría de los comentarios del tutor son del tipo Sugiere, mientras que los comentarios del tipo Complementa fueron poco frecuentes. El grupo produjo una mayor proporción de cambios positivos ante los comentarios de tipo Complementa (son pocos) y Aclara. También se aprecia un número significativo de situaciones en las que el grupo no realizó los cambios requeridos y los comentarios del tutor fueron del tipo Sugiere.

Con los datos que presento en la segunda parte de la tabla 13 se constata que no hay relación entre las variables tipo de cambio y tipo de comentario dado que el valor de p ($p = 0,145$) es mayor a 0,05. También se puede confirmar que el valor de χ^2 obtenido ($\chi^2 = 6,834$) es inferior al valor χ^2 dado en una distribución Chi cuadrado (ver anexo Ñ tabla de distribución Chi cuadrado) con 4 grados de libertad y un nivel de confianza de 0,05.

Grupo 2 para las variables tipo de cambio y contenido

La tabla 14 contiene los resultados del procedimiento de tabla de contingencia del grupo 2 para las variables tipo de cambio y contenido.

Tabla 14

Tabla de contingencia grupo 2 para variables tipo de cambio y contenido

Característica del comentario	Tipo de cambio		Total	Prueba Chi cuadrado		
	Cambio positivo	No cambio		χ^2	gl	p
Contenido				10,832	6	0,094
Expectativas de aprendizaje	22 (88%)	3 (12%)	25			
Estructura conceptual	13 (61,9%)	8 (38,1%)	21			
Fenomenología	7 (87,5%)	1 (12,5%)	8			
Hipótesis de aprendizaje	5 (83,3%)	1 (16,7%)	6			
Limitaciones de aprendizaje	10 (90,9%)	1 (9,1%)	11			
RAC	0 (0%)	1 (100%)	1			
RACg	0 (0%)	0 (0%)	0			
Sistemas de representación	11 (64,7%)	6 (35,3%)	17			
Total	68	21	89			

Nota. RAC = contenido relacionado con el análisis de contenido; RACg = contenido relacionado con el análisis cognitivo.

Se aprecia que el tutor hizo más comentarios relacionados con los organizadores del currículo Estructura conceptual y Expectativas de aprendizaje. Además, cuando los comentarios estaban relacionados con los organizadores del currículo Sistema de representación y Estructura conceptual, el grupo tuvo una alta proporción de situaciones en las que no realizó cambios.

Los datos de la segunda parte de la tabla 14 muestran que no hay relación entre las variables tipo de cambio y el contenido al que se alude en el comentario dado que el valor de p ($p = 0,094$) es mayor a 0,05. También se puede confirmar que el valor de χ^2 obtenido ($\chi^2 = 10,832$) es inferior al valor χ^2 dado en una distribución Chi cuadrado (ver anexo Ñ tabla de distribución Chi cuadrado) con 6 grados de libertad y un nivel de confianza de 0,05.

Grupo 2 para las variables tipo de cambio y tipo de conocimiento

La tabla 15 contiene los resultados del procedimiento de tabla de contingencia del grupo 2 para las variables tipo de cambio y tipo de conocimiento.

Tabla 15

Tabla de contingencia grupo 2 para variables tipo de cambio y tipo de conocimiento

Característica del comentario	Tipo de cambio		Total	Prueba Chi cuadrado		
	Cambio positivo	No cambio		χ^2	gl	p
Tipo de conocimiento				1,853	2	0,396
Práctico	11 (64,7%)	6 (35,3%)	17			
Técnico	52 (80%)	13 (20%)	65			
Teórico	5 (71,4%)	2 (28,6%)	7			
Total	68	21	89			

Se observa que la mayoría de los comentarios el tutor se focalizaron en el conocimiento Técnico. El grupo presentó una proporción alta de cambios positivos cuando los comentarios hacían referencia a ese tipo de conocimiento. Se aprecia además que el grupo no hizo cambios en una alta proporción para los comentarios que hacían referencia al conocimiento Práctico.

Los datos de la segunda parte de la tabla 15 muestran que no hay relación entre las variables tipo de cambio y tipo de conocimiento, dado que el valor de p ($p = 0,396$) es mayor a 0,05. En cuanto al valor de χ^2 obtenido ($\chi^2 = 1,853$), se puede confirmar que es inferior al valor χ^2 dado en una distribución Chi cuadrado (ver anexo Ñ tabla de distribución Chi cuadrado) con 2 grados de libertad y un nivel de confianza de 0,05.

Resumen de resultados para el grupo 2

En relación con los resultados mostrados en las tablas 13, 14 y 15, se constata que, para el grupo 2, los tipos de cambios en sus producciones no dependían de ninguna de las características —tipo de comentario, contenido y tipo de conocimiento— asociadas con los comentarios de su tutor.

Grupo 3 para las variables tipo de cambio y tipo de comentario

La tabla 16 contiene los resultados del procedimiento de tabla de contingencia del grupo 3 para las variables tipo de cambio y tipo de comentario.

Tabla 16

Tabla de contingencia grupo 3 para variables tipo de cambio y tipo de comentario

Característica del comentario	Tipo de cambio		Total	Prueba Chi cuadrado		
	Cambio positivo	No cambio		χ^2	gl	p
Tipo de comentario				4,502	4	0,342
Aclara	32 (68,1%)	15 (31,9%)	47			
Constata	26 (54,2%)	22 (45,8%)	48			
Complementa	11 (78,6%)	3 (21,4%)	14			
Duda	12 (66,7%)	6 (33,3%)	18			
Sugiere	63 (69,2%)	28 (30,8%)	91			
Total	144	74	218			

Se observa que la mayoría de los comentarios del tutor son del tipo Sugiere, mientras que los comentarios del tipo Duda y Complementa fueron poco frecuentes. El grupo produjo una proporción similar de cambios positivos ante los diferentes tipos de comentarios. También se observa un número significativo de situaciones en las que el grupo no realizó los cambios requeridos y los comentarios del tutor fueron del tipo Sugiere.

Con los datos que muestro en la sección derecha de la tabla 16 se constata que no hay relación entre las variables tipo de cambio y tipo de comentario, dado que el valor de p ($p = 0,342$) es mayor a 0,05. También se puede confirmar que el valor de χ^2 obtenido ($\chi^2 = 4,502$) es inferior al valor χ^2 dado en una distribución Chi cuadrado (ver anexo Ñ tabla de distribución Chi cuadrado) con 4 grados de libertad y un nivel de confianza de 0,05.

Grupo 3 para las variables tipo de cambio y contenido

La tabla 17 contiene los resultados del procedimiento de tabla de contingencia del grupo 3 para las variables tipo de cambio y contenido.

Tabla 17

Tabla de contingencia grupo 3 para variables tipo de cambio y contenido

Característica del comentario	Tipo de cambio		Total	Prueba Chi cuadrado		
	Cambio positivo	No cambio		χ^2	gl	p
Contenido				31,456	7	0,000
Expectativas de aprendizaje	41 (77,4%)	12 (22,6%)	53			
Estructura conceptual	27 (61,4%)	17 (38,6%)	44			
Fenomenología	28 (65,1%)	15 (34,9%)	43			
Hipótesis de aprendizaje	7 (36,8%)	12 (63,2%)	19			
Limitaciones de aprendizaje	24 (96%)	1 (4%)	25			
RAC	0 (0%)	2 (100%)	2			
RACg	4 (100%)	0 (0%)	4			
Sistemas de representación	13 (46,4%)	15 (53,6%)	28			
Total	144	78	218			

Nota. RAC = contenido relacionado con el análisis de contenido; RACg = contenido relacionado con el análisis cognitivo.

Se aprecia que el tutor hizo más comentarios relacionados con los organizadores del currículo Estructura conceptual, Fenomenología y Expectativas de aprendizaje. Además, cuando los comentarios estaban relacionados con los organizadores del currículo Sistema de representación e hipótesis de aprendizaje, el grupo tuvo una alta proporción de situaciones en las que no realizó cambios.

Los datos de la segunda parte de la tabla 17 muestran que hay relación entre las variables tipo de cambio y el contenido al que se alude en el comentario dado que el valor de p ($p = 0,000$) es menor a 0,05. También se puede confirmar que el valor de χ^2 obtenido ($\chi^2 = 31,456$) es superior al valor χ^2 dado en una distribución Chi cuadrado (ver anexo Ñ tabla de distribución Chi cuadrado) con 7 grados de libertad y un nivel de confianza de 0,05.

Grupo 3 para las variables tipo de cambio y tipo de conocimiento

La tabla 18 contiene los resultados del procedimiento de tabla de contingencia del grupo 3 para las variables tipo de cambio y tipo de conocimiento.

Tabla 18

Tabla de contingencia grupo 3 para variables tipo de cambio y tipo de conocimiento

Característica del comentario	Tipo de cambio		Total	Prueba Chi cuadrado		
	Cambio positivo	No cambio		χ^2	gl	p
Tipo de conocimiento				0,006	2	0,997
Práctico	10 (66,7%)	5 (33,3%)	15			
Técnico	124 (66%)	64 (34%)	188			
Teórico	10 (66,7%)	5 (33,3%)	15			
Total	144	74	218			

Se observa que la mayoría de los comentarios el tutor se focalizaron en el conocimiento Técnico. La proporción de cambios positivos y de no cambios es similar entre los distintos tipos de conocimientos.

Los datos de la segunda parte de la tabla 18 muestran que no hay relación entre las variables tipo de cambio y tipo de conocimiento dado que el valor de p ($p = 0,997$) es mayor a 0,05. También se puede confirmar que el valor de χ^2 obtenido ($\chi^2 = 0,006$) es inferior al valor χ^2 dado en una distribución Chi cuadrado (ver anexo Ñ tabla de distribución Chi cuadrado) con 2 grados de libertad y un nivel de confianza de 0,05.

Resumen de resultados para el grupo 3

En relación con los resultados mostrados en las tablas 16, 17 y 18, se constata que, para el grupo 3, los tipos de cambios en sus producciones dependían únicamente del contenido al que aludían los comentarios de su tutor.

Todos los grupos para las variables tipo de cambio y tipo de comentario

La tabla 19 contiene los resultados del procedimiento de tabla de contingencia de todos los grupos como conjunto para las variables tipo de cambio y tipo de comentario.

Tabla 19

Tabla de contingencia todos los grupos para variables tipo de cambio y tipo de comentario

Característica del comentario	Tipo de cambio		Total	Prueba Chi cuadrado		
	Cambio positivo	No cambio		χ^2	gl	p
Tipo de comentario				7,365	4	0,118
Aclara	128 (78,5%)	35 (21,5%)	163			
Constata	88 (72,7%)	33 (27,3%)	121			
Complementa	22 (68,8%)	10 (31,2%)	32			
Duda	23 (65,7%)	12 (34,3%)	35			
Sugiere	145 (66,5%)	73 (33,5%)	218			
Total	406	163	569			

Se aprecia que la mayoría de los comentarios de los tutores son del tipo Sugiere, Aclara y Constata, mientras que los comentarios del tipo Complementa y Duda fueron poco frecuentes. Los grupos, como conjunto, produjeron una mayor proporción de cambios positivos ante los comentarios de tipo Aclara.

Con los datos que se pueden observar en la segunda parte de la tabla 19 se constata que no hay relación entre las variables tipo de cambio y tipo de comentario dado que el valor de p ($p = 0,118$) es mayor a $0,05$. También se puede confirmar que el valor de χ^2 obtenido ($\chi^2 = 7,365$) es inferior al valor χ^2 dado en una distribución Chi cuadrado (ver anexo Ñ tabla de distribución Chi cuadrado) con 4 grados de libertad y un nivel de confianza de $0,05$.

Todos los grupos para las variables tipo de cambio y contenido

La tabla 20 contiene los resultados del procedimiento de tabla de contingencia de todos los grupos como conjunto para las variables tipo de cambio y contenido.

Tabla 20

Tabla de contingencia todos los grupos para variables tipo de cambio y contenido

Característica del comentario	Tipo de cambio		Total	Prueba Chi cuadrado		
	Cambio positivo	No cambio		χ^2	gl	p
Contenido				30,542	7	0,000
Expectativas de aprendizaje	114 (80,9%)	27 (19,1%)	141			
Estructura conceptual	67(64,4%)	37 (35,6%)	104			
Fenomenología	58 (75,3%)	19 (24,7%)	77			
Hipótesis de aprendizaje	39 (61,9%)	24 (38,1%)	63			
Limitaciones de aprendizaje	60 (85,7%)	10 (14,3%)	70			
RAC	7 (50%)	7 (50%)	14			
RACg	4 (100%)	0 (0%)	4			
Sistemas de representación	57 (59,4%)	39 (40,6%)	96			
Total	406	163	569			

Nota. RAC = contenido relacionado con el análisis de contenido; RACg = contenido relacionado con el análisis cognitivo.

Se observa que los tutores hicieron más comentarios relacionados con los organizadores del currículo Estructura conceptual, Sistemas de representación y Expectativas de aprendizaje. Además, cuando los comentarios estaban relacionados con los organizadores del currículo Expectativas de aprendizaje y Limitaciones de aprendizaje, los grupos tuvieron una alta proporción de cambios positivos.

Los datos de la segunda parte de la tabla 20 muestran que hay relación entre las variables tipo de cambio y el contenido al que se alude en el comentario dado que el valor de p ($p = 0,000$) es menor a $0,05$. También se puede confirmar que el valor de χ^2 obtenido ($\chi^2 = 30,542$) es superior al valor χ^2 dado en una distribución Chi cuadrado (ver anexo Ñ tabla de distribución Chi cuadrado) con 7 grados de libertad y un nivel de confianza de $0,05$.

Todos los grupos para las variables tipo de cambio y tipo de conocimiento

La tabla 21 contiene los resultados del procedimiento de tabla de contingencia de todos los grupos como conjunto para las variables tipo de cambio y tipo de conocimiento.

Tabla 21

Tabla de contingencia todos los grupos para variables tipo de cambio y tipo de conocimiento

Característica del comentario	Tipo de cambio		Total	Prueba Chi cuadrado		
	Cambio positivo	No cambio		χ^2	gl	p
Tipo de conocimiento				12,700	2	0,002
Práctico	47 (64,4%)	26 (35,6%)	73			
Técnico	334 (74,6%)	114 (25,4%)	448			
Teórico	25 (52,1%)	23 (47,9%)	48			
Total	406	163	569			

Se aprecia que la mayoría de los comentarios de los tutores se focalizaron en el conocimiento Técnico. Los grupos presentaron una proporción alta de cambios positivos cuando los comentarios hacían referencia a ese tipo de conocimiento. Se constata que los grupos no hicieron cambios en una alta proporción para los comentarios que hacían referencia al conocimiento Teórico.

Los datos de la segunda parte de la tabla 21 muestran que hay relación entre las variables tipo de cambio y tipo de conocimiento dado que el valor de p ($p = 0,002$) es menor a 0,05. También se puede confirmar que el valor de χ^2 obtenido ($\chi^2 = 12,700$) es superior al valor χ^2 dado en una distribución Chi cuadrado (ver anexo Ñ tabla de distribución Chi cuadrado) con 2 grados de libertad y un nivel de confianza de 0,05.

Resumen de resultados para todos los grupos en conjunto

En relación con los resultados mostrados en las tablas 19, 20 y 21, se constata que, para todos los grupos como conjunto, los tipos de cambios en sus producciones dependían del contenido y el tipo de conocimiento que caracterizaron los comentarios de sus tutores.

Valores p de la prueba Chi-cuadrado

La tabla 22 contiene los valores de p para la prueba de Chi-cuadrado que surgen del análisis de tablas de contingencia para los 12 casos analizados.

Tabla 22

Valores de p para la prueba de Chi-cuadrado

Grupo	TC - TCm	TC - OdC	TC - TCn
Todos	0,118	0,000	0,002
G1	0,000	0,234	0,000
G2	0,145	0,094	0,396
G3	0,342	0,000	0,997

Nota. TC = tipo de cambio; TCm = tipo de comentario; OdC= contenido; TCn = tipo de conocimiento.

Se observa que hay 5 casos para los que p es menor que 0,05, por lo que puedo afirmar que hay relación entre las variables estudiadas. Estos casos son los siguientes:

- ◆ grupo G1 con las variables tipo de cambio y tipo de comentario, y con las variables tipo de cambio y tipo de conocimiento;
- ◆ grupo G3 con las variables tipo de cambio y contenido; y
- ◆ para todos los grupos como conjunto con las variables tipo de cambio y contenido, y con las variables tipo de cambio y tipo de conocimiento.

5.3. Regresión logística binaria

En la tabla 23, presento un resumen de los resultados de los análisis que realicé sobre los datos con el procedimiento de regresión logística binaria. Organizo los resultados para cuatro conjuntos de datos diferentes: uno por cada grupo de profesores en formación y uno en el que reúno los datos de los tres grupos. Para cada conjunto de datos, presento los resultados de las relaciones entre la variable dependiente y aquellas variables independientes para las que $p < 0,05$. Estos son los casos en los que no se puede rechazar la hipótesis de que no hay relación entre la variable dependiente y esa variable independiente. Por ejemplo, esa hipótesis no se puede rechazar en el conjunto de datos del grupo 1, para el caso de la variable tipo de conocimiento (Chi-cuadrado = 22,05 y $p=0,000$). En ese caso, se obtiene un porcentaje de pronóstico del 76,3% y el R^2 de Nagelkerke tiene un valor de 0,118, lo que indica que hay una relación débil. Consideraré como valor de referencia el conocimiento Teórico. Con este valor de referencia, genero el modelo que da la probabilidad más alta de cambio positivo. Los comentarios en los que el tutor alude a los conocimientos Técnico o Práctico tienen una contribución significativa a la predicción ($p = 0,000$ para Técnico, $p = 0,049$ para Práctico). Los valores EXP(B) y B me indican que el hecho de que el comentario aluda al conocimiento Técnico aumenta la posibilidad 6,832 veces de que el cambio sea positivo ($B = 1,922$ es positivo); el hecho de que el comentario aluda al conocimiento Práctico aumenta la posibilidad 2,773 veces de que el cambio sea positivo ($B = 1,020$ es positivo).

Tabla 23

Resumen de los análisis de la regresión logística binaria

Grupos	Pruebas omnibus			R^2 de		B	Wald	p	EXP(B)
	X ²	gl	P	Nagelkerke	Pg				
Grupo 1									
Tipo de cambio y tipo de conocimiento	22,05	2	0,000	0,118	76,3				
Práctico						1,020	3,888	0,049	2,773
Técnico						1,922	18,855	0,000	6,832
Tipo de cambio y tipo de comentario	20,57	4	0,000	0,111	74				
Aclara						1,051	9,046	0,003	2,86
Constata						1,618	13,411	0,000	5,043

Tabla 23
Resumen de los análisis de la regresión logística binaria

Grupos	Pruebas omnibus			R^2 de		B	Wald	p	EXP(B)
	X ²	gl	P	Nagelkerke	Pg				
Grupo 3									
Tipo de cambio y contenido	36,23	7	0,000	0,212	70,2				
Expectativa de aprendizaje						1,372	7,488	0,006	3,942
Limitaciones de aprendizaje						3,321	9,306	0,002	27,692
Todos los grupos									
Tipo de cambio y contenido	32,20	7	0,000	0,079	71,4				
Expectativa de aprendizaje						1,061	12,646	0,000	2,889
Fenomenología						0,737	4,798	0,028	2,089
Limitaciones de aprendizaje						1,412	12,477	0,000	4,105
Tipo de cambio y tipo de conocimiento	11,88	2	0,003	0,03	71,4				
Técnico						0,992	10,323	0,001	2,695

Nota. P = nivel de significación; gl = grado de libertad; Pg = porcentaje pronosticado; EXP(B) = odds ratio; y B = valor del coeficiente.

Los datos de la tabla 23 muestran que, además de la relación entre el tipo de cambio y tipo de conocimiento que ya mencioné para el conjunto de datos del grupo 1, en este grupo también hay una relación (Chi cuadrado = 20,57, p = 0,000) débil (R^2 de Nagelkerke = 0,111) entre la variable dependiente y el tipo de comentario, con un porcentaje de pronóstico del 74%. Consideré como valor de referencia el tipo de comentario Sugiere. Con este valor de referencia, generé el modelo que da la probabilidad más alta de cambio positivo. Los comentarios de tipo Constata y Aclara son los valores de la variable independiente que tienen una contribución significativa a la predicción del tipo de cambio positivo (p = 0,000 para Constata y p = 0,003 para Aclara). Los valores EXP(B) y B indican que el hecho de que el comentario sea de tipo Aclara aumenta la posibilidad 2,86 veces de que el cambio sea positivo (B = 1,051 es positivo). Y el hecho de que el comentario sea de tipo Constata aumenta la posibilidad 5,043 veces de que el cambio sea positivo (B = 1,618 es positivo).

A continuación, resumo el resto de los resultados sin hacer referencia explícita a los estadísticos que aparecen en la tabla (en el anexo O describo los estadísticos para los otros casos analizados).

Grupo 3. Se aprecia una relación débil entre la variable dependiente y el contenido, en la que las expectativas de aprendizaje y las limitaciones de aprendizaje contribuyen significativamente a la predicción (utilicé como valor de referencia Sistemas de representación).

Todos los grupos como conjunto. Se constata una relación débil entre la variable dependiente y el tipo de conocimiento, siendo los comentarios que aluden al conocimiento Técnico aquellos que contribuyen de manera significativa a la predicción (utilicé como valor de referencia el tipo de conocimiento Teórico). También se aprecia una relación débil entre la variable dependiente y el contenido, en la que los comentarios relacionados con los organizadores del currículo Expectativas de aprendizaje, Limitaciones de aprendizaje y Fenomenología contribuyen significativamente a la predicción (utilicé como valor de referencia Sistemas de representación).

6. CONCLUSIONES

En este estudio, me propuse describir y caracterizar las relaciones entre los cambios que grupos de profesores en formación realizan en sus producciones escritas y las características de los comentarios de sus tutores. Formulé dos conjeturas de investigación. En la primera, afirmé que los grupos tienden a realizar cambios en sus producciones cuando sus tutores lo requieren y, en la segunda, conjeturé que los tipos de cambios que los grupos realizan en sus producciones dependen del tipo de los comentarios del tutor. En relación con la primera conjetura, constaté que los grupos tienden a realizar modificaciones en sus producciones cuando sus tutores lo requieren. Esta afirmación no implica que las modificaciones realizadas en las producciones sean del todo acertadas o acorde con las expectativas de los tutores y formadores. Este resultado coincide con el de Ferris (1997), en el sentido de que este investigador constató que una proporción significativa de los comentarios parecía conducir a cambios en las producciones.

Por otro lado, los resultados obtenidos no me permiten corroborar la segunda conjetura. Los tipos de cambios que los grupos realizaron no dependen exclusivamente del tipo de los comentarios de sus tutores. A pesar de que hay expertos que piensan que la actuación de los tutorandos puede depender de los comentarios de los tutores y hay estudios empíricos que lo ponen en evidencia (e.g. Bruno y Santos, 2010; Ferris, 1997; Silver y Lee, 2007; Whitelock, Watt, Raw y Moreale, 2003), en mi estudio he encontrado que esta conjetura no se aprecia con claridad. La relación entre la actuación de los tutorandos en términos de cambios positivos en sus producciones con el tipo de comentario del tutor, solamente aparece de manera débil en uno de los casos estudiados (grupo 1).

Ferris (1997) consideró como una limitación de su estudio el haber estudiado únicamente los comentarios de un tutor a su grupo de estudiantes. En mi caso, estudié tres tutores y he encontrado que las relaciones entre la variable dependiente (tipo de cambio) y las características de los comentarios difieren, dependiendo del tutor. En este sentido, mi investigación puede considerarse una contribución empírica para este tema de estudio. Analizo estas diferencias a continuación.

En el caso del grupo 1, constaté que, cuando los comentarios de su tutor fueron del tipo Aclara o Constata y hacían referencia al conocimiento técnico de los organizadores del currículo, el grupo realizó mayoritariamente cambios positivos en sus producciones. En este caso, los cambios dependen del tipo de comentario y del tipo de conocimiento. Por otra parte, constaté que el grupo 3 realizó más cambios positivos cuando los comentarios de su tutor aludían a los organizadores del currículo Expectativas y Limitaciones de aprendizaje. En este caso, los cambios dependen del contenido. En relación con el grupo 2, no pude constatar qué características de los comentarios de su tutor determinaba la ocurrencia de un tipo de cambio

en particular. Cuando estudié los grupos de manera global, constaté que los tipos de cambios dependen de dos características de los comentarios: tipo de conocimiento y contenido.

Los resultados de este estudio no permiten afirmar, como se hace en algunos estudios que he mencionado, que el desempeño de los tutorandos dependa del tipo de comentario de su tutor. A diferencia de algunos de esos estudios, consideré dos variables adicionales relacionadas con el contenido al que alude el comentario: el organizador del currículo al que se refiere y el tipo de conocimiento que se pone en juego. El introducir estas variables me permitió establecer que, para algunos tutores y grupos, los tipos de cambio se relacionan con estas variables y no se relacionan con el tipo de comentario del tutor. No obstante, estas relaciones de dependencia son débiles. Estos resultados sugieren que deben existir factores adicionales al tipo de comentario del tutor, el contenido al que se refieren y el tipo de conocimiento, que se ponen en juego y que influyen en la actuación del grupo y en el tipo de cambio que realizan.

Conjeturo que la actuación de un grupo cuando aborda y realiza apropiadamente un cambio requerido por el tutor depende también de que el grupo entienda el comentario y decida abordarlo. Considero que es muy posible que la actuación de los grupos, con motivo de un comentario del tutor, esté vinculada al problema de la comunicación. Creo que los grupos de profesores en formación no siempre interpretan los comentarios de sus tutores con el mismo significado con el que su tutor los hace y que se dan situaciones en las que los grupos reconocen que no han entendido los comentarios de sus tutores. Esta conjetura abre una línea de investigación que abordo en el siguiente estudio.

8. LA COMUNICACIÓN ENTRE TUTORES Y PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN FORMACIÓN

En el estudio 2, caractericé la actuación de los grupos de profesores en formación basándome en los cambios que realizaron o dejaron de realizar en sus producciones después de recibir los comentarios de sus tutores. Dichos cambios se evidenciaron al comparar los borradores de sus trabajos con los documentos finales correspondientes. En ese estudio, abordé el aprendizaje de los grupos de profesores en formación desde una visión del aprendizaje como “producto” (Dochy & Dierick, 2001; Rizo, 2004), en el sentido de centrar la atención en los cambios que los grupos de profesores en formación realizaron al modificar sus borradores con motivo de los comentarios de sus tutores. En la mayoría de los casos, los grupos modificaron sus producciones siguiendo los requerimientos y orientaciones de sus tutores (en un 70% de los casos). Pero, también se observaron casos en los que los grupos no realizaron los cambios requeridos por sus tutores (en un 28,1% de los casos). Adicionalmente, no logré constatar, a pesar de que la literatura de investigación lo insinúa, una relación fuerte y clara entre los tipos de comentarios de los tutores y la actuación de sus tutorandos. Cuando atendí a otros dos atributos de los comentarios de los tutores —contenido didáctico y tipo de conocimiento al que se refiere—, aunque sí percibí relaciones, éstas fueron débiles.

Me pregunté por qué había una proporción significativa de observaciones asociadas con requerimientos de cambios del tutor en las que los grupos no realizaron los cambios. Pero también me interesó entender cómo fue el proceso que dio lugar a que sí hubiesen cambios, que, en su mayoría, fueran positivos. Considero que es muy posible que la actuación de un grupo, con motivo de los comentarios de su tutor, esté vinculada a problemas de comunicación entre el tutor y su grupo de tutorandos. Por esa razón, para este estudio, me centro en las grabaciones de las discusiones de dos grupos de profesores en formación relacionadas con los casos en los que el tutor requería cambios en las producciones y el grupo realizó cambios positivos o no realizó los cambios requeridos. También uso, como información complementaria, la información que surgió de unas entrevistas semiestructuradas (que describo más adelante) que hice a uno de los grupos. En una revisión preliminar de estas entrevistas, encontré que el grupo, en ocasiones, no entiende el comentario de su tutor o cree que su tutor no entiende lo que quisieron decir, razón por la cual no aceptan la recomendación de su tutor. Esta informa-

ción, junto con los resultados del estudio 2, me llevaron a estudiar con más profundidad y detalle la relación entre la actuación de los tutores y la actuación de los grupos, desde una perspectiva comunicacional. A continuación, describo los referentes conceptuales específicos del estudio —comunicación entre tutor y tutorandos, y negociación de significado—, formulo los objetivos y conjeturas que guiaron el estudio, expongo algunas posibles explicaciones de las conjeturas, presento el método que seguí para describir, analizar e interpretar las evidencias, expongo el análisis interpretativo de las evidencias, y formulo algunas conclusiones relevantes del estudio.

1. COMUNICACIÓN ENTRE TUTOR Y TUTORANDOS

Algunos expertos consideran la comunicación humana como la capacidad de poder “compartir significados” (e.g., Alemany, 2013). Eso significa transmitirlos y recibirlos, de tal forma que el receptor sea capaz de percibir un significado semejante al que existe en la mente del emisor (Alemany, 2013). Algunos expertos (e.g., Froufe, 2006; García y Álvarez, 2008) consideran que hay fenómenos que dificultan la comunicación y que es común que surjan interpretaciones diferentes de un mismo mensaje. Aunque el tutor pretende contribuir al logro de los objetivos y al desarrollo de los conocimientos de referencia establecidos en el programa de formación, conjeturo que los grupos no siempre entienden los comentarios de su tutor con el mismo significado que él pretende.

En el modelo aristotélico de la comunicación (Narváez, 2009), se establece la relación entre tres elementos: emisor, mensaje y receptor. El emisor es quien transmite el mensaje, el que dice o hace algo con significado. El mensaje se refiere a la información transmitida. Es lo que se dice. El receptor es quien recibe el mensaje. Un elemento importante, que complementa lo establecido por Aristóteles, es el concepto de código, que se refiere a un sistema de significados que el emisor y el receptor pueden o no compartir, de manera parcial o total, y que les permite entender la información del mensaje. En este caso, estos códigos son los conocimientos didácticos, los conocimientos matemáticos, y el uso del castellano con sus diferencias. Cuando la comunicación se concibe como un proceso regido por códigos, el hecho de que nos entendamos es una consecuencia directa de compartirlos. La comunicación tiene éxito porque las dos partes (emisor y receptor) comparten el conocimiento de un mismo sistema de códigos. Por consiguiente, la aparición de malentendidos puede deberse a diferencias en el conocimiento de esos códigos. Si el emisor y el receptor no comparten el mismo código, el proceso comunicativo fracasa debido a que la información contenida en el mensaje del emisor no podrá ser entendida con el mismo significado por el receptor. Por lo tanto, el efecto que se esperaba lograr en el receptor no se producirá. Me pregunto si el hecho de que un grupo (receptor) aborde o no un comentario de su tutor y realice las modificaciones requeridas en sus producciones está relacionado con el hecho de entender o no el comentario con el mismo significado del tutor (emisor). Es decir, me pregunto acerca de las circunstancias en las que tutor y grupo comparten un mismo código para comunicarse.

En nuestro caso, la figura del emisor y del receptor cambia dependiendo de la circunstancia. Cuando el grupo envía el borrador de su trabajo, el grupo es el emisor y el tutor es el receptor del mensaje. El mensaje viene dado en el contenido del borrador. Por otra parte, cuando el tutor envía el borrador con sus comentarios a su grupo, el emisor es el tutor y el receptor pasa a ser el grupo. Los comentarios del tutor son los mensajes que él transmite a su grupo.

Para Escandell (2005), la comunicación humana es una actividad intencional: desde la perspectiva del emisor, si no hay intención comunicativa no hay comunicación; y desde la perspectiva del receptor, la interpretación requiere el reconocimiento de la intención del emisor. El grupo, al interpretar un comentario de su tutor, puede reconocer su intención, como parte de su significado. El tutor puede tener como intención valorar positivamente el logro de un objetivo, informar que en actividades futuras seguirán trabajando en una determinada cuestión, o puede requerir un cambio en la producción. Como lo mencioné anteriormente, en este estudio, me interesa los comentarios cuya intención se centra en un requerimiento de cambio (esta idea fue tratada en el estudio 2). Por consiguiente, concreté la idea del significado del comentario a ese requerimiento. Es decir, considero que, cuando un grupo interpreta un comentario de su tutor, construye también un requerimiento de cambio. Si mi interpretación de los requerimientos de cambio del tutor y de su grupo coinciden, digo que el grupo entiende el comentario con el mismo significado del tutor. En caso contrario, digo que lo entiende con un significado diferente. Por ejemplo si el tutor dice “es necesario que expliciten las relaciones de transformación entre las distintas expresiones simbólicas de los sistemas de representación”, interpreto que el tutor requiere que su grupo indique entre qué expresiones simbólicas de un mismo sistema se establecen relaciones que son transformaciones. El grupo pudo generar un requerimiento distinto; por ejemplo, “debemos quitar estas expresiones simbólicas; parecen que no son correctas”. En este caso, el requerimiento del tutor y el requerimiento del grupo son diferentes. Por consiguiente, establezco que el grupo entiende el comentario con un significado diferente al de su tutor.

Por otra parte, algunos expertos se han interesado en investigar qué dificultades tienen los estudiantes para entender los comentarios de sus tutores. Bruno y Santos (2010) entrevistaron a estudiantes y encontraron que hay términos que los estudiantes no entienden. Además, constataron que la mayoría de los estudiantes no mostraron ningún progreso en relación con los comentarios que incluían algunos términos y confirmaron que la mayoría de ellos preguntaron a sus tutores acerca del significado de esos términos. Por su parte, Williams (2003) hace referencia a la investigación realizada por Leki (1990) en la que concluyó que no siempre los estudiantes entienden los comentarios de los profesores y, a menudo, aun cuando entienden, no saben qué hacer.

Como he mencionado, en el estudio 2, constaté una proporción importante de comentarios de los tutores que aparentemente no fueron atendidos por los grupos, en el sentido de que no se apreció cambios en sus producciones aun cuando eran requerido por sus tutores. Por esa razón, me pareció importante estudiar cómo los grupos abordaron los comentarios de sus tutores, si entendieron o no los requerimientos planteados en los comentarios, cómo llegaron a comprender lo que sus tutores les decían y cómo esa información les ayudó a desarrollar sus conocimientos y a materializarlos en sus producciones escritas. En lo que sigue, abordo otro referente teórico que me permitirá fundamentar el análisis e interpretación de la actuación de los grupos de profesores en formación cuando abordan los comentarios del tutor.

2. NEGOCIACIÓN DE SIGNIFICADO

En el apartado anterior, describí algunos elementos conceptuales que sirven de base para este estudio. Entre estos elementos, destacué los códigos que se refieren a un sistema de significados que el tutor y su grupo pueden o no compartir, de manera parcial o total. En este caso, estos códigos son los conocimientos didácticos, los conocimientos matemáticos, y el uso del

castellano con sus diferencias. Otro referente teórico que me permite explicar lo que ocurre en las discusiones de los grupos, es la negociación de significados. De acuerdo con Wenger (1998), vivimos en un proceso constante de negociación de significados. Wenger considera que las personas producen significados que amplían, desvían, modifican, reinterpretan o confirman los significados que ya tienen; en pocas palabras, vuelven a negociar significados. La negociación de significados es un proceso productivo. Negociar significados supone al mismo tiempo interpretación y acción. Considero, con base en la teoría de Wenger, que los miembros de un grupo de profesores en formación negocian significados cada vez que tratan de entender un comentario de su tutor. También hay negociación de significados cuando acuerdan aceptarlo o no, y si lo aceptan, también negocian significados para abordar los requerimientos de cambios que manifiestan los tutores en sus comentarios. Los grupos de profesores en formación poseen, negocian y construyen significados. De acuerdo con este autor, el significado es una habilidad individual y colectiva. Los miembros de los grupos, al participar en las discusiones de trabajo, construyen significados. En este proceso de participación, también está presente el tutor (a través de sus comentarios). La materialización de significados es otro elemento de proceso de negociación de significados. Los grupos plasman los significados que han materializado en sus producciones escritas. Estos significados pueden responder o no a las expectativas del programa de formación.

Propongo un conjunto de posibles situaciones vinculadas con el proceso de negociación de significados de los miembros de un grupo cuando trabajan con motivo del comentario de su tutor (ver tabla 23). Para ello, me fundamenté en los criterios definidos por Gómez (2007) en relación con la negociación de significados. Con base en estas situaciones, busqué explicar qué sucede cuando los grupos revisan los comentarios de sus tutores y llegan a entenderlo con el mismo significado o no de la instrucción. También, busqué explicar cómo y por qué llegan a aceptar o no los requerimientos que les hacen. En caso de aceptarlos, explico cómo y por qué llegan o no abordar los requerimientos planteados por sus tutores. Por ejemplo, si un tutor le comenta a su grupo “Sugiero explicitar las relaciones de transformación entre las distintas expresiones simbólicas de los sistemas”, pueden producirse situaciones de confusión y de conflicto entre los miembros del grupo porque no logran ponerse de acuerdo en relación con el significado de la noción “relación de transformación”, debido a un conocimiento didáctico insuficiente. Uno de los miembros del grupo, podría hacer la siguiente propuesta: “lo que el tutor nos quiere decir es que debemos establecer las relaciones entre los diferentes sistemas de representación que hemos propuesto”. Puede lograr que los otros miembros acepten su propuesta. La propuesta podría ser inválida y el grupo podría llegar a malinterpretar el comentario de su tutor (llegar a entenderlo con un significado diferente). En la tabla 24 describo los tipos de situaciones que se pueden dar en el proceso de negociación de significados.

Tabla 24
Tipos de situaciones en la negociación de significados

Situaciones	Descripción
Situaciones de búsqueda	Estas son situaciones en las que con motivo del comentario de su tutor, el grupo hace explícita una actitud exploratoria por parte de sus integrantes. Hacen preguntas sobre diversas cuestiones presentes en el comentario del tutor. Revisan y leen apuntes del formador o bibliografía. Ejemplo: “El tutor dice que ésta no es una capacidad. Pero, ¿qué es una capacidad?...Busquemos en los apuntes”.

Tabla 24
Tipos de situaciones en la negociación de significados

Situaciones	Descripción
Situaciones de confusión	Estas son situaciones en las que, con motivo de un comentario del tutor, se detecta que el grupo manifiesta confusión, al tener dudas sobre el significado de una cuestión o desconocer su significado. El grupo presenta cambios reiterados de opinión sobre el significado de la cuestión. El grupo puede producir información que un experto considere inválida. Los miembros del grupo hacen planteamientos con diferentes significados y sin argumentos. Ejemplo: “Yo creo que sí es una capacidad, aunque también me parece que es una competencia, será que él [refiriéndose al tutor] quiere que la quitemos...”.
Situaciones de propuesta	Estas son situaciones en las que, con motivo del comentario del tutor, se generan discusiones en el grupo en las que se hacen propuestas para establecer o reconocer nuevos significados. Ejemplo: “Pero no, no es una capacidad, debemos ver la diferencia entre capacidad y competencia...”.
Situaciones de conflictos	Estas son situaciones en las que el comentario del tutor genera un conflicto y los miembros del grupo discuten sus posiciones contrarias entre ellos. En algunos casos, un miembro del grupo puede buscar justificar su posición con base en el comentario del tutor. Hay incompatibilidad entre los significados de una misma cuestión y, por consiguiente, tienen posiciones encontradas. Ejemplo: “Yo sí estoy seguro que es una capacidad, no sé por qué crees que es una competencia...”.
Situaciones de descubrimiento	Estas son situaciones en las que con motivo del comentario del tutor, se hace explícita la resolución de una duda. El grupo, con la ayuda del comentario del tutor, logra aclarar cuestiones y se hace consciente de cuestiones que desconocía. Ejemplo: “¡Ah! Mira. Lo que tenemos es que fijarnos que sea una tarea rutinaria. Así podemos diferenciar las capacidades”.
Situaciones de reconocimiento	Estas son situaciones en las que el grupo, a partir de su actuación y del comentario del tutor, reconoce que el significado que dio lugar a esa actuación no era válido. Se reconocen significados errados. Ejemplo: “Ella [refiriéndose a su tutora], tiene razón. Estas tareas no son rutinarias”.
Situación de materialización	Estas son situaciones en las que el grupo adopta un significado (válido o inválido). La negociación de significados que lleva a la materialización se propicia por el comentario que su tutor le hace y por el esquema de trabajo del programa de formación que obliga al grupo a ponerse de acuerdo y materializar los significados. Se establecen y utilizan nuevos significados. Ejemplo: “Entonces estas son las capacidades que corresponde a nuestro tema, ya que se asocian a tareas rutinarias”.

3. OBJETIVO Y CONJETURAS DE LA INVESTIGACIÓN

Me propuse describir y caracterizar algunas de las relaciones entre la actuación de los tutores y los cambios en las producciones de sus grupos de tutorandos. Para ello, analicé las discusiones de los grupos de profesores en formación, una vez recibidos los comentarios de sus tutores, y centré la atención en cómo entendieron y abordaron los comentarios. Con este es-

tudio abordo la tercera cuestión que debía atender para lograr el objetivo general del proyecto de investigación.

Para abordar el análisis de las discusiones de los grupos de profesores en formación formulé un conjunto de conjeturas que describo a continuación. Los tutores buscan, con sus comentarios, orientar y ayudar a su grupo para que desarrollen sus conocimientos didácticos. Se pueden dar entonces dos situaciones: (a) el grupo entiende el comentario y lo hace con el mismo significado de su tutor, y (b) el grupo entiende el comentario y lo hace con un significado diferente al de su tutor. Al entender el comentario con el mismo significado pretendido por el tutor, el grupo puede aceptar o no el comentario. Si acepta el comentario de su tutor, puede o no abordarlo. Por otra parte, al entender el comentario con un significado diferente al de su tutor, el grupo puede generar un requerimiento distinto al planteado por su tutor. Es decir, el grupo puede considerar que se le está requiriendo un cambio en su producción diferente del que el tutor pretende con su comentario. El grupo puede abordar o no este nuevo requerimiento. Si lo hace, entonces el grupo aborda un problema diferente al planteado por el tutor. Pero también puede suceder que el grupo, al entender el comentario con un significado diferente, decide no aceptar ese nuevo requerimiento que surge de su interpretación del comentario del tutor. En la figura 9, resumo esquemáticamente estas conjeturas.

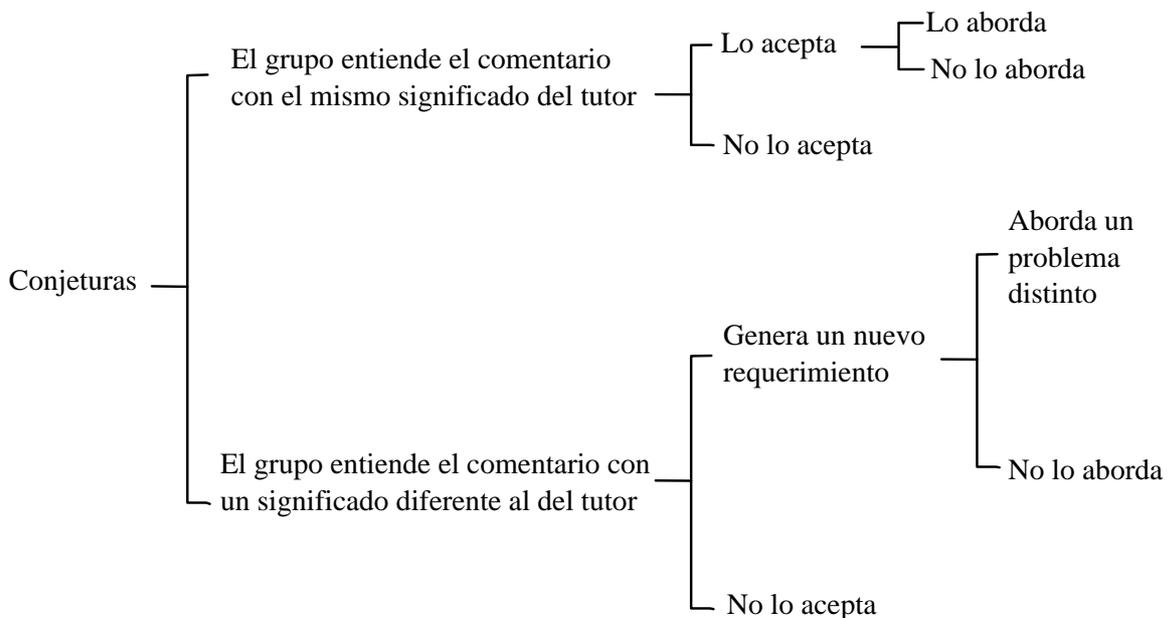


Figura 9. Conjeturas del estudio 3

Establecí 6 conjeturas. Por ejemplo, una de estas conjeturas es que el grupo entiende el comentario del tutor con el mismo significado de su tutor, lo acepta y lo aborda. Cada conjetura constituye una rama del esquema. Cada rama está conformada por etapas. Por ejemplo, cuando conjeturo que el grupo entiende el comentario del tutor con el mismo significado de su tutor, lo acepta y lo aborda, constato 3 etapas. El hecho de considerar que el grupo entiende el comentario con el mismo significado de su tutor constituye la primera etapa. La segunda etapa de esta conjetura está vinculada con la aceptación del comentario. En este caso, considero que lo ha aceptado luego de entenderlo con el mismo significado del tutor. La tercera etapa hace referencia al hecho de abordar el comentario del tutor para dar respuesta a su requerimiento de cambio. Al abordarlo, el grupo puede llegar a acuerdos y estos acuerdos se pueden

evidenciar o no en su documento final. De esta forma, puedo distinguir si ha realizado el cambio o no. A continuación, defino y ejemplifico cada una de estas cuestiones.

3.1. El grupo entiende el comentario con el mismo significado del tutor

Cuando el grupo entiende el comentario y lo hace con el mismo significado del tutor, el requerimiento de cambio que el grupo formula es el mismo que el tutor pretende. Por ejemplo, si el tutor le comenta a su grupo “deberíais explicar cómo determinaron las capacidades que aparecen en el listado”, el tutor requiere que su grupo detalle el procedimiento que siguió para elaborar el listado de capacidades. No le está planteando que reformule las capacidades. Si el grupo entiende que debe describir el proceso que siguió para generar las capacidades, entonces el requerimiento que el grupo formula es el mismo que el tutor pretende. Esto no implica que el grupo lo acepte y pueda abordarlo. En la figura 9, se aprecia que esta rama del esquema de conjeturas se subdivide y tiene dos etapas más.

El grupo acepta o no el comentario del tutor

Si el grupo entiende el comentario con el mismo significado, lo acepta cuando está de acuerdo con lo que su tutor requiere, y le da la razón. En caso contrario, no lo acepta. Por ejemplo, el grupo manifiesta “el tutor cree que este no es un contexto asociado al nuestro tema y tiene razón, por lo menos para nuestro tema no es un contexto más bien es a una situación”.

El grupo aborda o no el comentario del tutor

Si el grupo acepta el comentario, entonces puede abordarlo o no. El grupo aborda un comentario de su tutor cuando discute y reflexiona sobre su contenido y trata de darle respuesta al requerimiento que el tutor le plantea. En caso contrario, no lo aborda. En el ejemplo anterior, relacionado con el contexto, el grupo puede decidir revisar los apuntes sobre fenomenología, ver los ejemplos, discutir el significado de contexto y revisar aquellos que al parecer están correctos.

3.2. El grupo entiende el comentario con un significado diferente al del tutor

Podría darse el caso de que el grupo considere que entiende el comentario de su tutor, pero lo interprete de otra forma. Esto implica que el grupo formule un requerimiento de cambio que es diferente del pretendido por el tutor. Este sería el caso, por ejemplo, en el que el tutor requiere que el grupo detalle cómo determinó los contextos propuestos y el grupo lo interprete como si su tutor le estuviese indicando que son errados los contextos propuestos. Por otra parte, cuando el grupo entiende el comentario con un significado diferente al de su tutor, el grupo puede o no aludir a la misma terminología presente en el comentario —al mismo organizador del currículo, ideas clave de un organizador del currículo, o a información sobre su tema matemático—. Pero el grupo podría utilizar esa terminología con otro significado. Por ejemplo, el tutor puede hacer mención a un “contexto” desde su significado (que se corresponde con el significado de referencia asumido durante la instrucción) y el grupo considerar que un contexto es cualquier área temática en la que su tema es usado. En este caso, el grupo asigna un significado al comentario diferente al del tutor porque su significado de la noción de contexto no se corresponde con el significado de referencia. El grupo, desde su interpretación, puede no aceptar el comentario o puede generar un nuevo requerimiento. Si genera un nuevo requerimiento, puede abordarlo o no. En la figura 9, se aprecia que esta rama del esquema de conjeturas se subdivide y tiene dos etapas más.

El grupo genera un nuevo requerimiento o no acepta el comentario

Cuando el grupo entiende el comentario del tutor con un significado diferente, puede, desde su interpretación, generar un nuevo requerimiento. Por ejemplo, en el comentario, su tutor requiere que reformulen una capacidad, y el grupo entiende que la capacidad que propuso era errada. El requerimiento que genera es que debe quitar la capacidad propuesta por que es errada. Pero también, el grupo puede no aceptar el comentario del tutor porque, con base en su interpretación, cree que es su tutor el que no entendió lo que el grupo propuso. Por ejemplo, haciendo referencia al comentario anterior en el que el tutor pide que reformulen una capacidad, el grupo pudo entender que no es necesario reformularla. Con base en su significado de capacidad, su enunciado es correcto y no hace falta su reformulación. En este caso, el grupo considera que es el tutor el que no entiende lo que ha hecho.

El grupo aborda o no un problema distinto

Cuando el grupo genera un nuevo requerimiento a partir de su interpretación del comentario y lo aborda, trata un problema distinto al que se genera del requerimiento del tutor. El grupo discute y reflexiona sobre un problema diferente. Por consiguiente, no aborda el comentario del tutor. Por ejemplo, si el tutor le comenta a su grupo “deberíais explicar cómo determinaron las capacidades que aparecen en el listado”, el tutor requiere que su grupo detalle el procedimiento que siguió para elaborar el listado de capacidades. Si el grupo, desde su interpretación del comentario, entiende que al parecer faltan capacidades en su listado, entonces genera un nuevo requerimiento: “debemos agregar otras capacidades a este listado”. El problema que el grupo decide abordar es ¿cuáles son las capacidades que debe agregar? Si decide abordarlo, discutirán sobre qué capacidades no consideraron. Si por el contrario, no lo abordan, lo hace porque no acepta el nuevo requerimiento o porque no sabe cómo resolver el problema.

En el siguiente apartado, propongo las posibles explicaciones para las conjeturas que he formulado y en las que me apoyo para realizar los análisis e interpretaciones de la evidencia que surge de las grabaciones de las discusiones de los grupos.

4. POSIBLES EXPLICACIONES DE LAS CONJETURAS

Partí del supuesto de que las conjeturas y sus etapas pueden ser explicadas a partir de los conocimientos (didáctico y matemático) que los miembros del grupo manifiestan en sus discusiones, de los usos del castellano y sus diferencias (el lenguaje), y de los procesos de negociación de significados que tienen lugar en esas discusiones. El lenguaje de los profesores en formación interviene esencialmente en la interpretación del comentario, mientras que el conocimiento del grupo interviene en la interpretación del comentario, en la decisión de aceptarlo o no, en la posibilidad de abordarlo o no y también en cómo lo aborda (figura 10).

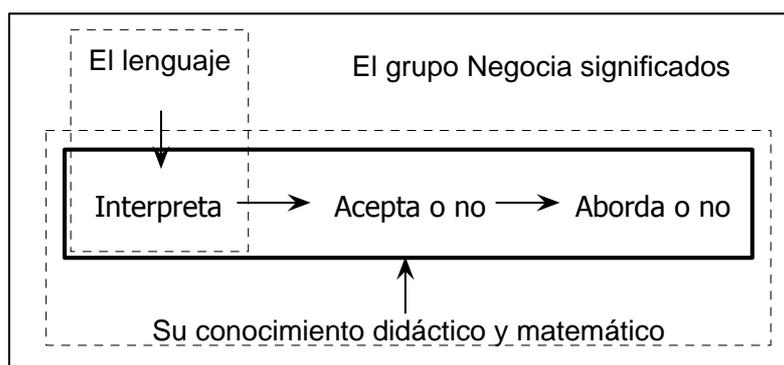


Figura 10. Explicaciones para las conjeturas en sus diferentes etapas

Por ejemplo, cuando el grupo trata de entender un comentario de su tutor, podrían generarse en el grupo distintas interpretaciones y producirse situaciones de confusión o de conflictos dentro del grupo. El grupo podría no entender el comentario del tutor porque un conocimiento didáctico insuficiente no se lo permite. Por ejemplo, podría no haber desarrollado el significado de referencia de una noción en particular, como mostré para el caso de la noción de “contexto”. Por otro lado, el grupo podría tener dificultades con algunos contenidos matemáticos. Por ejemplo, podría tener dificultad con la relación entre fracciones y números racionales. Otra de las razones que he considerado al explicar las conjeturas formuladas o sus etapas es el dominio del propio lenguaje (usos del castellano y sus diferencias entre España y Colombia). El uso de términos puede dificultar la comprensión de un comentario. Por ejemplo, el uso el término “ratio” se usa comúnmente en España para hacer referencia a la proporción o razón. No obstante, este término no se usa en Colombia.

En resumen, en este estudio, explico la actuación de dos grupos de acuerdo con las diferentes etapas que configuran una conjetura en términos de los conocimientos que han desarrollado o están desarrollando y ponen en juego. Además, constato que la interpretación de un comentario del tutor también depende del lenguaje. Por otra parte, es posible explicar la actuación de un grupo en las diferentes etapas de una conjetura con base en los procesos de negociación de significados.

5. MÉTODO

Este estudio es de tipo cualitativo. Utilicé la técnica de análisis de contenido para codificar y analizar las grabaciones de audio de las reuniones de trabajo de dos grupos de profesores en formación. Usé el conjunto de conjeturas que he formulado como guía para la codificación y el análisis. Encontré evidencias de algunas de estas conjeturas y realicé un análisis interpretativo de dichas evidencias. En este apartado, describo los sujetos y fuentes de información. También, presento brevemente el proceso seguido para las entrevistas que realicé a uno de los grupos y que aportaron información complementaria para este estudio. Por último, describo los procedimientos que seguí para analizar las grabaciones de audio de las discusiones de los grupos.

5.1. Sujetos y fuentes de información

Transcribí y analicé las grabaciones de audio de las discusiones de trabajo de dos grupos que correspondían a las reuniones de trabajo de la segunda semana de desarrollo de la actividad

en las que los grupos ya tenían los comentarios de sus tutores a sus borradores de trabajo (módulos 2 y 3 del programa). De manera complementaria, realicé entrevistas semiestructuradas a uno de los grupos luego de sus reuniones de trabajo.

5.2. Entrevistas semiestructuradas a un grupo de profesores en formación

Decidí realizar entrevistas semiestructuradas a uno de los grupos de la segunda cohorte del programa. Hice las entrevistas con el propósito de tener información complementaria sobre las decisiones que el grupo tomó luego de recibir y revisar los comentarios de su tutor. Analicé, para cada actividad de los módulos 2 y 3 del programa, los documentos generados, así como las grabaciones de audio de las reuniones del grupo luego de recibir los comentarios de su tutor. A partir de este análisis, elaboré el conjunto de preguntas para cada entrevista. Estructuré las cuestiones que abordé en cada entrevista de acuerdo con las situaciones en las que el grupo realizó cambios y en la que no los realizó. Le pregunté por la interpretación de cada uno de los comentarios asociados con las situaciones en las que no se dieron los cambios requeridos y las razones por las que no realizaron los cambios. Abordé cuestiones relacionadas con el papel de los comentarios de su tutor para aclarar dudas, superar las dificultades (con el contenido didáctico y matemático) y los procesos de discusión para llegar a tomar decisiones (tanto de hacer los cambios requeridos como para no hacerlos). Realicé cada entrevista poco después de la reunión de trabajo del grupo en la que ya el grupo había recibido los comentarios de su tutor y antes de la presentación de su producción final. De esta manera, traté de garantizar que el grupo recordara con facilidad las discusiones que se generaron para dar respuesta a los requerimientos de cambio.

5.3. Codificación de episodios de discusión y su análisis

Revisé las grabaciones de audio utilizando como guía las 6 conjeturas que presenté en la figura 9. En las grabaciones de audio, se identifican fragmentos de discusión en los que es posible distinguir cuándo hacen referencia a un comentario en particular. Estos fragmentos tienen un principio y un fin reconocible en el que he identificado indicios de alguna de las conjeturas formuladas. A estos fragmentos los he denominado episodios y los transcribí para analizarlos con más detalle. Así pues, un episodio alude a un comentario en particular y al proceso de discusión del grupo en relación con ese comentario.

Para cada uno de los episodios relacionados con una de las conjeturas formuladas, registré (a) la conjetura con el que se vincula; (b) la descripción del contexto en el que se ubica el episodio —al identificar el conocimiento de referencia y el contenido de la actividad—; (c) la descripción del segmento del borrador relacionado con el episodio —con base en la información del estudio 2—; (d) la transcripción del comentario del tutor; (e) la interpretación del comentario del tutor —con base en el foco de contenido del borrador y su relación con el conocimiento de referencia—; (f) la transcripción del episodio; (g) el análisis del episodio —con base en la identificación de fragmentos que se relacionan con cada una de las hojas que constituyen la conjetura—; y (h) la interpretación del episodio —con base en el proceso de negociación de significados y el desarrollo de los conocimientos didáctico y matemático—.

6. ANÁLISIS INTERPRETATIVO DE LAS EVIDENCIAS

De acuerdo con el proceso de análisis que he descrito, organicé los ejemplos para cada una de las conjeturas de las que encontré evidencia y que me permiten describir la actuación de los

grupos cuando discuten y abordan los comentarios de sus tutores. Sigo las ramas del esquema de la figura 9.

6.1. Entiende el comentario con el mismo significado: lo acepta y aborda

Esta conjetura se describe de la siguiente manera.

El grupo entiende el comentario del tutor y lo hace con el mismo significado de su tutor, lo acepta y lo aborda.

Ejemplo 1.1. Contextos en fenomenología

En la actividad 2.3, se requiere que los grupos de profesores en formación identifiquen los fenómenos que dan sentido al tema y los contextos, las subestructuras y las situaciones que permiten organizar dichos fenómenos. Una vez identificados los fenómenos, se requiere que se organicen. Una de las formas de organizar los fenómenos es por contextos. Los grupos deben distinguir los contextos asociados a su tema y usarlos para organizar los fenómenos. Al organizar los fenómenos por medio de contextos, lo hacen según las características estructurales que comparten dichos fenómenos. En la instrucción se usa entonces el término contexto de un tema de las matemáticas escolares para referirse a la agrupación de todos los fenómenos que comparten una misma característica estructural. De acuerdo con la instrucción, responder a las siguientes preguntas —¿para qué se usa mi tema?, ¿a qué problemas da respuesta el tema?, ¿qué fenómenos comparten una misma característica estructural?—, sería una estrategia de utilidad para determinar los contextos que organizan conjuntos de fenómenos. Los grupos, entre otras cuestiones, deben identificar los contextos que le permiten agrupar fenómenos relevantes para su tema.

El grupo 1, en su borrador, presentó una tabla (figura 11) en la que, entre otras cosas, mostraba un listado de fenómenos. Dichos fenómenos estaban vinculados con un problema y pertenecían a un determinado contexto. En la figura 11, se aprecia, por ejemplo, que hay tres conjuntos de fenómenos que pertenecen al contexto medir y la pregunta que se le asocia responde a problemas diferentes. También se observa que los dos últimos fenómenos de la tabla pertenecen a contextos distintos —posicional y operacional— y tienen relación con una misma pregunta.

Fenómeno	Problema al que responde	Contexto numérico
Indicar la altura en que se encuentra una ciudad con relación al nivel del mar.	¿A qué altura se encuentra?	Medir
Registrar las temperaturas de ebullición de algunos líquidos.	¿Cuál es la temperatura?	Medir
Tomar como cero la ebullición del agua y situar en una recta graduada otras temperaturas.		
Expresar diferencias de temperaturas usando el (+) si es superior y el (-) si es inferior.		
Desplazarse en un ascensor al primer sótano.	Cuál es la posición en un eje vertical?	Posicional
Establecer el puntaje obtenido por un jugador en un campeonato de golf.	¿Cuántos golpes hizo?	Contar
Calcular la magnitud de una estrella.	Cuánta es la intensidad?	Medir
Encontrar la ubicación meridiana de la Península de Nueva Escocia.	¿Cuáles son las coordenadas?	Posicional
Encontrar el paralelo en el que está España		Operacional

Figura 11. Parte de la información presentada en el borrador del grupo 1 en la actividad 2.3

El comentario del tutor fue el siguiente.

Tutor: Tened en cuenta también que si dos fenómenos pertenecen a un mismo contexto, deberían dar respuesta a un mismo tipo de problema.

Al analizar el borrador del grupo 1 en esta actividad, el tutor reconoció que no todos los fenómenos identificados estaban ubicados en el contexto que le correspondía. El grupo ubicó en un mismo contexto fenómenos que daban respuesta a problemas diferentes. Por esta razón, el tutor hizo el comentario relacionado con el conocimiento técnico de este organizador del currículo; en particular, con las técnicas para organizar los fenómenos por contextos. Como se verá en la interpretación y análisis del episodio que presento a continuación, el grupo entendió el comentario del tutor con el mismo significado pretendido por la instrucción, aceptó el requerimiento y lo abordó.

En el siguiente episodio se aprecia la discusión del grupo en relación con el comentario del tutor.

- 1 E1: No, no solamente indicaba [refiriéndose a su tutor] que se vea mas claro qué tipo de fenómenos pertenecen al mismo contexto, ¡allí está!
- 2 E2: Es eso, está claro.
- 3 E1: Era algo de la pregunta. [lee el comentario] Si dos fenómenos pertenecen a un mismo contexto deberían dar respuesta a un mismo tipo de problema.
- 4 E3: ¡Sí!
- 5 E2: Sí claro, es que aquí justamente, cuál es la temperatura y a qué altura se encuentran, es...
- ...
- 6 E3: O sea que todos esos problemas deberían ser ¿cuál es la altura?... ¡Y no lo es!
- 7 E2: No, ¿cuál es la distancia? Es que realmente cuando uno mira un termómetro, es

- mirar la distancia a la que está algo.
- 8 E3: [Vuelve a leer el comentario] Si dos fenómenos pertenecen a un mismo contexto, deberían responder a una misma pregunta. ¡Pero no! Estas son dos preguntas distintas y las tenemos en un mismo contexto.
- 9 E1: O sea lo que pasa es que son... Es el mismo contexto pero se refiere a situación, bueno a situaciones también, ¿a fenómenos diferentes? ¿será?
- 10 E4: Pero cómo va a ser igual el termómetro con la magnitud de una estrella.
- 11 E3: No se puede, no responden al mismo problema.
- ...
- 12 E4: Mira, con el ejemplo que ellos [hace referencia a los apuntes del formador] ponen acá: contar lápices, contar electrones, contar camisetas, todo se refiere a contar. Ellos quiere que le pongamos en el fenómeno todo lo que es de contar.
- 13 E1: ¡Ah!
- 14 E2: ¡Ah! ¡El mismo verbo!
- ...
- 15 E2: Sí, porque el contexto del problema pueden ser iguales.
- 16 E4: El problema no está en la pregunta, sino en el verbo que estamos usando.
- ...
- 17 E3: Allí lo dan como el verbo.
- 18 E2: Allí lo dan como el problema.
- 19 E2: Pero ella [refiriéndose a su tutor] lo que nos sugiere es que debe responder al mismo problema.
- 20 E1: ¡Exactamente!
- ...
- 21 E2: Hagámosle adelante y después vamos puliendo.

Las líneas de la 1 a la 3 ponen en evidencia que E1, E2 y E3 interpretaron el comentario con el mismo significado pretendido por su tutor, pues formularon el mismo requerimiento de cambio planteado por su tutor en el comentario. En la línea 8, se confirma que E3 entendió el comentario con el mismo significado de la instrucción. En el comentario, el tutor hizo referencia al conocimiento técnico del organizador del currículo fenomenología. El tutor les aclaró una técnica para poder organizar los fenómenos que están asociados a su tema. Dicha técnica fue presentada durante la instrucción y tiene que ver con agrupar los fenómenos que den respuesta a un mismo tipo de problemas. En las líneas 4 a la 6 se evidencia que E2 y E3 aceptaron el comentario del tutor. A partir de la línea 5, el grupo abordó el comentario y emprendió un proceso de negociación de significados.

Considero que, en el episodio, se pone en evidencia un proceso de negociación de significados que muestra cómo el grupo abordó el requerimiento planteado por su tutor en el comentario. En la línea 6, E3 reconoció el error en el que habían incurrido: considerar fenóme-

nos con características estructurales diferentes en un mismo contexto. El comentario del tutor hizo consciente a su grupo de tutorandos de que el significado que pusieron en juego no era correcto (reconocimiento de significado). El tutor no le dio la solución a su grupo. El grupo pasó luego por una situación de confusión de significados (líneas 7 a 11), para poder organizar los fenómenos por contextos. Dicha confusión se origina en su conocimiento didáctico parcial, específicamente en su conocimiento técnico sobre cómo determinar los contextos y ubicar los fenómenos en los contextos identificados. El grupo buscó los ejemplos de los apuntes y trató de entender qué técnica usaron para generar la información (líneas 12 a 18). En la línea 19, E2 materializó un significado que tiene que ver con su conocimiento técnico. En la línea 20, E1 coincidió con E2. El grupo se propuso organizar en un mismo contexto los fenómenos que dan respuesta a un mismo problema.

En resumen, el grupo entendió el comentario con el mismo significado de la instrucción, reconoció que había utilizado una técnica errada y se apoyó en los apuntes para solucionar su confusión. Como resultado del proceso de negociación de significados, el grupo logró materializar un significado válido. En el documento final del grupo, se reflejó un cambio positivo. En la figura 12, presento el esquema del proceso de negociación de significado del episodio.

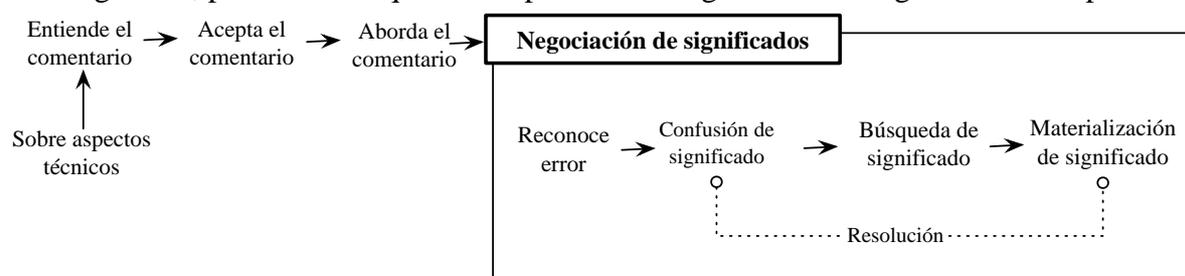


Figura 12. Esquema del proceso de negociación de significado del ejemplo 1.1

Ejemplo 1.2. Subestructuras en fenomenología

En la actividad 2.3, se requiere que los grupos de profesores en formación identifiquen los fenómenos que dan sentido al tema y los contextos, las subestructuras y las situaciones que permiten organizar dichos fenómenos. Los grupos deben identificar las subestructuras matemáticas más relevantes de su tema. De acuerdo con la instrucción, la identificación de subestructuras consiste en considerar la estructura conceptual del tema, identificar subestructuras de esa estructura conceptual y explorar si algunas de esas subestructuras organizan grupos de fenómenos. Una subestructura puede ser una “porción” de la estructura conceptual que, a los ojos del profesor en formación, tenga identidad propia. En algunos casos, estas subestructuras surgen de clasificaciones por tipos. En otros casos, pueden surgir por la identificación de propiedades de los conceptos involucrados en el tema. Los grupos pueden partir de organizar los fenómenos por contextos y luego identificar las subestructura matemática con las que se relacionan; pero también pueden organizar los fenómenos por subestructuras matemáticas y luego identificar los contextos con los que se relacionan. De acuerdo con la instrucción, al organizar los fenómenos, establecen una relación uno a uno entre contextos y subestructuras matemáticas. Los grupos, entre otras cuestiones, deben identificar las subestructuras que modelizan agrupaciones de fenómenos relevantes para su tema.

El grupo 1, en su borrador, no identificó las subestructuras relevantes para su tema (números enteros). El grupo organizó la información en una tabla de 6 columnas. En la figura 13, se aprecian los títulos de cada una de dichas columnas. Aunque el grupo intentó establecer

relaciones entre subestructuras y contextos, en la tabla no aparecen las subestructuras con las que el grupo analizó y estableció las relaciones entre contextos y subestructuras.

Tipo de fenómeno	Fenómeno	Problema al que responde	Contexto numérico	Relación subestructura-contexto	Situación
.					
.					
.					

Figura 13. Encabezado de tabla presentada en el borrador del grupo 1 en la actividad 2.3

El comentario del tutor fue el siguiente.

Tutor: Recordad que las subestructuras matemáticas se pueden definir como un conjunto de elementos del campo conceptual y procedimental y sus relaciones; o como una parte de la EC [estructura conceptual] ya que habéis realizado ese trabajo.

Como parte de la actividad, el grupo debía proponer el listado de subestructuras matemáticas que organizaban los fenómenos asociados con su tema. Al analizar el borrador del grupo 1 en esta actividad, el tutor reconoció que su grupo no había identificado esas subestructuras matemáticas, puesto que no aparecían en la tabla que el grupo presentó en el borrador (figura 13). El tutor pretendió aclarar aspectos teóricos sobre la noción de subestructura y orientó a su grupo para que generara una técnica que le permitiera producir información —las subestructuras— a partir de otra información con la que ya contaban —la estructura conceptual—. Esta es una técnica que se incluye en el conocimiento práctico del organizador del currículo estructura conceptual. Como mostraré en la interpretación y análisis del episodio que presento a continuación, el grupo entendió el comentario del tutor con el mismo significado pretendido por la instrucción, aceptó el requerimiento y lo abordó.

En el siguiente episodio se aprecia la discusión del grupo en relación con el comentario del tutor.

- 1 E3: ¡Vamos a colocarle eso!
- 2 E1: Es que esa es la subestructura, hermano, ¡las operaciones aritméticas!
- 3 E4: Allí es donde yo le digo que debemos meter esto [refiriéndose a la columna de subestructuras en la tabla].
- 4 E1: Pues claro esa es la subestructura. ¡oiga por fin! ¡creo que la subestructura que está metida allí son las operaciones! ¿no? ¿o estoy loco?...sí allí están, aquí están mírala, hágale, ¡operaciones! ¡pues claro!
- 5 E3: ¿Operaciones entre enteros cierto?...
- 6 E4: ...Y allí salen varias cosas, entre esa las operaciones.
- 7 E1: Y las operaciones, subestructura es la parte conceptual.
- ...
- 8 E1: Bueno, ¿cómo carajos?
- 9 E3: ¿Cuál es la altura en la que se encuentra, en la que se encuentra? [lee y va bajando la voz]

- 10 E1: Es que vea por ejemplo en la simetría, la subestructura [revisa un ejemplo que está en los apuntes dado por el formador]
- 11 E2: Dejemos una sola subestructura.
- 12 E3: [Hablan varios al mismo tiempo] Si dejamos una sola subestructura por contexto.
- 13 E2: Por contexto, por contexto!
- 14 E4: ¡Sí!
- 15 E3: Por ejemplo [ven los apuntes], ahí en esa de simetría ¿cuál es? ¿cuál es la subestructura?
- 16 E1: ¡Es!... Según lo que entiendo aquí es esto que tengo, [parece que leen en la actividad o en los apuntes] mire identificar las subestructuras que pueden agrupar familia de fenómenos.
- ...
- 17 E3: Simetría axial, es una subestructura.
- 18 E1: [Agrega] De la simetría...[sigue hablando del ejemplo de simetría]...
- 19 E2: ¡Ojo que debemos centrarnos a la parte conceptual!
- 20 E1: Abre el mapa por favor ... [le indica a otro miembro del grupo y hace referencia a los mapas de la estructura conceptual].
- ...
- 21 E1: Oigan miren según este cuadro si, la subestructura debe ser igual para cada contexto, la subestructura 1 es para en contexto 1, subestructura 2 para el contexto 2, subestructura 3 para el contexto 3!
- 22 E2: Entonces sí la estamos cascando.
- 23 E1: ¿Cuál es la subestructura que comparten esos 3?
- 24 E2: Esa es la pregunta ¿cuál?, ¿qué dicen los mapas conceptuales?, esperen un momento, [lee el mapa] las operaciones, agrupación...[Sigue leyendo] patrones numéricos, la simetría de...
- 25 E1: ¡Es que para medir, Usted necesita saber esto!
- 26 E2: Necesita saber la recta numérica.
- 27 E1: [Repite lo que dice E2] necesita saber la recta numérica.
- 28 E3: ¿Estamos hablando de posicionales, o de subestructura en una relación de orden?
- 29 E1: Si claro el ordenamiento, relación de orden si relación de ...
- 30 E2: Colócate en la tabla por favor [Refiriéndose a la tabla en la que han organizado la información del análisis fenomenológico de su tema].

Las líneas 1 a 5 del episodio ponen en evidencia que tres de los miembros del grupo (E1, E3 y E4) entendieron el comentario con el mismo significado pretendido por el tutor. Ellos comprendieron que debían identificar las subestructuras matemáticas que modelizan los fenóme-

nos asociados con su tema. E1 y E4 reconocieron (líneas 6 y 7) que podían hacer uso de la información que ya tenían sobre estructura conceptual para definir dichas subestructuras. El grupo entendió que una subestructura puede ser una “porción” de la estructura conceptual que para ellos tenga identidad propia dentro de su tema. El grupo le dio la razón a su tutor, se hizo consiente de que debía identificar e incluir en la tabla (elaborada por el grupo para organizar la información) las subestructuras relacionadas con su tema (líneas 1 a 7). El grupo abordó el comentario para dar respuesta al problema generado por el requerimiento del tutor y emprendió un proceso de negociación de significados (líneas 2 a 30).

El grupo pasó por diferentes situaciones de negociación de significados, en las que descubrió, se confundió, buscó, propuso y materializó significados. No siguió un orden específico en estos procesos. En lo que sigue identifico, en el episodio, cada una de las situaciones del proceso de negociación de significados.

El proceso de negociación de significados se inicia con un evento de descubrimiento, cuando E1 y E4 logran identificar una de las subestructuras matemáticas asociadas a su tema (líneas 2 a 4). Esto los motiva a hacer una primera propuesta de significado con base en la estructura conceptual que ya habían producido (líneas 6 y 7). No obstante, hay un momento de confusión (líneas 8 y 9), cuando el grupo trata de proponer otras subestructuras. Esta confusión pudo estar motivada por el hecho de que el grupo, en su borrador, había propuesto una organización de los fenómenos por contextos y ahora debía organizarlos por subestructuras matemáticas. Uno de los miembros del grupo (E1) se apoyó en los apuntes (línea 10) y buscó los ejemplos propuestos por la instrucción para tratar de comprender lo que debían hacer. E2 y E3, motivados por la información contenida en los apuntes, hicieron una nueva propuesta (líneas 11 a 13): debían dejar una sola subestructura por contexto. Esta propuesta se correspondía con el significado de referencia que habían trabajado durante la instrucción —al organizar los fenómenos, establecen una relación uno a uno entre contextos y subestructuras matemáticas—. E4 apoyó la propuesta de sus compañeros (línea 14). Esta propuesta estaba respaldada por la información que se recoge en los apuntes y que E3 y E1 ponen de manifiesto en la discusión (líneas 15 a 18). En este momento, E2 y E1 materializan un significado (líneas 19 y 20) que es acordado por el grupo y se relaciona con su primera propuesta: “una subestructura puede ser una porción de la estructura conceptual del tema”. En seguida, E1 y E2 hacen y materializan una segunda propuesta de significado: “corresponde una subestructura por contexto” (líneas 21 y 22). De la línea 23 en adelante, el grupo hace uso de los significados que han materializado para determinar las otras subestructuras matemáticas vinculadas con su tema.

En el episodio, el grupo puso en juego y desarrolló su conocimiento didáctico sobre el organizador del currículo Fenomenología. Inicialmente, el conocimiento teórico del grupo les permitió identificar una subestructura de su tema. Con base en ese conocimiento teórico, el grupo desarrolló una técnica del conocimiento práctico del organizador del currículo Estructura conceptual: revisar el mapa conceptual del tema para identificar otras subestructuras. El desarrollo de este conocimiento práctico fue motivado por el comentario del tutor y se consolidó con la revisión que el grupo realizó de los apuntes. De esta forma, como resultado del proceso de negociación de significados, el grupo materializó significados válidos que se reflejaron en el documento final como un cambio positivo. En la figura 14, presento un esquema de este proceso.

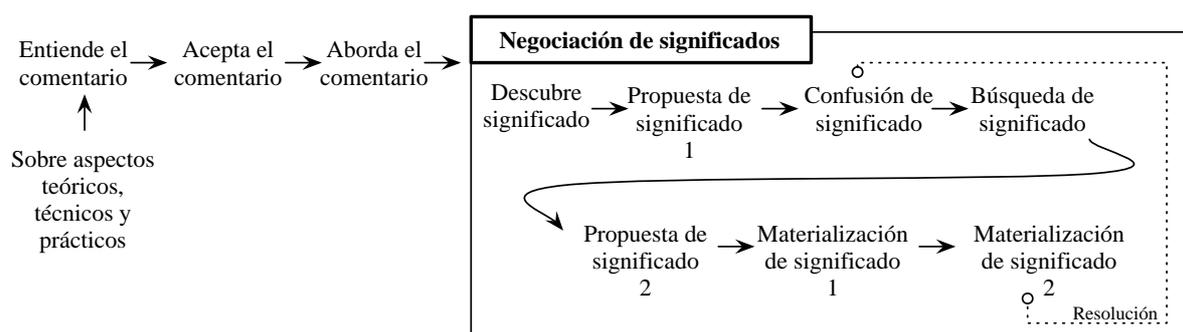


Figura 14. Esquema del proceso de negociación de significado del ejemplo 1.2

6.2. Entiende el comentario con significado diferente: aborda un problema distinto

Esta conjetura se describe de la siguiente manera.

El grupo entiende el comentario del tutor con un significado diferente al de su tutor y, desde su interpretación, genera un nuevo requerimiento que acepta y aborda como un problema diferente del planteado por su tutor.

Ejemplo 2.1. Capacidades y caminos de aprendizaje

En la actividad 3.3, se requiere que los grupos de profesores en formación produzcan los caminos de aprendizaje de las tareas que caracterizan un objetivo de aprendizaje. Estos caminos de aprendizaje se configuran como grafos en los que los nodos son capacidades. Los caminos de aprendizaje representan posibles estrategias que el profesor prevé que los escolares pueden activar para resolver las tareas que caracterizan el objetivo de aprendizaje. Se espera que estos caminos de aprendizaje incluyan todas las capacidades que son necesarias para abordar la tarea. Como parte de la actividad, los grupos deben revisar los listados de capacidades que generaron en actividades anteriores y con las que construyen los caminos de aprendizaje. Con base en los análisis de los caminos de aprendizaje de las tareas, los grupos deben reformular o agregar las capacidades que sean necesarias, de forma que queden bien determinados todos los procedimientos rutinarios necesarios para poder resolver las tareas que se han enunciado.

El grupo 1, en su borrador, presentó los caminos de aprendizaje que elaboraron para cada una de las tareas que caracterizan el objetivo seleccionado. El grupo especificó qué listado de capacidades utilizó para la construcción de esos caminos de aprendizaje (tabla 25, columna 1). Al final del borrador, el grupo presentó el listado de capacidades que generó luego del análisis de los caminos de aprendizaje y de la reformulación de las tareas. Las capacidades que el grupo reformuló o agregó aparecen en otro color en el listado de capacidades propuestas (tabla 25, columna 2).

Tabla 25

Parte de la información del borrador del grupo 1 en la actividad 3.3

Lista de capacidades empleada para realizar los caminos de aprendizaje (obtenida de la actividad 3.2)	Capacidades reformuladas (cambios en rojo)
C1. Corresponder el conjunto de los números enteros y los puntos de la recta numérica.	C1. Corresponder el conjunto de los números enteros y los puntos de la recta numérica.
C7. Traducir una situación aditiva a una expresión aritmética.	C7. Traducir una situación aditiva a una expresión aritmética o gráfica.

Tabla 25

Parte de la información del borrador del grupo 1 en la actividad 3.3

Lista de capacidades empleada para realizar los caminos de aprendizaje (obtenida de la actividad 3.2)	Capacidades reformuladas (cambios en rojo)
C8. Verificar los resultados obtenidos a partir de la formulación de una situación aditiva.	C11. Dado un par de números enteros, ejecutar la operación indicada y obtener un resultado.
C9. Interpretar los resultados obtenidos a partir de una situación aditiva (coherencia, concordancia, correspondientes).	C12. Dado un resultado, expresarlo en un lenguaje matemático apropiado (representación verbal).
C10. Reconocer números signados, números positivos y números negativos en expresiones aritméticas.	C13. Plantear la operación a realizarse (adición o sustracción) de acuerdo a la situación propuesta en un problema.
	C14. Identificar el signo de un número de acuerdo al resultado obtenido.

El comentario del tutor fue el siguiente.

Tutor: Echo en falta alguna capacidad que haga referencia al reconocimiento de una situación aditiva en el enunciado del problema.

Al analizar la propuesta del grupo 1 en esta actividad, el tutor reconoció que los caminos de aprendizaje propuestos por el grupo no incluían una capacidad que forma parte del proceso de modelización del problema: reconocer que, en una situación no matemática, hay una situación aditiva que se puede modelizar. Como muestro en la interpretación y análisis del episodio que presento a continuación, el grupo interpretó el comentario con un significado diferente del pretendido por la instrucción y, por consiguiente, generó un nuevo requerimiento que lo llevó a abordar un problema diferente del pretendido por el tutor.

En el siguiente episodio se aprecia la discusión del grupo en relación con el comentario del tutor.

- 1 *E3:* ... ¡Pero a mí me pareció que esta ya la teníamos! [Hace silencio]. O sea porque nosotros ya habíamos escrito la expresión [refiriéndose a una capacidad que formularon en su borrador como “traducir una situación aditiva a una expresión aritmética”], o sea ya habíamos escrito identificar una situación aditiva.
- 2 *E1:* Esta dice [refiriéndose a una capacidad identificada en su listado] interpretar resultados de acuerdo a su signo.
- 3 *E3:* Identificar. No, ya va espérate...
- 4 *E1:* Identificar el signo de un número de acuerdo al contexto de la situación planteada [busca en su listado de capacidades y, al mismo tiempo, formula una nueva capacidad].
- ...
- 5 *E2:* [E2 sigue con su propuesta] ¿No se puede poner eso? Identificar las cantidades necesarias para resolver el problema, y ¡ya!, ¿no?
- 6 *E3:* Identificar las cantidades... De acuerdo a lo que ... nos dijo que [trata de hacer re-

ferencia al comentario del tutor].

- 7 E1: [E1 interrumpe a E3] En la parte de modelizar dice: seleccionan y organizan los datos relevantes de ese problema para [Lee los apuntes]...
- 8 E2: ¡Listo! ¿Pero eso no es una competencia? Eso es parte de una competencia.
- 9 E1: Eso es parte de los datos para modelizar.
- 10 E2: Listo, ¡póngalo así!
- 11 E1: Identificar las cantidades... [dicta o escribe la capacidad]... Los datos relevantes [sigue escribiendo o dictando]... En primer lugar tenemos que poner los datos relevantes, [escribe o dicta] Identificar las cantidades y datos y datos relevantes.

La línea 1 del episodio pone en evidencia que E3 interpretó el comentario del tutor con un significado diferente del pretendido por la instrucción. El conocimiento didáctico de E3 no le permitió reconocer que, antes de construir un modelo de una situación descrita en un problema, es necesario reconocer que la situación corresponde a un cierto tipo de modelo (en este caso el modelo aditivo). E3 interpretó el comentario del tutor en el sentido de que, una vez que se ha reconocido el modelo aditivo, es necesario identificar en el problema los datos que forman parte del modelo. En la línea 2, E1 aceptó la posición de E3. De allí en adelante, el grupo, aceptó el comentario del tutor con el significado que le asignaron, y abordó un problema diferente del propuesto por el tutor en su comentario. En cambio de incluir una capacidad como la propuesta por el tutor, el grupo se embarcó en un proceso de negociación de significados (líneas 2 a 11) para mejorar la redacción de la capacidad que ya tenían formulada en su listado y que se refiere a la identificación de los datos del problema con los que se puede construir el modelo aditivo.

En resumen, el conocimiento didáctico parcial del grupo sobre la noción de modelización llevó al grupo a interpretar el comentario del tutor con un significado diferente al de la instrucción. El significado que el grupo asignó al comentario les llevó a generar un problema diferente del que el tutor formulaba. El grupo decidió que el problema consistía en mejorar la redacción de una capacidad ya existente. Es decir, generó un nuevo requerimiento y lo aceptó. El grupo abordó este problema y no abordó el problema propuesto por el tutor. Por consiguiente, no se aprecia ningún cambio en la producción del grupo. La figura 15 muestra esquemáticamente este proceso.

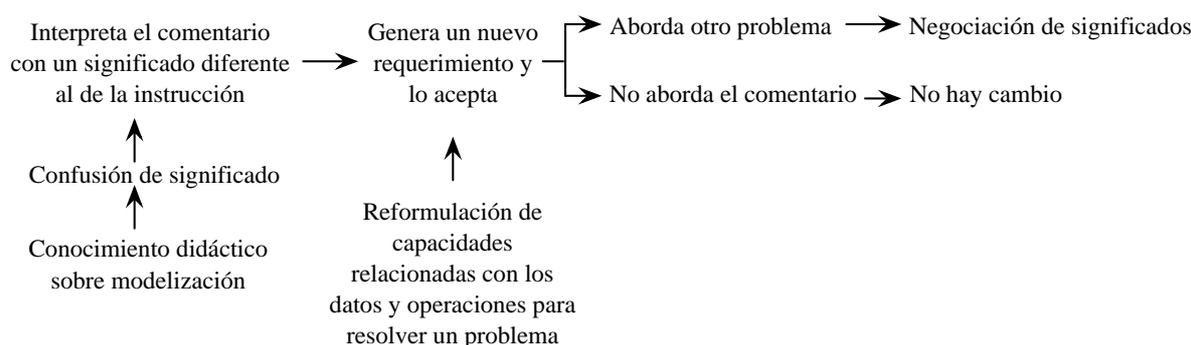


Figura 15. Esquema del ejemplo 2.1 en el que no se aborda el comentario

Ejemplo 2.2. Estructura conceptual

En la actividad 2.1, se requiere que los grupos de profesores en formación identifiquen los conceptos y procedimientos que caracterizan el tema y las relaciones entre ellos. La instrucción sugiere que, para construir la estructura conceptual del tema, se debe dar respuesta a las siguientes cuestiones: identificar los conceptos que caracterizan el tema y los procedimientos que están implicados en el tema, y establecer las relaciones entre los conceptos, entre los procedimientos y entre los conceptos y procedimientos. Los conceptos, los procedimientos y las relaciones entre ellos son las ideas clave del organizador del currículo estructura conceptual. Para producir la estructura conceptual del tema, es necesario que los grupos construyan la estructura conceptual de la estructura matemática de la cual el tema forma parte. En la estructura conceptual de la estructura matemática en la que se ubica el tema, se identifican los principales conceptos involucrados y se ubica el tema como parte coherente de la estructura matemática analizada. La técnica propuesta por la instrucción consiste en la elaboración de listados de elementos conceptuales y procedimentales, para luego producir los mapas conceptuales. La construcción de uno o varios mapas conceptuales permite evidenciar las relaciones entre los elementos. Los grupos deben generar un mapa de la estructura conceptual de la estructura matemática e identificar en dicho mapa el tema con el que trabajarán. Este mapa tiene un nivel de concreción intermedio. Luego, los grupos deben entrar en un mayor nivel de detalle, considerando la elaboración de los listados de elementos conceptuales y procedimentales más específicos. En esos listados será necesario considerar las subdivisiones de los hechos —términos, notaciones, convenios y resultados— como elementos del campo conceptual. Por consiguiente, el mapa conceptual de la estructura conceptual del tema debe tener un mayor nivel de detalle.

El grupo 3, en su borrador, presentó un párrafo introductorio en el que indicó cuál era su tema y lo describió brevemente. Luego, desarrolló las dos partes de la actividad. En la primera parte, el grupo produjo el mapa de la estructura conceptual de la estructura matemática en la que se ubica su tema. En la segunda parte, el grupo produjo la información relacionada con la estructura conceptual del tema —el mapa de la estructura conceptual de su tema y los listados de elementos del campo conceptual y del campo procedimental—. El mapa conceptual del tema presentaba un nivel de detalle similar al primero. El grupo organizó los listados por niveles y presentó en forma paralela los elementos de ambos campos. Por ejemplo, en el primer nivel de esos listados consideró los hechos y destrezas relevantes para su tema. No obstante, los hechos no estaban subdivididos de acuerdo con la clasificación propuesta por la instrucción: términos, notaciones, convenios y resultados.

El comentario del tutor fue el siguiente.

Tutor: Sugiero reviséis en los apuntes en qué se subclasifican los hechos. Eso os ayudará a completar y estructurar este listado.

Al analizar el borrador del grupo 3 en esta actividad, el tutor reconoció que los listados de elementos del campo conceptual y procedimental de la estructura conceptual de su tema requerían de un mayor nivel de detalle, por lo que solicita al grupo que complemente los listados de elementos del campo conceptual. El tutor, en su comentario, trata de centrar la atención de su grupo en la segunda parte de la actividad que alude al tema en el que el grupo trabajó. El tutor le sugirió una técnica para complementar y estructurar mejor esta parte: utilizar para ello la subdivisión de los hechos. Los hechos, de acuerdo con los conocimientos de referencia, se subdividen en términos, notaciones, convenios y resultados. El tutor esperaba que su grupo identificara los términos, notaciones, convenios y resultados que conforman la estructura conceptual de su tema. El tutor, en su comentario, hace referencia al conocimiento teórico —identificación de los hechos—, pero también se refiere al conocimiento técnico —cómo la subdivisión de los hechos podría ayudar a su grupo para complementar la información requerida—. Como mostraré en la interpretación y análisis del episodio que presento a continuación, el grupo interpretó el comentario con un significado diferente del pretendido por el tutor y, por consiguiente, no lo abordó. Abordó un problema distinto.

En el siguiente episodio se aprecia la discusión del grupo en relación con el comentario del tutor.

- 1 *E2:* ... Es que yo no sé cómo encontrar el orden, porque ella dice [refiriéndose al tutor] que hechos, de las destrezas, todo eso.
- 2 *E1:* A pero es que es fácil, ... lo que pasa es que ahí yo no lo tengo desglosado... ¡Ah! pero yo aquí, ya terminé los mapas de eso, lo que pasa es que no los había terminado. [Lee los apuntes] El campo conceptual [sigue leyendo] Los hechos tienen términos, notaciones, convenios y resultados, los conceptos son conjunto de hechos y relaciones entre ellos, que son sistemas. Y la estructura son los sistemas de conceptos.
- 3 *E2:* ... Como lo tienes tú allí yo me guío y de una vez lo vamos escribiendo.
- 4 *E1:* Entonces lo que yo le digo es que vaya sacando, ¡hechos!, entonces de los hechos de ese mapa que ya tenemos... Qué hechos tú puedes determinar, o sea, cuáles son términos, cuáles son notaciones, cuáles son convenios, cuáles son resultados.
- 5 *E2:* ¿Toca subdividirlos? ¿Sí? ¿Así?
- 6 *E1:* Puede ser que no lo subdivida, pero los va sacando ¿sí?...
- 7 *E2:* ¡Sí! ¿Este es el general? [refiriéndose si lo harían sobre la estructura conceptual de la estructura matemática donde se ubica su tema].
- 8 *E1:* Si este es el general, el que vamos hacer es el general que es el que estaba hecho.

La línea 2 del episodio pone en evidencia que E2 interpretó el comentario del tutor con un significado diferente del pretendido por la instrucción. E2 entendió que debía ordenar la información que tenían en los listados, pero reconoció que no sabía cómo hacerlo. E1 convenció a E2 de que, para desglosar los elementos por niveles, podía utilizar los mapas conceptuales (líneas 2 y 4). En la línea 5, E2 aceptó la posición de E1. El grupo interpretó, que debía

ordenar la información de los listados de elementos conceptuales al considerar la subdivisión de los hechos (línea 6) y que, para hacerlo, debían tener listos los mapas (línea 2). Pensaron que, al estar terminado el mapa de la estructura conceptual donde se ubica su tema, podían trabajar con el desglose de los elementos del campo conceptual (línea 8). El grupo no entendió que el tutor le pedía que describiera con mayor nivel de detalle los elementos conceptuales de la estructura conceptual de su tema. El grupo generó un nuevo requerimiento con base en un significado inválido relacionado con su conocimiento técnico del organizador del currículo estructura conceptual. De la línea 4 en adelante, se evidencia que el grupo aceptó el requerimiento que generó y abordó un problema diferente del propuesto por el tutor en su comentario. En cambio de utilizar la subdivisión de los hechos para entrar en un mayor nivel de detalle en la construcción de la estructura conceptual de su tema, el grupo se embarcó en un proceso de negociación de significados (líneas 4 a 8) para identificar, a partir del mapa de la estructura conceptual de la estructura matemática en la que se ubica su tema, los tipos de hechos asociados con esa estructura matemática.

En la entrevista, confirmé las dificultades asociadas al conocimiento didáctico del grupo. Uno de sus miembros expresó las dificultades que tenían para hacer los listados y sobre todo para distinguir los elementos del campo conceptual (línea 1 de la entrevista). También se evidencia (en la línea 2 de la entrevista) que el grupo interpretó el comentario con otro significado, ya que consideró que debía elaborar los listados (con ello la subdivisión de los hechos) para la parte en la que trabajaron con la estructura conceptual de la estructura matemática en donde se ubica su tema.

Entrevistadora: Su tutor les hizo algunos comentarios relacionados con los listados de elementos conceptuales y procedimentales por niveles. Entre otras cosas les sugirió que revisaran en los apuntes en qué se subclasifican los hechos. Que esto le ayudaría a completar y estructurar este listado [refiriéndose a los listados de elementos de la estructura conceptual de su tema].

1 *E1:* De por sí creo que esta parte fue la más dura de toda la actividad. El hecho de poder clasificar en hechos, en poder clasificar conceptos y en estructura. Si, o sea, esos tres. De pronto la parte procedimental no tanto, pero si la parte, esas tres, la parte conceptual se parecen. Aun en este momento creo que todos tenemos dudas es en eso en saber cuando es un hecho, cuando es un concepto y cuando son estructuras.

2 *E2:* Nosotros aceptamos hacer las divisiones de los campos de un mapa y pero para el otro si lo dejamos igual...

En el episodio y en la entrevista se pone en evidencia que la forma como el grupo interpretó el comentario del tutor está relacionada con su conocimiento didáctico, específicamente con el conocimiento teórico y técnico del organizador del currículo Estructura conceptual. El grupo construyó una técnica para producir los listados de elementos conceptuales y procedimentales con base en la información contenida en los mapas conceptuales. El desarrollo de su conocimiento técnico no le permitió percibir con claridad la utilidad de los listados de elementos conceptuales y procedimentales en el análisis y construcción de la estructura conceptual del tema.

En resumen, el conocimiento teórico y técnico del organizador del currículo Estructura conceptual que había desarrollado el grupo lo llevó a interpretar el comentario del tutor con

un significado diferente al pretendido por su tutor. El significado que el grupo asignó al comentario los llevó a generar un problema diferente del que el tutor formulaba. El grupo abordó este problema y no abordó el problema propuesto por el tutor. Por consiguiente, no se aprecia ningún cambio en la producción del grupo. La figura 16 muestra esquemáticamente este proceso.

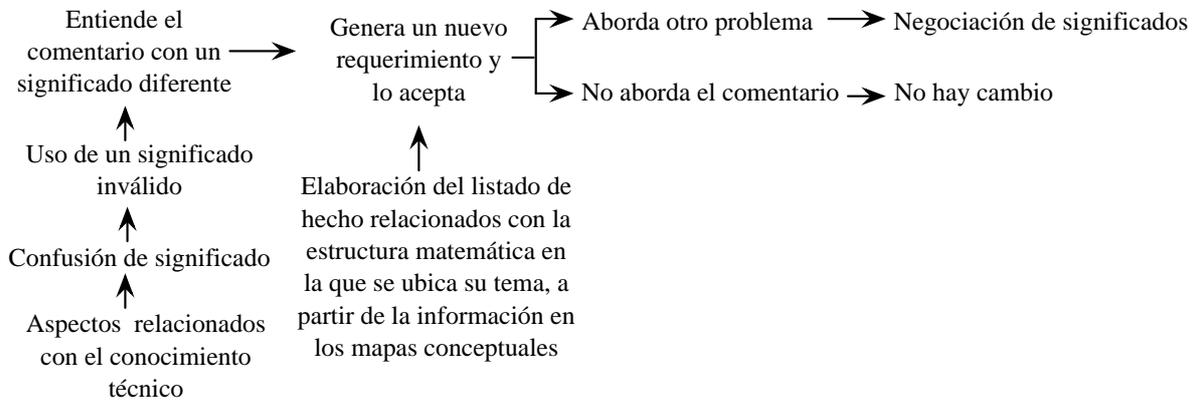


Figura 16. Esquema del ejemplo 2.2 en el que no se aborda el comentario

6.3. Entiende el comentario con un significado diferente y no lo acepta

Esta conjetura se puede describir de la siguiente manera.

El grupo entiende el comentario del tutor con un significado diferente y, desde su interpretación, no lo acepta.

Ejemplo 3.1. Ratio, fracciones y números racionales

En la actividad 2.2, se requiere que los grupos de profesores en formación establezcan los sistemas de representación asociados al tema y las relaciones entre ellos. De acuerdo con la instrucción, dentro del análisis de contenido, los sistemas de representación como organizador del currículo, permiten dar respuestas a dos cuestiones: qué representaciones hay asociadas al tema y qué relaciones se pueden establecer entre esas representaciones. Para dar respuestas a estas preguntas, el profesor puede determinar los diferentes sistemas de representación en los que se puede representar el tema e identificar las relaciones entre esos sistemas de representación. Analizar cómo se expresan los elementos de la estructura conceptual y cuáles de esas formas de expresión constituyen sistemas de representación puede ayudar a conocer los significados del tema desde la perspectiva de los sistemas de representación. Dado que los temas matemáticos tienen sus propias características, no todos los sistemas de representación juegan el mismo papel en todos los temas. En la actividad, entre otras cosas, los grupos deben identificar los sistemas de representación más relevantes para el tema y presentar ejemplos de cada uno de ellos.

El grupo 3, en su borrador, propuso un sistema de representación numérico. El grupo hizo una descripción del sistema de representación propuesto, en la que especificó que los elementos de ese sistema de representación eran los números racionales. El grupo detalló la utilidad del conjunto numérico, para la sustitución en fórmulas y expresiones en las que se calcula el área (de polígonos y círculos) y para dar los resultados en problemas sobre áreas. También, propuso varios ejemplos vinculados con el sistema de representación propuesto (figura 17).

$\blacklozenge L = (2)(3,14)(3)$ $L = 18,84$	$\blacklozenge \frac{h}{2} = \frac{8}{h}$ $h^2 = (2)(8)$ $h^2 = 16$ $\sqrt{h^2} = \sqrt{16}$ $h = 4$
$\blacklozenge A = (3,14)(2^2)$ $A = 12,56$	$\blacklozenge h^2 = 4^2 + 5^2$ $h^2 = 16 + 25$ $h^2 = 41$ $\sqrt{h^2} = \sqrt{41}$ $h = 6,4$
$\blacklozenge A = \frac{6 \times 4 \times 2}{2}$ $A = 24$	

Figura 17. Parte de la información en el borrador del grupo 3

El comentario del tutor fue el siguiente.

Tutor: Debería quedar claro que: - los números racionales se usan para expresar la fracción del total que aparece sombreada; de hecho, identificar esta ratio puede ser una estrategia muy interesante de resolución de problemas de áreas sombreadas.

Al analizar el borrador del grupo 3 en esta actividad, el tutor reconoció que el grupo identificó el sistema de representación numérico “números racionales” para referirse a la sustitución de números en formulas relacionadas con el calculo de área (figura 17). El grupo no consideró la posibilidad de utilizar otras formas de representación numéricas. El tutor le pidió a su grupo que aclarara que los números racionales tienen otras formas de representación que son de utilidad en su tema. Entendió que su grupo planteó la sustitución de valores numéricos en las fórmulas como una de las vertientes de utilidad para su tema; pero le aclaró que hay otras formas de representación numéricas muy interesantes (por ejemplo, la descripción mediante razones o fracciones de área de la región sombreada en relación con el total del área). En el comentario, el tutor hizo referencia al conocimiento técnico del organizador del currículo sistemas de representación, destacó la importancia de considerar las características del tema, y la consideración de posibles transformaciones dentro de un mismo sistema de representación. Como mostraré en la interpretación y análisis del episodio que presento a continuación, el grupo interpretó el comentario con un significado diferente del pretendido por la instrucción y, desde su interpretación, consideró que el tutor no tenía razón, por lo que no aceptó el comentario.

En el siguiente episodio, se aprecia la discusión del grupo en relación con el comentario del tutor.

- 1 *E1:* ... Aquí en este dice [lee el comentario del tutor], ... debería quedar claro que los números racionales se usan para expresar la fracción del total... de hecho identificar este ratio [hace énfasis en la palabra ratio].
- 2 *E3:* ¡Si eso no lo entendí allí!
- 3 *E1:* Yo creo que es radio ¿No? Si, identificar este radio...Yo creo que se equivoco aquí.
- 4 *E3:* Tampoco puede ser radio, por que no puede ser identificar este radio ¿No sería identificar esta área?

- 5 *E1*: Ratio relación o proporción que se establece entre dos cantidades [lee el significado de la palabra ratio al parecer lo busca en un diccionario]. ¡Ve yo no sabía!
- 6 *E3*: entonces sería ¡proporciones o ratio!
- 7 *E1*: ¡Listo entonces aquí![lee nuevamente el comentario]... de hecho identificar este ¡ratio! ¡eh! puede ser una estrategia muy interesante de resolución de problemas de áreas sombreadas...
- 8 *E2*: A mi a veces me da la sensación de que ella esta hablando no de racionales sino de fraccionarios, esta diciendo que las fracciones...
- 9 *E3*: ...Bueno ella dice que los racionales lo podemos brindar como una fracción del área.
- 10 *E2*: Será que ella no nos entendió... que tenemos que especificar números enteros, números racionales...
- ...
- 11 *E3*: Ella entiende que solo nos estamos refiriendo a [interrumpe E1].
- 12 *E1*: ¿A las fracciones?
- 13 *E3*: ¡Sí!, A los racionales.

En las líneas 1 a 4 del episodio, se pone en evidencia que el grupo no entendía el significado de un término presente en el texto del comentario. E3 manifestó explícitamente (línea 2) que no entendía el significado de la palabra “ratio”. E1 buscó el significado del término “ratio” (línea 5), lo que llevó a otro miembro del grupo a resolver su duda sobre el significado de dicho término (E3, línea 6). Sin embargo, a partir de la línea 8, se pone en evidencia que el grupo interpretó el comentario del tutor con otro significado. E2 interpretó que su tutor requería que identificaran cada uno de los conjuntos numéricos (línea 10). E3 y E1 manifestaron su apoyo a E2, al considerar que su tutor había entendido que sólo estaban considerando un único conjunto numérico (líneas 11 a 13). El grupo consideró que su tutor le estaba indicando que la información que ellos habían producido no era completa, por lo que debían indicar los otros conjuntos numéricos. En cambio de producir información sobre otras formas de representar numéricamente los elementos conceptuales de su tema dentro de un mismo conjunto numérico, el grupo no aceptó el comentario del tutor.

Para constatar el significado con el cual el grupo interpretó y no aceptó el comentario, decidí revisar en las entrevistas realizadas, la pregunta asociada a este episodio. En la entrevista, le pregunté sobre la interpretación que hicieron del comentario del tutor y su decisión de no hacer los cambios requeridos.

Entrevistador: ¿Cómo interpretaron la parte del comentario en el que el tutor les dijo: “debería quedar claro que: los números racionales se usan para expresar la fracción del total que aparece sombreada; de hecho, identificar esta ratio puede ser una estrategia muy interesante de resolución de problemas de áreas sombreadas”?

- 1 *E1*: Ah, no, es que ese no lo tomamos en cuenta... Nosotros luego caímos en cuenta que debimos haber colocado números reales, para que ella no lo to-

para solo como la división entre los dos números, o como porcentaje o decimales, sino que nos estábamos refiriendo a todo, lo único que no íbamos a incluir inicialmente era irracionales porque como pues es octavo-noveno hasta ahora se estaban identificando con los irracionales. Pero finalmente nosotros hicimos caso omiso a eso, solamente porque asumimos que ella fue la que le dio la mala interpretación... al nosotros haber colocado los números racionales.

En la entrevista, E1 manifestó que hicieron caso omiso al requerimiento planteado por el tutor. Como se evidencia en la entrevista, el grupo consideró que su tutor no entendió lo que ellos propusieron. Por ello decidieron no aceptar el comentario.

El grupo emprendió un proceso de negociación de significados para interpretar el comentario de su tutor y llegar a la determinación de no aceptarlo. El grupo centró su atención en la palabra “ratio” y reconocieron que este término no les permitía entender lo que su tutor requería. El grupo pasó por una situación de confusión que inicialmente lo llevó a pensar que se podría tratar de un error en el texto del comentario. Esto se evidencia cuando uno de sus miembros expresó “yo creo que se equivocó aquí”. Luego, el grupo trató de hacer una interpretación del comentario que dependía del significado que le dieron a la palabra “ratio” (líneas 3 y 4 del episodio). Uno de sus miembros buscó y leyó el significado de la palabra “ratio” en el diccionario (línea 5). Esto permitió a otro miembro del grupo hacer una propuesta de significado del comentario (línea 6). Constaté, en primera instancia, que un problema de lenguaje dificultó la interpretación del comentario. No obstante, una vez que el grupo resolvió ese problema, el grupo no entendió el comentario debido a un conocimiento matemático parcial vinculado con la relación entre fracciones y números racionales. Esto les llevó a pensar que el tutor no había entendido lo que ellos habían escrito. Aunque las fracciones son una forma de representar los números racionales, el grupo percibió fracciones y números racionales como conceptos diferentes.

En resumen, aunque un problema del lenguaje influyó en primera instancia en la interpretación del comentario por parte del grupo, su conocimiento matemático lo llevó a interpretar el comentario con un significado diferente al pretendido por su tutor. El grupo consideró que el sistema de representación numérico propuesto era el adecuado para representar los elementos conceptuales de su tema por lo que no necesitaban de otras formas de representar el área sombreada. El grupo descartó la posibilidad de representar porciones del área sombreada mediante fracciones del total del área a calcular. Por consiguiente, no se aprecia ningún cambio en la producción del grupo. La figura 18 muestra esquemáticamente este proceso.

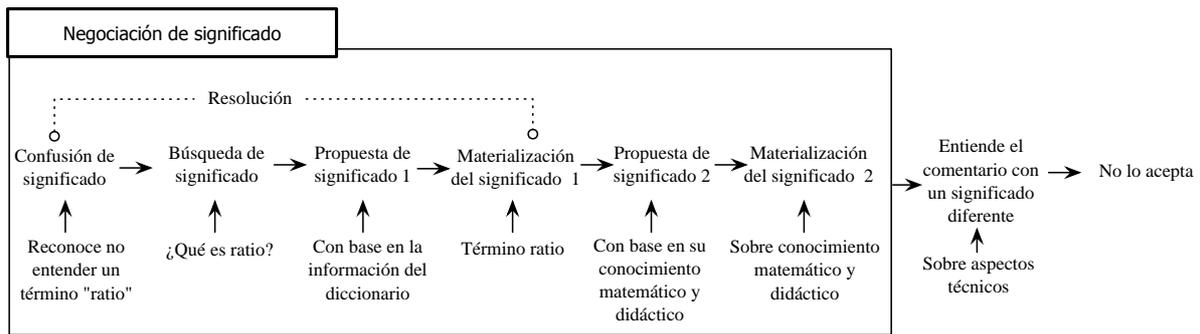


Figura 18. Esquema del ejemplo 3.1 en el que no se aborda el comentario

Ejemplo 3.2. Concreción de capacidades

En la actividad 3.3, se requiere, entre otras cosas, que los grupos construyan los caminos de aprendizaje de las tareas que caracterizan un objetivo de aprendizaje (que describí en detalle en el ejemplo 2.1). Los caminos de aprendizaje se construyen con base en un conjunto de capacidades. Cada capacidad propuesta debe definirse como una expectativa del profesor sobre la actuación de un estudiante con respecto a cierto tipo de tarea de tipo rutinario asociada a un tema matemático. Por consiguiente, las capacidades deben tener un nivel concreción que corresponda a este tipo de tarea. Los grupos debían revisar las capacidades que propusieron en actividades anteriores y ver si debían reformularlas o si hacía falta agregar nuevas capacidades, de forma que los procedimientos rutinarios que el estudiante realizará al resolver las tareas quedaran bien determinados. El nivel de concreción de una capacidad debe evidenciarse en su redacción. La redacción de una capacidad no debe dar lugar a considerar que puede subdividirse en otras capacidades. Por consiguiente, su enunciado no puede ser general.

El grupo 3, en su borrador, propuso un conjunto de capacidades con motivo del análisis de los caminos de aprendizaje vinculados con la resolución de un conjunto de tareas que caracterizaban un objetivo propuesto. El grupo formuló la tarea que presento en la figura 19. Al considerar los caminos de aprendizaje posibles, el grupo propuso una nueva capacidad requerida en la resolución de la tarea: “establece relaciones de igualdad entre dos áreas sombreadas”.

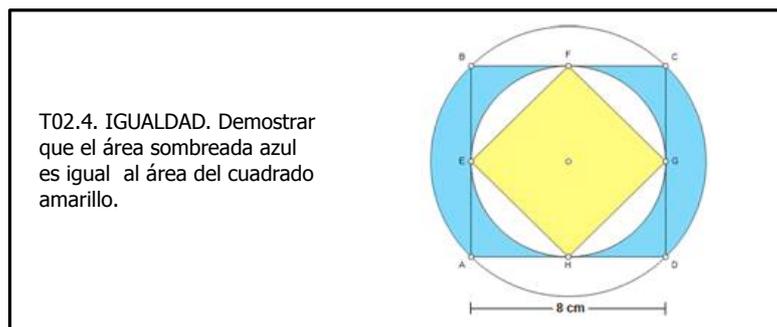


Figura 19. Enunciado de la tarea propuesta por el grupo 3

El comentario del tutor fue el siguiente.

Tutor: El enunciado de esta capacidad es muy general. Dicho así, puede involucrar áreas sombreadas muy complejas (por ejemplo T02.4), con lo cual no sería una capacidad.

Al analizar el borrador del grupo 3 en esta actividad, el tutor reconoció que una de las capacidades propuestas por el grupo para la resolución de la tarea estaba redactada de manera muy general. Por consiguiente, no era una capacidad. El tutor le solicitó reformular su redacción. El tutor hizo énfasis en el significado de referencia, en el sentido del nivel de concreción de una capacidad, como describí anteriormente. Como mostraré en la interpretación y análisis del episodio que presento a continuación, el grupo interpretó el comentario con un significado diferente del pretendido por la instrucción y, desde su interpretación, consideró que el tutor no tenía razón, por lo que no aceptó el comentario del tutor. En el siguiente episodio se aprecia la discusión del grupo en relación con el comentario del tutor.

- 1 *E1*: Es que yo me estoy refiriendo a ese proceso adicional que existe ahí, pero no sé como redactar para que se vea así, concreto [hace una pausa]. Pues yo no la cambiaría, ¡no sé! ...Yo entiendo lo que ella [refiriéndose a su tutor] dice acá; que establece igualdad entre dos áreas sombreadas. Claro, si ella la ve así general, entre esto y esto hay muchas cosas intermedias. ¿Cierto? Pero nosotros la colocamos como esa cosa agregada después de haber hecho lo otro [refiriéndose a otras capacidades]...
- 2 *E3*: Podemos decir: establece relaciones de igualdad después de haber hecho esto, o algo así, explicando que es después de un proceso aritmético.
- 3 *E1*: Pero es que, en sí la capacidad es esa. [Lee la capacidad] “Establece relaciones de igualdad entre dos áreas”. Así yo le de a usted un triángulo o un cuadrado, usted tiene que mirar por medio de un proceso bien sea aritmético o geométrico. Pero me tienen que decir si es igual o no es igual. Yo entiendo lo que está diciendo... ella [refiriéndose a su tutor]. Nos está diciendo como el ejercicio O2.4 ... ¿Cierto? [hace referencia a la tarea citada por el tutor].
- 4 *E3*: ¡Sí!
- 5 *E1*: Pues claro si tú le dices que el ejercicio es comparar áreas... Pues por medio de esas hay un montón de capacidades. Pero lo que hicimos fue agregar una porque era el valor agregado que tenía que decir, que era la comparación [refiriéndose a la capacidad de la que hablan]. Entonces pues yo pienso que eso es así [que la capacidad es la que han formulado].
- 6 *E2*: Listo. Pues quítele lo rojo [refiriéndose a quitar el control de cambio].
- 7 *E3*: ¡Listo! ...
- 8 *E1*: Porque la capacidad es muy concreta [afirma tratando de justificar].

La línea 1 del episodio pone en evidencia que E1 entendió que su tutor le hacía referencia a una capacidad en particular y que consideraba que no era una capacidad. En esta misma línea, se evidencia que el significado con el que E1 interpretó el comentario está asociado con el significado que él tiene de capacidad. Para E1, el enunciado de la capacidad era el correcto, al considerar que esa capacidad formaba parte de un conjunto de capacidades que conformaban una secuencia de capacidades. A partir de su interpretación, la redacción del enunciado de la capacidad no es trascendental. Lo determinante es la secuencia de capacidades en la que se ubica la capacidad. Aunque E3 hizo un esfuerzo por complementar el enunciado de la capacidad (línea 2), E1 explicitó sus argumentos y mantuvo su posición (línea 3). E3 aceptó la posición de E1 (línea 4). E1 insistió en sus argumentos para considerar que debían dejar igual

la capacidad cuestionada (línea 5). En las líneas 6 y 7, se evidencia que E2 y E3 aceptaron la posición de E1, por lo que decidieron no aceptar el comentario de su tutor.

Para constatar el significado con el cual el grupo interpretó el comentario, decidí revisar, en las entrevistas realizadas, la pregunta asociada a este episodio. En la entrevista, le pregunté sobre la interpretación que hicieron de ese comentario del tutor y sobre cómo tomaron la decisión de dejar la capacidad tal y como estaba formulada en el borrador (no hicieron cambios en el documento final). E3 y E1 respondieron de la siguiente manera.

- 1 *E3*: En el comentario en donde ella dice que la capacidad es muy general... nosotros dejamos esa capacidad porque está incluida en los caminos de aprendizaje que nos dio la última tarea. Y que en la última tarea el estudiante tiene que llegar a ver que las dos áreas tienen el mismo valor, debido a que el estudiante debe llegar a eso, pues nosotros le agregamos esa capacidad y ella nos dice que el enunciado es muy general. Pero a nosotros sí nos parece que es claro con respecto a lo que se quiere llegar en esta actividad.
- 2 *E1*: ... el enunciado se puede ver de dos formas. Si tú lo ves de pronto como el enunciado de una tarea, es grandote. Si a ti te dicen que establezcas las relaciones de igualdad que existen entre el área azul y el área amarilla que tiene el ejercicio, claro, por dentro de eso hay un montón de capacidades. Pero nosotros lo que estamos es concretamente aquí, cuando el niño o el muchacho ya hecho todos los procesos aritméticos y ya estableció cuál es el área amarilla y cuál es el área azul. Allí el proceso siguiente, lo que tiene que hacer, es establecer si existe una relación de igualdad o no.

En las respuestas dadas por E3 y E1, confirmé el significado con el que el grupo interpretó el comentario y decidió no aceptar el requerimiento del tutor. En la línea 1, E3 ratificó que la capacidad estaba incluida en un camino de aprendizaje de la tarea a la que el tutor aludió en su comentario, por lo que era adecuada. E1 relacionó el enunciado de la tarea con el enunciado de la capacidad (línea 2). Destacó que el enunciado de la capacidad se podría ver de dos formas. Si se veía ella sola, era similar al enunciado de la tarea. Pero, en el conjunto de capacidades, en una secuencia de capacidades, esta capacidad era la última, por lo que era correcta.

Considero que, en el episodio, se pone en evidencia un proceso de negociación de significados que llevó al grupo a interpretar el comentario del tutor con un significado diferente al pretendido por el tutor. Aunque, en un inicio, mostraron confusión y trataron de expresar de otra forma la capacidad cuestionada por el tutor, los argumentos propuestos por uno de los miembros del grupo fueron aceptados por el resto. El grupo había materializado un significado de capacidad con el que interpretó y no aceptó el requerimiento de cambio hecho por su tutor. El conocimiento didáctico, específicamente su conocimiento teórico sobre la noción capacidad, no le permitió reconocer que la forma en que se redactó la capacidad no era la correcta. No se apreció ningún cambio en la producción del grupo asociado al requerimiento planteado por el tutor en su comentario. La figura 20 muestra esquemáticamente este proceso.

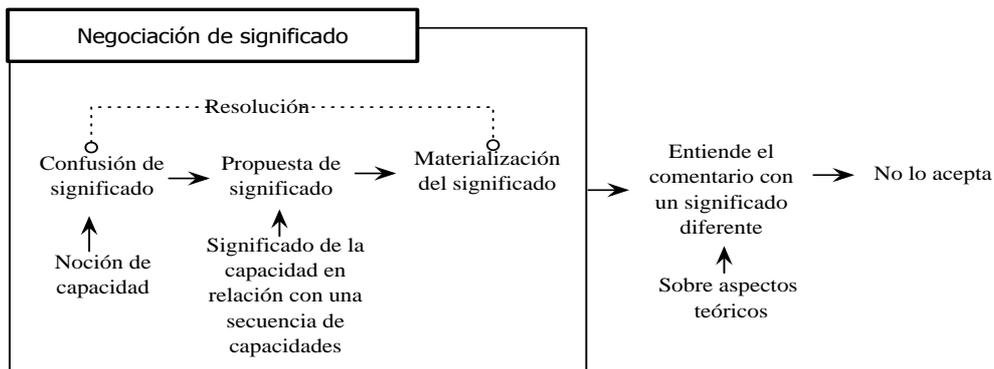


Figura 20. Esquema del ejemplo 3.2 en el que no se aborda el comentario

7. CONCLUSIONES

Este estudio tuvo su origen en los resultados del estudio 2 en el que analicé algunas relaciones entre la actuación de los tutores y los cambios en las producciones de los grupos de profesores en formación. Encontré que existía una proporción significativa de observaciones en las que los grupos no realizaron los cambios requeridos por sus tutores. Conjeturé que esto se debía a que, en ocasiones, los grupos de profesores en formación entienden los comentarios con un significado diferente al pretendido por sus tutores. He confirmado, con pruebas de existencia (Schoenfeld, 2000), esta conjetura. He puesto en evidencia que un grupo no entiende un comentario de su tutor porque lo interpreta de tal forma que genera un requerimiento de cambio que no es el mismo requerimiento de cambio de su tutor. En este caso, el grupo seguramente aborda el requerimiento de cambio que generó y soluciona un problema distinto al planteado por su tutor. En términos del estudio 2, esto implica que, desde el punto de vista del requerimiento del tutor, no se registra un cambio en la producción, aun cuando el grupo haya hecho cambios con base en su interpretación del comentario de su tutor.

Las evidencias que he analizado ponen de manifiesto que este proceso de comprensión del comentario del tutor por parte del grupo depende de tres factores: su conocimiento didáctico, su conocimiento matemático y problemas de lenguaje. He presentado evidencias que muestran el papel de estos tres factores en la interpretación que el grupo hizo del comentario del tutor y sus implicaciones en sus producciones escritas.

Por otra parte, es importante destacar que los casos en los que un grupo entendió el comentario con el mismo significado pretendido por su tutor tienen relevancia dentro de este estudio. En estos casos, puedo entender qué sucede desde la perspectiva de su proceso de aprendizaje. Con base en los tipos de situaciones de negociación de significados que definí en el marco conceptual, pude describir qué pasa cuando el grupo atiende un comentario en el que el requerimiento de cambio del tutor es igual al requerimiento de cambio que el grupo generó con motivo de su interpretación del comentario. Aunque no he analizado una gran cantidad de ejemplos de este tipo, sí he podido constatar que se dan una serie de eventos en los procesos de aprendizaje que son complejos y que describí con base en el conjunto de situaciones de negociación de significados. Constaté que se generan procesos de materialización de significados del grupo que, son en principio, expresiones de su aprendizaje. Y he mostrado en detalle, para los episodios analizados, la complejidad de las discusiones en las que el grupo negocia significados y el papel del comentario del tutor en esos procesos.

Encontré evidencias para 3 de las 6 conjeturas que formulé. Estas conjeturas fueron las siguientes: (a) el grupo entiende el comentario de su tutor con el mismo significado pretendido por su tutor, lo acepta y lo aborda; (b) el grupo entiende el comentario de su tutor con un significado diferente al pretendido por su tutor, genera un nuevo requerimiento y aborda un problema distinto al planteado en el comentario; y (c) el grupo entiende el comentario de su tutor con un significado diferente al pretendido por su tutor y no acepta el comentario. Dado que el propósito del grupo y del tutor consiste en mejorar el documento borrador, resulta natural que haya pocas evidencias de situaciones en las que, habiendo entendido el comentario del tutor, el grupo no lo acepte o, habiéndolo aceptado, no lo aborde. De la misma forma, si el grupo, al interpretar el comentario del tutor con un significado diferente del pretendido por el tutor, formula un problema a resolver, es natural que busque resolverlo. Sin embargo, aunque no he encontrado evidencias en las grabaciones de los dos grupos estudiados, no descarto que, ante esta misma situación, un grupo pueda realizar cambios negativos en su producción.

En resumen, logré dar respuesta a dos cuestiones: por qué hay una proporción importante de observaciones en las que los grupos no realizaron cambios en sus producciones aun cuando sus tutores en sus comentarios los requerían; y cómo es el proceso de aprendizaje del grupo cuando entiende y atiende los requerimientos de cambios planteados por sus tutores. En este estudio, no pretendía llegar a resultados generalizables. Logré dar pruebas de existencia para algunas de las conjeturas que propuse en el marco conceptual y me aproximé a dar explicaciones de su ocurrencia. Confirmé que, cuando los grupos entienden o no un comentario de su tutor, ellos ponen en juego el conocimiento matemático y didáctico que han desarrollado hasta ese momento. Y he mostrado que la interpretación que los grupos hacen del comentario del tutor depende de su conocimiento didáctico y matemático, de su vocabulario, y de los procesos de negociación de significados que tiene lugar cuando los grupos discuten y revisan un comentario. En otras palabras, he puesto de manifiesto que el proceso de interpretación y comprensión del comentario del tutor es un proceso complejo y que, en muchas ocasiones, este proceso resulta en situaciones que inducen al grupo a no abordar el requerimiento del tutor. Estas evidencias y conclusiones explican la proporción importante de observaciones en el estudio 2 en las que los grupos no realizaron cambios positivos en sus producciones.

Estos resultados tienen implicaciones prácticas. En particular, ponen de manifiesto la necesidad de inducir a los tutores a que se aseguren que sus comentarios son comprendidos por sus grupos de tutorandos. Por consiguiente, considero que es relevante profundizar en las relaciones entre tutores y tutorandos, sobre todo en las interacciones que se producen entre ellos y su influencia en el aprendizaje de los tutorandos. Con el creciente número de programas o cursos de formación continua para profesores implementados en ambientes de aprendizaje híbridos o totalmente virtuales, las formas de interacción y los procesos de comunicación toman mayor importancia para la investigación.

9. CONCLUSIONES

En este proyecto de investigación, me propuse abordar tres cuestiones que planteé en el capítulo introductorio: (a) caracterizar la actuación de los tutores, (b) caracterizar los cambios en las producciones de los grupos de profesores en formación con motivo de los comentarios de sus tutores y (c) caracterizar la relación entre la actuación de los tutores y el proceso de aprendizaje de los grupos de profesores en formación. Considero que he dado respuestas concretas a las tres preguntas generales que surgen de esas cuestiones y que estructuraron este proyecto, al contrastar las conjeturas y abordar el objetivo general y los objetivos específicos de los tres estudios que articularon la investigación. A continuación, con el propósito de justificar e ilustrar esta consideración, hago énfasis en las cuestiones que considero más relevantes de la investigación que realicé. Para ello, identifico las principales contribuciones del trabajo para cada uno de los objetivos específicos, destaco algunos aportes conceptuales y metodológicos, formulo algunas implicaciones prácticas del proyecto, expongo conclusiones en relación con la conjetura general del proyecto, determino limitaciones del proyecto y distingo posibles vías de investigación abiertas. Finalizo este capítulo con algunas reflexiones personales.

1. LOGRO DE LOS OBJETIVOS PROPUESTOS

Mi proyecto doctoral tenía una finalidad central: describir y caracterizar la relación entre la actuación de los tutores y algunos aspectos de los procesos de aprendizaje de grupos de profesores que participaron en un programa de formación permanente de profesores de matemáticas de secundaria. Para el logro de dicho objetivo, formulé seis objetivos específicos que han sido logrados. En lo que sigue, expongo cada objetivo y las conclusiones asociadas a cada uno de ellos.

Estudio 1

El primer objetivo del estudio 1 consistía en describir la actuación de los tutores con base en sus comentarios a los borradores de sus grupos de tutorandos. Considero que logré este objetivo, porque describí la actuación de los tutores. Al tener en cuenta la estructura de categorías y códigos que construí, definí el procedimiento para codificar y analizar la información y presenté una tabla en la que resumí los resultados de manera porcentual para cada uno de los tutores y para

cada uno de los niveles de la estructura de categorías, subcategorías y códigos. De este modo, logré caracterizar la actuación de los tutores del programa de formación con base en sus comentarios.

Para el segundo objetivo de este estudio —caracterizar el núcleo común de la actuación de los tutores—, conjeturé que se podían identificar características que permitirían describir la actuación que es común a la mayoría de los tutores. Determiné un núcleo común de la actuación de los tutores, de acuerdo con la estructura de categorías y códigos. Para ello, realicé un análisis de frecuencias de los tipos de comentarios de los tutores y establecí dos dimensiones del núcleo común de esta actuación: positiva —lo que más hacen cuando comentan las producciones de su grupo— y negativa —lo que menos hacen o no hacen cuando comentan las producciones de sus grupos—.

Finalmente, el tercer objetivo del estudio 1 consistía en establecer y describir perfiles de los tutores. Para este objetivo, conjeturé que se podían establecer perfiles de tutores con base en sus diferencias y similitudes. Realicé un análisis clúster con los códigos de los comentarios como variables de análisis y establecí tres perfiles de tutores que, además de distinguir características que son comunes a todos ellos (ya establecidas en la conclusión anterior), identifican las actuaciones que los diferencian.

Estudio 2

El primer objetivo del estudio 2 consistía en describir y caracterizar la actuación de los grupos de profesores en formación con base en los cambios que realizaron en sus producciones escritas. Para lograr este objetivo, describí las producciones de tres grupos con base en las diferencias entre el borrador y el documento final. A partir de cada expectativa del tutor, reflejada en su comentario, comparé, para cada actividad, el borrador y el documento final correspondiente. Definí cuatro tipos de cambios que me permitieron caracterizar la actuación de los grupos con base en la información válida e inválida que produjeron. Así, pude constatar que los grupos realizaron, mayoritariamente, cambios en sus producciones. Y estos cambios son fundamentalmente positivos. Pero, también encontré una proporción importante de casos en las que no realizaron los cambios requeridos por sus tutores.

En este estudio, también pretendía, como segundo objetivo, describir y caracterizar las relaciones entre los cambios que los grupos de profesores en formación realizaron en sus producciones escritas y los comentarios de sus tutores. Para ello, describí los cambios que realizaron los grupos con base en los requerimientos de cambios planteados por sus tutores en sus comentarios y constaté que, en gran medida, los grupos realizaron los cambios que les fueron solicitados por sus tutores y que contribuían a mejorar sus producciones y al desarrollo de su conocimiento sobre los organizadores del currículo. A diferencia de otros estudios empíricos similares, no pude constatar con claridad que los tipos de comentarios de los tutores se relacionen con los tipos de cambios realizados por sus grupos en sus producciones. Sí constaté una relación débil entre los tipos de cambios en las producciones de los grupos y otras características de los comentarios — el contenido y el tipo de conocimiento sobre los organizadores del currículo a los que aluden los tutores en sus comentarios—. De este estudio, surgió una nueva conjetura en relación con aquellas observaciones en las que los tutores requirieron cambios y los grupos no los realizaron. Con-

jeturé que esta situación era consecuencia de que los grupos no entendieron los comentarios de sus tutores. Esta conjetura dio lugar al tercer estudio.

Estudio 3

El objetivo del tercer estudio consistía en describir y caracterizar algunas de las relaciones entre la actuación de los tutores y los cambios en las producciones de sus grupos de tutorandos, con base en cómo entienden y abordan sus comentarios. A partir de las discusiones de trabajo de dos grupos luego de recibir los comentarios de sus tutores, describí cómo los grupos atienden los comentarios de sus tutores. Constaté que no siempre los grupos entienden los comentarios de sus tutores, y establecí algunas de las razones por lo que esto ocurre. Entre estas razones, destacué cómo su conocimiento didáctico y matemático influyen en la interpretación que ellos hacen de los comentarios de sus tutores. El lenguaje es otro elemento que determina la posibilidad de entender o no los comentarios con la intención pretendida por los tutores. Por otra parte, confirmé que el proceso de aprendizaje de los grupos y el apoyo de los tutores en este proceso es complejo, pero puede ser explicado con base en los procesos de negociación de significados. Cuando los grupos interpretan los comentarios de los tutores con el mismo significado con el que sus tutores los formulan y deciden abordarlos, los grupos se implican en procesos de negociación de significados que permiten describir algunos aspectos de sus procesos de aprendizaje.

2. APORTES CONCEPTUALES

El trabajo que realicé en los tres estudios dio lugar a aportes conceptuales a la línea de investigación que se preocupa por establecer características de los comentarios de los tutores que pueden promover el aprendizaje en sus tutorandos. Destaco tres aportes conceptuales del proyecto: (a) la conceptualización de la actuación del tutor en términos de la caracterización de sus comentarios, (b) la caracterización de la actuación de los grupos de profesores en formación en términos de cómo se pueden comparar sus producciones de un borrador a un documento final, y (c) la caracterización de la relación entre los comentarios del tutor y la actuación de su grupo en términos de la influencia del comentario y la capacidad del grupo para entenderlo.

3. APORTES METODOLÓGICOS

Es importante destacar que, aunque el diseño de una estructura de categorías y códigos no fue un objetivo del estudio, sí fue el medio a través del cual caractericé la actuación de los tutores. Construí una estructura por niveles de categorías, subcategorías y códigos para poder describir la actuación de los tutores. Esto se realizó con base en la revisión de literatura, del marco conceptual del programa MAD (contexto de la investigación) y de la revisión de los datos que hice de los borradores y comentarios de los tutores. Considero que la forma como se construyó la estructura de categorías y códigos es un aporte metodológico que ilustra el procedimiento seguido para conjugar los tres elementos antes mencionados.

Por otra parte, considero que la forma como estudié los cambios en las producciones de los grupos y el papel de los tutores en el desempeño de los grupos es un aporte metodológico para la línea de investigación que se centra en estudiar la relación tutor-tutorando.

4. IMPLICACIONES PRÁCTICAS DEL PROYECTO

Centré la atención en un tipo específico de oportunidad de aprendizaje: el apoyo que los tutores dan a sus tutorandos. Considero que los resultados que se recogen en este proyecto son de utilidad para diseñar planes de formación de tutores y para orientar el seguimiento de los tutores en los programas de formación de profesores. Los tutores en formación, con base en los resultados expuestos en este proyecto, pueden reflexionar sobre la necesidad de formular comentarios que puedan ser entendidos y abordados por sus tutorandos.

Participé en el diseño e implementación de un curso de formación de un grupo de tutores dirigido por la coordinación académica de MAD. El programa de formación atendió tres focos de contenido: (a) los organizadores del currículo, (b) el aprendizaje de los organizadores del currículo y (c) la formulación de comentarios a los borradores de los grupos. En este último punto, los resultados obtenidos en el proyecto sirvieron de base para abordar la problemática de formular comentarios a los borradores de los grupos. Entre otras cuestiones, utilizamos la estructura de categorías y códigos que se desarrolló en el proyecto y los listados de acciones (expectativas de aprendizaje) elaborados a partir de las actividades, apuntes y comentarios de los tutores, para estudiar los borradores comentados por tutores y simular y contrastar formas de comentar que pudieran fomentar la reflexión y discusión en los grupos de profesores en formación. Los tutores en formación revisaron documentos que generamos a partir de los resultados del proyecto y centraron su atención en la comprensión de la diversidad de comentarios de un tutor y su caracterización.

5. CONCLUSIÓN EN RELACIÓN CON LA CONJETURA GENERAL DEL PROYECTO

Las conjeturas que formulé en el capítulo 5 —Problema de la investigación—, se recogen en la siguiente conjetura general: la actuación de los grupos de profesores en formación depende de los comentarios de sus tutores. En relación con esta conjetura, encontré que hay una proporción de observaciones en la que los grupos hacen los cambios en sus producciones cuando sus tutores se lo requieren, y una proporción menor (pero importante) de observaciones en la que los grupos no hacen los cambios requeridos. Establecí que esa distinción —entre que hacen cambios y no hacen cambios— no se puede hacer con claridad en términos de las características de los comentarios del tutor. La razón que encontré es que esa relación depende tanto del comentario del tutor, como de la capacidad del grupo para entender el comentario.

6. LIMITACIONES DEL ESTUDIO Y VÍAS DE INVESTIGACIÓN ABIERTAS

Los análisis que hice en los diferentes estudios que conformaron este proyecto tienen las siguientes limitaciones: (a) partí de los datos de dos módulos del programa de formación; y (b) no tuve en cuenta otros registros que se tienen en el programa para la actuación de los tutores —interacción de los grupos con sus tutores mediante foros de discusión, chat y correo electrónico, y registros de los tutores en las hojas de evaluación—. Como es natural en todo proyecto de investigación, tomé decisiones para limitar la información utilizada y los análisis que eran factibles de realizar. Es claro que será posible indagar con mayor profundidad sobre las tres cuestiones estudiadas si se amplía la cantidad y las características de los datos que se recojan y analicen y se comparen con los resultados obtenidos.

A continuación, planteo algunas cuestiones abiertas que se podrían investigar en relación con la actuación de los tutores, el proceso de tutorización y las relaciones entre la actuación de los tutores y el proceso de aprendizaje de los grupos de profesores en formación. Estas cuestiones permitirían profundizar en el estudio de las relaciones entre tutores y tutorandos.

Por un lado, se podría estudiar otras actuaciones de los tutores y de los grupos de profesores en formación, cuando interactúan por Skype, foros de discusión y correo electrónico, e indagar el papel de estas interacciones en el aprendizaje de los grupos de profesores en formación. Esta indagación tendría como propósito conocer si los grupos plantean dudas sobre su interpretación de los comentarios escritos en sus borradores por estas otras vías de comunicación y estudiar la manera como los tutores hacen aclaraciones sobre sus comentarios escritos o si reflexionan sobre los tipos de comentarios que han formulado.

También se podrían estudiar las hojas de evaluación de los tutores que se tienen en el programa. En este archivo, los tutores registran sus comentarios de evaluación al borrador y la presentación final de su grupo. La exploración y análisis de esta información, conjuntamente con entrevistas a los tutores, permitiría conocer la visión de los propios tutores en relación con la utilidad de sus comentarios y la evolución de su grupo.

Por otra parte, se podría estudiar la actuación de los tutores que han sido formados en un curso de formación de tutores, para conocer en qué medida sus reflexiones sobre la problemática de la formulación de comentarios escritos y la necesidad de asegurarse de que los comentarios puedan ser entendidos por sus tutorandos producen cambios en su práctica como tutor y contribuyen con la formación de sus tutorandos.

7. REFLEXIÓN

Este proyecto me permitió llevar un proceso de investigación de manera organizada y desarrollar habilidades que enriquecieron mi formación como investigadora. Por otra parte, los logros de este estudio contribuyen a una nascente área de investigación en la formación de profesores de matemáticas: la tutorización en ambientes de aprendizaje híbridos. He podido conocer un ambiente de aprendizaje basado en el análisis didáctico en el que se define claramente la función del tutor y se registra cada etapa de la evaluación formativa que los tutores realizan cuando comentan por escrito los trabajos de su grupo de tutorando.

10. REFERENCIAS

- Alemany, C. (2013). *La comunicación humana: una ventana abierta*. Bilbao, España: Desclée de Brouwer.
- Arias, M. (2011). *Actuación de tutores en un programa de formación de postgrado para profesores de matemáticas*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Granada, Granada.
- Arias, M. y Gómez, P. (2012). Núcleo común y perfiles de la actuación de tutores de profesores de matemáticas en formación. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 123-134). Baeza, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Arias, M. y Gómez, P. (2013). *Caracterización de la actuación de grupos de profesores en formación a través de sus acciones*. Trabajo presentado en Seminario del grupo de investigación Conocimiento y desarrollo profesional de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), Badajoz.
- Arias, M. y Gómez, P. (2014). Characterization about tutors actuation in the teachers training of mathematics. *Profesorado: Revista de Currículum y Formación de Profesores*, 18(1), 35-54.
- Ball, D. L. (2004). *What are teachers learning?* Trabajo presentado en National Council of Supervisors of Mathematics, Philadelphia, PA.
- Barberá E. (2006) Los fundamentos teóricos de la tutoría presencial y en línea: una perspectiva socio-constructivista. En J. Jerónimo y E. Aguilar (Eds.), *Educación en red y tutoría en línea* (pp 151-168). Zaragoza, México: UNAM FES.
- Barrios, M. (2008, julio). *Categorización del feedback suministrado a futuros Maestros y maestras durante las prácticas de enseñanza en el contexto de una modalidad interactiva de escritura de ensayos sobre diarios de prácticas*. Trabajo presentado en el Primer Congreso Internacional sobre Profesores Principiantes e Inserción Profesional a la Docencia, organizado por el grupo IDEA de las Universidades de Sevilla y de Huelva. Sevilla, España. Descargado de <http://prometeo.us.es/idea/congreso/pdf%20comunicaciones/79.pdf>.
- Beijaard, D., Korthagen, F., & Verloop, N. (2007). Understanding how teachers learn as a prerequisite for promoting teacher learning. *Teachers and Teaching*, 13(2), 105-108.
- Bennett, C. (2010). It's hard getting kids to talk about math: Helping new teachers improve mathematical discourse. *Action in Teacher Education*, 32(3), 79-89.

- Borba, M. y Llinares, S. (2012). Online mathematics teacher education: Overview of an emergent field of research. *ZDM Mathematics Education*, 44, 697-704.
- Borko, H., Mayfield, V., Marion, S., Flexer, R. y Cumbo, K. (1997). Teachers' developing ideas and practices about mathematics performance assessment: Successes, stumbling blocks, and implications for professional development. *Teaching and Teacher Education*, 13(3), 259-278.
- Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. *Educational Researcher*, 33(8), 3-15.
- Bruno, I., y Santos, L. (2010) Written comments as a form of feedback. *Studies in Educational Evaluation*, 36(3), 111-120.
- Burns, R. B. y Burns, R. A. (2008). *Business Research Methods and Statistics Using SPSS*. London: SAGE.
- Cañadas, M. C. y Gómez, P. (2012). *Apuntes sobre análisis de contenido. Módulo 2 de MAD*. Documento no publicado. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes. Descargado de <http://funes.uniandes.edu.co/1983/>.
- Catena, A., Ramos, M., Trujillo, H. (2003). *Análisis multivariado: un manual para investigadores*. Madrid, España: Biblioteca Nueva.
- Cavanagh, M. S. y Garvey, T. (2012). A professional experience learning community for pre-service secondary mathematics teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, 37(12), 57-65.
- Charalambous, C. Y. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the unfolding of tasks in mathematics lessons: Integrating two lines of research. In O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano y A. Sepulveda (Eds.), *Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 281-288). Morelia, México: PME.
- Codina, A., Fernández, A., Pineda, J. A., Escoriza, J. y Peralta, J. (2008, septiembre). *Trabajo colaborativo y evaluación formativa en ambientes virtuales. Ventajas, peligros y riesgos*. Trabajo presentado en el III Congreso Nacional de Evaluación Formativa en la Universidad. INDE. Barcelona, España. Descargado de <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/CodinaA08-2933.pdf>.
- Cohen, L. y Manion, L. (2002). *Métodos de investigación educativa*. 2da edición. Madrid, España: La Muralla.
- Corbin, J. y Strauss, A. (1990). Grounded theory research: procedures, canons, and evaluative criteria. *Qualitative sociology*, 13(1), 3-21.
- DeBelli, J. (2007). *Synthesizing teacher feedback, student-generated criteria, and differentiated instruction in eleventh grade composition*. Tesis de Máster no publicada. Moravian College Bethlehem, Pennsylvania.
- Dochy, F. y Dierick, S. (2001). New lines in edumetrics: New forms of assessment lead to new assessment criteria. *Studies in Educational Evaluation*, 27, 307-329.
- Escandell, V. (2005). *La comunicación*. Madrid, España: Editorial Gredos.
- Fernández-Toro, M. y Furnborough, C. (2014). Feedback on feedback: eliciting learners' responses to written feedback through student-generated screencasts. *Educational Media International*, 51(1) pp. 35-48.

- Ferris, D. R. (1997). The influence of teacher commentary on student revision. *TESOL Quarterly*, 31(2), 315-339.
- Foss, D. (2010) *Narrowing the gap between a vision of reform and teaching practice: middle level teachers' reflections*. Trabajo presentado en the Annual Meeting of the American Educational Research Association. Denver, CO.
- Froufe, S. (2006). *Análisis crítico de las actitudes bloqueadoras de la comunicación humana*. Salamanca, España: Red Comunicar.
- García, J. y Álvarez, G. (2008) Reconfiguración como sujetos de comunicación: implicaciones para los ambientes virtuales con fines educativos. En: Comunicación y construcción del conocimiento en el nuevo espacio tecnológico [monográfico en línea]. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*, 5(2), 5-16.
- Gibbons, L. (2012). *Examining Mathematics Coaches in Supporting Teachers to Develop Ambitious Instructional Practices: A Three-Paper Dissertation Investigating Context, Knowledge, and Practice* (Doctoral dissertation). Descargado de <http://etd.library.vanderbilt.edu/available/etd-07182012-125823/>
- Goldstein, L. (2004). Questions and Answers about Teacher Written Commentary and Student Revision: Teachers and Students Working Together. *Journal of Second Language Writing*, VI3(1), 63-80.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada, España: Universidad de Granada.
- Gómez, P. y Rico, L. (2007). Learning within communities of practice in preservice secondary school teachers education. *PNA*, 2(1), 17-28.
- Gómez, P. y González M. J. (2008a). Significados y usos de la noción de objetivo en la formación inicial de profesores de matemáticas. *Investigación en educación matemática*, XII, 425-434.
- Gómez, P. y González, M. J. (2008b). *Mathematics knowledge for teaching within a functional perspective of preservice teacher training*. Trabajo presentado en ICME 11 Topic Study Group 27, Monterrey, México.
- Gómez, P., González, M. J., Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). Learning the notion of learning goal in an initial functional training program. En O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano y A. Sepúlveda (Eds.), *Joint Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (IGPME 32) and North American Chapter (PME-NA XXX)* (Vol. 3, pp. 81-88). Morelia, México: Cinvestav-UMSNH.
- Gómez, P., Cañadas, M. C., González, M. J., Flores, P., Lupiáñez, J. L., Marín, A., Molina, M., Restrepo, A., Romero, I. (2010). MAD: maestría en Educación Matemática en Colombia. En M. González, M. Palarea y A. Maz (Eds.), *Seminario de Investigación de los Grupos de Trabajo Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Educación Matemática de la SEIEM* (pp. 7-25). Salamanca, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Gómez, P. (2012). *Análisis didáctico en la práctica de la formación permanente de profesores de matemáticas de secundaria*. En Gómez, Pedro (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas matemáticas en MAD 1* (pp. 1-18). Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.

- Gómez, P. y González, M. J. (2013). Diseño de planes de formación de profesores de matemáticas basados en el análisis didáctico. En L. Rico, J. L. Lupiañez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 121-139). Granada, España: Comares.
- González, M. J. y Gómez, P. (2013). *Apuntes sobre análisis cognitivo. Módulo 3 de MAD*. Documento no publicado. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes. Descargado de <http://tinyurl.com/n4zgncc>
- Graven, M. y Lerman, S. (2003). Wenger, E. (1998). Communities of practice: Learning, meaning and identity. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6(2), 185-194.
- Gros, B., García, I., y Lara, P. (2009). El Desarrollo de Herramientas de Apoyo para el Trabajo Colaborativo en Entornos Virtuales de Aprendizaje. Catalunya (España) *Revista RIED*, 12(2), 115-138.
- Hall, K., Draper, R., Smith, L. y Bullough, R. (2008). More than a place to teach: Exploring the perceptions of the roles and responsibilities of mentor teachers. *Mentoring & Tutoring*, 16(3), 328-345.
- Hawkey, K. (1997). Roles, responsibilities, and relationships in mentoring: a literature review and agenda for research. *Journal of Teacher Education*, 48(5), 325-335.
- Hawkey, K. (1998) Mentor pedagogy and student teacher professional development: a study of two mentoring relationships. *Teaching and Teacher Education*, 14(6), 657-670.
- Hernández, R. (2006) *Metodología de la investigación*. Madrid, España: Mc Graw Hill.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal For Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Horn, I. y Little J. W. (2010). Attending to Problems of Practice: Routines and Resources for Professional Learning in Teachers' Workplace Interactions. *American Educational Research Journal*, 47(1), 181-217.
- Huang, K. y Chin, C. (2003). The effect of mentoring on the development of a secondary mathematics probationary teacher's conception(s) of mathematics teaching: An action research. *Journal of Taiwan Normal University: Mathematics & Science Education*, 48(1), 21-44.
- Hurrell, D. P. (2013). What teachers need to know to teach mathematics: an argument for a reconceptualised model. *Australian Journal of Teacher Education*, 38(11), 54-64.
- Jaworski, B. y Watson, A. (Eds.) (1994) *Mentoring in mathematics teaching*. Oxford, Reino Unido: Falmer Press.
- Jaworski, B. (2008). Development of the mathematics teacher educator and its relation to teaching development. In B. Jaworski & T. Wood (Eds.), *The international handbook of mathematics teacher education: the mathematics teacher educator as a developing professional* (Vol. 4, pp. 335-361). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 515-556). New York: Macmillan.
- Krol, C. (1996). *Preservice teacher education students' dialogue journals: what characterizes students' reflective writing and a teacher's comments*. Trabajo presentado en The Annual Meeting of the Association of Teacher Educators. Missouri, EEUU.

- Krol, C. (1998). *Inquiring into our own practice: do the intentions of our written comments match with students' interpretations of and reactions to them?*. Trabajo presentado en The Annual Meeting of the Association of Teacher Educators. Dallas, EEUU.
- Kram, K. (1983). Phases of the mentor relationship. *Academy of Management Journal*, 26(4), 608-6625.
- Kilpatrick, J. (2003). Promoting the proficiency of U.S. mathematics teachers through centers of learning and teaching. En R. Strässer, G. Brandell y B. Grevholm (Eds.), *Educating for the future. Proceedings of an international symposium on mathematics teacher education* (pp. 143-157). Göteborg: Royal Swedish Academy of Sciences.
- Little, J. W. (2002). Locating learning in teachers' communities of practice: opening up problems of analysis in records of everyday work. *Teaching and Teacher Education*, 18, 917-946.
- Llinares, S. (2008, abril). Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación. *Conferencia en el III encuentro de programas de formación inicial de profesores de matemáticas*, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia. Descargado de <http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/5302/1/llinares-bogota08.pdf>
- McAleer, D. (2008). *Professional growth through mentoring: a study of experienced mathematics teachers participating in a contentbased online mentoring and induction program*. Tesis Doctoral no publicada, Montana State University, Montana, EE.UU.
- McAleer, D. y Bangert, A. (2011). Professional growth through online mentoring: a study of mathematics mentor teachers. *Journal of Educational Computing Research*, 44(1), 83-115.
- Moore, M. y Kearsley, G. (1996). *Distance education: a systems view*. Belmont: Wadsworth Publishing Company.
- Murphy, K., Mahoney, S., Chen, C., Mendoza, N. y Yang, X. (2005). A constructivist model of mentoring, coaching, and facilitating online discussions. *Distance Education*, 26(3), 341-366.
- Narváez, J. (2009). *Teoría de la comunicación*. Veracruz, México: Vivir y Progresar.
- Nilssen, V. (2003). Mentoring teaching of mathematics in teacher education. *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 381-388). Honolulu, Hawaii: University of Hawaii.
- Nilssen, V. (2010). Guided planning in first-year student teachers' teaching. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 54(5), 431-449.
- OEI (2010). *Metas educativas 2021: La educación que queremos para la generación de los Bicentenarios*. Descargado de <http://www.oei.es/metas2021.pdf>.
- OEI y UNESCO (2010). *Metas Educativas 2021: Desafíos y Oportunidades. Informe sobre Tendencias Sociales y Educativas en América Latina 2010 (SITEAL10)*. Descargado de <http://www.siteal.iipe-oei.org/informetendencias/informetendencias2010.asp>.
- Osorio, L. (2008) *Interacción en ambientes híbridos de aprendizaje: metáfora del continuum. estudio de caso de un programa de especialización de la universidad de los Andes*. Tesis doctoral no publicada, Universidad Oberta de Cataluña, Cataluña, España.
- Owston, R., Sinclair, M. y Wideman, H. (2008). Blended learning for professional development: An evaluation Of a program for Middle School Mathematics and Science Teachers. *Teachers College Record*, 110(5), 1033-1064

- Putnam, R. P. y Borko, H. (2000). What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational Researcher*, 29(1), 4-15.
- Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Barcelona, España: ICE-Horsori.
- Rico, L. y Fernández-Cano, A. (2013). Análisis didáctico y la metodología de investigación. En L. Rico, J. L. Lupiañez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 1-22). Granada, España: Comares.
- Rizo, H. (2004). La evaluación del aprendizaje: una propuesta de evaluación basada en productos académicos. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*. 2(2). Descargado de <http://www.ice.deusto.es/rinace/reice/vol2n2/Rizo.pdf>.
- Sánchez, M. (2011) Una revisión de las tendencias de investigación en la formación de profesores de matemáticas. *PNA*, 5(4), 129-145.
- Schoenfeld, A. H. (2000). Purposes and Methods of Research in Mathematics Education. *Notices of the American Mathematical Society*, 47(3), 641-649.
- Silver, R. y Lee, S. (2007). What does it take to make a change? Teacher feedback and student revisions. *English Teaching: Practice and Critique*, 6(1), 25-49.
- Simon, M. (2008). The challenge of mathematics teacher education in an era of mathematics education reform. In B. Jaworski y T. Wood (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education* (Vol. 4, pp. 17-29). Rotterdam: Sense Publishers.
- Sowder, J. T. (2007). The mathematics education and development of teachers. En F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook on research on mathematics teaching and learning Vol. 1*, (pp. 157-224). Charlotte: Information Age Publishing y National Council of Teachers of Mathematics.
- Van Looy, L. y Vrijssen, M. (1998). *A multi-dimensional analysis of feedback by tutors and teacher-educators to their students*. Trabajo presentado en the Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Diego, EEUU.
- Van, J.H., Beijgaard, D. y Verloop, N. (2001). Professional Development and Reform in Science Education: The Role of Teachers' Practical Knowledge. *Journal of Research in Science Teaching*, 38(2), 137-158.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practices. Learning, meaning and identity*. Cambridge, England: Cambridge University.
- Whitelock, D., Watt, S., Raw, Y. y Moreale, E. (2003). Analysing tutor feedback to students: first steps towards constructing an electronic monitoring system. *Research in Learning Technology*, 11(3), 31-42.
- Williams, J. G. (2003). Providing feedback on ESL students' written assignment. *The Internet TESL Journal*, 9(10). Disponible en <http://iteslj.org/Techniques/Williams-Feedback.html>.
- Witterholt, M. y Goedhart, M. (2009). The Learning of Mathematics Teachers Working in a Peer Group. Proceedings of CERME 6, Lyon, France.
- Whitcomb, J., Borko, H. y Liston, D. (2009). Growing Talent: Promising Professional Development Models and Practices, *Journal of Teacher Education*, 60(3), 207-212.