

## INTRODUCCION

Este trabajo surge por dos motivos principales: el primero es la mejora, tanto en mi trabajo profesional de profesora de Matemáticas como en mi formación investigadora, y el segundo para cumplir con el requisito de la elaboración de la Tesis Doctoral en el Programa de Doctorado de Didáctica de la Matemática que se imparte el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

El estudio que desarrollamos se hace en el seno del Grupo de Investigación de Pensamiento Numérico y Algebraico de Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, ubicado en la Facultad de la Ciencias de la Educación. Asimismo incide en varios campos o líneas de trabajo de la Didáctica de la Matemática como son: Creencias, Evaluación, Algebra Escolar, Resolución de Problemas y Sistemas de Representación.

En este trabajo se pretende detectar y describir las diferentes formas de resolver problemas de álgebra elemental de profesores en formación, así como caracterizar las concepciones y creencias que tienen los futuros profesionales de la educación acerca de la evaluación con instrumentos basados en resolución de problemas; igualmente se propone establecer las posibles relaciones que existan entre los modos de resolver problemas y las concepciones y creencias al evaluar con pruebas basadas en resolución de problemas.

La población a la que va dirigida nuestro estudio y conclusiones es la de los profesionales interesados en la educación matemática. La muestra elegida ha estado formada por estudiantes de los últimos cursos de las Licenciaturas de Pedagogía y de Psicopedagogía, así como de las Diplomaturas de Magisterio, de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada. Estos estudiantes serán futuros profesionales con conocimientos específicos en temas educativos de enorme actualidad y tienen un dominio, contrastado por los contenidos de los programas de las titulaciones, en temas referidos a la evaluación, a la resolución de problemas y a las concepciones y creencias de los profesores.

Para llevar a cabo el trabajo hemos proporcionado a los sujetos de la muestra un instrumento de evaluación, constituido por diez problemas verbales de álgebra

elemental, y les hemos solicitado que los resuelvan según sus propias preferencias y criterios. Para identificar el sistema de representación con el que los sujetos resuelven cada uno de los problemas hemos analizado las respuestas en función del planteamiento, ejecución y desempeño final. También hemos utilizado los criterios previamente establecidos por Fernández (1997). Este análisis ha permitido definir y caracterizar una serie de tipologías de sujetos resolutores existentes en la muestra, es decir, en esta parte del trabajo los sujetos han tenido el rol de resolutores de problemas.

A continuación, procedimos a pasar un cuestionario a los mismos sujetos para conocer las creencias que tienen acerca de la evaluación con problemas verbales, las cuales identificamos en este trabajo como creencias declaradas.

Para estudiar las creencias aplicadas de los sujetos de la muestra les proporcionamos un problema, elegido de entre los diez del instrumento de evaluación anteriormente citado, con diversas opciones de resolución, seleccionadas de entre las que han proporcionado los propios sujetos y diferenciadas por ser soluciones en las que se han utilizado distintos sistemas de representación. Se les pidió, en este caso, que valoraran cada una de las soluciones y que justificaran dichas valoraciones. En esta segunda parte los sujetos han tenido el rol de evaluadores.

Estos dos tipos de respuestas se analizaron para establecer las creencias que los sujetos tienen acerca de la evaluación con problemas verbales.

Por último, estudiamos la posible existencia de relaciones entre la forma de resolver problemas y las creencias encontradas. Se trata, por tanto, de encontrar las relaciones existentes entre las tipologías de resolutores, de acuerdo a los sistemas de representación utilizados en la resolución de problemas, y las creencias que sobre evaluación de estos problemas han declarado y han aplicado. Es decir, tratamos de contrastar al *sujeto resolutor* con el *sujeto evaluador* para extraer las posibles consecuencias, tanto en cuanto a las relaciones afines, como a las relaciones contradictorias.

Todo este proceso, brevemente resumido, lo hemos desarrollado extensamente y se ha estructurado en ocho capítulos:

En el Capítulo I describimos de manera detalla el problema de investigación.

En el Capítulo II se presenta el Marco Conceptual en que se apoya el presente trabajo, resultado de la revisión bibliográfica hecha con dos finalidades específicas: la primera, de tipo conceptual, con el objetivo de profundizar en los conceptos y términos relacionados con el problema planteado, y la segunda, de tipo funcional, para conocer el

estado actual de la investigación sobre el problema planteado, así como las metodología y los instrumentos utilizados en investigaciones relacionadas con el problema planteado.

En el Capítulo III se presenta el marco metodológico, el diseño, y se hace una descripción de los instrumentos utilizados en esta investigación y de su aplicación.

En los Capítulos IV, V y VI se presentan los datos obtenidos, se codifican, se analizan los datos y se presentan los resultados de los tres instrumentos aplicados, dedicando un capítulo a cada uno de los instrumentos.

En el Capítulo VII se presentan las tipologías de creencias y buscamos la relación que existe entre las tipologías de creencias y las tipologías de resolutores.

En el Capítulo VIII se realiza un resumen de los resultados obtenidos en los capítulos precedentes y se presentan las conclusiones.

Por último, se recoge la bibliografía de referencia utilizada y, finalmente, en los anexos exponemos todos los documentos utilizados en la realización de este trabajo.

# CAPITULO I

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1 INTRODUCCION

Durante más de dos décadas de experiencia como profesora de matemáticas en el Instituto Tecnológico de Minatitlán (México), he observado que los estudiantes de las carreras de Ingeniería tienen, con frecuencia, problemas para avanzar en la materia de matemáticas debido a su falta de competencia algebraica ya que, generalmente, en la Secundaria el álgebra se da como una materia similar a otras, sin tener en cuenta su trascendencia para futuras materias científicas, impartíendola, simplemente, como una generalización de la aritmética (Bednarz, 2003; Booch, 1999; Fernández, 1997; Kieran, 2003; Kieran y Filloy 1989; Lins y col., 2001; Rojano, 1991; Socas, 2001; Socas M. y Palarea, 1985). De acuerdo con esto, suponemos que los profesores, en particular los de Secundaria, en muchos casos creen que el complejo proceso para la instalación del lenguaje algebraico se puede dar de forma súbita (Rojano, 1991), provocando con esto que, al avanzar en sus estudios, los estudiantes entiendan cada vez menos los temas tratados, por lo que estamos de acuerdo con Rugarcía (1993) cuando se pregunta ¿cómo no queremos que los alumnos reprueben si la preparación escolar anterior sirve de poco para materias y temas novedosos que demandan cada vez un mayor grado de comprensión por parte del estudiante?

Todo lo anterior nos hace reflexionar sobre nuestra labor docente y pensar que necesitamos prestar más atención a los procesos de enseñanza-aprendizaje del álgebra, a la evaluación de estos procesos y, en particular, a los instrumentos que nos sirvan para evaluar eficazmente las competencias algebraicas de los estudiantes.

Por otro lado, un foco de interés en la investigación en didáctica de la matemática, en la actualidad, es conocer las concepciones y creencias de los profesores de matemáticas, ya que tienen gran influencia en lo que se percibe y en los juicios que se hacen, y esto tendrá repercusión en sus competencias profesionales (Pajares, 1992).

De acuerdo con Gil (1999), tanto Ernest (1989) como Thompson (1992) destacan la importancia de describir explícitamente las creencias sobre las matemáticas, sobre la enseñanza y sobre el aprendizaje, a las que Gil (1999) añade las creencias sobre

evaluación, ya que las creencias sobre la materia y sobre su enseñanza y aprendizaje están indisolublemente unidas a las creencias sobre evaluación. A lo que nosotros podríamos añadir que, si en la actualidad una de las directrices básicas del currículum de matemáticas en educación secundaria es la resolución de problemas (Bosch y Frías, 1999; Carrillo, 1996, 1998; Castro, 1991; Codina, 2000; Real decreto 1345/1991 y 3473/2000, Decreto de la J.A. 148/2002), esto se tiene que ver reflejado en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y en la forma de evaluación, que también tendría que ser en función de pruebas basadas en resolución de problemas para que exista una congruencia entre los métodos de enseñanza y la forma de evaluación que se práctica, ya que la evaluación es intrínseca al propio acto de enseñar (Gil y Rico, 2003). Por este motivo surge en nosotros el interés de evaluar las competencias de álgebra elemental de los profesores en formación y, así, poder detectar las diferentes formas que utilizan para resolver problemas de álgebra elemental. También nos interesa conocer las concepciones y creencias que tienen estos sujetos acerca de la evaluación basada en la resolución de problemas. Además, nos proponemos establecer las posibles relaciones que existan entre los modos de resolver problemas y las concepciones y creencias de evaluar con pruebas basadas en resolución de problemas.

Por último, diremos que, de acuerdo con Kilpatrick (1996), la investigación en Didáctica de la Matemática debe estar relacionada con la matemática y con el proceso educativo. Desde el punto de vista del proceso educativo, este trabajo trata acerca de la resolución de problemas, de la evaluación y de las concepciones y creencias sobre ésta, y, desde el punto de vista del contenido matemático, de la resolución de problemas de álgebra elemental.

## **1.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

Producto del análisis del contexto anterior, durante el año de docencia del doctorado me interese en el trabajo “*Evaluación de competencias de álgebra elemental basada en la resolución de problemas verbales*” de Fernández (1997), donde se propone un instrumento para evaluar las competencias de álgebra elemental de los estudiantes usando problemas verbales.

Después de leer este trabajo surgieron algunas preguntas como:

\* ¿Qué pasará si se aplica el mismo instrumento a una muestra diferente de la utilizada por Fernández? ¿Los resultados sobre la resolución de problemas verbales de álgebra elemental serán similares con otra muestra?

\* ¿Existen solamente cinco sistemas de representación para resolver los problemas verbales de álgebra elemental propuestos en el instrumento?

\* ¿Se puede confirmar la existencia de cuatro tipologías de resolutores para problemas verbales de álgebra elemental?

De esta forma nos propusimos replicar el trabajo de Fernández (1997), tomando una muestra diferente, mejorando y adaptando el instrumento de evaluación a las nuevas circunstancias, ya que, como dice Kilpatrick (1996), no se trata de repetir mecánicamente lo que alguien ha hecho. Se pretende reformular el problema, estudiarlo en otras circunstancias y con otro tipo de muestra para dar respuesta a las preguntas que nos habíamos planteado.

Producto de lo anterior surge el trabajo *“Aplicación de un instrumento de evaluación de álgebra elemental. Replica del trabajo del Dr. Fernández García”* (Espinosa, 2002).

En el transcurso del tiempo en que se elaboró esta parte del trabajo, surgen en mí una serie de interrogantes con respecto a la actuación de los sujetos que participaron como resolutores. Esas preguntas estaban en función del cambio de rol que puede tener el sujeto cuando, como estudiante, actúa como resolutor y, como futuro profesor, actúa como evaluador, “ya que es el primer momento en que las creencias de los estudiantes para profesor son vistas a través de otro prisma” (Llinares, 1988, pp. 33). “Además la integración de este cambio de rol no se realiza ajena a las creencias que lleva consigo el estudiante” (Llinares, 1988, pp. 30).

Los interrogantes planteados son:

\* Si los resolutores fueran profesores, ¿cómo evaluarían los problemas?

\* ¿Qué justificación darán a su evaluación?

\* ¿Cuáles son las concepciones y creencias sobre la evaluación cuando se utilizan pruebas basadas en la resolución de problemas?

\* ¿Cuáles son las concepciones y creencias sobre valorar pruebas basadas en la resolución de problemas?

\* ¿Serán sus concepciones y creencias congruentes entre lo que declaran y lo que hacen en la práctica?

\* ¿Existe alguna relación entre cómo resuelven los problemas verbales y la valoración que dan a los problemas en la práctica?

\* ¿Existe alguna relación entre cómo resuelven los problemas y sus concepciones y creencias sobre evaluar con pruebas basadas en resolución de problemas?

Después de analizar estas preguntas, me interese en el trabajo "*Marco conceptual y creencias de los profesores sobre evaluación en matemáticas*" de Gil (1999, 2000), donde se proponen detectar y caracterizar las creencias de los profesores acerca de la evaluación en matemáticas y pensamos que podríamos relacionar, continuar y ampliar los trabajos de Gil (1999), Fernández (1997) y Espinosa (2002), y a la vez tratar de encontrar respuestas para nuestras preguntas. Por lo que decidimos efectuar el trabajo: "*Tipologías de resolutores de problemas de álgebra elemental y creencias sobre evaluación de profesores en formación inicial*".

Para esto Thompson (1992) "aconseja dos líneas de investigación sobre las creencias matemáticas de los profesores, aconsejando examinar los datos verbales, además de los obtenidos a partir de la práctica docentes" (pp. 135), hacerlo así nos ayudara a contestar algunas de las preguntas, por lo que decidimos tratar de determinar las creencias declaradas (lo que ellos dicen) y las creencias aplicadas (lo que hacen), ya que, como menciona Pajares (1992), "las creencias deben de expresar un juicio del individuo de la verdad o falsedad de sus proposiciones, que pueden ser deducidos desde una comprensión global de lo que los seres humanos dicen, piensan y hacen".

### 1.3 PERTINENCIA DEL TRABAJO

Según Kilpatrick (1996) todo trabajo de investigación debe de responder a las preguntas ¿para qué sirve?, ¿para quién es útil?, por lo que nosotros nos dimos a la tarea de buscar tanto en la teoría, como en la práctica a quien le sería útil este trabajo y para que y de esta manera tratar de responder estas preguntas y así demostrar la pertinencia de este trabajo.

Después de esta búsqueda creemos que con este trabajo podemos contribuir a dar respuesta a algunas cuestiones e interrogantes planteados en otros trabajos como:

- ◆ A partir de la réplica de trabajos pueden surgir preguntas con el fin de ampliar el campo de generalización u obtener más datos para la validez del estudio (Buendia, 1998). Una réplica en educación es importante porque, en la medida que tengamos más replicas, podremos generalizar más ampliamente los resultados.
- ◆ En la investigación en didáctica de la matemática de echan en falta estudios de replica, estudios que permitan confirmar o refutar conclusiones extraídas de trabajos anteriores, sólo reuniendo un conjunto de estudios centrados en un fenómeno específico podemos entender su funcionamiento (Kilpatrick, 1996).
- ◆ El curriculum de Secundaria dentro de sus objetivos menciona que los estudiantes deben de aprender a través de la resolución de problemas, por lo que debemos de disponer de instrumentos para evaluar, tanto la resolución de problemas, como utilizar la resolución de problemas para evaluar los contenidos.
- ◆ El Real Decreto (3473/2000) entre los criterios de evaluación menciona el uso de problemas para evaluar por lo que debemos de conocer las creencias de los profesores acerca del uso de los mismos.
- ◆ Si podemos ubicar al estudiante en una tipología de resolutor, por la forma en que resuelve los problemas algebraicos, podremos saber más acerca de sus competencias

algebraicas, siendo estos resultados de gran interés para los profesores cuando elaboran sus unidades didácticas.

- ◆ "Existe una escasez de literatura relacionada con creencias y actitudes de los profesores de álgebra" ( Socas, 1995: 509).
- ◆ "Cuando se van a realizar cambios curriculares es importante conocer el pensamiento de los profesores para determinar el grado de identificación de los profesores con los nuevos planteamientos" (Foss y Kleinasser, 1994 según cita Gil, 1999: 3).
- ◆ "La conducta cognitiva del profesor está guiada por el sistema personal de creencias y valores, que le confiere sentido a dicha conducta" (Flores, 1998: 18).
- ◆ "Con respecto a los programas de matemáticas, nos encontramos todavía en una etapa primitiva que las expresiones sobre creencias, emociones y actitudes apenas encierran significado para nosotros" (Chacón, 1997: 8)
- ◆ "El currículo de los cursos de formación mencionan que hay que tomar en cuenta las concepciones y creencias de los estudiantes" (Flores, 1998:16)
- ◆ "En la década de los 90 los investigadores se dan cuenta de la importancia de atender a las creencias de los profesores como un hecho relevante" (Moreno, 2000: 54).
- ◆ "Los profesores difícilmente apoyan innovaciones que contradigan fuertemente sus concepciones y creencias" (Gil, 1999: 7).
- ◆ "Para entender la enseñanza desde la perspectiva de los profesores hemos de comprender las creencias con las que ellos defienden su trabajo" (Moreno, 2000: 56).

- ◆ “El estudio de las concepciones del profesor de ciencias cobra especial importancia, como un primer paso para generar en los profesores una práctica más adecuada” (Mellado, 1995: 310)

## **1.4 OBJETIVOS**

Para dar respuesta a las preguntas planteadas, nos hemos fijado los siguientes objetivos:

### **1.4.1 Objetivos Generales**

#### **Objetivo 1**

Determinar las tipologías de resolutores que hay entre futuros profesionales de la educación, en función de los sistemas de representación que utilizan para resolver problemas verbales de álgebra elemental.

#### **Objetivo 2**

Determinar empíricamente y caracterizar los constructos creencias y concepciones declaradas de los futuros profesores con respecto al uso de pruebas basadas en la resolución de problemas para evaluar en matemáticas, recogidas mediante una encuesta de opinión.

#### **Objetivo 3**

Determinar empíricamente y caracterizar los constructos creencias y concepciones aplicadas de los futuros profesionales de la educación, recogidas mediante la evaluación que hacen a los problemas verbales.

#### **Objetivo 4**

Determinar y caracterizar si existe relación entre las concepciones y creencias declaradas y practicadas por los futuros profesionales de la educación.

#### **Objetivo 5**

Determinar y caracterizar las posibles relaciones que existan entre las tipologías de resolutores de problemas algebraicos y las tipologías de concepciones y creencias, de los futuros profesionales de la educación acerca de las pruebas basadas en la resolución de problemas.

### **1.4.2 Objetivos específicos**

Para conocer el logro de cada uno de los objetivos generales mencionados, es necesario establecer una serie de objetivos específicos.

Para el objetivo 1

- 1.1 Evaluar y revisar el instrumento propuesto por Fernández (1997), adecuándolo a las nuevas circunstancias, y así poder detectar el sistema de representación en la resolución de problemas algebraicos. Este instrumento será denominado de aquí en adelante como instrumento1.
- 1.2 Aplicar el Instrumento1.
- 1.3 Analizar la resolución de los problemas en función del planteamiento, ejecución y desempeño final, y determinar los sistemas de representación utilizados.
- 1.4 Determinar, mediante análisis de cluster las tipologías de resolutores en función de los sistemas de representación utilizados en la resolución de los problemas
- 1.5 Caracterizar las distintas tipologías de resolutores que resulten del estudio de los cluster de sujetos.

Para el objetivo 2

- 2.1 Elaborar un instrumento que nos sirva para determinar las concepciones y creencias declaradas de los futuros profesores con respecto a evaluar con pruebas basadas en la resolución de problemas para evaluar en matemáticas. Este instrumento será denominado de aquí en adelante como instrumento2.
- 2.2 Aplicar el Instrumento 2.
- 2.2 Analizar las repuestas por preguntas.
- 2.3 Analizar globalmente las preguntas.
- 2.4 Analizar globalmente las respuestas.
- 2.5 Determinar y caracterizar las creencias declaradas por los sujetos sobre la evaluación con pruebas basadas en la resolución de problemas.

Para el objetivo 3

- 3.1 Elaborar un instrumento que nos sirva para determinar las creencias y concepciones aplicadas de los futuros profesores con respecto a valorar pruebas basadas en la

resolución de problemas en matemáticas. Este instrumento será denominado de aquí en adelante como instrumento 3.

3.2 Aplicar el Instrumento 3.

3.2 Analizar las valoraciones otorgadas a las resoluciones del problema en función del sistema de representación utilizado.

3.3 Analizar las relaciones entre la valoración otorgada al problema (rol de evaluador) y la manera en que el sujeto resolvió el problema cuando su rol era de resolutor.

3.4 Analizar las relaciones entre la valoración otorgada a los problemas (rol de evaluador) y la tipología de resolutores a los que pertenece cada sujeto (cuando su rol es de resolutor).

3.5 Elaborar un sistema de categorías para analizar las justificaciones dadas por los estudiantes a sus valoraciones.

3.6 Analizar las posibles relaciones entre la valoración otorgada al problema y la justificación dada a esa valoración.

3.7 Con los resultados anteriores determinar y caracterizar las concepciones y creencias aplicadas de los futuros profesores con respecto a valorar pruebas basadas en resolución de problemas.

Para el objetivo 4

4.1 Analizar si existe congruencia entre las creencias declaradas por los sujetos sobre la evaluación con pruebas basadas en la resolución de problemas y las creencias aplicadas al valorar problemas.

Para el objetivo 5

5.1 Determinar, mediante análisis de cluster, si existen tipologías de creencias sobre evaluación con pruebas basadas en la resolución de problemas.

5.2 Caracterizar las distintas tipologías de creencias sobre evaluación con pruebas basadas en la resolución de problemas, que resulten del estudio de los clusters por sujetos.

5.3 Analizar las posibles relaciones que existan entre las tipologías de resolutores de problemas algebraicos según los sistemas de representación que utilicen en la resolución de problemas y las tipologías de creencias de los futuros profesionales de la educación acerca de la utilización de pruebas basadas en la resolución de problemas.

## **1.5 HIPOTESIS**

Después de haber fijado nuestros objetivos, pretendemos dar forma a nuestra investigación redactando unas hipótesis, las cuales expresan conjeturas que proporcionan algún modo de interpretar o explicar el fenómeno de estudio.

### **Hipótesis 1**

Se confirman las tipologías de resolutores determinadas en Fernández (1997) y Espinosa (2002) en función de los sistemas de representación que utilizan los sujetos para resolver problemas verbales de álgebra elemental.

### **Hipótesis 2**

Se pueden caracterizar y describir las creencias y concepciones que tienen los futuros profesionales de la educación sobre evaluación basada en la resolución de problemas.

### **Hipótesis 3**

Se pueden caracterizar y describir las concepciones y creencias que tienen los futuros profesionales de la educación al valorar problemas verbales.

### **Hipótesis 4**

Se puede establecer la congruencia entre las concepciones y creencias que tienen los futuros profesionales de la educación al valorar los problemas verbales con las creencias y concepciones que tienen sobre la evaluación basada en la resolución de problemas.

### **Hipótesis 5**

Se puede caracterizar y describir la relación que guardan las tipologías de creencias sobre evaluación con problemas y las tipologías de resolutores a las que pertenecen los sujetos.

## **1.6 LIMITACIONES DE LA INVESTIGACION**

Indicamos algunos de los elementos que pueden considerarse como limitaciones a este trabajo de investigación y que los hemos tenido en cuenta en el desarrollo del mismo:

- 1.- Los resultados solamente son válidos para la muestra a la que se le puso la prueba.
- 2.- La mayor participación es de los sujetos que dominan más la materia, ya que los que no la dominan, generalmente al no ser obligatoria la prueba no se prestaban a resolverla y terminaban saliéndose del aula.
- 3.- Que la muestra no es representativa.
- 4.- Que la aplicación del instrumento no fue anónima.
- 5.- Que tal vez cuando los sujetos estudiaron la enseñanza en la Secundaria, los profesores no utilizaron una metodología basada en la resolución de problemas.
- 6.- La creencia de que todos los sujetos han tenido la misma instrucción de álgebra.
- 7.- La aplicación del instrumento no se hace en una aula especial.
- 8.- El hecho de aplicar el instrumento en dos partes.
- 9.- Contar únicamente con los sistemas de representación que los sujetos nos quieren proporcionar a través de instrumentos de papel y lápiz.
- 10.- Al operativizar las variables, por su carácter cualitativo, pudiera ser que exista algún sesgo de medición entre el verdadero valor y el valor dado.
- 11.- Error de azar por la elección de la muestra no probabilística, ya que no se utiliza todas las unidades de análisis de la población.
- 12.- Puede ser que exista un error debido al entrevistado por que el estudiante muestre rechazo a la participación o falta de interés en la entrevista (De Vivente, 2000).
- 13.- Para analizar la solución del problema estamos partiendo de que todos los estudiantes han entendido bien la fase de comprensión.
- 14.- Las limitaciones que se ponen en el uso del paquete estadístico.
- 15.- Estamos suponiendo que las representaciones externas de los sujetos están en concordancia con sus representaciones internas.
- 16.- Que al pedirle al estudiante que resuelva los problemas, los estudiantes piensan que van a ser evaluados o que el resultados les afectara en sus cursos normales, y prefieren no participar o no entregan los cuestionarios.
- 17.- El hecho de aplicar los instrumentos 2 y 3 al mismo tiempo.

## **CAPITULO II**

### **MARCO CONCEPTUAL**

A continuación presentamos algunas reflexiones teóricas y antecedentes producto de la revisión bibliográfica que efectuamos referente a los campos de estudio a tratar en este trabajo. Como hemos mencionado anteriormente, nuestro problema de investigación se encuentra delimitado por la confluencia de varios focos teóricos, principalmente las concepciones y creencias, evaluación, resolución de problemas, sistemas de representación y el álgebra elemental.

La revisión bibliográfica la hicimos con dos objetivos fundamentales según sugiere Buendía (1998): la primera fue de tipo conceptual que nos permitió profundizar en los conceptos y términos que intervienen en la definición del problema y así pudimos determinar el sentido que tiene los términos que utilizamos en el trabajo y a la vez conocer las opiniones de otros autores sobre los conceptos que se utilizan en el trabajo, y la segunda fue de tipo funcional, con la finalidad de conocer el estado actual de la investigación, así como las metodologías seguidas en trabajos similares e investigar si existían instrumentos ya elaborados que pudiéramos usar. El resultado de esta revisión, que mostramos a continuación tiene como propósito representar nuestro problema dentro de un marco conceptual.

#### **2.1 EL ÁREA PROBLEMÁTICA DENTRO DE LA CIENCIA COGNITIVA**

A continuación describimos el campo de investigación en el que se basará nuestro trabajo.

En la investigación educativa podemos reconocer dos grandes paradigmas: el empírico y el constructivista (Gil, 1999), mientras que Buendía (1998) los reconoce como paradigmas: positivista e interpretativos y para Cohen y Manion (1997) por su parte los llama paradigmas: normativo e interpretativo.

En la época de los sesenta se llevaron a cabo muchas investigaciones del tipo empírico, que siguiendo la tradición norteamericana se enfocaban al estudio del comportamiento del profesor y así se proponían identificar los factores que

determinaban la eficiencia docente (Gil, 1999; Marcelo, 1987, Shulman, 1989), para lo cual estudiaba las relaciones de la actividad docente y las consiguientes capacidades del estudiante (Shulman, 1989).

El objetivo de estas investigaciones era identificar las conductas docentes que mejor se relacionan con un buen rendimiento de los alumnos. Se pretendía así contar con leyes generales sobre los fenómenos de la enseñanza.

Sin embargo las críticas a las limitaciones de este planteamiento sentaron las bases para el posterior paradigma de investigación.

De esta manera el paradigma empírico supone la base del paradigma constructivo ya que “el punto de partida de la actual investigación sobre y con el profesorado lo podemos situar en la crítica de los propósitos que pretendía la investigación llamada experimental o cuantitativa dirigida, de una parte, a la consideración de la figura del profesor como un ser estático y mecanicista, y de otra la intención aparente de los investigadores de controlar el trabajo del profesorado estableciendo dimensiones normativas de la enseñanza” (Imbernón, 1994)

El enfoque constructivo, se apoya en los planteamientos de la psicología cognitiva y del procesamiento de la información. La psicología cognitiva concibe al profesor y al alumno como agentes activos cuyos pensamientos, planes y percepciones influyen o determinan su conducta (Gil, 1999), por lo que el profesor es considerado como un agente que procesa la información en relación a unas circunstancias externas e internas. Se considera pues, que la conducta cognitiva del profesor está guiada por el sistema personal de creencias y valores, que le confieren sentido a dicha conducta, por lo que debido a su carácter inconsciente e impreciso, hay que ayudar al docente a describir explícitamente dichas concepciones y creencias, por esto dentro del paradigma del pensamiento del profesor existe la corriente que estudia las creencias (Flores, 1998).

Es importante describir explícitamente las creencias sobre matemáticas, sobre la enseñanza y sobre el aprendizaje tienen los profesores (Ernest, 1989; Thompson, 1992), en nuestro caso los hacemos extensivo a los futuros profesionales de la educación, por eso uno de los objetivos de este trabajo es explicitar las concepciones y creencias de los futuros profesionales de la educación tienen acerca de evaluar con pruebas basadas en resolución de problemas.

Ya que como dice Shulman (1989) para comprender correctamente las elecciones que los profesores hacen en clase, los fundamentos de sus decisiones y juicios respecto de sus alumnos y los procesos cognitivos a través de los cuales

seleccionan y encadenan las acciones que han aprendido a realizar mientras enseñan, debemos estudiar primero sus pensamientos antes, durante y después de la enseñanza.

Esta información podría servir para que los futuros profesores reflexionen sobre su papel que como alumno tiene ahora y del que tendrá como profesor, y así poder entender el significado de la enseñanza que esta recibiendo y la que él impartirá en un futuro.

La investigación sobre el pensamiento del profesor se diferencia de otros enfoques, en que tiene preocupación por conocer cuáles son los pensamientos que determinan las acciones del profesor durante su actividad profesional.

En los estudios del pensamiento del profesores se han seguido dos enfoques: uno es el modelo de toma de decisiones que le interesa saber como el profesor decide lo que debe hacer ante una situación dada y el otro modelo es el del procesamiento de información que se interesa por saber cómo el profesor define la situación de enseñanza y como esta definición afecta su conducta (Imbernón, 1994).

Sin embargo Clark y Peterson (1990) mencionan que existen tres grandes problemas a investigar en el estudio del pensamiento del profesor, estos son:

- La planificación o el pensamiento preactivo.
- El desarrollo del trabajo en el aula o el pensamiento interactivo.
- El estudio de creencias, juicios, teoría y conocimiento práctico del profesor.

Este trabajo se encuadra según Imbernón en el modelo del procesamiento de la información y según Clark y Peterson se encuadra en el estudio de creencias, juicios, teorías y conocimiento práctico del profesor.

Además como mencionamos anteriormente, este trabajo cae en gran medida en el paradigma cognitivo, pero no renunciamos a utilizar en la recolección de datos tanto la metodología cualitativa como cuantitativa, además de la utilización de métodos estadísticos para el análisis de los datos.

## **2.2 ALGEBRA ESCOLAR**

Creemos que cada uno de los conceptos algebraicos que hoy en día conocemos ha sido resultado de una amplio proceso de evolución a lo largo del tiempo y a la vez esto a implicado la intervención de muchas escuelas y personas relevantes dentro del desarrollo de las matemáticas.

El álgebra actual no ha mostrado siempre el aspecto simbólico simplificado que hoy podemos apreciar, llegar a una simbología simple y abstracta, no ha sido una tarea fácil. El álgebra tuvo sus orígenes en el arte de resolver ecuaciones mediante procedimientos sistemáticos generales. Sin embargo hasta el siglo XVIII no se había alcanzado el nivel que en nuestros días existe, olvidándonos algunas veces de las dificultades que se han pasado para conseguirlo.

### **2.2.1 Breve historia del álgebra**

A continuación daremos un breve recorrido a través de la historia del álgebra, basándonos en la cronología efectuada por Requena (1998), para mostrar el largo camino por el que ha pasado el álgebra hasta llegar al álgebra que manejan hábilmente los estudiantes de secundaria, y así poder constatar “cuántas dudas, cuántos errores, cuántos titubeos existieron en la mente humana, para que después los estudiantes en la escuela lo expresen con simpleza y facilidad” (pp.11)

#### **4000 a.C.**

Se han encontrado vestigios de complejas estructuras geométricas y algunos pueblos solamente tienen en su vocabulario las palabras *uno*, *dos* y *muchos*.

Algo trascendental de esta época podría ser el legado de los sumerios que consiste en el mejor sistema de numeración, el que todavía perdura en las medidas angulares y del tiempo: la base sesenta.

#### **2000 a. C**

En este periodo podemos mencionar las tablillas babilónicas de mil ochocientos años antes de nuestra era, en las que se encuentran problemas de resolución de ecuaciones de primero y segundo grado, además se puede apreciar que el objetivo era la transmisión y aprendizaje del método, ya que únicamente se han encontrado ejercicios muy repetitivos, por último podemos decir que esporádicamente se encontraron ecuaciones de tercer grado.

200 a.C.

Al hablar de aritmética no se puede dejar de mencionar a los Egipcios, pero en álgebra hasta esta época, no aportan nada que no haya sido visto en Babilonia.

Por otro lado en la antigua China ya existían procedimientos para resolver sistemas lineales de dos y tres ecuaciones. Los resolvían sin lápiz, ni papel, con un damero, en donde empleaban palitos en lugar de números, cada palito vertical vale una unidad y un palito horizontal sobre un vertical equivale a 5 unidades y los palitos con valores de decenas se apilan en forma horizontal a la izquierda por ejemplo:

Sea:

$$3x + 2y = 12$$

$$2x + 3y = 13$$

Donde cada columna representa una ecuación:

Con el damero:

III	II
II	III
- II	- III



III	
II	IIIII
- II	-IIIII



$$3x + 2y = 12$$

$$5y = 15$$

En la actualidad equivale a:

3	2
2	3
12	13

Los Chinos de la dinastía Han publicaron esto en el *Arte de calcular en nueve capítulos*. Utilizaban palillos rojos para los números negativos y palillos negros para los números positivos. Al utilizar estos métodos los chinos se adelantaron a los procedimientos que serían redescubiertos más tarde.

## **200- 300 a. C**

En este siglo se han encontrado grandes aportaciones de la cultura griega entre los que podemos mencionar los siguientes:

Euclides.- Con su trabajo *Los Elementos* de Euclides constituyen un modelo de carácter deductivo y sistemático de las matemáticas.

Arquímedes.- Sus trabajos se extienden por la mecánica (estática) y estuvo muy cerca de desarrollar el cálculo infinitesimal.

Apolonio.- Su trabajo se limitó al campo de las cónicas.

## **200 –300 d. C**

Aparece el trabajo de Diofanto de Alejandría, de quien no se sabe en cual de estos siglos vivió, lo que se conoce de él, es su obra *La Aritmética*, que constaba de trece libros, de los cuales se conservan únicamente seis.

*La Aritmética* es una colección de problemas, que Diofanto resuelve siempre reduciéndolos a una incógnita, a la que llama *aritm*o (número), con esto resuelve ecuaciones de distintos grados y con distintas incógnitas, incluye ecuaciones indeterminadas y emplea métodos de aproximación, todo esto lo hace utilizando siempre un lenguaje directo y sencillo. Para ejemplificar lo anterior mostramos el ejemplo de un problema resuelto por Diofanto:

Problema: “Descomponer un número en dos partes cuya diferencia sea dada. Sea 100 el número dado y 40 la diferencia”.

<b>Solución de Diofanto</b>	<b>Solución actual</b>
<p>Suponer que la parte menor es un <i>aritmo</i>                      La mayor es un aritmo más de 40 unidades.                      La suma de ambas es de 2 aritmos más 40 unidades.                      La cual suma 100.                      Restando los términos semejantes, es decir, 40 unidades de 100 y 40 de 2 aritmos y 40 unidades.                      Los dos aritmos que quedan valdrán 60 unidades.                      Y cada aritmo 30.                      Que será la parte menor y la mayor 30 + 40, o sea, setenta unidades.</p>	<p><math>x =</math> parte menor.  <math>x + 40 =</math> a la parte mayor.  <math>x + x + 40 = 2x + 40</math>  <math>2x + 40 = 100</math>  <math>2x + 40 - 40 = 100 - 40</math>  <math>2x = 60</math>  <math>x = 30</math>                      Parte menor = 30                      Parte mayor = 70</p>

Resolvamos a manera de ejemplo uno de los problemas propuestos en este trabajo como creemos que Diofanto lo hubiera resuelto:

Problema: “En una carpintería hay dos tipos de tiras de madera, unas largas y otras cortas. Si ponemos en línea una tira de madera larga con dos tiras de madera cortas, miden en total 210 cm. La tira de madera larga mide 30 cm. Más que la corta. ¿Cuánto mide la tira de madera larga? ¿Cuánto mide la tira de madera corta?”

<b>Creemos que la solución de Diofanto sería:</b>	<b>Solución actual</b>
<p>Supongamos que la madera corta es un aritmo.                      La madera larga es un aritmo más 30 unidades                      La suma de tres aritmos más 30 unidades                      Las cuales suman 210 unidades.                      Restando los términos semejantes, es decir 30 unidades de 210 unidades y 30 unidades de 3 aritmos y 30 unidades.                      Los tres aritmos que quedan valdrán 180                      Cada aritmo vale 60 unidades                      Que será la madera corta y la madera larga 60 más 30 o sea 90 unidades.</p>	<p><math>x =</math> madera corta  <math>x + 30 =</math> madera larga  <math>x + x + x + 30 = 3x + 30</math>  <math>3x + 30 = 210</math>  <math>3x + 30 - 30 = 210 - 30</math>  <math>3x = 180</math>  <math>x = 60</math>                      madera corta = 60                      madera larga = 90</p>

Por lo que podemos ver, en estos ejemplo Diofanto abrió una vía que tendría grandes consecuencias para el desarrollo del álgebra.

## 825 d. C

En esta época floreció el arte y la ciencia, en esta línea existió un encuentro entre tres civilizaciones: la griega, hindú y babilónica.

En 825d.C se escribe la obra *El Kitab al-jabr wa al-mugabalah o El Libro de álgebra y almukabala* que inmortalizó a Al-Juwarizmi que expone el arte de la restauración y de las oposiciones. A este autor se le deben dos grandes aportaciones: la difusión de las cifras hindúes y la introducción del término álgebra (al-jabr).

El manual es muy práctico, está lleno de aplicaciones: en cuestiones comerciales, de herencias o de geometría elemental. El álgebra de Al-Juwarizmi es retórica, y que detalla paso a paso y con instrucciones cada paso que se va haciendo. Tiene como objetivo sistematizar las ecuaciones de primer y segundo grado reduciéndolas a seis tipos básicos que en la actualidad Puig (2003) llama formas canónicas:

Tipo de ecuaciones según Al-Juwarizmi	Notación actual
Cuadrado igual a raíz	$a x^2 = b x$
Cuadrado igual a número	$a x^2 = c$
Raíz igual a número	$b x = c$
Cuadrado y raíz son igual a número	$a x^2 + b x = c$
Cuadrado y número son igual a raíz	$a x^2 + c = b x$
Raíz y número son igual a cuadrado	$b x + c = a x^2$

Ejemplificando lo anterior:

Problema: “ Divide diez en dos partes. Multiplica una parte por la otra, y entonces, multiplica una parte por si misma. Este cuadrado es cuatro veces el producto de una por otra”.	
Solución de Al-Juwarizmi	Notación actual
Llama <i>cosa</i> a una de las dos partes. Entonces multiplica <i>cosa</i> por diez menos <i>cosa</i> y el producto es diez <i>cosa</i> menos un cuadrado. Multiplicando por cuatro obtienes, diciendo “cuatro veces”, el resultado de	$x$ : una parte $10 - x$ : otra parte $x ( 10 - x ) = 10 x - x^2$ $4 ( 10 x - x^2 ) = 40 x - 4 x^2$ $x^2 = 40 x - 4 x^2$ $4 x^2 + x^2 = 40 x$

<p>cuarenta <i>cosas</i> menos cuatro cuadrados. Ahora multiplicando <i>cosa</i> por <i>cosa</i>, que es una parte por si misma, el resultado es un cuadrado que es igual a cuarenta <i>cosas</i> menos cuatro cuadrados. Entonces <i>restaurando</i> con los cuatro cuadrados añadiéndolos a un cuadrado, se obtiene que cuarenta <i>cosas</i> son cinco cuadrados y un simple cuadrado son ocho raíces. Por lo tanto, el cuadrado son 64 y su raíz ocho, que es una de las dos partes: la que se multiplica por si misma. El resto a diez es dos, que es la otra parte. Habiendo sido resuelto mediante uno de los seis casos: cuadrado igual a raíz.</p>	$40x = 5x^2$ $x^2 = 64$ $x = 8$ $10 - x = 2$ <p>Una parte es : 8 Otra parte: 2</p> <p>Caso: <math>ax^2 = bx</math></p>
---	--

Podemos ver que no se utilizan símbolos, el termino *cosa* que utiliza equivale a la que Diofanto utiliza como *aritmo*, utiliza el termino *restaurar* que significa álgebra.

Además es necesario mencionar que desde el punto de vista de la investigación en didáctica, merece la pena señalar que no se conoce ningún texto anterior al libro *El Kitab al-jabr wa al-mugabalah o El Libro de álgebra y almukabala* que establezca un conjunto completo de formas canónicas. Dicho de otra manera antes de este texto se sabia resolver problemas cuadráticos con procedimientos tipificados, pero no se sabía que se sabia resolver todos los problemas cuadraticos. (Puig, 2003, pp. 6,7)

### 1202 d. C

En este periodo aparece el libro *El Abaco* de Leonardo Pisano el cual introduce métodos indios y árabes en Occidente, pero a pesar de su nombre, el libro muestra una primitiva introducción de las cifras, a los algoritmos operativos y al álgebra.

### 1484 d. C

Se utilizan expresiones reducidas o abreviaturas para simplificar su escritura, la cual se reconoce como escritura sincopada, cuya aparición coincide con el desarrollo de la imprenta, el uso de esta escritura se puede apreciar en las obras de Chuquet, Pacioli, Widmann entre otros.

### 1487 d. C

Paciolo publica el resumen (*Suma de aritmética, geometría...*), que contenía lo que se sabía en aquel momento.

### 1545 d. C

Cardano publica su *Art Magna* (*Arte Magno*), donde en el primer capítulo describe los orígenes del álgebra y la situación de este arte, al que se refiere como don celestial y dice que sobrepasa toda capacidad humana de la época. Cardano publica en su libro el método de Tartaglia para resolver ecuaciones de tercer grado. El álgebra de Cardano y Tartaglia sigue siendo retórica, y para facilitar el aprendizaje de las reglas de resolución de ecuaciones de tercer grado, recurren a la poesía.

Cardano empieza a operar con cantidades imaginarias (raíces de números negativos), aunque no llega a dar las reglas para operar con este tipo de cantidades.

### 1552 d. C

Marco Aurel publica el *Libro de aritmética algebrática*, que es el primer libro de álgebra en castellano. Este libro fue traducido al árabe.

### 1562 d. C

Pérez Moya publica la *Aritmética práctica y especulativa*, este libro es probablemente es el mejor del siglo XVI en España, tuvo tanto éxito que ha conocido 30 ediciones, siendo la última la de 1875, hecha más de doscientos años después de la primera publicación. En este libro se utiliza todavía lenguaje sincopado, pero se puede ver que se está teniendo un acercamiento al lenguaje simbólico.

### 1557 d. C

Al inglés Recorde se le atribuye el uso del signo igual “=” aunque no generalizó su uso. Recorde utiliza también habitualmente los signos + (derivado de p) y el signo - (derivado de m).

En la segunda mitad del siglo XVI se siguieron reduciendo las expresiones, evitándose así por el uso de distintos símbolos para las potencias, en lo que contribuyen grandemente Bombelli (1572) y Stevin (1585). Además la raíz cuadrada ya era usado por el alemán Michel Stifel

### **1572 d. C**

Raffaele Bombelli publica *L'Algebra* que representa la cumbre del álgebra en Italia, llevando la resolución de ecuaciones de una incógnita a un punto en donde no sería superado en más de dos siglos. Bombelli aporta las reglas para operar con cantidades imaginarias, sistematiza las ecuaciones de tercer y cuarto grado e introduce una notación muy cercana a la simbólica.

### **1593 d. C**

El francés Francisco Vieta da un gran salto hacia la generalización, ya que empieza a operar con entes abstractos, sin un significado concreto. Sus contribuciones se refieren principalmente a la geometría y trigonometría, pero respecto al álgebra su importancia esta en el *cálculo especiosos*, es la operación con especies, esto es con letras.

Vieta distingue, el cálculo aritmético con números, del cálculo especioso, que permite operar con letras que representan cualquier número, conocido o desconocido, usaba consonantes mayúsculas para cantidades conocidas y vocales mayúsculas para cantidades desconocidas.

La importancia de los aportes de Vieta a el álgebra, vistos con los ojos actuales, acostumbrados al manejo de formulas y expresiones abstractas, tal vez no parezca tan trascendental. Durante siglos se aprendió a trabajar con lo desconocido; sin embargo, era necesario dar carácter general a lo desconocido.

### **1608 d. C**

Peter Rothe afirma que una ecuación algebraica de grado “n” tiene “n” soluciones, considerándose este teorema cierto, aunque no pudo ser comprobado.

### 1637 d. C

Publicación de la obra de Descartes llamada *Geometría* donde a pesar del título es una obra que llega muy lejos en el terreno del álgebra, tanto en el terreno de la notación como en el contenido y sus aplicaciones. La simbología utilizada por Descartes es casi la que se utiliza en la actualidad: primeras letras minúsculas (a, b, c....) para lo conocido y las últimas letras minúsculas ( x, y, z ) para lo desconocido, se encuentran dos expresiones diferentes que son la raíz cúbica y el signo de igual.

En su libro *La geometría* las ecuaciones se convierten en auxiliares de la geometría, y las desarrolla con soltura, de forma brillante y con simbolismos adecuados reduce los términos algebraicos, que sin ser el primero en tratarlos, sí pudo ser el primero en resolverlos de forma independiente.

### 1684 d. C

El filósofo alemán Leibniz fue un verdadero maestro en la elaboración de una eficaz notación simbólica.

Leibniz publica un artículo titulado *Nuevo método para los máximos y los mínimos, así como para la tangente*, por este artículo sostuvo una agria discusión con Newton, ya que este le disputaba la creación del cálculo diferencial. Hoy se admite que Newton y Leibniz desarrollaron el cálculo diferencial de forma independiente y por vías distintas. Sin embargo el mérito de Leibniz fue doble, ya que no solo se adelantó a Newton en la publicación, sino que su método se diferencia por su sencillez y elegancia en cuanto a la notación, la cual se sigue utilizando en nuestros días. Debemos precisar que en lugar de usar paréntesis, utiliza una barra superior para agrupar expresiones.

En el artículo se pueden observar muchos recursos que se utilizan en la actualidad en la enseñanza secundaria. El *cálculo común* del que habla Leibniz no es otra cosa que el álgebra.

### 1707 d. C

Entre las publicaciones de Newton podemos destacar *Aritmética universal o Tratado de composición y resolución aritmética* por sus aportaciones al álgebra, en este

libro Newton recoge y ordena todos los conocimientos aritméticos del momento, empezando por los más simples, incluido el uso de decimales, las operaciones básicas, los símbolos que va a usar, etc. Cuando llega a la resolución de ecuaciones, conector de las dificultades del lenguaje algebraico, hace un esfuerzo por ir describiendo paso por paso lo que va ejecutando, haciendo una mención especial acerca de la importancia del orden en matemáticas. El simbolismo utilizado por Newton es el mismo utilizado por Leibniz.

### **1799 d. C**

El alemán Friedrich Gauss demostró el teorema fundamental de álgebra: toda ecuación algebraica siempre tiene solución real o compleja, y de ahí se deduce que tiene tantas soluciones como indica su grado.

### **1824 d. C**

El noruego Niels Abel a sus veintidós años publico una pequeña memoria titulada *Sobre las ecuaciones algebraicas en las que se demuestra la imposibilidad de resolver la ecuación general de quinto grado*, en donde explicaría por qué en más doscientos cincuenta años de tentativas no se había dado la solución: no existía.

### **1832 d. C**

Galois partiendo de la resolución de problemas, que es meramente un problema de álgebra elemental, se introduce en el álgebra moderna. Basándose en trabajos anteriores de Lagrange, se concentro en aquello que podía ser decisivo: las permutaciones posibles. Además a partir de las propiedades de las permutaciones, Galois desarrolla la teoría de los grupos.

### **1854 d. C**

George Boole que se formo casi autodidácticamente, emprendió la tarea de utilizar el simbolismo para convertir el razonamiento en una auténtica operación algebraica. Se considera que con Boole empieza la matemática pura.

Boole se preguntaba si era posible reducir las operaciones mentales a un mero cálculo: En 1847, Boole escribió un artículo que se tituló *Análisis matemático de la lógica*, y siete años después publica, *Investigación sobre las leyes del pensamiento*, Boole muestra en ellas una capacidad para abordar con adecuado simbolismo la verdad o el error del razonamiento, lo que pretendía era determinar las leyes que rigen el razonamiento humano y expresarlas en el lenguaje simbólico adecuado, el del cálculo algebraico, en el convencimiento de que existe una gran analogía entre las operaciones y las leyes de la razón y las del álgebra.

Las operaciones descritas por Boole en *Investigación sobre las leyes del pensamiento* cumplen una serie de propiedades que han permitido desarrollar un álgebra que lleva su nombre.

Como podemos ver aquí se llega al punto más alto de la ascensión por el álgebra: de resolver ecuaciones por el método de la restauración y oposiciones hasta poder operar con objetos de pensamiento tan abstracto como los propios conceptos.

## **1858 d. C**

Una aportación importante de este siglo fue la hecha por Cayley que junto con Sylvester, aportan el concepto de invarianza.

Una gran aportación de Cayley es el estudio sistemático y el desarrollo de lo que llamo *cálculo matricial*, aunque el primero en usar el término matriz fue Sylvester.

Como paradoja histórica, en los programas de bachillerato se deduce el concepto de determinante a partir del de matriz, cuando su aparición fue al revés. El concepto de determinante fue usado por Leibniz y sistematizado por Vandermonde. Mientras que el concepto de matriz es más reciente.

Después de haber hecho este recorrido histórico del álgebra podemos ver como se fue convirtiendo en una arma potente, representando para las matemáticas lo que ella misma es para el resto de las ciencias: su instrumento, su lenguaje.

La evolución histórica de los conceptos algebraicos debe de representar un interés para la enseñanza, ya que como dice Sierra (1997) la historia permite dejar de considerar a las matemáticas como una ciencia terminada, la historia es motivadora para el alumno, y en algunos casos, le permite comprender mejor los conceptos conociendo el desarrollo y cambio que han sufrido.

### **2.2.2 Enseñanza – aprendizaje del álgebra escolar**

La importancia del álgebra escolar como fundamento del lenguaje científico y como conocimiento básico para la comunicación en una sociedad industrializada cada vez más compleja, nos hace pensar que no se puede seguir impartiendo como una materia más del currículum de matemáticas, tomándola como un curso “corriente de álgebra” o como una simple generalización de la aritmética (Booch y Frías, 1999; Fernández, 1997; Kieran y Filloy 1989; Lins y col., 2001; Rojano, 1991, Ursini, 1996). La importancia de la materia deberá quedar manifiesta en los profesores que imparten la misma, esto es en los profesores de la Secundaria Obligatoria.

El conocimiento algebraico se basa en conocimientos anteriores que en este caso son los que el estudiante tiene de la aritmética que ha practicado durante seis años en su etapa escolar primaria. Algunas de las dificultades que encuentran los alumnos que se inician en el estudio del álgebra, podría ser la falta de antecedentes en tratar numéricamente problemas matemáticas de distintas naturaleza, que los lleven a la necesidad y aceptación de ideas algebraicas. Es muy frecuente que sus conocimientos se limiten al manejo de algunas nociones de aritmética y de geometría elemental. Carecen de experiencias de generalización (Ursini, 1986). Sin embargo, a pesar de que algunos estudiantes de Secundaria hayan cursado su materia de álgebra, existe un anclaje en el modo aritmético de pensar y de abordar ciertas tareas como la resolución de los problemas verbales. Si agregamos a esto la omisión de una enseñanza pre-algebraica en los últimos años de Primaria y primeros años de Secundaria, la consecuencia en muchos casos es la cancelación de la posibilidad de hacer una construcción adecuada del simbolismo algebraico, ya que esta construcción requiere de tiempos didácticos adecuados para romper ciertos obstáculos y hábitos de la aritmética que el estudiante debe de dotar de nuevos significados y un nuevo sentido a las operaciones anteriores (Rojano,1991).

De acuerdo con Kieran y Filloy (1989) creemos que existe una necesidad de prepara a los niños para que desde niveles básicos aprendan a construir relaciones entre la aritmética y el álgebra, ya que esta ultima requiere de un pensamiento algebraico. Esto también es compartido por Stayce y Mac. Gregor (2001) en Australia , ya que sugieren trabajar con los niños desde temprana edad, antes de iniciar la Secundaria, por lo que pensamos que el álgebra necesita un cambio en el pensamiento del estudiante. Como profesores debemos de promover que el estudiante pase de situaciones concretas

a proposiciones más generales sobre números y operaciones, requiriendo esto de una nueva metodología y de diferentes tiempos.

De acuerdo con Rojano (1991, 2003), se debe de dotar de nuevo significado a los viejos símbolos y de nuevo sentido a las operaciones aritméticas que están presentes desde la Primaria, pero que sufren drásticos cambios en su significado y su uso en el lenguaje algebraico. Sin embargo el inicio del álgebra no representa una ruptura con los números y operaciones de la aritmética, más bien el álgebra se basa en la comprensión y las habilidades que se han desarrollado en aritmética. Sin embargo nos dice Kieran (2003) los estudiantes que inician el estudio del álgebra traen consigo, a partir de su experiencia con las matemáticas escolares de la primaria, una perspectiva aritmética de los objetos y las relaciones que se les presentan en sus clases de álgebra que requiere ser orientada antes de que llegue a ser una manera algebraica de pensar. Por ejemplo, las letras que en la Primaria se les dan a los escolares y que son usadas principalmente en las fórmulas de volumen y área son interpretadas generalmente por estos como iniciales de lo que representan y los signos, que en la aritmética denotan operaciones, en álgebra tienen un significado dual: por un lado como operación, y , por otro, como signo de un número generalizado, lo que resulta muchas veces difícil para los estudiantes cuando cursan la materia de álgebra en la Secundaria, ya que acostumbran únicamente a memorizar reglas y procedimientos y ellos creen que estas actividades representan la esencia del álgebra (Kieran,1992).

Pensamos que en la actualidad el uso de nuevas tecnologías requiere que todos los segmentos de la población tengan una base de álgebra, tanto para los que quieran seguir cursos formales superiores, como para los que simplemente lo necesiten para estar capacitados para competir en el mercado de trabajo.

### **2.2.3 Currículum de álgebra escolar**

Vamos a tomar el concepto de currículum de matemáticas como “el plan de formación en matemáticas para los niños, jóvenes y adultos de un país, que tiene lugar en el sistema educativo cuya puesta en práctica corresponde a profesores y especialistas” (Fernández, 1997; Gómez, 2003; Rico, 1998, Rico y Sierra, 1999).

El currículum en la actualidad no se centra únicamente en contenidos sino que toma en cuenta otras variables cognitivas, actitudinales y socio-económicas (Rico, 1998).

Por lo que podemos decir que el concepto de currículum se ha ido ampliando desde que en sus inicios en los años 60 (currículos muy conductistas), ya que en la actualidad se manejan varias dimensiones en el currículum como son: los objetivos, los contenidos, la metodología y la evaluación (Fernández, 1997; Rico, 1998, Rico y Sierra, 1999). Esto se ha visto reflejado en los currículos de diferentes países, a continuación mencionamos algunos ejemplo de lo anterior.

El currículum español de la Enseñanza Secundaria Obligatoria (Real decreto 1991 y 3473/2000, Decreto de la J. A. 148/2002) sugiere que el currículum básico de álgebra deberá estar diseñado para satisfacer las necesidades algebraicas de los estudiantes para la actualidad y para su vida futura. Además existen diferencias en los objetivos, contenido, metodología y formas de evaluación. Todo esto con una fuerte presencia de la resolución de problemas.

En Quebec, Bernarz (2003) nos dice que en la preparación para transitar al álgebra, los programas establecen la preocupación por favorecer el desarrollo de algunos de los aprendizajes previos al álgebra como son:

- Favoreciendo la transición de la aritmética al álgebra asegurando el dominio de determinadas habilidades aritméticas, como son el concepto de igualdad o explorar las propiedades de las operaciones que se utilizan con frecuencia en álgebra.
- Hacer resaltar determinadas diferencias entre la aritmética y el álgebra, como son las situaciones de generalización.

En Australia, Staycey (2001) menciona los Documentos Curriculares Nacionales en los que se expone que el pensamiento algebraico se desarrolla en los primeros años de la Primaria, por lo que sugieren trabajar en ello desde edad más temprana, antes que el estudiante llegue a la Secundaria. Además hace recomendaciones curriculares como no defender ningún método de enseñanza específico, pero dice que está claro que se debe de tomar el camino que lleve al estudiante a pensar (pensar matemáticamente), ya que las sugerencias curriculares generalmente tratan de decir cómo debe de pensar el alumno. Staycey sugiere que se haga desde la perspectiva de cómo piensa en realidad el estudiante para mejorar los resultados del proceso de enseñanza–aprendizaje.

Por otro lado, en México, por ejemplo Rojano (1991), sugiere la presencia de pre-álgebra en el currículum de matemáticas correspondiente al final de la Primaria y

principios de la Secundaria, ya que afirma que parte de los procesos de adquisición del lenguaje algebraico tiene lugar dentro de un periodo de transición de un tipo de pensamiento, el aritmético, a otro, el algebraico. Sin embargo Guzmán en el 2003, nos dice que los programas de México ya muestran una preocupación por fomentar en los alumnos el desarrollo de habilidades necesarias para el aprendizaje del álgebra mencionando que se está trabajando en lo siguiente:

- Familiarizar al estudiante a través de ejemplos con el uso de literales, paréntesis y otros temas que preparan el acceso al álgebra.
- La preparación al álgebra pone énfasis en el simbolismo y en las convenciones de su escritura.
- Hay temas específicos, identificados como pre-álgebra que se aconseja utilizar a lo largo del curso, siempre que haya oportunidad.
- Se le da prioridad a las operaciones y la utilización de paréntesis en aritmética.
- Se inicia con la utilización de letras.
- Se resuelven ejercicios en los que hay que encontrar uno de los números.

Por lo que podemos concluir que el currículum de álgebra de diferentes y variados países nos pide a los docentes abordar los conocimientos de álgebra (pre-álgebra) desde edad más temprana a la Secundaria. Además, los procesos de enseñanza-aprendizaje del álgebra están fuertemente unidos a la resolución de problemas, pensando en el futuro de los estudiantes, tanto como estudiantes superiores como simples ciudadanos inmersos en la sociedad del trabajo y la comunicación.

### **2.3 CONCEPCIONES Y CREENCIAS**

El conocimiento de las concepciones y creencias de los profesores de matemáticas nos abre el camino para conocer ciertas actitudes y conducta profesionales tanto de los profesores en activo como de los estudiantes para profesores. Por eso en la actualidad un foco de interés en la investigación en didáctica de la matemática es conocer las concepciones y creencias de los profesores de matemáticas, ya que tienen gran influencia en lo que se percibe y en los juicios que se hacen, y esto tendrá repercusión en sus competencias profesionales.(Pajares, 1992).

Según Gil (1999) recientemente se están realizando investigaciones para determinar el modo en que puedan modificarse las creencias de los estudiantes para profesores, así como de los profesores en activo, pero modificar estas creencias supone que previamente deben de ser conocidas.

### **2.3.1 Caracterización de las creencias**

Una de las mayores dificultades al estudiar las creencias es la ocasionada por la definición de lo que propiamente son las creencias, y las concepciones (Carrillo, 1996; Contreras, 1999; Ernest, 1989 a; Flores, 1998; Gil, 1999; Moreno, 2000; Pajares, 1992; Thompson, 1992), ya que los investigadores, en su mayoría, han asumido que los lectores saben que son las creencias (Thompson, 1992; Gil, 1999). Algunos autores además definen lo que son conocimientos.

Por esta razón realizamos una revisión bibliográfica, para analizar el uso que se le ha dado a los términos de concepciones y creencias, con el objetivo final de poder tomar nuestra propia acepción y justificación de la utilización que haremos a lo largo de este trabajo para dichos términos.

La revisión que efectuamos fue hecha en trabajos que se han hecho acerca de creencia generalmente, creencias sobre matemáticas o creencias sobre la Enseñanza-Aprendizaje de las matemáticas, pero nosotros únicamente tomaremos como referencia para nuestro trabajo la caracterización que hicieron en ellos acerca de los términos creencia y concepciones, ya que nuestro interés en este trabajo se centra en las creencias sobre evaluación con pruebas basadas en la resolución de problemas.

#### **2.3.1.1 Naturaleza de los términos “Concepciones” y “Creencias”.**

El origen del término creencia lo encontramos según el Diccionario de las Ciencias Sociales (1975), en el término del bajo latín *credentia* y este del latín *credens-entis*, participio activo de *credere*: creer.

Mientras que el origen de el término concepciones según el Diccionario de la Lengua Española (1984) es del latín *conceptio- onis*.

Primeramente intentaremos precisar los términos concepciones y creencia y a partir de lo encontrado en diferentes diccionarios consultados los cuales resumimos en la Tabla 2.1:

Diccionario	Año	Creencias	Concepciones
Manuel Seco del Español.	1999	Cosa que se cree o en que se cree.	Acción de concebir.
Breve Diccionario Etimológico de la Lengua Española.	1998	Cree, dar fe (alguien) Derivado del verbo <i>credere</i> Que viene del latín.	No aparece.
Diccionario de la Evaluación Educativa	1985	Crédito concedido a las afirmaciones del prójimo.	No aparece.
Enciclopedia internacional de las Ciencias Sociales	1968	Creencias es una proposición simple consciente o inconsciente inferida de lo que una persona dice o hace, que puede ir precedida de la frase << yo creo que.....>>. El contenido de una creencia puede descubrir un objeto o situación como verdadero o falso, valorado como bueno o malo o recomendar un determinado curso de acciones como deseables o indeseables (...) toda creencia es una predisposición para la acción. Ser distinguen 3 componentes en una creencia: 1) Cognitivo 2) Afectivo 3) Conductuales.	No aparece
Enciclopedia Universal Ilustrada	1934	Firme asentimiento y completo crédito que se le da a las cosas.	Acción o efecto de concebir (...) producto de la inteligencia.
Diccionario de Ciencias de la Educación	1983	Proposiciones simple conscientes e inconscientes inferidas de lo que una persona dice o hace. Ser distinguen 3 componentes en una creencia: 1) Cognitivo 2) Afectivo 3) Conductuales.	No aparece
Diccionario de las Ciencias Sociales	1975	Firme asentimiento (...). Completo crédito que se presenta a un hecho o noticia (...) En el sentido religioso se identifica para significar un credo o secta religioso. Creencia sinónimo de Fe	No aparece
Diccionario de Uso	1985	Idea que alguien tiene de que	Acción de

del Español.		ocurre cierta cosa o de que algo es de cierta manera.	concebir.
Diccionario de la Lengua Española.	1984 2001	Firme asentimiento y conformidad con algo. (2) Completo crédito que se presenta a un hecho o noticia como seguro o cierto. (3) Religión o doctrina.	Acción o efecto de concebir. Concebir: Formarse idea, hacer concepto de una cosa comprenderla.
Diccionario Critico Etimológico Castellano e Hispánico	1980	Del latín <i>credere</i> dar fe. Derivados de creer, creedero, creencias.	Acción de concebir o recibir. Concebir: concebible.

Tabla 2.1

Como los términos “*Creencia*” y “*Concepciones*” son de uso frecuente en Psicología y Filosofía decidimos consultar Diccionarios de Filosofía y Psicología encontramos lo que se muestra en la Tabla 2.2:

Diccionario	Año	Creencias	Concepciones
Diccionario de Filosofía.	1988	Un asentimiento dado por la voluntad (...) evidencia de un principio innato.	Acción de concebir.
Diccionario de Psicología	1994	En general, convicción muy subjetiva, sin fundamentación objetiva y sin pretensión de darla.	No aparece.
Psicología Social	1998	Las personas que mantienen actitudes diferentes así un mismo objeto difieren en sus creencias sobre lo que es verdad o es falso en relación a un objeto.	No aparece.
Diccionario Filosofía de la Educación de hoy.	1997	Hume: toda creencia es producto del instinto, no es un acto de razón.  Rockeach: entiende por creencia una proposición simple que se infiere de lo que alguien afirma o realiza y que valora en sentido moral, puede ser de tipo cognitivo, afectivo o conductual.	No aparece.
Diccionario de Filosofía	1994	Noción de fe, muchas veces se usa fe y creencia indistintamente.	No aparece.

		En la edad media se debatió a menudo la relación entre creencias y ciencia, creencias y saber, creencias y razón.	
--	--	---	--

Tabla 2.2

En general podemos decir que la mayoría de los Diccionarios consultados hasta aquí coincide en que las creencias son de tipo subjetivo, no dejan claro si son conscientes o inconscientes, mientras que el término concepciones su definición no nos aclara mucho a cerca de cómo entenderlo.

### 2.3.1.2 Utilización que se ha hecho de los términos “creencia” y “concepciones”.

Linaires (1988) en relación al término *concepciones* nos dice:

- “Las personas poseen ciertas concepciones en relación con los objetos de su mundo y sobre las relaciones establecidas entre ellos, que fundamentan en parte sus acciones, a través de un proceso interpretativo del significado otorgado a dichos objetos realizado en cada contexto”(pp. 38)
- El origen y rasgos característicos de las concepciones pueden ser diversos, van desde idealizar experiencias, hasta lo que simplemente puede considerarse como idóneo para esa situación.

En relación a los términos *creencia* y *conocimientos* nos dice:

- Los profesores utilizan un rico almacén de conocimientos generales acerca de los objetos, las personas y los sucesos y sus relaciones para fundamentar tanto las rutinas como las acciones preconcebidas. Parte de este conocimiento puede estar representado por las creencias o teorías producto de la experiencia o de la cultura, estas creencias condicionan la interpretación de las situaciones y por lo tanto influyen en las decisiones y acciones que se ponen en marcha en el aula.
- La forma en la que los contenidos matemáticos están organizados y representados, están mediatizados por el conocimiento sobre los contenidos pero también sobre las creencias.

- En el proceso por el que va pasando el estudiante hasta ser profesor, va cambiando de “rol” esta integración no se realiza ajena a las creencias que lleva consigo un estudiante en relación a las Matemáticas.

Podemos entender de esto que Llinares considera que las creencias forman parte de los conocimientos, que la forma de actuar en el aula esta condicionada por las creencias de cada estudiante y que estas son producto de la experiencia y la cultura a la que pertenece el estudiante. Sin embargo al utilizar los términos no encontramos grandes diferencias entre los términos conocimientos, creencia y concepciones, ya que mismo Llinares (1991) reconoce que solamente existe una diferencia sutil entre los términos creencias y concepciones.

Pajares (1992) por su parte dice que las creencias rara vez se explican claramente y hace una diferencia entre creencias y conocimientos, diciendo que las *creencias* se basan en la evaluación y el juicio, son estáticas y representan la verdad eterna que permanece invariable en la mente del profesor sin reparar en la situación, mientras que los *conocimientos* se basan en hechos objetivos, son fluidos y se desarrollan cuando nuevas experiencias son interpretadas e integradas en los esquemas existentes.

Pajares define las creencias como: “*verdades personales indiscutibles llevadas por cada uno, derivadas de la experiencia o de la fantasía, teniendo una fuerte componente evaluativa y afectiva*”. (pp.313)

Para Ponte (1992, 1994) existe diferencia entre las creencias y las concepciones, aceptando que tanto las creencias como las concepciones son de origen cognitivo, diferenciándolas de la siguiente manera:

“*Las creencias son de carácter no racional, de origen cognitivo que constituyen una base en las que se apoya el conocimiento*”.

Mientras que las concepciones son “*organizadores implícitos de conceptos, con naturaleza esencialmente cognitiva y condicionan la forma en que se afrontan las tareas*”. (pp. 195-196)

Por otra parte Thompson (1992) dice que las *creencias* se caracterizan por:

- Pueden ser sostenidas con varios grados de convicción.

- No son consensuales, el creyente es consciente de que otros pueden pensar en forma diferente.
- Las creencias se caracterizan por su falta de acuerdo sobre cómo tienen que ser evaluadas o justificadas.

Las *concepciones* las define como “una estructura mental más general, abarcando creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales y preferencias”

Del *conocimiento* nos dice:

- Una de las características es el acuerdo general sobre los procedimientos para evaluar y juzgar su validez.
- La verdad y la certeza se asocian con el conocimiento.
- Debe de presentar criterios que encierren cánones de evidencia. (pp. 129)

Según Ortega y Gasset (1993) “Cuando se quiere entender a un hombre (...) averigua cuáles son sus ideas” pp. 22

Sin embargo nos dice que el término “ideas” se usa para cosas muy diferentes, estas ideas en forma de pensamientos pueden poseer diversos grados de veracidad, pueden ir desde pensamientos vulgares hasta rigurosas verdades científicas, pero siempre se tratará de ocurrencias, originales suyas o influenciadas por el prójimo.

Existen unas ideas básicas que el autor llama creencias que no surgen tal día a tal hora en nuestra vida, no llegamos a ellas por un acto racional o como simple ocurrencia, esas ideas que son, de verdad, creencias constituyen el continente de nuestras vidas. Nos dice que no son ideas que tenemos, sino ideas que somos, son creencias radicalísimas que se confunden para nosotros con la realidad misma.

Por lo que Ortega y Gasset reconoce dos tipos de ideas:

Ideas – ocurrencias: Son ideas *con* las que nos encontramos, las producimos, las sostenemos, las discutimos, las propagamos, combatimos en su pro y hasta somos capaces de morir por ellas, pero lo que no podemos es vivir de ellas. (entre ellas podemos encontrar las verdades más rigurosas de la ciencia).

Ideas – creencias: Son ideas *en* que nos encontramos, parecen estar ahí antes de que nos ocupemos de pensar, nosotros no las producimos, son ideas que ni siquiera nos

formulamos, que no las discutimos, ni las propagamos ni sostenemos. Con las creencias propiamente no hacemos nada simplemente estamos en ellas.

En general nos dice que en la creencia se está, y la ocurrencia se tiene y se sostiene, sin embargo la creencia es la que nos tiene y nos sostiene a nosotros.

El uso del término ideas para ambas le sorprende al autor, sin embargo aclara más adelante que él usara el término ideas solamente para designar todo aquello que en nuestra vida aparece como resultado de una ocupación intelectual (consciente), mientras que a las creencias no nos llegan a través de una faena de entendimiento, sino que operan en nosotros cuando nos ponemos a pensar en algo, toda nuestra conducta, incluso la intelectual, depende de nuestro sistema de creencias, por lo que no solemos tener conciencia de ellas, no las pensamos, sino que actúan latentes, como implicación de cuanto expresamente hacemos o pensamos.

Por su parte Vicente (1995) trata de distinguir los conceptos conocer, creer y saber, diciendo de cada uno lo siguiente:

*Saber:* Es propio de la experiencia de la vida y de la capacidad intelectual de cada uno, se refiere a todo lo que conocemos con certeza, aquello que hemos podido demostrar o de lo que hemos sido testigos presenciales.

*Creer:* Es todo lo que conocemos por medio de testimonios de terceras personas o de informaciones procedentes de otras personas, que no hemos comprobado personalmente.

*Conocer:* Se refiere a todo aquello que tenemos noticia sea por el medio que sea. Por lo que dentro de los conocimientos se encuentran las creencias y los saberes.

Por lo tanto Vicente nos dice que lo que creemos abarca un campo muy extenso de nuestros conocimientos. Desde el punto sociológico, que la mayoría de lo que conocemos, en realidad simplemente son “creencias”. Por eso las organizamos en nuestra conciencia e inconsciencia en bloque o sistemas de creencias.

Según Flores (1998) el término creencias se utiliza cuando nos interesan aspectos emotivos, implícitos, de las representaciones de los estudiantes.

De las *concepciones* nos interesan los aspectos cognitivos, conceptuales, consientes que organizan el pensamiento.

Por otra parte Contreras (1999) siguiendo los trabajos de Ponte (1994) y Porlán (1997) entiende por “*concepciones* el marco organizativo de naturaleza metacognitiva, implícito en el pensamiento del sujeto y difícilmente observable que incide sobre sus creencias y determinan su toma de decisiones” pp.22

No hace una clara diferencia entre concepciones y creencias ya que empieza hablando de concepciones y creencias y después únicamente define concepciones y es el termino que utiliza a lo largo del trabajo.

Por ultimo Moreno (2000) la definición de creencias que utiliza esta en consonancia con las dadas por Llinares (1991) y Pajares (1992):

*“Las creencias son conocimientos subjetivos, poco elaborados, generados a nivel particular por cada individuo para explicarse y justificar muchas de las decisiones y actuaciones personales y profesionales vividas. Las creencias no se fundamentan sobre la racionalidad, sino más bien sobre los sentimientos, las experiencias y la ausencia del conocimiento específico del tema con el que se relacionan, lo que las hacen ser muy consistentes y duraderas para cada individuo”.*  
Pp.65

Las concepciones “*son organizadores implícitos de los conceptos, de naturaleza esencialmente cognitiva y que incluyen creencias, significados y conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias, etc. que influyen en lo que perciben y en los procesos de razonamiento que se realizan. El carácter subjetivo es menor en cuanto se apoya sobre un sustrato filosófico que describe la naturaleza de los objetos matemáticos”.* Pp. 67

Como podemos ver los diferente autores no se ponen de acuerdo en lo que es una creencia y usan en diferente forma el termino creencia y el termino concepción, mientras que otros utilizan indistintamente creencias o concepciones. En lo que tampoco se ponen de acuerdo es en si es una actividad consiente o inconsciente. En lo que coinciden todo es en que se trata de una actividad de tipo subjetiva, no se consideran actor razonados, más bien productor de la experiencia y que las decisiones

que toma los profesores en el aula están basadas en sus creencias, además nos dicen que estas creencias están agrupada formando lo que se conoce como sistemas de creencias.

### **2.3.2 Sistemas de Creencia**

Los sistemas de creencias, no tienen que ver con el contenido de las mismas, sino con la forma en que se relacionan entre ellas dentro del sistema, Green (1971) considero tres dimensiones en los sistemas de creencias (mencionado por Thompson, 1992):

- Primera es la que se refiere a que una creencias no se mantiene nunca en total independencia con todas las otras creencias (primarias y derivadas).
- Segunda esta relacionada con el grado de convicción con que la creencias es sostenida y pueden ser centrales y periféricas, las centrales son las creencias más fuertemente sostenidas y las periféricas las más susceptibles a cambio.
- Las creencias son llevadas por conglomerados y protegidos de cualquier interrelación con otro conjunto de creencias. Esto permite tener conglomerados de creencias y que puedan tener confrontación entre ellas y así tener conjuntos de creencias conflictivas.

Sobre los sistemas de creencias Pajares (1992) menciona que Rokeach (1968) define tres tipos que tiene mucha relación con las mencionadas por Thompson:

- Las creencias difieren en intensidad y potencia.
- Las creencias varían a lo largo de una dimensión central- periféricas.
- Algunas creencias forman el núcleo del sistema en las dimensiones centrales – periféricas, las creencias centrales son más importantes para el sujeto y por lo tanto presentan más resistencia al cambio.

Esto puede ayudar a explicar algunas de la inconsistencias entre las creencias profesadas por los profesores, así como el hecho de que algún tipo de creencia cuesta más trabajo cambiarlas o permanezca siempre.

### **2.3.3 Delimitación de los constructos concepciones y creencias en nuestra investigación.**

Después de la revisión bibliográfica realizada consideramos conveniente definir los términos de concepciones, creencias y conocimientos para establecer el sentido con que serán utilizados en este trabajo:

*Creencias son verdades personales indiscutibles llevadas por cada uno, derivadas de la experiencia o de la fantasía, teniendo una fuerte componente evaluativa y afectiva* (Pajares, 1992; Gil, 1999).

*Concepciones son los marcos organizadores implícitos de conceptos, con naturaleza esencial cognitiva y que condicionan la forma en que enfrentamos una tarea* (Ponte, 1994; Gil, 1999).

Ambas nociones forman parte del pensamiento y juegan un papel esencial en la acción del profesor. En este trabajo hablaremos de las concepciones y las creencias, en el sentido en que lo hicieron Flores (1998) y Gil (1999, 2000), y para ello vamos a estudiar las respuestas de los futuros profesionales de la educación a una serie de cuestiones que les serán planteadas. Sus respuestas, en algunos casos y de acuerdo a los estudios piloto realizados, reflejarán creencias mantenidas y en otras ocasiones mostrarán algún tipo de conocimiento más estructurado, es decir, concepciones. Por ello vamos a hablar de creencias y de concepciones.

Las creencias son de nuestro interés por sus aspectos emotivos, inconscientes o valorativos, que condicionan y motivan las acciones más rutinarias de los futuros profesores. Pero, como ya dijimos, también nos interesan los aspectos cognitivos, conceptuales y conscientes que organizan el pensamiento de los estudiantes.

*Por **conocimiento** entenderemos una red amplia de conceptos, imágenes y habilidades inteligentes poseídas por los seres humanos. Las concepciones y creencias son parte del conocimiento* (Ponte, 1994; Contreras, 1999).

#### **2.3.4 Concepciones y creencias sobre evaluación**

Sabemos que los profesores tienen entre sus competencias profesionales la evaluación del conocimiento de sus alumnos; por lo tanto es importante saber qué tipo de evaluación llevan a cabo y cuál es el sistema de ideas sobre el que justifican el ejercicio de esta competencia en evaluación (Gil, 1999, 2000), ya que “la evaluación es

producto de la reflexión y convergen consciente e inconscientemente todas las concepciones y creencias" (Benito, 1992, pp.28).

Es usual ver cómo los profesores en ejercicio consideran de forma diferente la evaluación en matemáticas y le conceden distinta importancia; así, es posible apreciar cómo dos profesores que tienen conocimientos similares evalúan a un mismo estudiante de forma diferente. Esto lo podemos interpretar en base a lo que dice Calderhead (1990) citado por Benito (1992): "la evaluación muestra nuestra más alta sensibilidad hacia el conocimiento, el pensamiento y las creencias de los profesores, así como sus prácticas en la clase".

Ha sido en los años más cercanos cuando se han realizado algunos estudios que toman en consideración la relación entre las creencias y la evaluación practicada por los profesores, entre los que podríamos mencionar los de Benito (1992); Carmona (1998), Gil (1999) y Gil, Rico y Fernández (2000).

### **2.3.5 Creencias sobre la resolución de problemas**

En educación matemática y en investigación en educación matemática la resolución de problemas ocupa un lugar destacado; los nuevos currículos orientan las matemáticas escolares de las enseñanzas obligatorias desde la perspectiva de la resolución de problemas. Por eso, de acuerdo con Carrillo (1996), pensamos que "existe una relación importante entre las concepciones y los modos de resolver problemas" (pp.45), lo que nos lleva a considerar la conveniencia de realizar trabajos en ese sentido.

Sin embargo, el interés por estudiar la relación entre las creencias sobre resolución de problemas y la propia resolución de problemas no empezó hasta los años 80, cuando se empezaron a hacer trabajos acerca de las concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas y se empezó a considerar como un factor determinante en el proceso de enseñanza (Llinares, 1988).

Según Schoenfeld (1992) las creencias que tienen los estudiantes acerca de la resolución de problemas son:

- 1.- Los problemas en matemáticas tiene una y sola una respuesta.
- 2.- Solamente existe un camino correcto para hallar la solución de un problema en matemáticas.
- 5.- Los estudiante que entienden matemáticas, pueden resolver cualquier problema que se le asigne en 5 minutos o menos.(pp. 359)

Como podemos ver estas creencias aplicadas al aula, nos muestra la poca disposición que tiene los estudiantes ante la resolución de problemas.

### **2.3.6 Impacto de las creencias en la enseñanza**

Además de los conocimientos de los profesores en el aula hay que considerar las creencias para contar las diferencias entre los profesores de matemáticas. Por lo que es posible encontrar a dos profesores que teniendo conocimientos muy similares, uno pueda estar enseñando las matemáticas desde el punto de vista de resolución de problemas, mientras que otro lo puede estar haciendo con otra aproximación más didáctica (Ernst, 1992 b), a lo que podemos agregar que cuando dos profesores evalúan a un mismo alumno lo hacen de forma muy diferente y creemos que esto está sustentado también en sus creencias.

El profesor es un tomador de decisiones, resolutor de problemas, con valores y creencias propias que influyen y determinan la práctica de la enseñanza. Por eso creemos que es necesario conocer las creencias de los profesores (Moreno, 2000).

Llevar a cabo cambios en lo que ocurre en las clases de matemáticas depende de que los profesores individualmente cambien sus aproximaciones a la enseñanza y a su vez estas aproximaciones están influenciadas por las concepciones y creencias, ya que los educadores reconocen que la manera en que los profesores interpretan e implementan los currículos está influenciada por sus conocimientos y creencias. (Thompson, 1992).

Según Ernest (1989 b) son tres causas claves para la mala unión entre creencias y la práctica, estas son:

- Primera: La profundidad de las creencias defendidas, la fuerza con que ellas están integradas con otros conocimientos especialmente pedagógicos. Por lo que podría existir una disparidad entre las creencias defendidas y las practicadas.
- Segunda: El nivel de conciencia que tiene de sus propias creencias, y la extensión con que las refleja en su práctica cuando enseña matemáticas.
- Tercera: La influencia del contexto social. Esto es el resultado de las expectativas de otros, especialmente profesores y superiores. Esto se ve muy reflejado en la evaluación entre otras cosas.

En el caso de observar discrepancia entre las creencias declaradas y las practicadas una cosa importante es la extensión con que los profesores son conscientes de tales discrepancias, y si son, como las explican. En el caso de que se observe consistencia, puede ser valiosa la información de saber como alcanzan estas congruencia.

Creemos por lo tanto que es importante conocer las creencias de los profesores para así poder explicitarlas, ya que por ejemplo Keitel (1997) señala en un estudio que realizo sobre las creencias de estudiantes, “ *los jovenes alemanes piensan que existe una relación entre su aprendizaje y las creencias de los profesores*”. Pp.61

Por ultimo, Pajares (1992) nos dice que las creencias de los profesores tienen influencia sobre sus percepciones y juicios y esto afecta el comportamiento los profesores en clase y del entendimiento de las estructuras de los candidatos a profesores es esencial para mejorar su preparación profesional y su práctica de enseñanza.

## **2.4 SISTEMAS DE REPRESENTACION**

Creemos que la representación juega un papel importante en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Esto ha hecho que en los últimos tiempos se incrementen los trabajos sobre representación. Esto lo podemos evidenciar con los trabajos de: Carpenter (1992), Castro Enc. (1995), Cifarelli (1998), Duval (1998), Fernández (1997), Filloy (1999), Goldin (1998), Hitt (2001), Kaput (1989, 1992), Rico (2000), Ruiz (2000), Stacey (2000).

### **2.4.1 Concepto de representación**

El termino *representación* es complejo y encierra múltiples significados ya que puede ser aplicado a una gran cantidad de ámbitos, por lo que trataremos definir el concepto de representación que se esta haciendo en Didáctica de la Matemática y que será la que utilizaremos en este trabajo.

Para esto primero hicimos una revisión entre los diccionarios: El diccionario de la real academia menciona para este termino: *Acción o efecto de representares o de ser representado. 4. Figura, imagen o idea que sustituye a la realidad. 7. Cosa que representa otra.*

El Diccionario Enciclopédico de Educación (2003), entiende por representación *la figura, imagen o idea que sustituye la realidad.*

Mientras que el Diccionario de las Ciencias de la Educación (1983) nos dice que la representación *es una imagen o proceso, la capacidad de evocar por medio de signos o imágenes simbólicas del objeto ausente o la acción aun no realizada.*

A continuación tratamos de ver cual el uso que se ha hecho del termino representación en diferentes campos conceptuales que tiene que ver con la didáctica de la matemática, así encontramos:

Piaget (1961) emplea el termino representación en su libro *La formación del símbolo en el niño* utiliza el termino representación en dos sentidos: primero, donde la representación se confunde con el pensamiento (sentido amplio), segundo: a la evocación simbólica de la realidad ausente (sentido estricto).

Para Bruner (1998) es importancia la representación en el desarrollo cognitivo de los sujetos, cree que la representación del entorno depende de las técnicas aprendidas que sirven para amplificar nuestros actos motores, nuestras percepciones y nuestra actividad de raciocinio.

Hay dos tipos de representación según Duval (1998): Primero: las representaciones mentales que representan al conjunto de imágenes. Segundo: las representaciones semióticas que son las producciones basadas en signos y que pertenecen a un sistema de representación.

Todos ellos hablan de la importancia de la representación, ya que solamente por medio de la representación es posible mostrar los conceptos y actuar sobre ellos, porque sabemos que estos no son directamente accesibles por los sentidos.

Por lo que a lo largo de este trabajo entenderemos por representación, las herramientas (signos o gráficos) que hacen presentes los conceptos y procedimientos matemáticos y con los que los sujetos abordan e interactúan con el conocimiento matemático. También destaca la idea de que las representaciones no están aisladas, sino que se articulan en sistemas estructurados (Rico, 2000). Además sabemos que el uso de la representación facilita el proceso de aprendizaje (Boulton, 1998). “Las representaciones mentales han sido usados para describir el proceso de resolución de problemas en matemáticas, ya que la investigación sugiere que si un alumno es capaz de resolver problemas, tal vez se debe en gran parte a su habilidad de construir representaciones que le ayudan a entender la información y la relación de la situación problemas” (Cifarelli, 1998, pp. 239), por lo que compartimos el uso de la representación en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

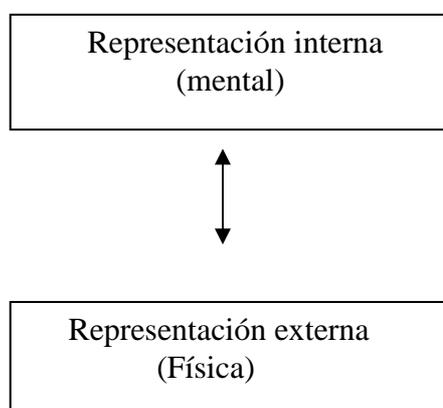
Cabe mencionar que en una representación es importante el objeto representado pero también sus diferentes representaciones, debiendo tener cuidado que el objeto no sea confundido con esas representaciones, pero a la vez que se le reconozca en cada una de ellas (Stacey, 2000). Por lo que deducimos que cuando se resuelve un problema, tanto el profesor como el estudiante deberán identificar cuál es el objeto matemático representado y cuáles son las representaciones que se están dando de ese objeto, ya que hay que tener en cuenta todas las representaciones que pueda tener un objeto matemático, por lo que consideramos necesaria la interacción entre las diferentes representaciones para la formación de un concepto (Hitt, 2001). De acuerdo con lo anterior consideramos que en la enseñanza–aprendizaje de las matemáticas es esencial tanto el objeto como las representaciones mismas.

Por otro lado, cuando se considera la actividad mental de los estudiantes existen dos tipos de representaciones las internas y las externas (Cuoco, 2001). Para este trabajo entendemos por cada una de ellas lo siguiente:

*Representación externa.-* Son las representaciones que comunicamos fácilmente a otras personas. Estas se hacen escribiendo en papel, dibujando, haciendo representaciones geométricas o ecuaciones.

*Representación interna.-* Son las imágenes que creamos en la mente para representar procesos u objetos matemáticos. Este tipo de representaciones son más difíciles de describir (Cuoco, 2001).

Estos dos tipos de representación ya fueron mencionados por Goldin y Kaput desde 1996y además mencionan que la relación que existe entre ellas queda representada por:



Goldin y Kaput (1996) utilizan el término representación interna a las configuraciones que no son directamente observables, pero mencionan que se pueden inferir a través de lo que dicen y hacen los estudiantes desde la conducta. Mientras que para la representación externa consideran las configuraciones observables tales como las palabras, gráficos, dibujos, ecuaciones, etc. que representan cuestiones que son accesibles a observación. Como podemos ver las posiciones de Cuoco y las de Goldin y Kaput no se contradicen.

En este trabajo nos interesan las representaciones externas de la forma en que la define Cuoco, ya que solamente trabajaremos con las representaciones que los sujetos nos quieran proporcionar al resolver los problemas que les fueron solicitados, o cuando evalúan esos problemas o cuando nos contestan un cuestionario. Consideramos que entre las representaciones internas y las externas de los estudiantes existe congruencia y que, por lo tanto, deben estar íntimamente relacionadas, ya que, de acuerdo con Duval (1998), las representaciones externas son un medio para exteriorizar las representaciones mentales internas.

Teniendo en cuenta la importancia de las representaciones en la educación matemática, el desarrollo eficaz de sistemas de representaciones internas en los estudiantes deberá tener correspondencia coherente y una buena comunicación con el sistema matemático establecido, es decir, lo que serían las representaciones externas (Goldin y Shteingold, 2001).

Además expresamos la necesidad de emplear diferentes representaciones, ya que cada modo, significativamente distinto, de entender un concepto necesita de un sistema de simbolización propio. Por lo que pensamos que cuando un estudiante utiliza una representación acompañada de ciertas operaciones lo hace de distintas formas para cada concepto. Esto no indica que hay que emplear diversas representaciones para captarlo en su totalidad. Por ejemplo Friedlander (1998) menciona que el alumno será mejor resolutor de problemas algebraicos si desde temprana edad se mueve fácilmente de una representación a otra, en un estudio que hizo encontró como resultado “que elegir una representación puede ser resultado de una tarea natural como son: las preferencias personales, el estilo de pensamiento del resolutor de problemas o el intento de vencer las dificultades para resolver el problema cuando se estaba utilizando otra representación” (pp. 184)

A nosotros nos interesan las representaciones externas de los estudiantes, porque, en base a las manifestaciones externas producidas por los estudiantes, se pueden hacer inferencias a cerca de su comprensión de un tema (Fernández, 1997). Sin embargo hay que tener en cuenta que el papel de la traducción de esas representaciones juegan un papel muy importante en el aprendizaje y la resolución de problemas (Lesh, Post y Behr, 1987).

#### **2.4.2 Sistemas de Representación**

Para Rico (2000), las representaciones deben de tomar sentido dentro de un sistema de significados ya que no se trata únicamente de imágenes especulativas. Por ello se habla de sistema o sistemas de representación cuando nos referimos a estructuras matemáticas en su totalidad. Entendiendo por una estructura matemática al conjunto de entes abstractos expresados simbólicamente, dotados de operaciones y de una relación mediante las que se comparan y organizan dichos entes.

Por otro lado Kaput (1992) según menciona Gómez (2003) define un sistema de representación como un sistema de reglas para:

- (i) Identificar o crear caracteres.
- (ii) Operar en ellos.
- (iii) Determinar relaciones entre ellas.

Según Gómez (2003) la importancia didáctica de la noción de sistema de representación radica en que nos permite describir las actividades matemáticas que tienen lugar en el discurso matemático del aula.

Para Goldin (1998) un sistema de representación es una estructura donde los números son combinados de acuerdo con ciertas reglas para producir multidígitos, y los signos de operación son comandos matemáticos que ayudan a formar las ecuaciones matemáticas. Goldin reconoce cinco sistemas de representación que son:

- Sistema verbal /sintáctico: describe las capacidades individuales de manejar el lenguaje natural y esta formado por palabras, frases y oraciones.
- Sistema de imágenes: Este sistema esta formado por sistemas que no son verbales y ni notacionales, es un sistema de configuración interna que representa objetos, atributo, relaciones y transformaciones de tipo visual/espacial.
- Sistema notacional: Esta formado por la notación matemática de tipo formal, que tiene una alta estructura, esta formado por sistemas simbólicos, sistemas de operaciones, algoritmos aritméticos, números racionales y notaciones algebraicas.

Por su estructura externa es una representación que muchas veces es utilizada para tratar de resolver problemas.

- Sistema de planificación, control y ejecución: Es un sistema de representación de tipo cognitivo que incluye estrategias de planificación, control y toma de decisión que nos puede guiar y dirigir en el proceso de resolución de problemas.
- Sistema afectivo: Es de tipo interno, es un sistema de representación afectivo.

Existen otras alternativas conceptuales, pero no equivalentes, de sistemas de representación. Mencionamos algunas de ellas: *Sistema Matemático de Signos* (Fillooy, 1999). *Sistema de registros semióticos. Representaciones mentales* (Duval, 1998). *Operaciones mentales y operaciones físicas* (Kaput, 1992).

Para nuestro trabajo tomaremos la definición que utilizó Fernández (1997), la cual no se contrapone con ninguna de las anteriores y que señala que los sistemas de representación son un conjunto estructurado de notaciones, símbolos y gráficos, con reglas y convenios, que nos permiten expresar aspectos y propiedades de un concepto. Teniendo presente que ningún sistema de representación agota por sí solo un concepto.

De lo anterior podríamos decir que, mientras más sistemas de representación conozca un estudiante para abordar una tarea, más fácil le resultará la realización de la misma, ya que la actividad matemática requiere de movilizar varios sistemas de representación o tomar la decisión de cuál representación sería mejor usar en determinado momento, por lo que creemos que la toma de decisión va de acuerdo con las competencias que cada estudiante tiene a cerca de la tarea en cuestión.

Entonces, para nuestro trabajo, un sistema de representación algebraico consistirá en un conjunto símbolos y reglas para manipular estos símbolos con el fin de obtener fórmulas diferentes a las que teníamos, después de haber transformando las ecuaciones. Estos sistemas de representación tienen un alto nivel de estructura (Goldin,1998).

### **2.4.3 Conocimientos algebraicos y sistemas de representación para problemas verbales de álgebra elemental.**

El uso de un lenguaje formalizado significativo en el proceso de enseñanza–aprendizaje del álgebra es fundamental, ya que, generalmente, para aprender el uso correcto de las reglas algebraicas en la etapa escolar se suele practicar mucha rutina y explorar poco la significación que tiene para el estudiante.

La comprensión de un tópico requiere del uso de varios sistemas de representación, ya que un “ conocimiento más exhaustivo de los diversos sistemas de representación y de sus relaciones mejora la comprensión de los conceptos algebraicos y de sus significados, lo que redundará en una mayor capacidad para comprender y abordar otras tareas algebraicas más complejas” (Rico, L.; Castro Enc. y Romero, 1996). Resultados de algunos estudios de representación en matemáticas concluyen que el uso de diferentes representaciones para un objeto matemático son necesarias ya que su percepción no es directamente accesible, como lo pudiera ser, por ejemplo, un objeto físico ( Rico, 2000).

De lo anterior podemos deducir que mientras más sistemas de representación conozcan los estudiantes cuando van a resolver problemas, más fácil les será abordar la tarea, ya que los estudiantes piensan, según Goldin (1998), que el identificar un sistema para resolver un problema les facilita la resolución.

Por otro lado, Fernández (1997) sugiere el estudio de los diversos sistemas de representación que utilizan los estudiantes cuando resuelven problemas verbales de álgebra elemental, pues, con la elección de las tareas adecuadas, se pone en juego y se pueden interpretar los conocimientos de álgebra que tiene el estudiante. Además creemos que existe un determinado nivel de complejidad en la utilización de un sistema de representación, así los pre-algebraicos tienen un fuerte componente aritmético, mientras que los algebraicos se caracterizan por que tiene un manejo adecuado del lenguaje algebraico, tanto en lo semántico (significado), como en lo sintáctico (reglas operativas) (Rico y col, 1997).

Por esto Friedlander (2001) dice que muchos profesores e investigadores saben que en la enseñanza del álgebra inclusive en las expresiones y ecuaciones pueden tener una serie de obstáculos en el proceso de aprendizaje, como resultado los educadores de matemáticas recomiendan el uso de varias representaciones desde el inicio del aprendizaje del álgebra. Friedlander menciona el uso de las siguientes cuatro representaciones en el álgebra:

- Representación verbal.
- Representación numérica.
- Representación Gráfica.
- Representación algebraica.

Mientras que otros autores clasifican los sistemas de representación en tres grupos: los numéricos, los gráficos y los simbólicos, según la literatura especializada.

Algunos autores (Fillooy y Rubio, 1999; Fillooy, Rojano y Rubio 2001; Stayce y Mc. Gregor, 2000) definen otros sistemas de representación. Algunos se trata de identificarlos con otro nombre o con pequeñas variaciones, otros aparecen, según el autor, como métodos de resolución de problemas. Algunos de estos casos serán definidos brevemente en el apartado 2.5.5.

A partir de esta clasificación, Fernández (1997) estableció cinco sistemas de representación que se obtuvieron de una adaptación de los sistemas usuales que se encuentran en la literatura de investigación. Cabe mencionar que uno de los objetivos de este trabajo es tratar de encontrar, en la resolución de los problemas, la existencia de algún otro sistema de representación, a parte de los mencionados por Fernández.

Los cinco sistemas de representación que utilizan los estudiantes para resolver problemas de álgebra elemental mencionados por Fernández (1997), y que se utilizaran en este trabajo, a reserva de que se encuentre algún otro cuando se efectúe el análisis de los protocolos, son los siguientes:

***Sistema de representación Ensayo–Error.*** Se considera como un sistema numérico, ya que se utiliza la notación numérica y símbolos aritméticos para establecer relaciones entre los datos conocidos y los desconocidos. Se utiliza este sistema cuando se prueban en forma sistemática, valores numéricos asignados por los estudiantes a la/s incógnita/s, conservando las relaciones implícitas en el problema, conjeturando a partir de los valores fallidos para otorgar nuevos valores y tratar de que estos se aproximen paulatinamente a los resultados correctos.

El uso de este sistema de representación requiere de tiempo y de una metódica organización en el trabajo cuando se utiliza. El uso de este sistema por parte de los estudiantes, a veces, les hace sentir mal ya que creen que es una forma no muy adecuada de resolver un problema cuando ya han cursado la materia de álgebra. Sin embargo, de acuerdo con Kieran (1998), cuando los alumnos resuelven por este sistema de representación tienen una noción más desarrollada del equilibrio entre el lado izquierdo y derecho de una ecuación.

***Sistema de representación Parte-Todo.*** Se considera, también, como un sistema numérico. Las relaciones existentes en el problema se plantean mediante estrategias que

relacionan los datos. Se consideran los datos desconocidos como parte del resultado de operar los datos conocidos, comparando el total con las partes. Se caracteriza por que si se establecen ecuaciones no se utilizan las reglas de sintaxis algebraicas en ellas, sino que generalmente son operaciones aritméticas basadas en comparaciones e igualaciones. Los alumnos que utilizan este sistema de representación no generalizan todavía. Sin embargo, cuando resuelven lo hacen con un plan de actuación definido, no lo hacen mediante operaciones aisladas. Además el uso de signo “=” no se hace sólo con la finalidad de establecer el resultado de las operaciones, sino de equilibrar los dos términos de la igualdad.

***Sistema de representación Gráfico.*** Se dice que se está usando este sistema de representación cuando se usan códigos gráficos para resolver el problema, como son: representaciones físicas, geométricas o diagramas. Las relaciones entre los datos y las incógnitas del problema se establecen a partir del gráfico. Para resolver las operaciones se utilizan generalmente los sistemas numéricos, más específicamente el Parte-Todo, o relaciones de proporcionalidad.

Cuando los estudiantes utilizan este sistema de representación todavía no hay generalización, ya que se utiliza un esquema particular para cada problema, y se está trabajando en el campo de lo concreto.

Este sistema de representación es de uso frecuente en los problemas en los que intervienen longitudes.

***Sistema de representación Gráfico-Simbólico.*** Este sistema de representación se puede considerar como una mezcla entre el Gráfico, descrito antes, y el Simbólico, ya que la relación entre los datos y las incógnitas se obtiene a partir del uso de un gráfico, con apoyo de una representación gráfica, pero mediante un lenguaje simbólico.

Se podría decir que cuando el estudiante utiliza este sistema todavía no alcanza la formalidad de la generalización y no llega a una abstracción completa.

***Sistema de representación Simbólico.*** Se dice que se está usando el sistema de representación Simbólico cuando se utiliza el lenguaje algebraico puro. Se presenta cuando se utiliza un lenguaje exclusivamente abstracto, usualmente alfabético. Se identifican las incógnitas con letras o composición de ellas u otros símbolos, incluso gráficos, y se expresan las relaciones mediante ecuaciones. No se hace uso de objetos

concretos para establecer las relaciones. Se puede decir que los estudiantes que utilizan este sistema de representación para resolver problemas producen una abstracción del texto del problema y llegan a la generalización, ya que el modelo utilizado se puede aplicar a cualquier otro problema de las mismas características.

El sentido y significado de las letras y la aplicación de las reglas algebraicas se debe de hacer con competencia, entendiendo por competencia la capacidad para realizar tareas matemáticas específicas y la capacidad para relacionar los diferentes contenidos y procesos puestos en juego, por lo que debe de tener cuidado en el uso de la semántica y sintaxis del álgebra cuando se utiliza este sistema de representación.

Los primeros sistemas se caracterizan porque utilizan aritmética únicamente (operaciones con números concretos). Los sistemas de representación intermedios utilizan un determinado simbolismo, en este caso visual, lo que los hace dependientes, en este caso de la posibilidad de la imagen visual, y por lo tanto menos generalizadores. El sistema de representación simbólico, es genuinamente algebraico, se generaliza, lo que lo hace extensible a cualquier tipo de problema algebraico (Fernández, 1997; Rico y col., 1997).

## **2.5 RESOLUCION DE PROBLEMAS**

*“Aprender a resolver problemas es la razón principal para estudiar matemáticas. La resolución de problemas es el proceso de aplicación del conocimiento adquirido previamente a situaciones nuevas y no familiares. Resolver problemas verbales en textos es una forma de resolución de problemas, pero los estudiantes también deberían enfrentarse a problemas fuera del libro de texto. Las estrategias de resolución de problemas incluyen proponer cuestiones, analizar situaciones, trasladar resultados, dibujar diagramas y usar ensayo-error. Al resolver problemas, los estudiantes necesitan ser capaces de aplicar las reglas de la lógica necesaria para llegar a conclusiones válidas. Tienen que ser capaces de determinar qué hechos son relevantes. No deberían llegar a soluciones tentativas, y deberían ser proclives a someter esas conclusiones a comprobación”* (National Council of Supervisors of Mathematics, 1977, pp. 2)

De las consideraciones anteriores podemos señalar a la resolución de problemas como uno de los núcleos básicos de todo currículum. Si además tomamos en consideración que a principios de los años ochenta la NCTM dio a conocer las

directrices básicas que se deberían tener en cuenta al configurar la Educación Matemática Secundaria para la siguiente década, estas recomendaciones han tenido que ser tomadas en cuenta por muchas instituciones y publicada en numerosos documentos (Bosch y Frías, 1999).

Esto ha hecho que en los últimos 20 años la resolución de problemas se convierta en una línea importante de investigación en educación matemática. Tomando una importancia relevante por el número de documentos que tratan sobre el tema, de los que cabe destacar:

- ◆ El NCTM de 1980 afirma “(...) la resolución de problemas debería ser un eje para las matemáticas escolares (...)” (Lester, 1994, pp. 661). Asimismo, Codina (2000) menciona que en el congreso ICME (1985) la resolución de problemas fue uno de los siete temas más importantes discutido en sus sesiones. Posteriormente el NCTM (1991) refiere que “es esencial desarrollar en todos los estudiantes la capacidad de resolver problemas si se quiere que sean ciudadanos productivos (...), que los estudiantes se conviertan en personas matemáticamente instruidas.” (pp. 6).
- ◆ Por otro lado, el Informe Cockcroft (1985) menciona como temas de reflexión y discusión la resolución de problemas ya que dice:  
(249) “La resolución de problemas es consustancial a las matemáticas. Las matemáticas sólo son útiles en la medida en que pueden aplicarse a una situación concreta; precisamente la aplicación a las diversas situaciones posibles es lo que se denomina resolución de problemas (...)” (pp. 90).  
(438) “ (...) el currículum incluye el programa; se refiere a la manera en que se presenta éste en el aula, (...) la resolución de problemas (...) desempeñan un papel importante en el trabajo de todos los alumnos (...)” (pp.157-158).  
(457) “(...) hemos partido del supuesto de que las matemáticas deben presentarse y enseñarse en un contexto que permita aplicarlas a la resolución de problemas de diversa naturaleza (...)” (pp. 165).
- ◆ El Real Decreto (3473/2000) menciona, entre otras cosas, que es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje de las matemáticas con las experiencias de los alumnos y alumnas, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de resolución de problemas y de contraste de puntos de vista en esta resolución.

- ◆ Entre los objetivos generales para la Educación Secundaria, ya sea de forma explícita o implícita, muchos de estos objetivos se relacionan con las resolución de problemas, como:

*Objetivo 2.-* Utilizar las formas de pensamiento lógico para formular y comprobar conjeturas, realizar inferencias y deducciones, y organizar y relacionar informaciones diversas relativas a la vida cotidiana y a la resolución de problemas.

*Objetivo 4.-* Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos, y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de datos.

*Objetivo 9.-* Actuar, en situaciones cotidianas y en la resolución de problemas, de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o perseverancia en la búsqueda de soluciones.

*Objetivo 10.-* Conocer y valorar las propias habilidades matemáticas para afrontar las situaciones que requieran su empleo o que permitan disfrutar con los aspectos creativos, manipulativos, estéticos o utilitarios de las matemáticas (Real Decreto 3473/2000, pp. 76).

- ◆ Podríamos agregar a lo anterior un gran número de tesis doctorales que tratan sobre resolución de problemas, de entre las que señalamos las de: Carrillo (1996), Castro (1995), Contreras (1999), Fernández (1997), Puig (1996).

Todas estas propuestas e investigaciones han revertido sus resultados y hallazgos en nuevas propuestas educativas y esto se ha visto reflejado en el aula, ya que el currículum se ha modificado debido a innovaciones curriculares basadas en la educación vía la resolución de problemas.

Esto ha hecho que en la actualidad, tanto a profesores de matemáticas como investigadores, no les resulten ajenos los términos: *problema*, *resolución de problemas*, *solución del problema*, y sin embargo bajo esta aparente uniformidad se esconde una gama de significados diferentes (Contreras, 1999).

### 2.5.1 Problema, resolución de problema y solución.

Las palabras *problema*, *resolución de problemas* y *solución* las hemos usado de diferente manera en diversos contextos y por diferentes autores o para indicar diversas actividades matemáticas, por esto quisimos precisar el significado que tendrán para nosotros estos términos.

En el diccionario de La Lengua Española (1992) entiende por *problema* “una cuestión que se trata de aclarar. *Mat.* Proposición dirigida al modo de obtener un resultado cuando ciertos datos son conocidos.

Para el termino *resolución* lo entienden como la acción o efecto de resolver. Expresa el fin de un razonamiento.

Mientras que por *solución* entiende la acción o efecto de disolver. Acción o efecto de resolver una duda o dificultad. Cada una de las cantidades que satisfacen las condiciones de un problema o de una ecuación.

El Diccionario Enciclopédico de Educación (2003) se refiere a *problema* como una cuestión que provoca preocupación. *Mat.* Ejercicio de matemáticas, física u otra disciplina que el profesor expone a los alumnos para que estos resuelvan.

Los términos *resolución* y *solución* no aparecen en este diccionario. De lo anterior podemos decir que el termino problema no queda bien definido para nosotros en estos diccionario ya que la primera parte en los dos definiciones lo trata de forma muy general, aplicado a muchos contextos, mientras que en las definición con respecto a matemáticas en ambos casos no queda claro y más bien parecer que esta hablando de ejercicios donde simplemente se tiene que aplicar un algoritmo para hallar la solución.

En vista de lo anterior nos centramos en buscar en áreas de conocimiento cercanas a la didáctica de la matemática encontrando lo siguiente:

Hablar de resolución de problemas, es hablar de Pólya como impulsor de la preocupación contemporánea por la resolución de problemas (Contreras y Carrillo, 2000).

Con la publicación del de la obra de Pólya “*How To Solve It*” en 1945 (aunque fue escrito en 1919), la educación matemáticas y el mundo de resolución de problemas marco una línea divisoria la resolución de problemas antes y después de Pólya” (Schoenfeld, 1987 según cita Contreras, 2000). Para Pólya (1954) la matemática es un disciplina de descubrimiento ya que los hechos matemáticos son sospechados y luego probados y añade que si el aprendizaje de la matemática tiene algo que ver con el

descubrimiento, los estudiantes deberían tener la oportunidad de hacer problemas en los que primero pueda conjeturar y luego pruebe algún hecho matemático en un nivel apropiado. Pólya centra principalmente su trabajo en el comportamiento del resolutor en la línea de uso de heurísticos.

Para Schoenfeld (1985) en su libro *“Mathematical Problem Solving”* defiende que un problema no es una propiedad inherente de una tarea matemática. Más bien es una relación entre el individuo y la tarea lo que hace la tarea un problema para la persona. La palabra problema se usa aquí en un sentido relativo, como una tarea que es difícil para el individuo que está intentando resolverlo. Más aun, esa dificultad ha de ser un atolladero intelectual más que de cálculo (según cita Puig, 1988).

Tiempo después el mismo Schoenfeld (1992) acepta las dos definiciones dadas por Webster (1979) que dicen:

- Primera: “En matemáticas, todo tiene que ser hecho o se requiere hacer algo”.
- Segunda: “Una pregunta (...) que es desconcertante o difícil”.(pp. 337).

Por otro lado el psicólogo Mayer (1986) entiende que un *problema* debe tener las siguientes características:

- Datos: Son las condiciones, objetos e información.
- Objetivos: El estado final que se supone se quiere alcanzar.
- Obstáculos: Son las secuencias correctas de comportamientos que resolverá el problema, pero que no son inmediatamente obvias (pp.18).

Por *resolución de problema* entiende “(..) un proceso de descubrir un esquema o un conjunto de experiencias pasadas con el que ha de relacionarse el nuevo problema y luego interpretar y reestructurar la situación nueva de acuerdo con el esquema particular que se haya seleccionado” (pp. 92).

Para Blum y Niss (1991) un *problema* es “Una situación que conlleva ciertas cuestiones abiertas que retan intelectualmente a alguien que no posee inmediatamente métodos, procedimientos o algoritmos, etc. directos y suficientes para responder” (pp.37).

En el mismo sentido se manifiestan Kantowski (1980), Carl (1989) y Agre (1982) donde este último dice: “La resolución de problemas es el proceso de aplicación

de los conocimientos previamente adquiridos a situaciones nuevas y no familiares” (pp.471).

Encontramos otros autores como Hayes (1981) que dice: “Siempre que haya una brecha entre donde uno esta en este momento y donde uno quiere estar, y uno no sepa cómo encontrar el camino para cruzarla, uno tiene un problema” ( pp 1).

Resolución de problemas para Puig (1992) es una actividad mental y manifiesta que desarrolla el resolutor desde el momentos en que, presentándosele un problema, asume que lo que tiene delante es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acabada la tarea.

Para Castro (1991) un problema “(..) es una tarea en la que hay que recorrer una sucesión de estados sobre los que actúan los operadores” (pp.25) que es una definición que se apoya en la teoría del procesamiento de la información.

Tanto Puig (1992) como Castro (1995) en la resolución de problemas hacen referencia al espacio problemas, que es una representación interna del entorno de la tarea que hacer el resolutor, constituido por el conjunto de operadores y estados que él conoce.(Castro, 1991, pp.31, Puig, 1992, pp9)

Las diferentes definiciones que encontramos tienen en común que se habla de una situación inicial y una final, y que de momento se desconoce como pasar de una situación a otra.

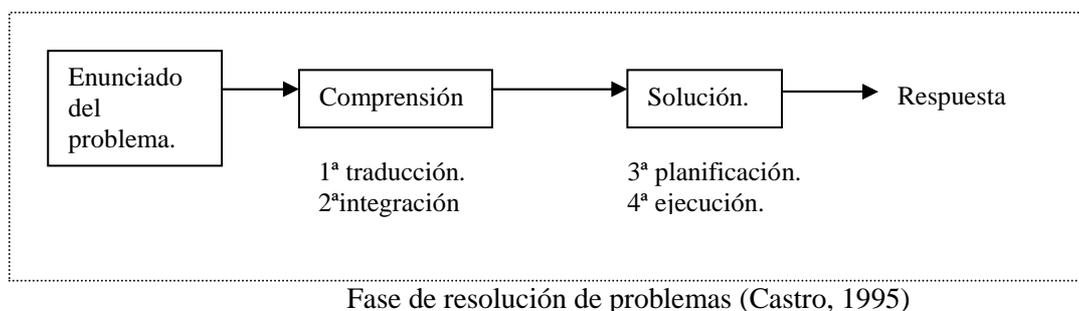
Estas imprecisiones se pueden ver en las diferentes concepciones que existen en la literatura a cerca del término. Para este trabajo tomaremos la definición de problema dada por Kantowski (1980), que dice:

*“un problema es una situación para la que el individuo que se enfrenta a ella no posee algoritmo que garantice una solución. El conocimiento relevante de esa persona tiene que ser aplicado en una nueva forma para resolver el problema”* (pp.195).

Por lo que, de acuerdo con esta definición, podemos decir que: “lo que es un problema para una persona puede no serlo para otra, y lo que es un problema para una persona un día puede no serlo es próximo día” (Agre, 1982:30).

Para este trabajo tomaremos el términos *resolución del problema*, como: “la actividad mental y manifiesta que desarrolla el resolutor desde el momento en que, presentándosele un problema, asume que lo que tiene adelante es un problema, hasta que da por acabada la tarea” (Piug, 1992:21), en forma similar es definido por Castro

(1995) ya que para él “la resolución de un problema se han identificado dos fases generales: la comprensión del problema y la solución del problema” pp.30.



Por lo que para nuestro caso particular hablaremos de solución en el sentido que lo hizo Castro en el cuadro anterior, ya que únicamente vamos a analizar las producciones de los estudiantes en función de sus planteamientos, ejecución y desempeño final.

La respuesta nosotros la denominaremos resultado (desempeño final) a lo largo de este trabajo. Creemos pertinente indicar que el término *resolutor* se está utilizando en este trabajo para designar al sujeto que esta resolviendo el problema (Castro, 1995; Codina, 2000; Fernández, 1997; Puig, 1992).

Una vez definidos estos términos pasaremos a definir el término problemas verbales que se usará a lo largo de este trabajo. Para ello seguiremos la propuesta de Gerofski (1996) en el sentido de que todos los problemas verbales se caracterizan por tres componentes:

- ◆ Primera componente.- Es la “puesta en escena”, estableciendo la contextualización, los caracteres y la localización de la historia que tiene lugar, aunque esta componente, a menudo, no sea esencial para la solución misma del problema.
- ◆ Una componente de “información”, que da los datos que necesitan para resolver el problema. A veces se da información irrelevante como señuelo para producir recelo en el resolutor inseguro.
- ◆ Una cuestión o pregunta a la que hay que encontrar respuesta.

La mayoría de los especialistas dicen que la cercanía al entorno escolar en la elección de los contextos donde se desarrollan las historias, puede ser favorable a los estudiantes para identificar la situación descrita en los problemas y, con ello, las relaciones entre los datos y las incógnitas (Fernández, 1997). Por eso, los profesores deben dar a los estudiantes problemas más reales para que éstos se sientan comprometidos de alguna forma (Kilpatrick, 1995).

Por lo tanto, los problemas deberán ser lo más genuinos posibles para que atraigan el interés del estudiante a fin de que lo asuman como propio y deseen resolverlo, tomando así la oportunidad de investigar por sí mismo las posibles soluciones. Para éstos, los problemas que se les ofrecen no deben de ser de respuesta única, tendrán que ser vistos como situaciones que se resuelven mediante un proceso razonado en el que se da al estudiante la oportunidad para que se cuestione, experimente, haga conjeturas y ofrezca explicaciones y tome decisiones (García, 2002).

Además, hay que tener en cuenta, cuando se redacta o elige un problema, que éstos deben de incluir un lenguaje e ideas matemáticas entendibles para los estudiantes con distintos niveles de aprovechamiento matemático (Schoenfeld, 1994). De lo anterior podemos decir que la elección de problemas se deberá hacer con sumo cuidado, y al efectuar dicha elección tener en cuenta que los problemas son un medio para que los estudiantes discutan, defiendan sus ideas y especulen a cerca del potencial de ciertos métodos de solución (Santos, 1996).

Por otro lado, en este trabajo utilizaremos muchas veces el término *problema algebraico*, entendiéndolo por ello: aquellos que implican relaciones matemáticas en las que el signo “=” no es sinónimo de efectuar una operación aritmética, sino un signo de equilibrio entre el miembro de la izquierda y el de la derecha. Ambos miembros tienen cantidades que se operan aritméticamente (Fernández, 1997; Kieran y Filloy, 1989; Kieran, 1992; Staycey, 1995, 2000).

### **2.5.2. Clasificación de los problemas**

Los problemas son clasificados de diversas maneras por los diferentes autores, entre los que podemos mencionar:

Para Greeno (1978) los problemas se clasifican como:

1. Problema de estructura inductora.- Es aquel en el que sujeto debe descubrir la norma o modelo implícito ejemplo completar series.

2. Problema de transformación Se da el estado inicial y el resolutor debe hallar una secuencia de operadores que produzca el estado final.
3. Problema de ordenamiento.- Se dan todos los elementos y el que resuelve el problema debe de ordenarlos de forma que resuelva el problema.

Para Simon (1973) la clasificación debe de ser:

- Problema bien estructurado.- Los que habitualmente se plantean es la escuela.
- Problemas mal estructurados.- Son los que se presentan en la vida real.

Según Fredericksen (1984), mencionado por Kilpatrick (1987: 134) los problemas se deben de clasificar como:

- Problemas bien estructurados que son los que están claramente formulados, se pueden resolver con la aplicación de algún algoritmo conocido y además dispone de criterios para comprobarlo.
- Problemas estructurados.- requiere de razonamiento productivo para hallar la solución, son similares a los problemas bien estructurados, pero se diferencian en que el resolutor tiene que diseñar todo o parte del procedimiento de solución.
- Problema mal estructurados.- Son los que carecen de formulación clara, o procedimiento que garantice su solución y criterios para saber cuando se ha alcanzado una solución.

La clasificación de Polya (1986) es:

- Problemas de hallar.- Son los problemas en donde se descubre la incógnita.
- Problemas de demostrar.- Son problemas en donde se trata de mostrar la veracidad o no de una afirmación.

Por lo que de acuerdo a las diferentes clasificaciones, los problemas que utilizaremos en este trabajo son problemas de transformación o bien estructurados o de hallar dependiendo del autor.

### **2.5.3 Uso de gráfico, dibujo o diagramas para resolver problemas.**

El uso de un dibujo según Reed (2001) para resolver un problemas puede abrir una ventana en la mente de los niños, Vygotsky (1978) según cita Reed (2001) hace

referencia al uso de dibujos como un escalón preliminar para el desarrollo del alumno. Es evidente que los dibujos se pueden usar para darle un soporte al aprendizaje y la comunicación de las matemáticas. Apoyando lo anterior la NCTM (2000) dice que un dibujo sirve como representación para el propósito de enseñanza y la construcción de las matemáticas.

Un diagrama es una representación visual que nos puede servir para desplegar información, en la resolución de problemas puede servir para deshacer la estructura del problema y que nos ayude a resolverlo, por lo que frecuentemente se le recomienda al estudiante usar diagramas para resolver problemas en matemáticas. Ya que el uso de diagramas tienen un efecto integrante en el aprendizaje y el pensamiento matemático (Diezmann, 2001).

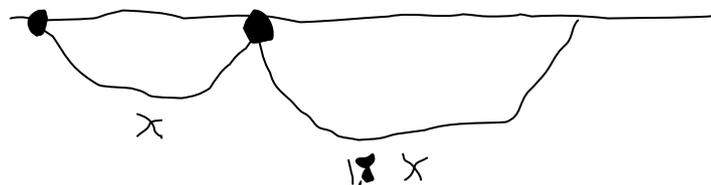
Diezmann distingue cuatro tipos de diagramas:

- Cadena o red que consiste en colocar una serie de puntos o nodos unidos por líneas que en general quedan como las vías de una estación de trenes. Ejemplificamos como se podría utilizar para ayudar a resolver el problema 3:

*La familia García realiza un viaje. El Sr. García tiene que conducir 434 kilómetros para ir de Madrid a Granada.*

*En un punto del trayecto deciden parar a tomar un refresco. Después de la parada aún les queda por recorrer 1,8 veces los kilómetros que ya llevaban recorridos.*

*¿Cuántos kilómetros le quedan después de la parada? ¿ Cuántos kilómetros llevan recorridos?*



- Matrices: en este caso se utilizan dos dimensiones para representar la relaciones de la información. Ejemplificando el uso que se podría dar con nuestro problema 4 tenemos:

*A Teresa le han regalado un muñeco de Epi que mide 21 cm y a su hermano pequeño le han regalado uno de Blas que mide 30 cm.*

*La altura de Epi se puede medir poniendo en línea 4 clips y 2 sacapuntas, mientras que para medir la altura de Blas se necesitan poner en línea 5 clips y 4 sacapuntas,*

*¿ Cuánto mide cada clip? ¿Cuánto mide cada sacapuntas?*

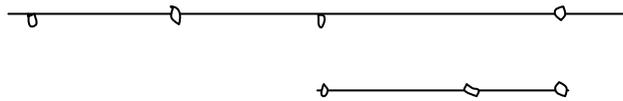
	5	5
Epi	2	4
Blas	4	5

- Jerarquía esta mejor ejemplificado con lo que es un diagrama del árbol ya que se usa para representar la estructura del problema
- Parte-todo es un diagrama que representa la relación entre una parte y su todo. Ejemplificamos con uno de nuestros problema 1:

*En una carpintería hay dos tipos de tiras de madera, unas largas y otras cortas. Si ponemos en línea una tira de madera larga junto con dos tiras cortas, miden en total 210 cm. La tira de madera larga mide 30 cm más que la corta*

*¿ Cuánto mide la tira de madera larga? ¿Cuánto mide la tira de madera corta?*





Las dificultades que se le presentan al estudiante para el uso de un diagrama que le ayude a resolver los problemas según Diezmann son:

- un diagrama no viene rápidamente como herramienta de ayuda al pensamiento del estudiante.
- el concepto del uso de un diagrama no está muy entendido por parte del estudiante, por lo tanto generalmente no lo usan.

Por otro lado Bruner (1998) reconoce la representación icónica que consiste en representar a través de dibujos. Mientras que Villegas (2002) lo reconoce como representaciones pictóricas y la define como una representación que se hace a través de dibujos, diagramas y gráficos, así como cualquier relación que exista entre ellas.

Duval (2003) nos dice que *“el uso de diagramas, dibujos y tablas desempeña un papel importante en la actividad matemática, no solamente para ayudar a resolver los problemas sino también para comprenderlos. Pero parece que para muchos de los estudiantes no es evidente el acto de “ver” en matemáticas: no logran mirar las figuras, gráficos o incluso algunas tablas como el maestro cree o quisieran que las mirasen”*(pp. 41).

Piaget y Simon (según Mayer 1986) *“pidieron a sus sujetos que hicieran dibujos para representar cada problema. Cuando los sujetos dibujaban dibujos integrados que contenían toda la información en un diagrama, era mucho más probable que llegara a obtener la respuesta correcta que cuando procedían a una serie de traducciones oración por oración, método por el cual se perdían con mayor facilidad”*. (pp. 412).

En la investigación Nunokawa (2003) distingue dos caminos para el uso de dibujos en la solución de problemas:

- Enseñar a los estudiantes específicamente unos tipos de diagramas o dibujo.
- Sugerir al alumno que él utilice sus propios dibujos o diagramas.

Concluye Nunokawa que a ellos les ha mostrado que *“self-generated drawing”* permite al estudiante hacer un análisis y exploración más completa del problema (Nunokawa, 2003: 93)

“Nos dice que el uso de diagramas le hace ver más claramente la situación del problema y le sugiere a los estudiantes la asociación de los conocimientos matemáticos con la situación problema (Nunokaea, 2003: 95)

Stern (2003) manifiesta que en la actualidad el uso de la computadora nos permite anexar más fácilmente un diagrama, un gráfico o un dibujo para la resolución de los problemas.

Como podemos ver todos estos autores defienden la utilidad de usar un diagrama, dibujo o gráfico para resolver problemas, y a los profesores nos puede servir a manera de reflexión y así poder hacer uso didáctico de ello.

#### **2.5.4 Fases de resolución de un problema verbal.**

Uno de los objetivos de la investigación en resolución de problemas, ha sido la de caracterizar el proceso de resolución que un resolutor lleva a cabo cuando se enfrenta a un problema. Dichas caracterizaciones han servido como base para el estudio y elaboración teórica del proceso de resolución.

A continuación se presenta un cuadro con algunas de las diferentes clasificaciones que pueden encontrarse en la literatura. Han sido extraídos de Codina (2000), completado con las clasificaciones dadas por Fernández (1997) y la revisión bibliográfica efectuada:

<p><b>Dewey, 1910</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- Se siente una dificultad</li> <li>2.- La dificultad es definida y localizada</li> <li>3.- Se sugiere la posible solución</li> <li>4.- Se consideran las consecuencias</li> <li>5.- Se acepta una solución</li> </ol>	<p><b>Hayes, 1986</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- Encontrar el problema</li> <li>2.- Representar el problema</li> <li>3.- Planificación de la solución</li> <li>4.- Llevar a cabo el plan</li> <li>5.- Evaluación de la solución</li> <li>6.- Consolidación de los beneficios</li> </ol>
<p><b>Polya, 1945</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- Comprender el problema</li> <li>2.- Concebir un plan</li> <li>3.- Ejecutar un plan</li> <li>4.- Examinar la solución obtenida</li> </ol>	<p><b>Bransford y Stein, 1984</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- Identificación del problema</li> <li>2.- Definición y representación del problema</li> <li>3.- Exploración de posibles estrategias</li> <li>4.- Actuación, fundada en una estrategia</li> <li>5.- Constatación de la solución hallada</li> </ol>
<p><b>Vinacke, 1952</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- Confrontación del problema, darse cuenta que existe un problema</li> <li>2.- Trabajo en búsqueda de la solución</li> <li>3.- Solución</li> </ol>	<p><b>Mayer, 1986</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- Enunciado</li> <li>2.- Comprensión</li> <li>3.- Solución.</li> <li>4.- Resultados</li> </ol>
<p><b>Wallas (1926) en Mayer 1986</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- Preparación.</li> <li>2.- Incubación.</li> <li>3.- Iluminación.</li> <li>4.- Verificación.</li> </ol>	<p><b>Puig, 1996</b> (modelo de actuación de resolutores reales)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- Lectura.</li> <li>2.- Análisis.</li> <li>3.- Exploración.</li> <li>4.- Plan-Ejecución.</li> <li>5.- Verificación.</li> <li>6.- Transición.</li> <li>7.- Información nueva y evaluación local.</li> </ol>
<p><b>Centro de Humanidades, 1977</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- Estado del problema</li> <li>2.- Recabación de hechos</li> <li>3.- Generar ideas para solucionar problemas</li> <li>4.- Verificar cada idea con respecto a los hechos para ver cuan factible es</li> <li>5.- Encontrar una solución y asegurarse que es correcta</li> </ol>	<p><b>Fernández, 1997</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- Planteamiento</li> <li>2.- Ejecución</li> <li>3.- Desempeño final (resultados)</li> </ol>
<p><b>Merrifield, 1962</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- Preparación.</li> <li>2.- Análisis.</li> <li>3.- Producción.</li> <li>4.- Verificación.</li> <li>5.- Replicación.</li> </ol>	<p><b>Schonfield 1987</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- Análisis y comprensión.</li> <li>2.- Diseño y planificación.</li> <li>3.- Exploración.</li> <li>4.- Verificación.</li> </ol>
<p><b>Castro, 1995</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- Enunciado del problema.</li> <li>2.- Comprensión.</li> <li>3.- Solución.</li> <li>4.- Respuesta.</li> </ol>	<p><b>Carrillo, 1996</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- Identificación.</li> <li>2.- Comprensión</li> <li>3.- Planificación y exploración.</li> <li>4.- Ejecución.</li> <li>5.- Verificación.</li> </ol>

En este trabajo las fases de resolución que vamos a tomar en cuenta son las presentadas por Fernández (1997), que a su vez se basó en las de Mayer (1986). Las caracterizaciones de estas fases se desarrollarán más adelante, en el apartado 3.2.1.2.

### **2.5.5 Resolución de problemas algebraicos.**

Entre los trabajos que encontramos acerca de este tópico está el de Rubio y Filloy (1999), los cuales efectuaron un estudio para ver cómo resolvían problemas verbales aritmético/algebraicos un grupo de estudiantes mexicanos de entre 14 y 16 años que tenían conocimientos anteriores de aritmética y álgebra.

El autor explica que se pueden resolver por los métodos que él llama:

*Método de Inferencias Analíticas Sucesivas (MIAS)*, que consiste en resolver los problemas utilizando sólo la aritmética. Este método se da como un producto de inferencias lógicas que actúan como descripciones de las transformaciones de “situaciones posibles” hasta llegar a una que es reconocida como la situación problema.

*Método Analítico de Exploraciones Sucesivas (MAES)*. Este método consiste en:

- 1.- Lectura y explicación de las incógnitas.
- 2.- Se introduce una situación hipotética suponiendo una posible solución para el problema.
- 3.- Se establece una comparación entre las cantidades que representan lo mismo en el problema.
- 4.- Se pretende obtener un patrón numérico y la representación del problema en una sola ecuación.

*Método Cartesiano (MC)*. Se establece a través de la representación de algunos de los elementos desconocidos del enunciado del problema por medio de expresiones algebraicas, después el texto del problema se traducen en una serie de relaciones, expresadas en lenguaje algebraico, que nos dan una o varias ecuaciones que al resolverlas tenemos la solución del problema.

En Filloy (1999) y en Filloy, Rojano y Rubio (2003), encontramos entre algunos de sus resultados que:

- La tendencia natural a usar valores numéricos para explorar los problemas.

- El uso competente del MC está relacionado con una evolución en el uso de la simbolización.
- El MIAS y el MAES sirven como antecedentes para la elaboración de los significados de las relaciones algebraicas.
- En los resultados del trabajo de 2003 agregan un uso de computadora como una formas más de resolver los problemas.

Estamos de acuerdo con estos resultados ya que los estudiantes deben de dominar primero los métodos aritméticos para después tener una competencia sobre los métodos algebraicos.

Stacey y Mc Gregor (2000), en Australia, efectuaron un estudio con 900 estudiantes de 12 grupos de Secundaria, de edades entre 13 y 16 años. Les aplicaron una serie de problema algebraicos llegando a las siguientes conclusiones:

- Aprender a resolver problemas algebraicos es difícil ya que a los estudiantes les cuesta trabajo familiarizares con las ecuaciones algebraicas que representa la información que da un problema verbal. Por lo tanto, la resolución de problemas verbales depende, primero de la comprensión del enunciado y de la conversión de la información pertinente que se presenta en ellos, ya que se trata de pasar de una función discursiva de los objetos a una escritura simbólica.
- Muchos estudiantes no utilizan la ecuación para obtener el resultado, algunos escriben la ecuación después de haber encontrado el resultado.
- Se demuestra que los alumnos no utilizan métodos algebraicos, ya que la mayoría resuelven fácilmente los problemas con razonamientos aritméticos, sin embargo, algunos inician la solución utilizando métodos algebraicos para después conectar con los métodos aritméticos.

Por otra parte, Lins (2000) efectuó en Brasil una investigación donde llega a la conclusión de que introducir álgebra en los niveles elementales no es difícil y hasta podría ser ventajoso, ya que cuando a los estudiantes mayores (no especifica la edad) se les proponen problemas verbales para resolverlos, manifiestan que no existe información suficiente para resolverlos, mientras que los niños más pequeños empiezan a experimentar hasta llegar a establecer patrones para la respuesta.

Bednerz y Guzmán (2003) realizaron un estudio comparativo entre México y Quebec sobre la forma que tienen los estudiantes de secundaria de abordar los problemas, mencionaremos solamente los resultados que encontraron con respecto a los problemas algebraicos:

- En cuanto a resolución de problemas algebraicos: Los alumnos de Quebec encontraron una estrategia de ensayo numérico, mientras que los de México la estrategia fue muy rara ya que estaba más cerca de un juego numérico, en los alumnos de México además resolvió con estrategias de descomposición numérica.
- A las dos poblaciones se les dificultó la forma de abordar los problemas: tuvieron dificultad en tomar en cuenta los dos tipos de relaciones de manera simultánea, también tuvieron dificultad en operar en situación desconocida. En algunos casos los alumnos transformaron la estructura del problema.

Dooren (2002) reporta los resultados de un trabajo sobre habilidades y estrategias para resolver problemas de aritmética y álgebra, realizado con estudiante para profesores en etapa de formación de Flandes y Bélgica. Como resultados dice que los futuros profesores de secundaria de ambos países, claramente prefieren utilizar álgebra aunque la solución aritmética parezca más evidente. Algunos de los futuros profesores de primaria tienden a resolver exclusivamente con métodos de aritmética, teniendo muchos fracasos en los problemas verbales difíciles, mientras que los otros se adaptan fácilmente a sus estrategias escogidas. En general, la evaluación de los profesores en formación de primaria fueron más adaptados a la naturaleza de la tarea, que la de los profesores en formación de secundaria.

Para información de otras aportaciones afines a este tópico se puede consultar a Fernández (1997).

### **2.5.6 Rutas para resolver problemas de álgebra elemental.**

Sabemos que cuando a los estudiante se le presenta un problema generalmente siguen una variedad de métodos para resolverlos.

De acuerdo con Stayce y Mc Gregor (2000) las observaciones que hicieron en un trabajo titulado "*Métodos de resolución de problemas en el aprendizaje del álgebra*" fueron las siguientes:

- Existe una variedad de métodos que utilizan los estudiantes para resolver problemas algebraicos.
- Muy pocos estudiantes resuelven por la ruta completamente algebraica, aunque las rutas alternativas fueran más difíciles o el tiempo se le estuviera acabando.

Las rutas que ellos encontraron las mostramos en la fig. 1

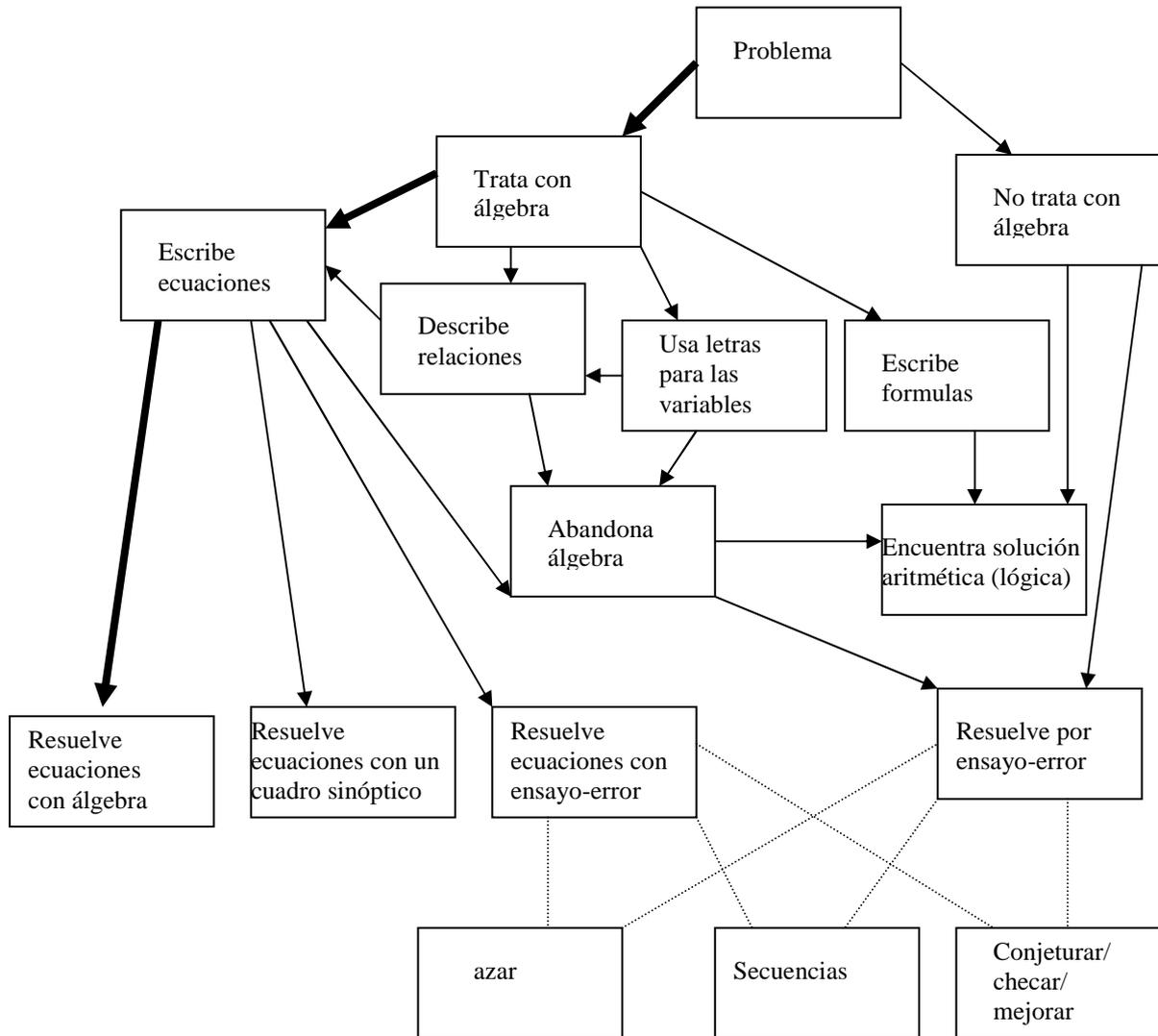


Figura 1

Las rutas que nos dicen Stacey y Mc Gregor que utilizan los estudiante las describen así:

1.- Ruta no algebraica. Razonamiento aritmético.

Muchos estudiantes usan esta ruta bien desde el principio. La mayoría de veces llegan a la respuesta correcta en los problemas fáciles, pero no en los difíciles.

2.- Ensayo-Error. Razonamiento aritmético.

Mucho estudiantes encuentran la respuesta a los problemas por el método Ensayo-Error, solamente probando números en los problemas. Este línea según la figura 1, también la utilizan los alumnos que inician resolviendo con álgebra y las ecuaciones las resuelven por Ensayo-Error.

3.- Escribiendo Formulas. Ruta superficial de álgebra.

Los estudiantes escriben formulas usando letras (usualmente  $x$ ) para reconocer las variables, pero no usa álgebra para resolverlos. El concepto de ecuación es el de una igualdad. Nos mencionan la diferencia del uso de los términos, ecuación y formula diciendo que de acuerdo también con Janvier (1986), las formulas requieren de cálculos con valores dados, mientras que el uso de ecuaciones envuelve operaciones para encontrar esos números.

4.- Usando álgebra. Escribiendo ecuaciones.

La primera evidencia de la decisión de utilizar álgebra es el uso de letras para resolver los problemas. Algunos logran escribir la ecuación antes de abandonar la ruta algebraica. Mientras que otros escriben las ecuaciones completas y las resuelven por una variedad de métodos. Otros escriben las ecuaciones para después volver a regresar al problema y lo tratan de resolver por lógica matemática o por Ensayo-Error, estos estudiantes no saben que escribir las ecuaciones es más útil para resolver el problema.

5.- Usando álgebra. Resolviendo ecuaciones.

Estos estudiantes saben que resolviendo con ecuaciones es más fácil obtener la solución del problema.

A continuación presentamos la Figura 2, en ella se muestran las rutas que nosotros creemos basándonos en el trabajo de Fernández (1997) que siguen los estudiantes para resolver problemas verbales de álgebra elemental, como observamos utilizan aritmética, álgebra o ambas según las competencias de cada uno de los estudiantes como también mencionan Stacey y Mc Gregor (2000) pero a diferencia de ellos nosotros hacemos referencia a las soluciones que se apoyan en un dibujo, gráfico o diagrama que le ayude a resolver los problemas.

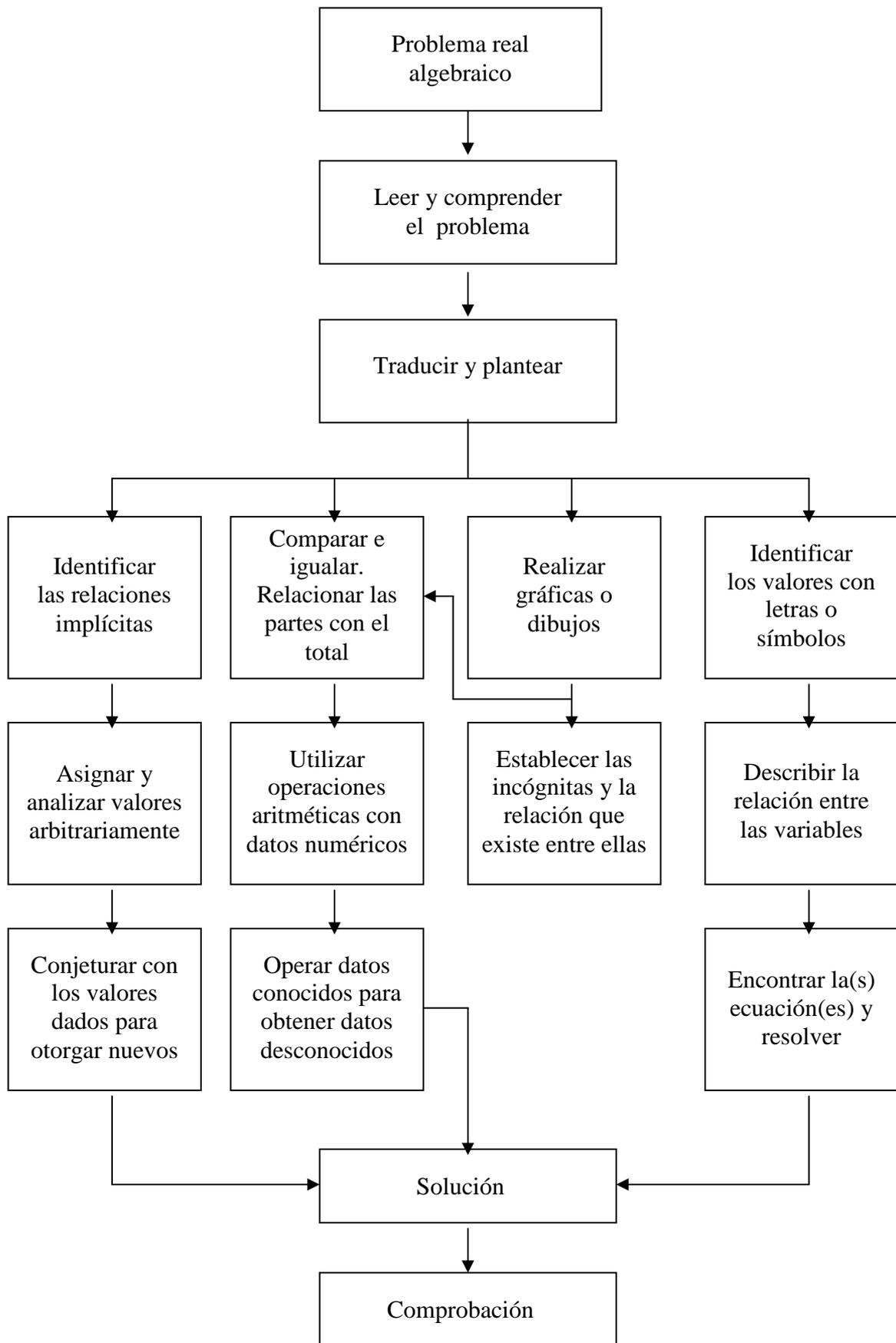


Figura 2

### **2.5.7 Breves reflexiones acerca de la resolución de problemas.**

*“La clase de matemáticas se presenta como un laboratorio natural en el que podemos estudiar cómo las personas adquieren y utilizan sus destrezas para resolver problemas”* ya que siempre que se pregunta ¿cuál es la materia escolar más <<cargada >> con ejercicios de resolver problemas?, la respuesta es <<Matemáticas>>, la muestra la podemos obtener, si abrimos un texto de matemáticas al azar, tal vez detectamos que la mayoría de las paginas están dedicadas a problemas, algunos pueden estar resueltos o bien se pide que se resuelvan (Mayer 1986, pp.405). Sin embargo “en resolución de problemas al alumno se le exige una capacidad que, de no poseer le lleva a la auto exclusión; en tal caso se dirá que al sujeto no le gustan los problemas. En este contexto, el alumno capta y repite estilos y acepta procesos y resultados; su actividad se limita a intentar identificar los conceptos y algoritmos a aplicar. El profesor se convierte en el protagonista exclusivo del proceso” (Contreras, 2000, pp.27).

Ente este hecho como profesores debemos de reflexionar ya que cuando evaluamos la resolución de problemas se tiene valores muy bajos, en un estudio hecho en Estados Unidos dice Mayer (1986) “solo el 11 % de los niños de 13 años y el 29 % de los niños de 17 años fueron capaces de hallar la respuesta correcta a los problemas” pp. 406

Por otro lado Castro (1995) menciona que *“varios estudios sobre resolución de problemas en aritmética han mostrado que la mayoría de los errores que cometen los estudiantes en problemas verbales se deben a la falta de comprensión de la estructura del problema, más que a errores de cálculo. Los estudiantes pueden ser capaces de realizar determinados cálculos pero no ser capaces de resolver problemas verbales en los que para obtener la solución solo se requiere de esos cálculos”*(pp.30).

Por ultimo después de realizar este trabajo me hago la misma pregunta que Mayer (1986) ¿Por qué los problemas son tan difíciles de resolver? ¿Por qué es tan difícil enseñar a nuestros niños cómo se han de resolver los problemas? ¿ por qué los alumnos siempre reciben los problemas con quejidos, caras de temor y respuestas incorrectas? Ante estas preguntas Mayer nos dice: *cuando se encuentren todas estas respuestas estaremos ante el existo en la educación pp. 406.*

## 2.6 EVALUACION

Llegar al concepto de evaluación que tenemos hoy en día como: una actividad sistemática de reflexión donde se recoge información y se hacen inferencias acerca del conocimiento que un sujeto o grupo tienen sobre un contenido, para saber su estado actual y proporcionar una utilización didáctica (Rico y col.,1993), no ha sido fácil, ha sufrido un proceso de cambios profundos en sus bases estructurales y conceptuales, para explicar esto haremos un breve recorrido basado en la historia, basándonos en la que se hace en la *enciclopedia Océano (1998)* hasta llegar al concepto de evaluación que tenemos en la actualidad.

### 2.6.1 Breve historia de la evaluación

Guba y Lincon en 1989 publicaron el libro *Fourth Generation of Evaluation* en donde dicen que para llegar a este concepto de evaluación se han pasado por cuatro generaciones las que caracterizan de la siguiente forma:

Primera generación:

Esta generación la denominaron como la “generación de la medida”, ya que sus inicios la evaluación se entendía como una medición valorada:

- Aparece el término “test mental” de Galton y fue el primero en aplicar conceptos estadísticos como curva normal, mediana, media, varianza y correlación de datos en psicopedagogía, trabajo con K Pearson.
- 1986 el alemán Kreaepelin creó un laboratorio para medir el tiempo de reacción de la memoria.
- En Estados Unidos J. McKeen discípulo de Galton realizó pruebas mentales y físicas.
- En Francia Binnet contribuye con la primera escala de medida de la inteligencia.
- A principios de siglo XX el principal reto de la investigación psicopedagógica era crear un test propiamente escolar y elaborar escalas de comprobación del conocimiento, ya que los existentes resultaban insuficientes para el estudio de problemas escolares
- Los test existentes no cubrían áreas de rendimiento escolar.

- Rice se considera el iniciador de la medición en Psicopedagogía, su trabajo fue sobre eficiencia escolar, el trabajo de Rice se desarrollo hasta después de 1910 y así aparecen en el campo de la educación escalas de redacción, ortografía y cálculo aritmético. Más tarde aparecen baterías de rendimiento.
- En 1904 Thorndike publica “Introduction to the Theory of Mental and Social measurement”
- En 1923 la publicación Stanford Achievement define muchas de las características de la actual medición educativa.

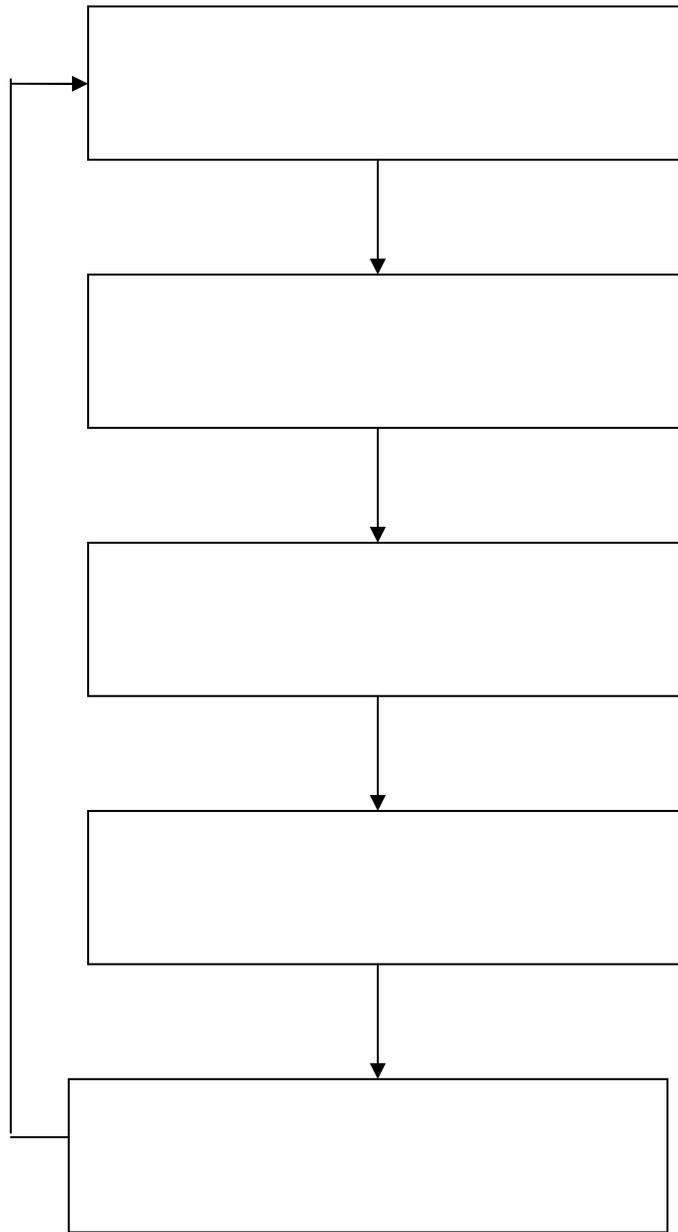
Los conceptos medición y evaluación eran intercambiables, el termino evaluación era poco frecuente y cuando se usaba era siempre acompañado de “medida” que solía acomodarse en primer término “medición y evaluación”

Segunda generación:

Tyler trabajo ocho años en su obra (1932-1940), a la cual llamo “Eight year Study of Secondary Education”. Su mayor contribución fue insistir en que el curriculum necesitaba organizarse en torno a unos objetivos. Esto constituía la base, ya que guiaba a los profesores y servía como criterio para seleccionar materiales, concretar los contenidos, desarrollar procedimientos instruccionales y preparar exámenes. Según Guba con Tyler había nacido la evaluación propiamente dicho.

Hasta Tyler la evaluación se había centrado exclusivamente en formular juicios acerca de los estudiantes tomados individualmente a partir de pruebas de normas de grupo. Tyler con su lógica conceptualiza a la evaluación hacia algo más dinámico, lo propone como algo que debe ayudar a la mejora del curriculum y de la instrucción educativa.

Tyler tomo como referencia central de la evaluación a los objetivos, especificando que fueran definidos cuidadosamente en términos de conducta. El objetivo del proceso de evaluación era determinar el cambio ocurrido en el alumno y la información así obtenida debería ser informada tanto al estudiante, padres y profesores, pero también debería servir para informar acerca de la eficiencia del programa educativo y perfeccionamiento continuo del docente. En el siguiente cuadro mostramos las etapas que debe seguir la evaluación según Tyler:



Por otro lado en 1947 en Estados Unidos se funda el Educational Testing Service institución que elabora la mayoría de pruebas sobre rendimiento en universidades y escuelas profesionales de esa época.

En el año 1950 el fervor por los test decreció e incluso según el autor surgen movimientos contra dicha práctica.

Los principales rasgos de la concepción evaluativa se desarrollan a lo largo de la década de 1960, la preocupación social por la evaluación reflejado en las nuevas exigencias sociales y legales, el espectacular crecimiento de los programas educativos y la toma de conciencia de la ausencia de modelos de actuación educativa. En este periodo de reflexión acerca de la evaluación aparecen numerosos ensayos teóricos. Se pretendía clarificar la multidimensionalidad a la que se enfrentaba el proceso evaluativo. El resultado de esta reflexión y conceptualización enriquecieron el ámbito conceptual y metodológico de la evaluación.

Las aportaciones de Cronbach y Scriven fueron muy importantes convirtiéndose así en verdaderos precursores de la evaluación moderna.

Cronbach publicó su obra “Course Improvement Through Evaluation” de donde se puede destacar lo siguiente:

- La evaluación debe ser vista como una actividad en torno a la toma de decisiones derivado de la propia evaluación.
- La evaluación intentara actuar desde el proceso mismo del desarrollo del programa, sin esperar que este haya finalizado.
- La evaluación se deberá centrar más en el estudiante de las características estructurales del propio programa, que en el estudio de corte comparativo.

Scriven por su parte publica “ The Methodology of Evaluation” en donde destaca que la evaluación puede adoptar dos funciones diferentes:

- La evaluación formativa que es la que se pone al servicio de un programa en desarrollo, con objeto de mejorarla.
- La evaluación sumativa es la que se orienta a comprobar la eficiencia de un programa una vez aplicada.

En este artículo Scriven critica la importancia dada a la evaluación respecto al logro de unos objetivos previamente establecidos, y destaca la necesidad de incluir en el proceso evaluativo tanto la evaluación de los objetivos, como la determinación del grado en que estos son alcanzados. En contraposición con Cronbach, en el artículo Scriven defiende el carácter comparativo que debe presidir un estudio evaluativo.

Dentro de la evaluación centrada en los objetivos las aportaciones de Glaser (1963) fueron importantes, ya que desplaza la preocupación de establecer debidamente los objetivos a cómo hay que medirlos. Glaser establece la diferencia básica entre la medición con referencia a una norma, centrada en detectar la posición relativa de un estudiante respecto a lo que es normativo en un grupo, y la medición con respecto al criterio, que se establece por comparación a “un nivel absoluto de calidad”.

Tercera generación.

La tercera generación de la evaluación toma las bases sembradas por los trabajos de Cronbach y Scriven y el inicio de los trabajos de Guba y Lincoln.

Este periodo se caracteriza por la proliferación de modelos que trataban de sistematizar la acción evaluadora y que resulta de un gran valor heurístico y orientativo.

A pesar de la crítica contra la evaluación centrada en los objetivos e ignorando la aportación de Cronbach se insistió en los modelos de “consecución de metas” de la línea de Tyler.

Por otro lado los modelos que siguieron la propuesta de Cronbach centraban sus esfuerzos evaluativos al de toma de decisiones. Plantear alternativas de acción justificadas a partir de la reflexión sobre la evaluación constituye la razón de fondo de la actividad evaluativa, ya que abre la mejora de la realidad educativa evaluada.

Entre los modelos que surgen en esta época podemos mencionar los siguientes:

- CIPP propuesto por Stufflebeam y Guba cuyas siglas representan los cuatro momentos de actuación de la evaluación, esto son: contexto, input, proceso y producto es tal vez uno de los modelos más conocidos y utilizados en la actualidad.
- CSE que fue propuesto en Estados Unidos y que sus siglas significan California State Evaluation.
- UTO propuesto por Cronbach y que sus siglas quieren decir Unidad, Tratamiento y Operación.
- Por último dentro del paradigma racionalista-cuantitativo aparece el modelo de análisis de sistemas que se detalla a continuación:
  - La realidad evaluada tiene un orden formal que debe de analizarse.
  - Toda realidad dada está relacionada con el entorno que la rodea.

- La interdependencia de todos los elementos internos y externos del sistema queda explicitado en los cuatro imperativos funcionales: adaptación, consecución de los objetivos, integración y mantenimiento de pautas

Este enfoque estuvo defendido y difundido por Riven, Rossi y Freeman.

Las críticas que se hicieron al modelo racional-positivista se sintetizaron en lo siguiente:

- Solo se consideran los propósitos del grupo en el poder.
- Los métodos usados son dogmáticos.
- Los comportamientos observables son reducidos a indicadores que no reflejan su complejidad y riqueza.
- Plantean una visión teórica de la realidad.

En los años de 1970 la crisis de los paradigmas se extendió a los planteamientos evaluativos, apareciendo la alternativa cualitativa que centraban el esfuerzo de la evaluación en los procesos educativos y como son percibidos por la audiencia. Se inicia el uso de procedimientos antropológicos, los cuales hacen uso de metodología denominada “naturalista”.

Surgen los modelos conocidos como cultural-interpretativos entre los cuales Scriven que originalmente está adscrito a las corrientes positivistas, se contrapone a la evaluación predeterminada por los objetivos y señala la importancia de incluir como objeto de interés de la evaluación los resultados no previstos en la planificación inicial. Plantea un modelo orientado al consumidor, libre de objetivos, en el que el evaluador opera sobre las necesidades del propio consumidor.

Otro modelo que surge en esta línea es el conocido como modelo “crítico artístico” de la Universidad de Stanford cuyo impulsor fue Eisner. Este modelo parte de una concepción artística de la enseñanza donde el papel del docente se interpreta como el de un experto que interpreta aquello que observa tal y como sucede en un medio cultural saturado de significados. La interpretación depende de la comprensión que se tenga del contexto, de los símbolos, de las reglas y de las tradiciones en los cuales participan los objetos, hechos y fenómenos.

Otro modelo que aparece en el de “evaluación iluminativo” en 1977 propuesto por Parlett y Hamilton. Este modelo se centra en los procesos de negociación que tienen

lugar en el aula. Estos procesos son vivos y cambiantes y la evaluación será efectiva a partir de la familiarización de los problemas. Constituye un diseño de investigación progresivo, ya que los problemas se van explicitando con el transcurso de los propios hechos.

Según la estructura conceptual las acciones fundamentales en el proceso iluminativo son conocer a fondo el contexto y sus interrelaciones, analizar las implicaciones y explicitar las perspectivas subjetivas, atendiendo a los valores implícitos, el evaluar tiene que asumir una posición neutral, no imparcial, tiene sus propias concepciones y ha de explicitarlas, su tarea consiste en organizar sus opiniones, recopilar datos, sugerencias, alternativas, promover el contraste de opiniones y facilita la proliferación de iniciativas de análisis y de cambio.

Por último mencionaremos el “modelo de evaluación respondiente” propuesto por Stake. Se conoce con este nombre por que responde a los problemas y a las cuestiones reales que afectan tanto a los alumnos y al profesorado cuando desarrollan un programa educativo. Es un modelo evaluativo centrado en los sujetos; el evaluador responde a aquello que las diferentes audiencias desean conocer y negociar con el sujeto para saber que es lo que hay que hacer.

Como podemos ver el 1970 aparecen gran número de modelos de evaluación que catalizan la reflexión en torno al planteamiento teórico y práctico subyacentes y consolidan a la evaluación como un ámbito específico de investigación y así surge la “investigación evaluativa”.

Esto genera la aparición de revistas especializadas, asociaciones de la especialidad y se empiezan a ofrecer cursos y programas sobre evaluación, así como postgrados o doctorados.

En esta generación como podemos ver, la evaluación centrada en objetivos fue evolucionando hacia la orientación de la toma de decisiones. Se produce así una dicotomía entre las perspectivas cualitativas y cuantitativas. Aparecen como podemos ver en este período una pluralidad de modelos y metodologías evaluativas fundamentadas en la diversidad de paradigmas.

Cuarta generación.

Guba y Lincoln, en 1990 consideran que paradigma que resolvía la pluralidad sería el constructivista respondiente de Stake que integra el enfoque de Stake y el constructivismo.

Sin embargo la diversidad de posturas de las generaciones anteriores resulto muy fértil para el desarrollo de la práctica evaluativa. Guba y Lincoln caracterizan esta cuarta generación adjetivando el proceso evaluativo con las siguientes cualidades:

- Socio-político.
- Conjunto de colaboración.
- De enseñanza-aprendizaje.
- Continuo, recursivo y muy divergente.
- Emergente.
- Con resultados impredecibles.
- Crea realidad.

Por lo que la evaluación se convierte en un proceso de construcción de valores, que han de ser asumidos e integrados en la cultura de la persona, del colectivo y la institución.

De esta manera se optimizan las acciones de la realidad evaluada para favorecer el cambio en profundidad.

### **2.6.2 El concepto de evaluación**

El Diccionario Enciclopédico de Educación (2003), reconoce los términos:

*Evaluación*, Valoración de alguien o algo. Valoración o calificación del proceso educativo cuyo objetivo es ofrecer un información necesaria para mejorar dicho proceso.

*Evaluar*.- Valorar y determinar los conocimientos o aptitudes del alumno.

*Calificación*.- Nota que da cuenta del rendimiento académico del alumno y que es el resultado del examen o de la evaluación continua a que se somete.

*Valorar*.- Acción de determinar y manifestar el valor de un proceso.

Los sinónimos que encontramos de evaluar: tasar, valorar, apreciar justipreciar, calcular, tantear, ajustar, estimar y valuar.

En la práctica, para referirnos a los aspectos formales que acompañan al acto de la evaluación utilizamos el termino *examen o prueba*, y para la acción de emitir un juicio con validez administrativa el termino calificar todo esto en el mismo sentido que lo usa Gil (1999).

Los términos *evaluar* y *calificar* comparten significado pero tienen usos prácticos algo diferente, cualitativo el primero y más cuantitativo el segundo. Ambas acepciones quedan englobadas en el uso cotidiano que el término evaluación tiene en el sistema evaluativo español (Flores,2003; Gil, 1999; Rico y col.,1993).

El uso de estos términos en la práctica crean confusión entre los profesores ya que por ejemplo López (1997) se pregunta ¿qué papel juega la evaluación?, nos conformamos con <<juzgar>> o <<medir>> los resultados que expresan en los exámenes, podemos equivocarnos, la evaluación que nos debe de importar es más formativa, pero socialmente y administrativamente, se nos exige una calificación, una nota. Los profesores nos preguntamos ¿Cómo conjugar ambos aspectos? López nos dice que evidentemente no tiene respuesta y nos manifiesta que es difícil hacerlo en la práctica.

Por su lado Mateo (1997) nos manifiesta también que existe confusión en la práctica para el uso de los términos mencionados anteriormente ya que en el contexto escolar utilizamos el termino evaluar asociado a un buen número de funciones. Así lo utilizamos en el lenguaje corriente para denominar el acto de examinar a nuestros alumnos, a la asignación de calificaciones, etc. y sin embargo son actos que implican procesos y estrategias bien distintas aunque evidentemente relacionadas.

Durante la revisión bibliográfica encontramos dos términos distintos para referirse a dos aspectos de la noción general de evaluación. El término *evaluation* que sirve para referirse a la emisión de un juicio sobre el valor o la calidad de algo, y ha evolucionado desde el interés inicial sobre la medida del rendimiento para realizar juicios sobre los estudiantes al interés actual sobre obtener información para mantener la gestión y tomar decisiones sobre programas (Romberg, 1989 según cita Gil, 1999). El segundo término *assessment*, expresa la consideración de todos los datos relativos a una persona o situación para emitir un juicio o una opinión de su totalidad , es realizar una valoración de la calidad o valía de alguien o algo (Gil, 1999; Rico y col.1993). Por su parte Flores (2003) menciona que los dos términos sirven para referirse a la evaluación diciendo “los dos términos que pueden identificarse con la diferenciación que hizo Scriben entre evaluación formativa y evaluación sumativa”, y haciendo una analogía las ejemplifica identifica estas tareas de los profesores con la de dos profesionales: el medico y el juez (Flores, 2003, pp. 244)

Además sabemos que en los últimos años la evaluación ha sufrido un proceso de cambios profundos en sus bases estructurales y conceptuales. La evaluación centrada en

el proceso viene a completar el espacio que deja el enfoque centrado exclusivamente en los resultados finales (Madrid 1997). La evaluación en matemáticas en la actualidad la entendemos como la valoración del proceso de enseñanza–aprendizaje de la matemática. Por lo que siempre hay que precisar su sentido, significado y alcances.

Hablar de evaluación en matemáticas es hablar del curriculum, ya que la evaluación se encuentra interrelacionada con los contenidos, los objetivos y la metodología. (Rico,1998).

Por eso pensamos que para las necesidades que surgen de los nuevos currículos para la enseñanza de las matemáticas escolares, implican nuevos planteamientos sobre evaluación (Suydam, 1994 según cita Rico, 1997).

Sin embargo, en la historia de la enseñanza de las matemáticas la evaluación ha sido la componente del sistema curricular que mayor resistencia ha presentado a los procesos de cambio entre los responsables de la innovación curricular y entre los educadores y, por lo tanto, la menos alterada en el curriculum.

En educación se puede ver a la evaluación desde dos perspectivas diferentes:

- ◆ Como un juicio.
- ◆ Como la valoración de un análisis comprensivo.

En la primera se considera la evaluación como una investigación sistemática de la valía de un estudiante y se emite un juicio sobre su aprendizaje que servirá para una orientación escolar y su promoción en el sistema educativo.

Mientras que la segunda se hace con la finalidad de recoger información y hacer inferencias acerca del conocimiento que un sujeto o grupo tienen sobre un contenido, para saber su estado actual y proporcionar una utilización didáctica (Rico y col.,1993).

Ambas formas de evaluación ocurren en determinados momentos en el aula y serán necesarias dependiendo de los objetivos que persiga la evaluación.

En este trabajo se utilizará el termino evaluación matemática como la valoración, mediante un análisis comprensivo, del funcionamiento de un grupo o un individuo en matemáticas (Webb,1993).

Sin embargo Webb desde 1992 hace un planteamiento amplio y detallado sobre la evaluación en matemáticas, proporcionando así una fundamentación teórica, considerando a la evaluación como parte integral de la instrucción, mencionando que la evaluación requiere considerar varias componentes generales en el proceso, como son:

- Situación de la evaluación.

- Respuesta a esta situación.
- Análisis de la respuesta.
- Interpretación de los resultados.

Para ello considera que se debe de hacer de la siguiente manera:

- 1.- El profesor debe de comprender la estructura del contenido y así definir las expectativas de aprendizaje.
- 2.- El profesor deberá sensibilizarse ante los procesos que los estudiantes utilizan para aprender, a las etapas del desarrollo y a los procesos disponibles para facilitar el aprendizaje.
- 3.- La evaluación tiene que ser, en primer lugar, un proceso de recogida de información sobre el conocimiento del estudiante, y en segundo lugar, debe dotar de significado a esta información.
- 4.- La evaluación ha de tomarse para tomar decisiones documentadas durante la instrucción sobre la base de la información disponible acerca de lo que el estudiante conoce y de lo que se esta esforzando en conocer.

De acuerdo con Gil (1999), Webb marca un camino hacia la reflexión, que demanda de los profesores una formación intelectual más detallada y completa sobre este ámbito de su competencia profesional, y de esta forma poder hacer frente tanto a los aspectos teóricos como prácticos de su trabajo profesional.

El método con el que se efectúa la evaluación también refleja las concepciones que se tienen acerca de la matemática. Entre los métodos que consideran a la matemática como una colección de hechos destrezas y conceptos, está el método de procesos que identifica los procesos de resolución de problemas, las destrezas de pensamiento de orden superior u otras estrategias de pensamiento como medios para producir resultados. Como este método considera los procesos como resultado de la instrucción, se deduce que los procesos también pueden ser objeto de evaluación. Este método pone énfasis en los procesos los cuales deben ser tomados como resultados de la instrucción (Webb,1992).

Thompson en 1993 de acuerdo con Webb (1992, 1993) considera que lo importante de una prueba no es obtener una calificación, sino conocer las competencias

que los estudiantes dominan y ver cómo las aplican a diferentes situaciones, pero siempre teniendo en cuenta:

- ❖ A qué estudiantes se va a evaluar.
- ❖ Qué tipo de ítems se deben proponer.
- ❖ Cómo evaluar el rendimiento de los estudiantes con esos ítems.
- ❖ Relación que existe entre la evaluación y el tipo de instrumento utilizado.
- ❖ Qué metodología se utilizó para enseñar los conocimientos evaluados.
- ❖ Los objetivos de la institución donde se forman.

(Thompson 1993)

La información que obtengamos deberá ser fiable para poder utilizarla en la toma de decisiones didácticas, ya que uno de los objetivos de la evaluación es servir para retroalimentar a la instrucción.

Debemos de ser conscientes de que cualquiera que sea(n) la(s) característica(s) por las que evaluamos éstas siempre tendrán repercusión en el proceso de enseñanza–aprendizaje o en el estudiante.

Por otro lado creemos que cualquier modificación en cuanto a criterios de evaluación, tipos, instrumentos o valores, conlleva a un desequilibrio de los componentes del curriculum y, en consecuencia, se deben hacer los cambios necesarios para restablecer el equilibrio.

Para mantener este equilibrio hay que tener en cuenta la influencia que la evaluación ejerce sobre los estudiantes:

- En sus habilidades para retener y aplicar el material aprendido en contextos y formas diferentes.
- En las habilidades de aprendizaje.
- En la motivación .
- En la autopercepción.

(Izar, 1991, citado por Fernández, 1997).

Reflexionando en lo anterior creemos imprescindible, para mejorar la evaluación, que cada profesor vaya creando instrumentos de evaluación que favorezcan la dinámica de grupo y faciliten el análisis de la práctica (Giné, 2000).

Consideramos importante mencionar que en este trabajo hablaremos de evaluación matemática en la Enseñanza Secundaria Obligatoria. Aunque muchos de los conceptos expuestos puedan ser aplicados a otros niveles, nosotros haremos referencia para el nivel de Secundaria únicamente.

### 2.6.3 Evaluación con problemas

Una de las propuestas para evaluar la resolución de problemas es la que hizo Rico y col. (1997) basada en la que hicieron Charles, Lester y O Daffer, la cual considera cuatro métodos de evaluación para la resolución de problemas:

- a) Observar y preguntar a los estudiantes.
- b) Utilizar datos valorativos dados a los problemas.
- c) Evaluar el trabajo matemático de los alumnos.
- d) Usar exámenes de opción múltiple o de respuestas cortas.

Para evaluar los trabajos escritos basados en la resolución de problemas nos sugieres tomar en cuenta la puntuación analítica y la puntuación total de la siguiente manera.

Puntuación analítica	Puntuación total
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Asigna puntuación a cada una de las fases del proceso de solución.</li> <li>• Tienen que determinar el nº de fase de la resolución.</li> <li>• Elaboración de la escala a utilizar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La puntuación global asigna un único número al trabajo realizado por el estudiante</li> <li>• Es global por que se centra en la solución total, no únicamente en el resultado.</li> </ul>

Los autores sugieren “ la puntuación global para cuando se necesita una técnica de evaluación relativamente rápida, En el aula debería utilizarse en combinación con otras técnicas de evaluación” (Rico y col., 1997: 241).

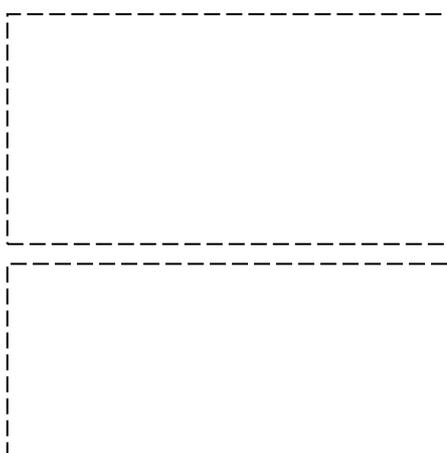
Para concluir nos dice: “el profesor puede decidir sobre calificar solamente la respuesta dada por el alumno (producto), o bien del proceso de resolución que ha seguido para resolverlo. Las propuestas curriculares actuales abogan por que el profesor

preste más atención a los procesos que sigue el alumno en la resolución de problemas” pp 236.

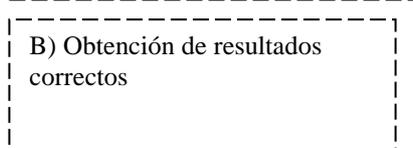
Creemos que cuando el profesor decide evaluar el proceso debe de tener en cuenta que pueden existir más de un procedimiento adecuado para hallar la solución de dicho problema.

Para la evaluación con problemas Lester nos proporciona un modelo que puede ser usado como guía para el desarrollo de técnicas de evaluación basadas en resolución de problemas, nos dice que tenemos que tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

### **Componentes afectivos y creencias**



### **Elementos de Interpretación.**

### **Características Componentes Del problema**



Como podemos analizar estos dos modelos de evaluación con problemas que encontramos, toman en cuenta diversas actividades para evaluar.

### **2.6.3 Instrumentos de evaluación**

La evaluación de las matemáticas se ha venido haciendo a través de instrumentos llamados pruebas escritas que se proponen a los estudiantes y que estos responden mejor o peor en función de sus conocimientos, de la suerte o la intuición y, sobre todo, de su capacidad para esconder lo que no saben y resaltar lo que saben (Giné, 2000).

Por su parte Romberg (1989) distingue cuatro etapas por las que han pasado los instrumentos de evaluación en matemáticas:

- **Primeros exámenes:** Pero sin ninguna normativa estable, las pruebas simplemente se presentan para juzgar la capacidad de alguna persona y eran expertos quienes tomaban o rechazaban al aspirante.
- **Pruebas educativas:** fue el comienzo de las pruebas escrita se llevo a cabo en el siglo XIX.
- **Psicométricos:** comprenden el periodo de 1900 a 1960. En este período se caracteriza por la presencia de test de inteligencia, los de aptitud y de rendimiento.
- **Programas políticos de evaluación:** comprenden desde 1960 hasta la actualidad y se caracterizan por el uso de la información sobre los logros de los alumnos.

Por otro lado, sabemos que la naturaleza de las matemáticas y los nuevos enfoques pedagógicos para su enseñanza–aprendizaje permiten considerar técnicas e instrumentos de valoración específicos en el área de las matemáticas. Sin embargo, la adaptación de la evaluación de las matemáticas a nuevas situaciones, por ejemplo a la resolución de problemas, se traduce en malestar por parte del profesorado junto con la falta de instrumentos para hacerlo (Rico y col. 1997).

Los instrumentos utilizados deberán estar estrechamente relacionados con las características del aprendizaje, así como considerar que los errores instrumentales

tengan un efecto mínimo en los resultados, para que de este modo la evaluación refleje lo que los estudiantes han aprendido realmente (de la Orden, 1997).

Por otro lado, en los años 80, el National Council of Teachers of Mathematics señala la resolución de problemas como uno de los núcleos básicos en todo curriculum de Educación Secundaria (Booch y Farias, 1999). Esto se ha visto reflejado en documentos oficiales, por ejemplo el Real Decreto (148/2002), hace especial énfasis en la resolución de problemas, y se menciona que hay que evaluar aspectos intrínsecos a la resolución de problemas:

- *“Resolver problemas sencillos que les permitan ir diferenciando las nociones de incógnitas, variables, igualdades y ecuaciones.*
- *Identificar las dificultades y errores que surgen en el procedimiento de resolución de problemas.*
- *Explicar las operaciones que corresponden a una situación determinada y elaborar enunciados a partir de una operación aritmética dada.*
- *Adquirir confianza en la resolución de ecuaciones lineales, usando métodos informales.*
- *Seleccionar información relevante para resolver problemas.*
- *Reconocer patrones y proporcionar hipótesis explicativas.*
- *Verificar conclusiones y realizar inferencias, empleando distintas formas de razonamiento.*
- *Utilizar diversas estrategias y técnicas de resolución de problemas, comprobando e interpretando los resultados”.* (pp.160-161)

Analizando lo anterior podemos ver que una metodología propuesta para la enseñanza de las matemáticas es a través de la resolución de problemas y esto, como habíamos mencionado anteriormente, requiere de nuevos instrumentos de evaluación basados en la resolución de problemas, lo que ha generado una preocupación en los profesores a la hora de determinar instrumentos de evaluación que pudieran ser adecuados para ajustarse a los anteriores requerimientos. Lo cual implica una necesidad creciente de elaborar instrumentos de evaluación que proporcionen medidas basadas en las actuaciones que surgen en la puesta en práctica de los procesos de resolución de problemas. Por eso muchos autores proponen que las tareas de evaluación permitan

interpretar alternativas o múltiples soluciones correctas, por lo que sugieren diseñar tareas en formatos abiertos y con petición de explicación y razonamientos (Fernández,1997).

Lamon y Lesh (1992) explican que la clave del aprendizaje y la instrucción en dominios matemáticos complejos resulta de dos perspectivas:

- ◆ Primera: la identificación de los procesos cognitivos que contribuyen a la competencia en un dominio.
- ◆ Segunda: el análisis del pensamiento del estudiante para decidir el desarrollo de estrategias y, así, determinar cuándo el proceso cognitivo clave se ha adquirido

Por eso creemos que los instrumentos basados en problemas verbales que permiten al alumno diferentes tipos de representación para su resolución correcta contribuyen a darnos una visión más adecuada de las competencias del estudiante, ya que le permitimos expresar sobre papel la mayor o menor profundidad y complejidad de su pensamiento, en este caso algebraico.

Por lo tanto los instrumentos basados en resolución de problemas verbales que reúnan las características descritas anteriores cumplen con los fines de evaluación explicados en un inicio.

Al elaborar estos instrumentos basados en problemas verbales hay que poner especial énfasis en la redacción de los textos de los problemas ya que, como menciona Rojano (1994), los factores lingüísticos provenientes del lenguaje natural afectan la traducción de un enunciado dado en este lenguaje al lenguaje algebraico. Por lo tanto los instrumentos dependen mucho de la buena redacción del texto de los problemas. Además los contextos que son utilizados en los mismos deberán ser cercanos al entorno escolar de los estudiantes para que favorezcan la resolución de los mismos.

Son mucho y diversos los instrumentos de evaluación que se emplean en la práctica, Fernández (2001) nos menciona algunos de ellos:

- Instrumentos establecidos sobre tareas escritas.
- Instrumentos establecidos sobre tareas orales.
- Instrumentos establecidos sobre la observación.

Mientras que López (1997) nos dice que en la práctica evalúa utilizando principalmente:

- Observación de trabajo en el aula.
- Revisión de cuadernos escolares.
- Exámenes escritos.

Resultados de la encuesta sobre las concepciones y creencias de los profesores de matemáticas sobre evaluación reporta Rico y col. (1997), se recogen, entre otros datos relativos a los instrumentos más adecuados, utilizados por los profesores, para evaluar a los alumnos. Las respuestas dadas por los profesores de matemáticas quedan clasificadas en tres categorías:

- Pruebas escritas el 58 %
- Pruebas orales el 12 %
- Observaciones el 30 % (Rico y col., 1997).

Como podemos ver todos los autores mencionados hablan acerca del uso de un examen o prueba para evaluar, pero a la vez mencionan otras actividades muy variadas de evaluación, conllevando a dedicarle más tiempo a la evaluación en el aula.

## **2.7 INVESTIGACIONES RELACIONADAS CON EL TEMA**

En esta última parte hacemos un balance de la revisión bibliográfica y documental realizada a lo largo de este estudio.

### **2.7.1 Revisión bibliográfica**

En primer lugar, la revisión realizada abarca los fondos bibliográficos y documentos depositados en la:

- Biblioteca del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Biblioteca de la Facultad de Ciencias de la Educación de la universidad de Granada.

De estas dos bibliotecas obtuvimos como resultado en la última búsqueda realizada entre los registros desde 1997 hasta en Abril de 2004, tomando en cuenta los siguientes descriptos: Evaluación, Resolución de problemas, Creencias, Representación, Algebra lo siguiente:

	Tesis	...and Evaluación	...and Resolución de problemas	...and Creencias	...and Representación	...and Algebra
Evaluación	359	2 245	25 457	15 269	2 876	3 485
Resolución de Problemas	14		32 000	32 000	32 000	32 000
Creencias	23			84	723	1 326
Representación	105				639	1 869
Algebra	47					1242

En segundo lugar, se realizaron diversas consultas en las bases de datos:

- ERIC consultada en Marzo de 2004 con los descriptores: Assessment, Beliefs, Evaluation, Problem solving, representation y algebra, se consultaron las publicaciones disponibles desde 1997 hasta la fecha, arrojando los siguientes datos en la búsqueda:

	Publicaciones	...and Evaluation	...and Problem solving	...and Beliefs	...and Representation	...and Algebra
Assessment	16 041	7 995	536	288	119	
Beliefs	3046	355	85		35	
Evaluation	22 606		686	355	175	
Problem solving	4 071	686		85	71	
Representation	1 392	175	71	119		
Algebra						
Problem solving and evaluation and beliefs						14
Problem solving and evaluation and beliefs and mathematic						10

De igual manera se consultaron las siguientes bases de datos, la ultima consulta que se hizo fue en Marzo de 2004, con los descriptos: Assessment, Beliefs, Evaluation, Problem solving, representation y algebra: ISOC, MATHI , ISI Y RIE

### 2.7.2 Trabajos relacionados con el tema

Centrados más en el campo de nuestra investigación adoptamos como descriptos, para la búsqueda de nuestra investigación los términos claves:

*Matemáticas (mathematics), Evaluación (evaluation), Creencias (belief), Algebra (Algebra) y Resolución de problemas (problem solving).*

Aunque para cada uno de estos campos hay mucha información, han sido muy pocos los trabajos encontrados relacionados con el tema. Por el interés que tienen para este estudio, se comentara con cierto detalle solamente algunas cuestiones de ellos. Los trabajos considerados suponen un precedente de la investigación que presentamos, bien por sus objetivos, su metodología o algunos de sus resultados, cabe mencionar que únicamente haremos referencia a los resultados que son de nuestro interés por su relación con nuestro trabajo.

➤ **Benito, M. (1992).** *El pensamiento de los profesores de matemáticas de enseñanza secundaria obligatoria sobre la evaluación.*

- Se trata de una tesis doctoral, cuyo objetivo consiste en:
  - Encontrar los principales elementos que caracterizan la acción y el pensamiento del profesorado de matemáticas.
  - Encontrar los principales usos funcionales que el profesor de matemáticas hace de la evaluación.
  - Comprender la acción educativa de los profesores de matemáticas a través del estudio de su pensamiento en la evaluación que practican.
  - Facilitar estrategias de análisis que les permitan reflexionar sobre sus practicas profesional y resolver situaciones conflictivas, a través del análisis de su evaluación.
  - Orientar futuras propuestas sobre futuras investigaciones sobre temas afines como de decisiones administrativas.

- En este trabajo se utilizan para la recolección de datos: entrevistas, simulaciones de evaluación y nuevamente entrevistas.
- El trabajo se realiza con 74 sujetos, todos ellos profesores de matemáticas de 8° de EGB o profesores que imparten clases a los alumnos de 1° de EEMM.
- El análisis de los datos se efectúa cualitativamente con el paquete estadístico SPSSPC-X y el programa SPAD.

El autor entre los hallazgos, encuentra una distancia apreciable entre los planteamientos de la reforma y el pensamiento del profesor; también aprecia concordancia entre los aspectos valorados por los profesores a la hora de pronosticar sobre los estudiantes y los estudios sobre el éxito o fracaso de los mismos; el trabajo-esfuerzo del estudiante es un elemento de primer orden para comprender los procesos de valoración del profesor.

➤ **Carrillo, J. (1996).** *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudios de posibles relaciones.*

- Se trata de una tesis doctoral, cuyo objetivo consiste en:
  - Detectar, entre los sujetos estudiados, posibles relaciones entre las concepciones sobre la Matemática y su Enseñanza y su modo de resolver problemas.
  - Proporcionar instrumentos para una mejor caracterización de las tendencias didácticas de un profesor y de su concepción de la matemática.
  - Aportar instrumentos que sirvan tanto para evaluar detalladamente protocolos de resolución de problemas como para caracterizar de forma pormenorizada el modo de resolver problemas.
- Para la recolección de datos, en este trabajo, se utilizan:
  - Para resolución de problemas:
    - Problemas
    - Grabaciones
    - Entrevistas
    - Cuestionarios.
  - Para las concepciones:

Cuestionarios

Entrevistas.

- El trabajo se efectuó con 9 sujetos, todos ellos profesores de secundaria.
- El análisis de los datos se hace cualitativamente.

Entre algunos de los resultados de este trabajo podemos decir que detecta algunas relaciones entre las concepciones de los profesores y la forma de resolver problemas. Proporciona un instrumento para analizar los modos de resolver problemas que puede ser adaptado según manifiesta el autor a otros tipos de problemas y actividades matemáticas en general. Sobre los modos de resolver problemas concede un lugar a la representación esquematizada o gráfica para visualizar los resultados. Resultado de este trabajo es la asociación del modelo instrumentalista de las matemáticas y un control deficiente en la resolución de problemas, presentando también este modelo una deficiente comprensión y planificación.

➤ **Fernández, F. (1997).** *Evaluación de competencias en álgebra elemental a través de los problemas verbales.*

- Se trata de una tesis doctoral, cuyo objetivo consiste en:
  - Aportar elementos de juicio e instrumentos fiables para evaluar las competencias que sobre Álgebra Elemental tienen los estudiantes españoles, a través de la resolución de problemas verbales.
- En este caso, se ha utilizado un instrumento de evaluación con 10 problemas.
- El trabajo se efectuó con 160 sujetos, 80 estudiantes de secundaria, 40 sujetos que no han recibido instrucción algebraica en un período de 3 a 5 años y 40 sujetos que no han recibido instrucción algebraica hace más de 5 años.
- Para el análisis de datos se usaron métodos cualitativos (análisis de protocolos) y cuantitativos con el paquete estadístico BMPD.

Entre los resultados de este trabajo podemos mencionar las siguientes:

1) La mayoría de los estudiantes que han recibido instrucción algebraica elemental reconocen una tarea algebraica escolar y plantean correctamente las relaciones que están implícitas en las mismas.

- 2) Plantean mejor y ejecutan mejor los problemas que se resuelven con una ecuación lineal.
- 3) Los sistemas de representación que utilizan para abordar los problemas verbales algebraicos se pueden clasificar en cinco categorías diferenciadas: Ensayo\_Error, Parte-Todo, Gráfico, Gráfico-Simbólico y Simbólico.
- 4) La utilización del sistema de representación simbólico ofrece al estudiante perspectivas considerables de acierto en la resolución de problemas verbales algebraicos, comparado con los demás sistemas de representación.
- 5) La tarea condiciona el sistema de representación utilizado para resolver los problemas.
- 6) Encuentra 4 tipologías de resolutores de problemas de álgebra elemental que se pueden consultar en Fernández (1997).

➤ **Contreras, L. (1999).** *Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas.*

- Se trata de una tesis doctoral, cuyo objetivo consiste en:
  - Conocer en que medida las concepciones de un profesor sobre el papel de la resolución de problemas caracterizan su tendencia didáctica.
- El trabajo se efectuó con 3 sujetos, un profesor de bachillerato y dos profesores de secundaria.
- La recolección de datos se hace con cuestionarios, entrevistas clínicas, estimulación del recuerdo, visualización y análisis de una sesión de aula y artefactos (material del informante).
- El análisis de datos se hacen en forma cualitativa.

Entre algunos de los resultados de este trabajo podemos mencionar: en los tres casos analizados, las concepciones sobre resolución de problemas es una vía alternativa para obtener el perfil de un sujeto en relación con sus tendencias didácticas, ya que nos dice que las distintas fases que definen su práctica están caracterizados por el uso que en ellas se hace de la resolución de problemas.

➤ **Gil, F. (1999).** *Marco conceptual y creencias de los profesores sobre evaluación en matemáticas.*

- Se trata de una tesis doctoral, cuyo objetivo consiste en:
  - Reunir, organizar y analizar los juicios y valoraciones que sostienen los profesores de matemáticas en ejercicio sobre evaluación y sobre enseñanza – aprendizaje de matemáticas.
  - Generar inductivamente las creencias sobre evaluación sobre matemáticas y sobre enseñanza – aprendizaje de las matemáticas que utilizan los profesores.
  - Establecer el estado de opinión y grados de aceptación de los conceptos de evaluación y enseñanza – aprendizaje inferidos.
  - Detectar y caracterizar factores sobre evaluación y sobre enseñanza – aprendizaje.
  - Caracterizar las tendencias de los pensamientos de los profesores de matemáticas.
  - Determinar las relaciones entre las tendencias de pensamiento sobre enseñanza – aprendizaje y las tendencias de pensamiento sobre evaluación.
    - El trabajo se efectuó con 163 sujetos, profesores de matemáticas de 2º ciclo de ESO de Andalucía.
    - La recolección de datos se efectuó con dos cuestionarios llamados CEPAM y EMCE.
    - El análisis de datos se hizo en forma cuantitativa con el paquete estadístico BMDP.

Entre las aportaciones de este trabajo encontramos entre otras: Las concepciones y creencias de los profesores sobre evaluación con matemáticas son un constructo complejo, conectado con las concepciones y creencias sobre la enseñanza-aprendizaje. Determino la existencia de un factor general sobre evaluación, que muestra unas concepciones generales del profesorado sobre la evaluación, este factor general se articula en 13 factores parciales. Entre las concepciones sobre evaluación recogidas en el factor general observo el autor que solamente una de ellas chocaba frontalmente con los planteamientos de la reforma, que es que la finalidad de la evaluación consiste en tomar decisiones sobre la promoción de los alumnos y, según el nuevo currículo, la promoción de los alumnos se produce de manera casi automática. El autor encuentra que las prioridades sobre los objetivos de la evaluación son compatibles con lo establecido en la reforma.

Detecto el estado de opinión de general entre los profesores de matemáticas sobre la evaluación entre los profesores de matemáticas.

En forma general encontró que no existe un rechazo generalizado de los planteamientos curriculares de la reforma, el rechazo que se vivió se debe a la forma a la que se articulo la implantación y, de hecho, las nuevas criticas que se le dirigen tienen su origen en las decisiones políticas, organizativas y de promoción del alumno.

Por ultimo mencionaremos la aportación de un procedimiento para la construcción del cuestionario de escala de valoración sobre las concepciones y creencias de los profesores.

### **Resumen personal del marco conceptual.**

Creemos que la revisión bibliográfica cumplió con los objetivos para lo que fue plateado, ya que como consecuencia de las lecturas y la reflexión del trabajo realizado por otros autores establecimos las definiciones de los diferentes términos que se van a usar en los diferentes campos conceptuales que tienen que ver con el trabajo que estamos realizando.

Vimos a través de la historia del álgebra, como esta se fue convirtiendo en un arma potente para las demás ciencias, esto que se realizo como pudimos ver en un período muy amplio de tiempo, por lo que hoy en día los profesores debemos de reflexionar sobre las diferencias de enseñar en la actualidad álgebra y haberla tenido que enseñar en otros tiempos y así cuando menos tendríamos que contribuir para facilitar el de proceso enseñanza-aprendizaje del álgebra en el aula, preparando a los niños para que desde niveles básicos aprendan a construir relaciones entre la aritmética y el álgebra y vaya adquiriendo pensamiento algebraico el cual pueda ser manejado con competencia y esto le permita tener destreza en el uso de diferentes sistemas de representación que le ayuden en la resolución de problemas tanto escolares como en su vida diaria.

Constatamos la importancia de la resolución de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, viendo esto reflejado en el curriculum, reuniones, congresos, trabajo y tesis doctorales sobre el tema. Encontramos varios trabajos sobre resolución de problemas algebraicos (Bednerz y Guzman, 2003; Doonder, 2002; Fernández, 1997; Filloy, 1999; Filloy, Rubio y Rojano, 2003; Staycey y Mc Gregor, 2000; Rubio y Filloy, 1999; Lins, 2000) que creemos nos ayudaron a

entender más este campo conceptual, a la vez que los resultados que obtengamos pueden contribuir al campo de la generalización del mismo.

Producto del análisis que efectuamos podemos decir que la mayoría de autores consultados están de acuerdo en que la conducta de los profesores esta guiada por su sistema personal de creencias que dan sentido y se reflejan en su práctica y estilos de enseñanza. En estos trabajos no encontramos una clara diferencias entre los que se debe de entender por creencias y por concepciones, sin embargo como dijimos para nosotros las creencias las vamos a considerar como verdades que tiene una fuerte componente evaluativa y afectiva, mientras que las concepciones son conocimientos personales que se posee sobre un concepto.

En didáctica de la matemática la mayoría de trabajo encontrados en este sentido se refieren o a creencias sobre la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, creencias sobre las matemáticas o creencias sobre evaluación ( Benito, 1992; Gil, 1999) siendo estos últimos los que se pueden relacionar más con nuestro trabajo, y no encontramos ningún que estudie específicamente las creencias de los profesores para evaluar con pruebas basadas en resolución de problemas, por lo que creemos oportuno efectuar un estudio es este sentido. Además de los trabajos anteriores como se ha venido viendo encontramos otros trabajos de creencias sobre resolución de problemas que podemos tomar como referencia para nuestro trabajo como son el de: Carrillo, 1996; Contreras 1999; Llinares,1988 y Schoenfeld, 1992.

Por ultimo se recogieron conceptos de evaluación de diversos autores, concluyendo que la evaluación la entendemos como la consideración comprensiva del funcionamiento de un grupo o individuos en matemáticas o en su aplicación.

Analizamos también los objetivos de la evaluación, así como las etapas por las que ha pasado la evaluación a través del tiempo y de los instrumentos que se han utilizado, también presentamos las consideraciones hay que tomar en cuenta para evaluar con problemas.

Todos estos aspectos que hemos destacado se analizaron para tomarlos como base en la elaboración de los instrumentos, en la recogida de datos, así como para el análisis de los datos de nuestra investigación.

## CAPITULO III

### METODOLOGIA DE LA INVESTIGACION

#### INTRODUCCION

Este capítulo está destinado a la descripción de la metodología empleada en la investigación, los instrumentos de análisis de datos y su administración. Consta de varias secciones: en la primera sección caracterizaremos el tipo de investigación que se realizamos. La segunda sección se describen las variables de la investigación. La tercera sección describe a los participante en la investigación. En la cuarta sección describimos los instrumentos que se utilizaran para la recolección de datos. Y en la quinta y ultiman sección se describe como se realizo la administración de los instrumentos.

#### 3.1 TIPO DE ESTUDIO

Son muchos los aspectos que deben de tenerse en cuenta a la hora de abordar una investigación según Shulman (1988) citado por Buendia (1998), debemos de considera que la/s preguntas/s de investigación son elementos desencadenantes tanto del paradigma como del método y de la metodología que se adopten. Los métodos de investigación más que formas alternativas de responder a la misma pregunta son modos diferentes de dar respuesta a diferentes preguntas. Como dijimos en el apartado 2.1 nuestro estudio queda enmarcado dentro del paradigma interpretativo y sigue la metodología descriptiva, ya que nuestro interés es:

*“(...) describir sistemáticamente hechos y características de una población dada o área de interés de forma objetiva y comprobable” ( Buendia,1998. pp.178 ).*

Dentro de los métodos descriptivos utilizaremos la investigación por encuesta, ya que las investigaciones usando encuestas, establecen reglas que nos permiten acceder de forma científica a lo que las personan opinan. Con encuestas podemos conocer: opiniones, actitudes, creencias, intenciones de votos, impactos de publicidad, etc. (León y Montero, 1997).

Aunque son múltiples los métodos y técnicas usados en estos tipos de investigaciones como son: las entrevistas, los cuestionarios o el estudio de casos, y aunque de las tres, la última es la más empleada, nosotros no nos planteamos un estudio individual ya que como podemos ver en el apartado 1.2 cuando se fue definiendo el problema de investigación, nos planteamos un estudio colectivo, ya que de este colectivo primero nos interesaba saber como resolvían problemas de álgebra elemental (rol de resolutores) y después nos interesaba saber como valorarían esos problemas y sus creencias acerca de la evaluación con pruebas basadas en resolución de problemas (rol de evaluadores).

También debemos de indicar que este trabajo es de tipo transversal (Cohen y Manion, 1997; Buendía, 1998; León y Montero, 1997), ya que el objetivo de estos diseños es describir la población en un momento dado, que es lo que nosotros pretendemos hacer describir como resuelven los problemas los sujetos y para después describir cuales sus creencias y concepciones sobre la evaluación con pruebas basadas en resolución de problemas.

## **3.2 VARIABLES**

Las variables que utilizamos serán de tres tipos: variables independientes (VI), variables dependientes (VD) y variables controladas.

### **3.2.1 Variables cuando el sujeto tiene rol de resolutor**

#### **3.2.1.1 Variables Independientes**

Es aquella que su valor no depende de otras variables sino de la voluntad y propósito del investigador. (León y Montero, 1997). En nuestro trabajo estas variables están representadas por características personales de los estudiantes, por lo que podemos decir que son independientes de la tarea que van a realizar, estas variables serán la edad y la especialidad de los estudiantes entendiendo por cada uno de ellos lo siguiente:

**Edad.-** La edad de los estudiantes es casi la misma, ya que todos se encuentran entre 19 y 25 años de edad.

**Especialidad.-** Especialidad que cursa cada uno de los estudiantes, además de tener en cuenta que todos han cursado tanto la secundaria obligatoria como el

bachillerato por lo tanto consideramos que tienen los mismos conocimientos de álgebra elemental, y que todos ellos tienen conocimientos específicos en temas educativos de enorme actualidad, además de un nivel contrastado de temas referidos a evaluación, a la resolución de problemas y a las concepciones y creencias del profesor.

### **3.2.1.2 Variable dependiente**

Es aquella que sus valores dependen de los valores que hayamos elegido para la variable independiente. (León y Montero, 1997). Los valores de estas variables dependen de las capacidades algebraicas de los estudiantes. Las variables dependientes en la primera parte del trabajo, que es donde los estudiantes van a resolver los problemas y tienen un rol de resolutores son:

- **Planteamiento.-** Es la fase en la que se traduce a un lenguaje matemático el texto del problema a través de un sistema de representación. Para que el planteamiento sea correcto las relaciones expresadas deben ser las que se deducen correctamente de la sintaxis y semántica del texto.
- **Ejecución.-** Es el desarrollo del planteamiento. Una ejecución es correcta cuando se aplican todas las reglas algebraicas, así como las propiedades aritméticas para la obtención de nuevas relaciones, que nos lleven a obtener la solución.
- **Desempeño final.-** Es cuando se encuentran el/los resultados pedidos en el texto del problema independientemente del planteamiento y la ejecución por ejemplo existen estudiantes que dan el resultado sin expresar en el papel el procedimiento hecho y sin embargo están bien en sus resultados. Como todos los problemas propuestos tienen como solución valores numéricos de acuerdo a las condiciones iniciales del texto, aquí valoraremos si todos los resultados obtenidos en la resolución del problema son correctos.
- **Sistema de Representación.-** Estos van a depender de los sistemas de códigos y símbolos utilizados por los alumnos tanto en el planteamiento, ejecución, el desempeño final y los resultados obtenidos. Se consideran los sistemas de

representación como variables dependientes, con tantos valores como categorías se han establecido en el apartado 2.4.3.

### **3.2.1.3 Variable controlada**

Es una variable que se conoce y que tiene influencia sobre la variable dependiente, pero su efecto es anulado por el investigador. Las variables controladas solamente se tiene en consideración en la primera parte, ya que tienen relación con la elección de los problemas que se utilizan en el trabajo y que explican en el apartado 3.4.1.

### **3.2.2 Variable cuando el sujeto tiene rol de evaluador.**

En la parte relativa a las creencias sobre la evaluación con pruebas basadas en resolución de problemas, las variables quedan definidas por lo enunciados de las respuestas a las preguntas del instrumento<sup>2</sup> y las diferentes soluciones que se proporcionan para valorar en el instrumento<sup>3</sup>. Cabe aclarar que en esta parte del trabajo donde el sujeto tiene un rol de evaluador, siguen apareciendo las variables independientes que habíamos considerado en un principio que sirven como forma de identificación en cada caso como son el sexo y la especialidad.

## **3.3 POBLACION**

La población que se estudia es la de los profesionales de la educación matemática, que no son licenciados en matemáticas.

Teniendo en cuenta la necesidad, aceptada cultural y socialmente, de una formación matemática más sólida de todos los individuos en una sociedad cada vez más globalizada y compleja, los temas de Educación Matemática y, en particular, los de Didáctica de la Matemática, deben de tener interés para los educadores en cualquier nivel del proceso educativo. En efecto, la introducción del álgebra, como materia de enseñanza-aprendizaje, se está empezando a abordar, en muchos casos, desde las etapas de la Educación Infantil como quedo manifiesto en el apartado 2.5.5, y, en el otro extremo, aumenta entre los docentes la preocupación por la falta de competencias en este campo por parte de los estudiantes universitarios.

La población se eligió teniendo en cuenta que todos los alumnos han cursado la secundaria obligatoria (entre 12 - 16 años) y el bachillerato (entre 17 - 18 años) por eso

podemos asegurar que según la normativa todos tienen instrucción similar en contenidos de álgebra elemental además todos tienen más o menos el mismo tiempo de haber cursado la materia de álgebra (entre 3 y 6 años). La población está compuesta por estudiantes que no han seguido estudios universitarios relacionados con las matemáticas superiores o científicas, son estudiantes que se conocen como de “letras”. Además de acuerdo con Filloy (2001) que dice que cuando los alumnos tienen tiempo de no haber llevado la materia de matemáticas tienen actuaciones muy alejadas de lo esperado y consideramos que la población elegida tiene esta característica.

Esta población se elige pensando que si utilizamos a los alumnos de la licenciatura de matemáticas con especialidad en metodología que son los futuros profesores de secundaria, creemos con fundamento, dada su formación, que la mayoría de ellos resolverían los problemas por el sistema de representación simbólico y por lo tanto no tendríamos variedad de respuestas. Por eso decidimos utilizar la población antes mencionada.

### **3.3.1.Muestra**

La muestra elegida estaba formada por estudiantes Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada, de los últimos cursos de las especialidades de Psicopedagogía, pedagogía y de magisterio en las especialidades de:

- ◆ Educación Física.
- ◆ Educación Infantil.
- ◆ Educación primaria y
- ◆ Lengua Extranjera.

Estos estudiantes son futuros profesionales con conocimientos específicos en temas educativos de enorme actualidad, y tienen un dominio contrastado en temas referidos a la evaluación, a la resolución de problemas y a las concepciones y creencias del profesor.

El perfil general de estos estudiantes, proporcionado por el Vicedecanato de estudiantes y extensión universitaria en el período que se lleva a cabo el trabajo, es el siguiente:

- Estudiantes entre 19 –25 años
- Existe un grupo de estudiantes formado por gente mayor que dejo los estudios por un tiempo y se han reincorporado a estudiar.
- Sexo: más mujeres que hombres.(26.3 %hombres y 73.7% mujeres tomados del anexo 4.1)
- Clase social: media.
- Numerosos son de procedencia rural.
- Tipo de enseñanza que cursan: la mayoría sin contenidos en matemáticas.
- Una gran numero de estudiantes trabajan.
- La nota con la cual ingresaron a la Facultad es en promedio es de 6.00
- Varios estudian esta carrera por que no alcanzaron la nota para estudiar otra, o por que son carreras de titulación, es decir, diplomaturas de 3 años.

Los estudiantes de la muestra fueron elegidos en un muestreo no probabilístico, en la fase donde los estudiantes tienen un rol de resolutor, los participantes se eligieron en forma accidental según León y Montero (1997), pero según Buendía (1998) es de tipo incidental por lo tanto es no aleatoria, ya que esta muestra obedece más a la facilidad de realización que a una planificación para conseguir la representatividad.

Mientras que cuando los estudiantes tienen un rol de evaluadores la elección de los participantes se efectúa como un muestreo a propósito según León y Montero (1997), ya que la selección se hizo cumpliendo con un objetivo, que en nuestro caso era que hubieran resuelto los problemas del instrumento1, sin embargo se nos presentaron algunas dificultades en tener esta muestra, esas dificultades serán explicadas en el apartado.3.5.2

Sabemos que para controlar los muchos factores que aparecen a lo largo del proceso en un trabajo de tipo descriptivo, debemos de tomar la muestra lo más grande posible (Buendía,1998). Por lo que el tamaño de la muestra cuando los sujetos resuelven los problemas fue de 585 sujetos, pero solamente algunos de ellos resolvieron los dos cuadernillos de problemas.

Como el trabajo se hizo con estudiantes de las diferentes especialidades de la Facultad de Ciencias de la Educación, detallaremos en la Tabla 3.1 el número de sujetos que participaron de cada una de las especialidades y el número de grupos cuando actuaron como resolutores de problemas contestando el instrumento1:

ESPECIALIDAD	GRUPOS	No. DE ALUMNOS
Educación Física	2	58
Educación Infantil	5	250
Educación Primaria	2	102
Lengua extranjera	1	58
Licenciado en Pedagogía	1	73
Licenciado en Psicopedagogía	2	44
<b>TOTAL</b>	<b>13</b>	<b>585</b>

Tabla 3.1

En la Tabla 3.2 detallamos el número de sujetos que participaron de cada una de las especialidades y el número de grupos cuando los sujetos actuaron como evaluadores, contestando el instrumentos 2 y el instrumento 3:

ESPECIALIDAD	GRUPOS	No. DE ALUMNOS
Educación Física	1	43
Educación Infantil	4	91
Educación Primaria	2	84
Lengua extranjera	1	20
Licenciado en Pedagogía	1	19
Licenciado en Psicopedagogía	1	37
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>	<b>294</b>

Tabla 3.2

### 3.4 INSTRUMENTOS

Como mencionamos en los objetivos específicos en el apartado 1.4.2, necesitamos disponer de diferentes instrumentos que nos ayuden a recoger información la cual después de ser analizada nos ayude a responder las preguntas planteadas en el apartado 1.2 y así tratar de cumplir los con los objetivos del apartado 1.4.1.

A partir del planteamiento del problema en el apartado 1.2, detectamos la necesidad de recoger cierta información de los sujetos, por lo que nos planteamos la necesidad de instrumentos específicos que nos diera información acerca de: como

resuelven los problemas de álgebra elemental, las creencias que tienen acerca de evaluar con pruebas basadas en resolución de problemas y como valoran los problemas.

Una vez revisada la literatura comprobamos que existía un instrumento que nos ayudaría a conocer los sistemas de representación que utilizan los estudiantes para resolver problemas que fue el utilizado por Fernández (1997) y así poder conocer las tipologías de resolutores el cual denominamos instrumento 1. Mientras que no encontramos ningún instrumento específico disponible que dieran satisfacción a nuestra necesidad de conocer las creencias sobre evaluar con pruebas basadas en resolución de problemas y algún instrumento que nos sirva para saber como los evaluarían dichos problemas, por lo que decidimos elaborarlos y a los cuales denominamos instrumento 2 e instrumento 3 respectivamente. A continuación hablaremos de la elaboración de cada uno de ellos.

### **3.4.1 Instrumento 1**

El instrumento que se utilizó para detectar los sistemas de representación que usan los sujetos para resolver problemas de álgebra elemental como dijimos es el que se obtuvo después de revisar y adecuar a las nuevas circunstancias el instrumento original diseñado por Fernández (1997), el cual consta de 10 problemas verbales de álgebra elemental, a continuación haremos una breve descripción de lo realizado por Fernández (1997) para elaborar el instrumento, así como la revisión y la adecuación que realizamos nosotros para su aplicación a las nuevas circunstancias.

Para elaborar este instrumento Fernández eligió un conjunto de ítems/problemas de álgebra elemental de diferentes fuentes; con ellos se realizaron algunos instrumentos provisionales que se sometieron a diferentes pruebas piloto y, resultado de estas pruebas, se obtuvo un instrumento de evaluación con diez problemas verbales de álgebra elemental.

Además los problemas de este instrumento se seleccionaron controlando las siguientes variables:

- El número de incógnitas.
- El tipo de números que se dan como datos.
- La presencia o ausencia de gráfico o dibujo.
- Contexto

Entendiéndose por cada uno de estas variables lo siguiente:

***El número de incógnitas.***- Los problemas se eligieron con una y dos incógnitas. Considerando los problemas de una incógnita cuando para su resolución no es necesario utilizar más de una relación; a este tipo de problema se le asignó el valor “1” para esta variable. Se consideran problemas de dos incógnitas los que para su resolución necesitan dos relaciones lineales algebraicas independientes; a este tipo de problema se le asignó el valor “2”.

***El tipo de número que se dan como datos.***- En los datos de los textos se utilizaron número positivos, naturales o decimales. Los valores posibles son: números naturales sencillos, aquellos que los estudiantes manejan mentalmente como son los números menores de cien o números que fácilmente se reducen y simplifican; en estos casos se les asignó el valor de “1” a esta variable. Los números naturales menos sencillos se consideraron los números mayores que cien, que no fueran decenas y además no se pudieran reducir a otro más sencillo, o también los números decimales; para estos casos se les asignó el valor “2”.

***La presencia o ausencia de gráfico.***- Se pretende incluir en algunos de los problemas algún gráfico o dibujo alusivo al contexto del enunciado. El dibujo no deberá servir necesariamente para resolver el problema, más bien servirá para acercar al sujeto con el contexto del problema como ya se ha mencionado en el apartado 2.5.3. Porque, de acuerdo con Mayer (1986), un dibujo puede servir para relacionar al sujeto con experiencias pasadas y que así le sea más fácil la resolución. Existen estudios sobre esto, como el de Piaget y Simón (1966, según cita Mayer en 1986), realizado con un grupo de estudiantes con los cuales trabajaron problemas algebraicos a los que llamaron “problemas-cuento”, llegando a la conclusión de que los diagramas visuales integrados pueden resultar herramientas útiles para la resolución de cierto tipo de problemas.

Aunque existen otras opiniones, como la de Berger y Wilde (1987 según cita Rubio 1992), que enfrentaron a los estudiantes a integrar la información de problemas mediante el uso de diagramas, pero se observó que el uso de dichos diagramas no mejoró la capacidad de entender la estructura del problema.

Entendemos por diagrama “*un dibujo o representación gráfica que sirve para representar un objeto*” (Diccionario Avanzado de Lengua Española, 1997).

A los problemas con dibujo se les asignó el valor “1” mientras que a los problemas que no contienen dibujo se les asignó el valor “2”.

Tomando en cuenta estas tres variables y las combinaciones que con ellas se pueden hacer, resultaron 8 tipos de problemas diferentes.

Con la codificación anterior se realiza la Tabla 3.3 para ver las variables que deben de tener cada uno de los 8 problemas:

No de incógnitas	Tipo de datos	Gráfico	Variables
1	1	1	(1,1,1)
1	1	2	(1,1,2)
1	2	1	(1,2,1)
1	2	2	(1,2,2)
2	1	1	(2,1,1)
2	1	2	(2,1,2)
2	2	1	(2,2,1)
2	2	2	(2,2,2)

Tabla 3.3

**Contexto.-** Aunque no ha sido una variable a tener en cuenta, sí ha sido necesario seleccionar unos contextos donde desarrollar la historia del problema verbal, cuidando que éstos fueran adecuados al entorno del estudiante, sujeto de la muestra, y a las características del estudio, ya que se consideró que en todos los casos los sujetos/estudiantes<sup>1</sup> pudieran manejar estos contextos física o mentalmente. Se seleccionaron cuatro contextos que fueron:

1. Listones-tiras de madera.
2. Discos-cassettes.
3. Material escolar.
4. Entradas (tikets).

Para elaborar el instrumento se tomaron los cuatro contextos anteriores y, como se necesitaban ocho problemas, se seleccionaron dos problemas de cada contexto. Se propusieron, además, dos problemas que tuvieran el mismo número de incógnitas, el mismo tipo de números y con gráfico o sin gráfico, pero de diferente contexto, los cuales actuaron como problemas réplica. Estos problemas se pusieron para verificar la

---

<sup>1</sup> El término “sujeto/estudiante” lo utilizaremos cuando queramos resaltar que los textos de los problemas verbales se han adecuado a los estudiantes que van a constituir los sujetos de la muestra.

forma en que resuelven los problemas los sujetos. Los problemas réplica para este trabajo fueron los que tenían las siguientes características:

No de incógnitas	Tipo de datos	Presencia de gráfico	Variables
1	1	1	(1,1,1)
1	2	2	(1,2,2)

El instrumento diseñado por Fernández (1997) se puede consultar en el Anexo I.

### 3.4.2 Cambios efectuados al instrumento original.

Cada uno de los problemas del instrumento anterior se analizó con respecto a:

- ◆ La experiencia de la primera aplicación.
- ◆ Las preguntas que hicieron los sujetos en su aplicación anterior relacionadas, generalmente, con la redacción de los problemas.
- ◆ Los resultados de la aplicación anterior.

Efectuándose los siguientes cambios:

#### Problema nº 1

Instrumento de referencia	Instrumento actual
<b>Problema 1</b>	<b>Problema 1</b>
<b>(1,1,1)</b>	<b>(1,1,1)</b>
<b>Contexto: Tiras de madera.</b>	

Este problema lo hemos mantenido con la misma estructura y posición en el nuevo instrumento, ya que es un problema que, según los resultados recogidos por Fernández, fue fácil para los sujetos. En efecto, el 100 % de ellos lo abordó, y los resultados dicen que el 65.6 % lo planteó bien, 76.5 % lo ejecutó bien y el 65.5 % tuvo buenos resultados (es uno de los valores más altos), por eso se deja en primera posición para tratar de dar confianza a los sujetos y que inicien la prueba con un problema fácil.

Se cambió el término “listón de madera” por “tiras de madera” que nos pareció más usual para los sujetos/estudiantes<sup>1</sup>. En el texto se cambió la pregunta original,

solicitando el valor de la medida de los dos listones, por dos preguntas por separado para solicitar la medida de cada una de las tiras de madera.

### Problema n° 2

<b>Instrumento de referencia</b>	<b>Instrumento actual</b>
<b>Problema 3</b>	<b>Problema 2</b>
<b>(1,2,2)</b>	<b>(1,2,2)</b>
<b>Contexto: Entradas.</b>	

En este problema el 88% de los sujetos lo abordaron, pero solamente el 50% lo plantearon bien, la fase de ejecución la efectuaron bien el 72.5% de los sujetos y solamente el 46.5% da un buen resultado, por lo que pensamos que es un problema que según los resultados fue difícil para los sujetos, ya que incluye números decimales en sus cálculos. Por eso lo ponemos en segundo lugar.

En el texto, se quitó el término “veces más” que confundía a los sujetos y se puso “veces lo que costó”. Además se cambió el sistema monetario de pesetas a euros, ya que cuando se aplicó el instrumento ya estaba en uso esta moneda en España.

### Problema n° 3

<b>Instrumento de referencia</b>	<b>Instrumento actual</b>
<b>Problema 5</b>	<b>Problema 3</b>
<b>(1,2,2)</b>	<b>(1,2,1)</b>
<b>Contexto: Distancia.</b>	
<b>Problema replica del n° 8 en el instrumento actual.</b>	

Este problema se encontraba colocado al final de los primeros cinco problemas del instrumento de referencia, es decir, el último del primer cuadernillo de la prueba que se realizó en dos fases. Dado que era el problema final de una de las fases, resultó ser uno de los menos abordados ya que solamente el 73.5% de los sujetos lo intentó resolver, y solamente el 41.5% obtuvieron buenos resultados, por lo que creemos que resultó ser un problema difícil. Tomando en cuenta su situación en el cuadernillo de

problemas, podríamos pensar que los sujetos ya se encontraban cansados cuando trataron de resolverlo. Para ver si estos resultado se debían a la colocación que tenía o al propio problema, lo cambiamos de lugar.

Creemos que este problema es propicio para que tenga una representación gráfica, por lo que decidimos incluir un dibujo en el texto para ver si les sirve de orientación a los sujetos cuando aborden el problema, ya que es un problema se identifica como de “distancias” y, tal vez, los sujetos/estudiantes lo relacionen con otra disciplina como lo es la Física.

#### **Problema n° 4**

<b>Instrumento de referencia</b>	<b>Instrumento actual</b>
<b>Problema 2</b>	<b>Problema 4</b>
<b>(2,1,1)</b>	<b>(2,1,2)</b>
<b>Contexto: Material escolar.</b>	

Este problema era el n° 2 en el instrumento de referencia y lo pasamos al n° 4 ya que es un problema que el 93.1% de los sujetos lo abordaron, pero solamente el 47.7% lo ejecutaron bien, mientras que el 55.7% obtuvieron resultados incorrectos o no tienen resultado. Podríamos decir que es uno de los problemas que más dificultades presentaron, por eso lo pasamos al n° 4, ya que si lo dejábamos colocado al principio del primer cuadernillo creemos que los sujetos se pueden desanimar un poco al no poder resolverlo, y si lo ponemos en el último sitio, entonces podría ser que los sujetos se encontraran con un problema difícil y cansados, por lo que creemos que terminarían abandonándolo.

A este problema se le eliminó el dibujo original porque el otro problema de este mismo contexto ya tenía dibujo y se ha tratado de alternar contextos y variables.

Las preguntas acerca de los valores de las dos incógnitas se han hecho por separado, ya que originalmente estaban las dos preguntas en una.

### Problema n° 5

<b>Instrumento de referencia</b>	<b>Instrumento actual</b>
<b>Problema 4</b>	<b>Problema 5</b>
<b>(2,2,2)</b>	<b>(2,2,1)</b>
<b>Contexto: CD y cassettes.</b>	

Este problema lo ponemos al final del primer cuadernillo de cinco, ya que inicialmente se encontraba en el cuarto lugar. Es un problema que solamente abordaron 88.1%, pero tiene un alto porcentaje 51.8% de buenos resultados que, comparado con los resultados de los demás problemas, es un porcentaje alto; esto quiere decir que la mayoría de los sujetos que lo abordaron obtuvieron buenos resultados al final, por lo que consideramos que este problema fue de los que mejores resultados obtuvieron. Por esta razón lo ubicamos al final del primer cuadernillo.

En el texto, se le agregó un dibujo orientativo porque ninguno de los dos problemas de este contexto de CD y cassettes tenían dibujo. Las preguntas acerca de los valores de las incógnitas se hicieron por separado, ya que originalmente estaban dos preguntas en una. Además se hizo el cambio a euros ya que los problemas originales estaban en pesetas.

### Problema n° 6

<b>Instrumento de referencia</b>	<b>Instrumento actual</b>
<b>Problema 6</b>	<b>Problema 6</b>
<b>(1,1,1)</b>	<b>(1,1,1)</b>
<b>Contexto: Entradas.</b>	
<b>Problema replica del n° 1 en el instrumento actual.</b>	

Este problema se queda en la misma posición inicial. Es un problema que obtuvo buenos resultados por parte de los sujetos cuando se aplicó el instrumento de referencia, el 91.3% de sujetos lo abordaron. Es el problema que, junto con el n° 1, tienen el porcentaje más alto de buenos resultados, por eso se deja en el mismo lugar

para que sea el primer problema del segundo cuadernillo, de tal forma que los sujetos se sientan motivados para iniciar la segunda parte de la prueba con un problema fácil.

En la redacción del problema se cambió el término “cubos” por la expresión “cubos de agua” para que quedara más claro a los sujetos/estudiantes.

### **Problema n° 7**

<b>Instrumento de referencia</b>	<b>Instrumento actual</b>
<b>Problema 9</b>	<b>Problema 7</b>
<b>(2,2,1)</b>	<b>(2,2,2)</b>
<b>Contexto: Tiras de madera.</b>	

Este problema es de los que solamente el 65% de sujetos abordaron al aplicar el instrumento de referencia, siendo un bajo porcentaje comparado con los resultados de los demás problemas, pero casi todos los sujetos que lo abordaron obtuvieron buenos resultados, ya que el 53.8% de sujetos obtienen el resultado correcto.

En la nueva redacción se le suprimió el dibujo, ya que el otro problema de este mismo contexto tiene dibujo. Como era uno de los últimos, se paso más adelante para ver si el bajo porcentaje de sujetos que lo habían abordado se debía a su colocación en el instrumento de referencia o al problema mismo.

En este problema se cambió, en el texto, el término “listones” por la expresión “tiras de madera”. Las preguntas sobre las incógnitas se hicieron por separado, ya que originalmente estaban dos preguntas en una.

### **Problema n° 8**

<b>Instrumento de referencia</b>	<b>Instrumento actual</b>
<b>Problema 10</b>	<b>Problema 8</b>
<b>(1,2,1)</b>	<b>(1,2,1)</b>
<b>Contexto: Material escolar.</b>	

De los diez problemas éste es el que menor número de sujetos lo abordaron, ya que únicamente el 42.5% lo hicieron, y solamente el 30.9% tienen el resultado correcto,

siendo éste el menor valor de todos los problemas propuestos. Por los resultados, creemos que este problema fue el más difícil para todos los sujetos de la muestra de referencia, por lo que decidimos colocarlo después de dos problemas un poco más fáciles, según los resultados iniciales obtenidos.

Otra razón por la que decidimos cambiarlo de situación es que, cuando se aplicó anteriormente el instrumento, este problema se encontraba al final del segundo cuadernillo y hubo algún grupo de sujetos que realizó la prueba en una fase, es decir, que tuvieron que resolver los diez problemas del instrumento en una sesión, por lo que este problema hacía el nº 10 y estaba al final de la prueba. Esto induce a pensar que, tal vez, los sujetos ya estaban cansados. Hemos decidido ubicarlo en la parte central del segundo cuadernillo, para ver si los resultados tuvieron algo que ver con la posición que ocupaba en el instrumento de referencia.

En el texto se cambio el término “veces mayor” por el término “veces de”, porque se ha creído que quedaría más claro para los sujetos/estudiantes.

### **Problema nº 9**

<b>Instrumento de referencia</b>	<b>Instrumento actual</b>
<b>Problema 8</b>	<b>Problema 9</b>
<b>(1,1,2)</b>	<b>(1,1,2)</b>
<b>Contexto: CD y cassettes.</b>	

Este problema no tuvo resultados muy altos en la aplicación del instrumento de referencia, ya que solamente el 77.5% de sujetos lo abordaron, pero 46.5% obtienen buenos resultados.

Decidimos colocarlo casi al final del segundo cuadernillo, porque creemos que es un problema que no presentó mucha dificultad para los sujetos de la muestra de referencia.

En cuanto a la redacción del texto, se ha cambiado un poco tratando de presentarla más clara a los sujetos/estudiantes, pero el contenido y las preguntas no se cambiaron. Además se realizó el cambio del sistema monetario de pesetas a euros.

## Problema n° 10

Instrumento de referencia	Instrumento actual
Problema 7	Problema 10
(2,1,2)	(2,1,1)
Contexto: Entradas.	

Se aplicó en el segundo cuadernillo del instrumento de referencia, lo abordaron el 78.1% de los sujetos, pero solamente lo resolvieron bien el 45.6%. Como es un problema con resultados intermedios, comparados con los demás problemas, decidimos ponerlo al final del segundo cuadernillo. Esto se hizo pensando que, tal vez, al colocarlo al final, los sujetos de la nueva muestra se encuentren con un problema que no sea tan difícil para ellos y les motive a terminar con la prueba.

En el texto, los nombres de los individuos que se mencionaban en el problema se cambiaron ya que había otro problema que tenía los mismos nombres. Además se cambió un poco la redacción, pero conservándose el contenido y las preguntas del problema original. También se agregó un dibujo orientativo y se realizó el cambio monetario de pesetas a euros.

Cabe aclarar que, en general, los cambios de redacción que se hicieron en todos los problemas fueron tratando de mejorar la comprensión del enunciado, ya que hay que tener presente “que los factores lingüísticos provenientes del lenguaje natural, afectan la traducción de un enunciado dado en el lenguaje natural al lenguaje algebraico” (Rojano, 1994), por lo que debemos de tratar de redactar lo mejor posible los problemas propuestos a los estudiantes.

Como podemos ver, todos los problemas sufrieron cambios de forma pero ninguno de contenido por lo que podemos decir que la fiabilidad y validez del instrumento se sigue conservando aunque de ello hablaremos en el apartado 3.4.1.2.

### 3.4.1.1 Presentación del instrumento de evaluación

El instrumento se organizó en dos cuadernillos con cinco problemas cada uno, para administrar la prueba en dos sesiones independientes. Por lo que a partir de ahora cuando nombremos “*cuadernillos de problemas*” nos estaremos refiriendo al instrumento 1.

Para elaborar los dos cuadernillos, se colocaron los problemas de tal forma que estuvieran intercalados uno con dibujo y otro sin dibujo, uno que se resuelve con una ecuación seguido de otro que se resuelve con dos ecuaciones, además de que los contextos no estuvieran repetidos en dos problemas sucesivos, colocandolos de la siguiente manera:

***Primer cuadernillo:***

Problema 1: variables (1,1,1) tiras de madera.

Problema 2: variables (1,2,2) entradas.

Problema 3: variables (1,2,1) distancia (Replica del 8).

Problema 4: variables (2,1,2) material escolar.

Problema 5: variables (2,2,1) CD-cassettes.

***Segundo cuadernillo:***

Problema 6: variables (1,1,1) depósitos (Replica del 1)

Problema 7: variables (2,2,2) tiras de madera.

Problema 8: variables (1,2,1) material escolar.

Problema 9: variables (1,1,2) CD-cassettes

Problema 10 variables (2,1,1) entradas.

Quedando el instrumento como mostramos a continuación:



**UNIVERSIDAD DE GRANADA  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA.**

**CUADERNILLO DE PROBLEMA  
nº 1**

Los siguientes problemas son para una investigación, por lo que se te pide que los resuelvas lo mejor que sepas. Inténtalo de cualquier forma, sigue tus propias ideas y no dejes de hacer ningún paso que creas necesario. Explica como haces el problema. Rogamos que se esfuerce en no dejar ningún problema sin resolver.

Gracias por tu colaboración.

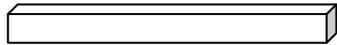
NOMBRE \_\_\_\_\_ SEXO \_\_\_\_\_

CURSO \_\_\_\_\_ GRUPO \_\_\_\_\_

**PROBLEMA No. 1**

*En una carpintería hay dos tipos de tiras de madera, unas largas y otras cortas. Si ponemos en línea una tira de madera larga junto con dos tiras cortas, miden en total 210 cm. La tira de madera larga mide 30 cm más que la corta*

*¿ Cuánto mide la tira de madera larga? ¿Cuánto mide la tira de madera corta?*



## **PROBLEMA No 2**

*David y Reme deciden ir a un concierto. David compra su entrada, pero Reme quiere ir a un sitio mejor donde la entrada cuesta 2,7 veces lo que le costó a David. En total por las dos entradas pagaron 40 euros.*

*¿ Cuánto le costó la entrada a David? ¿ Cuánto le costó la entrada a Reme?*

### **PROBLEMA No. 3**

*La familia García realiza un viaje. El Sr. García tiene que conducir 434 kilómetros para ir de Madrid a Granada.*

*En un punto del trayecto deciden parar a tomar un refresco. Después de la parada aún les queda por recorrer 1,8 veces los kilómetros que ya llevaban recorridos.*

*¿Cuántos kilómetros le quedan después de la parada? ¿ Cuántos kilómetros llevan recorridos?*



**PROBLEMA No. 4**

*A Teresa le han regalado un muñeco de Epi que mide 21 cm y a su hermano pequeño le han regalado uno de Blas que mide 30 cm.*

*La altura de Epi se puede medir poniendo en línea 4 clips y 2 sacapuntas, mientras que para medir la altura de Blas se necesitan poner en línea 5 clips y 4 sacapuntas,*

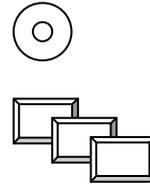
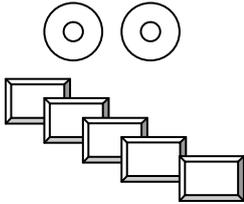
*¿ Cuánto mide cada clip? ¿Cuánto mide cada sacapuntas?*

**PROBLEMA No. 5**

*Melissa y Julieta van a comprar discos. Les gustaría comprar 2 CD y 5 cassettes que cuestan 40.5 euros.*

*Pero como no pueden gastarse tanto dinero, solamente compran 1 CD y 3 cassettes por los que pagan 22.6 euros.*

*¿Cuánto cuesta cada CD? ¿Cuánto cuesta cada cassette?*





**UNIVERSIDAD DE GRANADA  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA.**

**CUADERNILLO DE PROBLEMA  
nº 2**

Los siguientes problemas son para una investigación, por lo que se te pide que los resuelvas lo mejor que sepas. Inténtalo de cualquier forma, sigue tus propias ideas y no dejes de hacer ningún paso que creas necesario. Explica como haces el problema. Rogamos que se esfuerce en no dejar ningún problema sin resolver.

Gracias por tu colaboración.

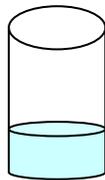
NOMBRE \_\_\_\_\_ SEXO \_\_\_\_\_

CURSO \_\_\_\_\_ GRUPO \_\_\_\_\_

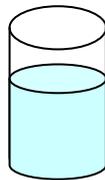
**PROBLEMA No. 6**

*Tenemos dos depósitos de agua, A y B, de la misma capacidad. El depósito A tiene 20 litros de agua y hemos de agregarle 9 cubos más de agua para que se llene. El depósito B tiene 52 litros de agua y hay que agregarle 5 cubos más de agua para llenarlo.*

*¿Qué cantidad de agua cabe en cualquiera de los depósitos?*



A



B

**PROBLEMA No. 7**

*Para un trabajo manual Rocío ha comprado 2 tiras de madera cortas y 2 tiras de madera largas. Si se ponen en línea el total mide 242 cm.*

*Daniel necesita para otro trabajo manual más madera de la que compro Rocío, por lo que compra 3 tiras de madera cortas y 4 tiras de madera largas que si se ponen en línea miden 446 cm.*

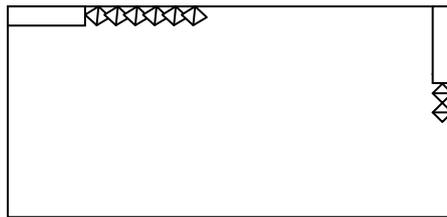
*¿ Cuánto mide una tira de madera corta? ¿Cuánto mide una tira de madera larga?*

**PROBLEMA No.8**

*El tablero de la mesa de clase de Juan es un rectángulo. El sabe que el largo mide 1,7 veces de lo que mide el ancho.*

*Juan sabe que el largo de su mesa lo puede medir con una regla de 30 cm seguida de 16 clips y, por otro lado, sabe que el ancho es igual a la misma regla de 30 cm seguida de 6 clips.*

*¿ Cuánto mide cada clip?*



### **PROBLEMA No. 9**

*Marta y Sandra encuentran una tienda en rebajas donde por ese día todos los CD están al mismo precio. Marta lleva 65 euros y Sandra 87 euros. Marta se compra 3 CD y Sandra compra 5 CD. Cuando salen de la tienda, después de haber pagado, resulta que a las dos les sobra la misma cantidad de dinero.*

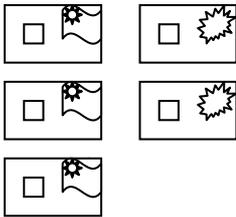
*¿Cuánto cuesta cada CD?*

### PROBLEMA No. 10

Angel y Manuel deciden ir a un concierto, cada uno con sus hermanos. Angel tiene un hermano y Manuel tiene dos hermanos.

Hay dos tipo de entradas, unas más caras y las otras más baratas según el lugar donde les toque. No hay entradas para todos en el mismo sitio. Si la familia de Angel va al sitio más barato y la de Manuel al más caro en total tendrían que pagar 91 euros y si Angel va al sitio mas caro y Manuel al más barato entonces pagarían 79 euros.

¿Cuál es el precio de las entradas baratas? ¿Cuál es el precio de las entradas caras?



Los cuadernillo se fotocopiaron como podemos ver, poniendo un problema en cada folio, para que los sujetos tuvieran espacio necesario para poner todos los pasos que iban realizando para resolver los problemas.

En el primer folio del cuadernillo 1 se les pedía la siguiente información personal:

- Nombre.
- Sexo.
- Curso (especialidad).
- Grupo.

Mientras que en el segundo cuadernillo únicamente se pedía el nombre y el grupo para poder reunir el primer cuadernillo y el segundo y así poder saber qué estudiantes contestaron todos los problemas.

#### **3.4.1.2 Validez y fiabilidad del instrumento1:**

Sabemos que los instrumentos de medición deben de reunir unos requisitos mínimos para asegurar la calidad de los datos a analizar. Entre los requisitos que se necesitan son la validez y fiabilidad. (Bisquerra, 1987)

En un sentido general podemos decir que un instrumento es válido si mide lo que se pretende medir con él (González, 1999). En nuestro caso particular los problemas del instrumento actual con respecto al instrumento de Fernández sufrieron únicamente cambios de forma, pero ninguno de contenido por lo que podemos decir que la validez del instrumento original se sigue conservando.

Por otro lado la fiabilidad la entendemos como Alvarez (2000) “ es el hecho de que un test, prueba o procedimiento de medida arroja los mismos resultados al realizar pruebas repetidas”. Esto es la estabilidad, repetibilidad y precisión (González, 1999). Para que un test sea fiable su coeficiente de fiabilidad debe ser lo más alto posible. Según Bisquerra (1985) los valores de este coeficiente varían entre 0 y 1, pero no se pueden dar normas concretas para el valor de este coeficiente sin embargo a nivel orientativo considera que valores mayores que 0.75 ya son altos.

Con la ayuda del paquete estadístico SPSS y la matriz del anexo 4.1, calculamos la fiabilidad del instrumento obteniendo los siguientes resultados:

## Análisis de fiabilidad

R E L I A B I L I T Y   A N A L Y S I S   -   S C A L E   ( A L P H  
A)

Reliability Coefficients

N of Cases =     304,0

N of Items = 40

Alpha =     ,8841

Como podemos observar el valor que obtenemos para el coeficiente es de 0,8841, la cual se puede considerar como un valor de fiabilidad aceptable según Bisquerra(1985).

### 3.4.2 Instrumento2

Tal como señalamos surgió la necesidad de elaborar un cuestionario que nos ayudara a conocer las concepciones y creencias de los sujetos acerca de evaluar con pruebas basadas en resolución de problemas, por lo que nuestro interés se centro en saber cuál podría ser la mejor forma de acceder a las concepciones y creencias de los sujetos, a sabiendas como menciona Moreno (2000) “que las verbalizaciones de los profesores en situaciones de investigación son solo un reflejo parcial de su pensamiento, de los componentes cognitivos y experiencias que realmente poseen. Otras veces, son respuestas que aunque reflejen parcialmente sus ideas sobre temas concretos, tratan de ajustarse a lo que el profesor cree que espera el investigador, dando muchas veces respuestas idealizadas de una situación real, en la que subyace la necesidad de quedar bien”(Pp. 168).

Por lo que decidimos elaborar un cuestionario que nos ayudara a cumplir nuestro objetivo, que como dijimos era conocer las concepciones y creencias sobre la evaluación con pruebas basadas en resolución de problemas. Los puntos de partida que consideramos para el diseño de nuestro primer cuestionario fueron:

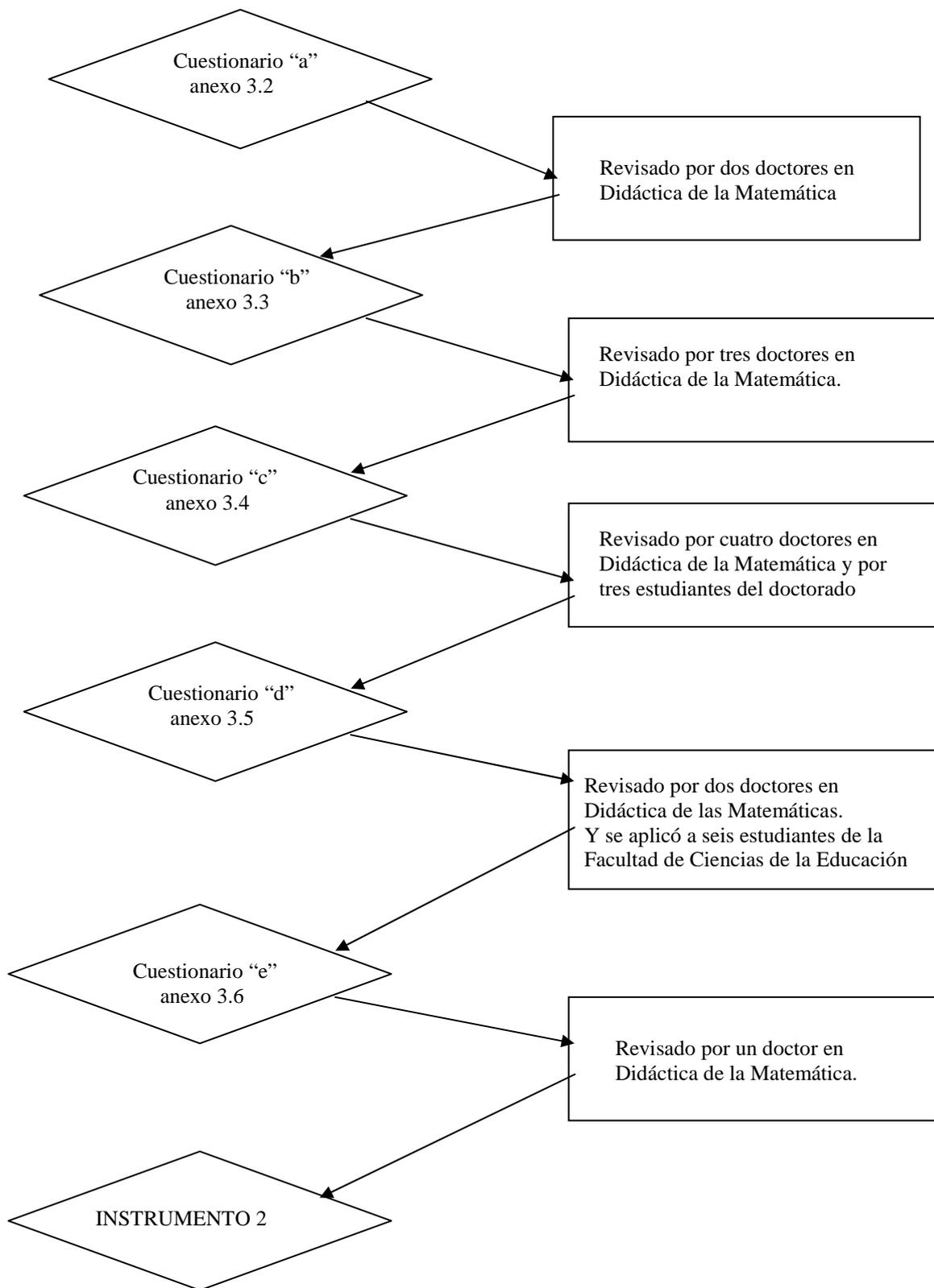
- Analizar la Encuesta Marco Conceptual sobre evaluación (EMCE) elaborada por Gil (1999), para ver si algunas de las preguntas podrían ser utilizadas en nuestro cuestionario.
- Necesidad de acceder a las creencias de los profesores de forma indirecta.

- La teoría expuesta en el capítulo III.
- Producto de una reflexión personal , acompañada de una revisión bibliográfica.

Además tratamos de cuidar algunos detalles, ya que no queríamos que en ningún momento los sujetos se sintiera evaluados, ni que se cuestionaran sus conocimientos sobre evaluación y resolución de problemas. También tomamos en consideración que el tiempo que tuvieran que invertir en contestar el cuestionario no fuera excesivo, para evitar tanto la sensación de cansancio, así como una dedicación excesiva a un trabajo en el que no tenias por que estar especialmente interesado.

Como consecuencia a todas estas consideraciones elaboramos un primer cuestionario piloto de tipo semi-abierto para someterlo a diversas revisiones y reelaboraciones, hasta llegar a una versión definitiva , planteando unas preguntas que se relacionen con diferentes aspectos de la evaluación en general y la evaluación con resolución de problemas, pero siempre con la opción de que se pudieran agregar o quitar alguna respuesta o alguna pregunta.

El proceso de elaboración y revisión del cuestionario, partiendo del cuestionario piloto, lo mostramos en el cuadro 3.1.



Cuadro 3.1

A continuación pasamos a describir con algún detalle cada una de las fases anteriores y los pasos que las determinan.

*Cuestionario "a"*, este instrumento que podemos consultar en el anexo 3.2 constaba de 8 preguntas:

- 1.- ¿Qué entiendes por evaluación.
- 2.- ¿Qué debe de ser objeto de evaluación en matemáticas?
- 3.- ¿Qué opinas acerca de efectuar la evaluación con problemas verbales?
- 4.- ¿Para que evaluar con problemas verbales?
- 5.- ¿Qué aspectos deben de evaluarse con la resolución de problemas?
- 6.- ¿Qué instrumentos de evaluación deben de utilizarse en matemáticas?
- 7.-¿Qué opinas de los instrumentos de evaluación en matemáticas basados en resolución de problemas.
- 8.- ¿Cuáles son las dificultades de evaluar con problemas verbales?

Como podemos ver dos de las preguntas se refieren a qué es evaluación y que se debe de valorar en matemáticas, cuatro preguntas acerca de evaluación con resolución de problemas y dos se refieren a los instrumentos de evaluación. Este cuestionario se les paso a dos expertos en didáctica de la matemática para que nos dieran su opinión acerca del contenido y la presentación del cuestionario, informándoles de antemano la finalidad del mismo. Cada una de las preguntas se presentaban con unas respuestas, este instrumento le llamamos semi-abierto ya que además de las preguntas y respuestas que les dábamos se les proponía a los expertos que podían sugerir agregar o quitar alguna preguntas o respuestas.

Cabe mencionar que del instrumento de Gil (1999) se tomo la segunda pregunta y sus respuestas.

Como resultado de sus aportaciones recibidas por estos expertos, obtuvimos el *cuestionario "b"*, que podemos consultar en el anexo 3.3, este cuestionario a diferencias del primero tenia las preguntas cerradas, pero siempre al final poníamos la opción de alguna pregunta nueva como sugerencia, este nuevo cuestionario tenia nueve preguntas:

- 1.- ¿Qué entiendes por evaluación en matemáticas?
- 2.- ¿Qué debe ser objeto de evaluación en matemáticas?
- 3.-¿Qué aspectos de los anteriores pueden evaluarse con la información obtenida de la resolución de problemas?

4.- ¿Qué opinas acerca de recoger información de la actividad de resolver problemas para la evaluación?

5.- ¿Para que evaluar con problemas?

6.- ¿Qué aspectos deben de evaluarse en la resolución de problemas?

7.- ¿Qué instrumentos de evaluación deben de utilizarse en matemáticas?

8.- ¿Los instrumentos de evaluación en matemáticas basados en resolución de problemas son?

9.- ¿Cuáles son las dificultades de evaluar con problemas?

Este cuestionario consta de dos preguntas sobre evaluación en forma general, cinco preguntas sobre resolución de problemas y dos preguntas acerca de los instrumentos sobre resolución de problemas. Este nuevo cuestionario se les dio a tres expertos en didáctica de las matemáticas (entre ellos los dos que ya lo habían revisado) y como resultado de sus aportaciones acerca del contenido y la presentación, se obtiene el siguiente cuestionario.

El cuestionario "c" que se puede consultar en el anexo 3.4, que consta de 6 preguntas cerradas, aunque con la misma sugerencias al final de agregar o quitar preguntas o repuestas, las preguntas de las que consta son:

1.- ¿Qué entiendes por evaluación en matemáticas?

2.- ¿Qué debe ser objeto de evaluación en matemáticas?

3.- ¿Qué opinas acerca de la evaluación en matemáticas a través de la resolución de problemas?

4.-¿Qué aspectos deben evaluarse en la resolución de problemas?

5.-¿Cuáles son las dificultades para evaluar a través de la resolución de problemas?

6.-¿Qué dificultades presentan los instrumentos de evaluación en matemáticas basados en la resolución de problemas?

Como podemos ver este instrumento consta de dos preguntas de evaluación en forma general, tres preguntas acerca de la evaluación con resolución de problemas y una pregunta acerca de los instrumentos para evaluar con problemas.

Este cuestionario como los dos anteriores consta de una serie de respuestas sobre una pregunta determinada, las respuestas tienen un carácter cualitativo, pero su cuantificación nos permitirá realizar una medición de los rasgos y atributos concretos que queremos conocer. Para esto introducimos una escala de tipo aditivas (Buendía,

1998), dentro de este tipo de escalas una de las más conocidas es la que usaremos, que es la escala tipo Lickert, que según Buendía (1998) nos sirve cuando tenemos un serie de ítems o afirmaciones sobre un objeto determinado, sobre las que el encuestado ha de señalar su grado de acuerdo o desacuerdo.

La escala Lickert se plantea según Buendía “*cuando hay por ejemplo 5 posibles respuestas a una pregunta, las valoraciones se establecen entre 1 y 5; o entre 1 y 7 en el caso de que se establecieran siete categorías en el continuo, desde total aceptación a total rechazo del ítem planteado*” (pp. 216).

Las características de este tipo de escalas son:

- Las valoraciones de los ítems se basan en datos empíricos.
- El sujeto no señala si está de acuerdo o no con cada opinión, sino hasta qué punto está o no de acuerdo.
- Los ítems no son independientes unos de otros, sino todos están en la misma línea, todos deben de tener un grado de correlación con los demás.
- No se supone un intervalo o distancia uniforme de opinión a opinión.

A pesar de que nuestro caso no se verifica las condiciones de la escala Lickert, la adaptamos ya que, elaboramos una escala para cada una de las respuestas y establecimos nueve categorías de aceptación de los sujetos que en un continuo iban desde “*muy poco importante hasta muy importante*” y analizamos las valoraciones de cada respuesta por separado sin sumar las diferentes subpuntuaciones.

El cuestionario con la escala se lo proporcionamos a cuatro doctores del departamento de didáctica de la matemática, que no habían participado en las primeras revisiones y 3 estudiantes del doctorado en didáctica de la matemática para que nos dieran sus comentarios acerca del contenido y la presentación del cuestionario.

Producto de sus comentarios se obtuvo *cuestionario “d”* que se puede consultar en el anexo 3.5, consta de siete preguntas con sus respectivas respuestas, las preguntas son:

- 1.- ¿Qué entiendes por evaluación?
- 2.- ¿Cuándo se evalúa en matemáticas se debe de valorar?
- 3.- ¿Qué opine acerca del empleo de la resolución de problemas para evaluar en matemáticas?
- 4.- ¿Qué se debe de evaluar en la resolución de problemas?

5.- ¿Cuáles crees que son las principales dificultades para evaluar las matemáticas a través de resolución de problemas?

6.- ¿Conoces las pruebas basada en resolución de problemas?

7.- ¿Las pruebas basadas en la resolución de problemas presentan las siguientes dificultades?

Por lo que vemos este cuestionario consta de dos preguntas sobre evaluación en forma general, una sobre resolución de problemas, dos sobre la evaluación con resolución de problemas y dos sobre los instrumentos de evaluación.

Además producto de los comentarios se cambio las escala de 1 a 9 a valores de 1 a 5 y se especificaron más claramente considerándolos de la siguiente manera:

1= Total desacuerdo.

2= En desacuerdo.

3= Indiferente.

4= De acuerdo.

5= Plenamente de acuerdo.

Este nuevo cuestionario se volvió a dar a revisar a los dos doctores que había revisado los cuestionarios “a” y “b”, para que nos dieran sus comentarios acerca de los contenidos y la presentación del cuestionario. Paralelamente se les aplico a seis estudiantes de la Facultad de Ciencias de la Educación tomados al azar en los pasillos de la Facultad, con la finalidad de ver como lo respondían y también para verificar la redacción del cuestionario y así asegurarnos que el lenguaje empleado lo entendían claramente.

Producto de los comentarios obtuvimos el *cuestionario “e”* que consta de seis pregunta:

1.-¿Qué entiende por evaluación en matemáticas?

2.- ¿Qué se debe valorar cuando se evalúa en matemáticas?

3.- ¿Qué opina acerca de emplear la resolución de problemas para evaluar en matemáticas?

4.- ¿Qué se debe evaluar en la resolución de problemas?

5.-¿Qué dificultades crees que se presentan principalmente cuando evalúa las matemáticas a través de la resolución de problemas?

6.- ¿Qué dificultades crees que se presentan principalmente al elaborar pruebas basadas en la resolución de problemas?

Donde podemos ver que dos preguntas se refieren a la evaluación en forma general, tres se refieren a la resolución de problemas y una acerca de los instrumentos, todas ellas con sus posibles respuestas.

Este nuevo cuestionario fue revisado en contenido y redacción por un doctor del Departamento de Didáctica de la Matemática, esta última revisión nos conduce a la versión final del cuestionario que nos servirá para determinar y caracterizar las concepciones y creencias sobre evaluación con pruebas basadas en la resolución de problemas, el cual denominamos instrumento2 y que consta de siete preguntas. Las cuales detallaremos a continuación y sobre las cuales recogimos algunos antecedentes con el propósito de constatar que los conceptos obtenidos son relevantes en educación matemáticas y han sido estudiados con cierta amplitud por expertos en este campo.

Dada la amplitud de referencias que se pueden encontrar en la literatura, nos hemos centrado para justificar cada una de las preguntas y respuestas en los autores considerados en nuestro marco teórico, presentado en el capítulo III y algunas más que consideramos importantes, teniendo claro que no son todas las que encontramos.

### **Pregunta 1**

**Pregunta:** *¿ En qué consiste la evaluación en matemáticas?*

**Respuesta:**

- 1.1 La determinación del logro de los objetivos propuestos en un programa de matemáticas.
- 1.2 Es el proceso que sirve para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático, tomando en consideración tanto el proceso como el resultado.
- 1.3 El análisis del proceso de enseñanza – aprendizaje en matemáticas, independientemente de cual es el resultado.
- 1.4 La obtención de información sobre la comprensión matemática de un estudiante con el fin de ayudarlo a su mejora.

Como pudimos ver en el apartado 2.6.1, la evaluación centrada en objetivos fue evolucionando hacia la orientación de la toma de decisiones. Se produce así una dicotomía entre las perspectivas cuantitativa y cualitativa, y como suponemos que la incorporación de nuevos métodos de evaluación no suponen el abandono de métodos

anteriores, por lo que suponemos que todos estos pueden estar presentes todavía entre los sujetos, por lo que proponemos las siguientes posibles respuestas a estas preguntas.

Mientras que Tyler (1949) propone un modelo de evaluación que mida fundamentalmente la consecución de las metas y objetivos de la instrucción propuestos en cada programa.

En el apartado 2.6 Rico y col. (1993) nos dicen que la evaluación es: una actividad sistemática de reflexión donde se recoge información y se hacen inferencias acerca del conocimiento que un sujeto o grupo tienen sobre un contenido, para saber su estado actual y proporcionar una utilización didáctica.

Como mencionamos en el apartado 2.6.2, Madrid (1997) nos dice que la evaluación centrada en el proceso viene a completar el espacio que deja el enfoque centrado exclusivamente en los resultados finales (productos).

La enciclopedia de Pedagogía (1998) que en los años de 1970 la crisis de los paradigmas se extendió a los planteamientos evaluativos, apareciendo la alternativa cualitativa que centran el esfuerzo de la evaluación en los procesos educativos.

Por su parte Webb (1992) menciona que:

3.- La evaluación tiene que ser, en primer lugar, un proceso de recogida de información sobre el conocimiento de un estudiante y, en segundo lugar, debe dotar de significado esta información.

4.- La evaluación ha de emplearse para tomar decisiones documentadas durante la instrucción sobre la base de la información disponible acerca de lo que el estudiante conoce y de lo que se está esforzando por conocer.

Rico (1993) ve la evaluación desde dos perspectivas diferentes:

- Como juicio
- Como la valoración de un análisis comprensivo.

Aunque ambas formas de evaluación están presentes en determinados momentos en el aula y serán necesarias dependiendo de los objetivos que se persiguen en la evaluación.

En el apartado 2.6.1 Cronbach nos dice:

- La evaluación debe ser vista como una actividad en torno a la toma de decisiones derivado de la propia evaluación.

## **Pregunta 2**

**Pregunta:** *¿Qué valoramos cuando evaluamos en matemáticas?*

**Respuestas:**

- 2.1 El conocimiento matemático adquirido por el estudiante.
- 2.2 El trabajo realizado por el estudiante.
- 2.3 La actitud del estudiante.
- 2.4 La conducta del estudiante.
- 2.5 La madurez y formación del estudiante.
- 2.6 Los contenidos matemáticos del programa.
- 2.7 Los logros alcanzados respecto a los objetivos.

Esta pregunta y sus respuestas se tomaron del cuestionario de Gil (1999) por lo que algunas de las justificaciones son las dadas por Gil como:

Kilpatrick (1991) contempla varios conceptos que se detectan en el desarrollo de la evaluación en matemáticas, entre los que destacan:

- La evaluación como control social, que se ejerce desde muy antiguo.
- Una visión centrada en las habilidades cognitivas conforma al grado de excelencia, asociada a una idea de las matemáticas como tópico organizado de forma jerárquica y regulador de la educación.
- La evaluación como regulación de las habilidades mentales, influida por los estudios de tipo psicológico del inicio del siglo XX, donde los test eran los instrumentos de medida de la instrucción.
- El centramiento de una pedagogía por objetivos, con las jerarquías de las conductas que promueven las famosas clasificaciones por objetivos.

Nos dice Gil que Kilpatrick muestra que aunque en un principio la evaluación se centraba en posturas diagnósticas, ha ido evolucionando (como lo mencionamos en el apartado 2.6.2) a una posición centrada en el quehacer cotidiano, sin abandonar planteamientos anteriores sino ensanchando perspectivas e integrando nuevos planteamientos.

En las respuestas de los profesores cuando Gil (1999) aplicó su instrumento sobre creencias en evaluación nos dice que encontró toda la gama de competencias conectadas con los diversos conceptos mostrados por Kilpatrick como son: Conocimientos adquiridos, trabajo realizado, actitud e interés, madurez y formación y conducta.

El informe Cockcroft recoge que el profesor debe de hacer uso de los datos que posea sobre los diversos alumnos para valorar los progresos de la clase y compararlos con las metas y objetivos establecidos en los programas de escuela.

Real Decreto (3473/2000) centra a la evaluación en las capacidades del alumno, que vendrán determinadas por unos objetivos ( los cuales no serán conductistas).

A las justificaciones dadas por Gil a esta pregunta nosotros podemos agregar lo siguiente:

Charles, Lester y O Daffer (1987) consideran que uno de los métodos para evaluar la capacidad de los alumnos en el campo de resolución de problemas es: Evaluar el trabajo matemático de los alumnos.

“La evaluación ayuda a determinar los conocimientos que sobre un tópico tiene un estudiante” ( Webb, 1990, pp. 111).

### **Tercera pregunta:**

**Pregunta:** *¿Qué papel juega la resolución de problemas en proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas?*

### **Respuestas:**

- 3.1 Debe ser un objetivo de los programas de matemáticas a todos los niveles.
- 3.2 Se debe de explicar específicamente en las clases de matemáticas.
- 3.3 Puede utilizarse para explicar las matemáticas desde un punto de vista práctico.
- 3.4 Constituye una forma idónea de evaluar el conocimiento matemático.
- 3.5 Representa un reto y una dificultad para el estudiante.
- 3.6 Mejora la capacidad de razonamiento del estudiante.
- 3.7 Su enseñanza requiere una preparación sólida del profesor de matemáticas.

En el apartado 2.5.8 podemos leer “en resolución de problemas al alumno se le exige una capacidad que, de no poseer le lleva a la auto exclusión; en tal caso se dirá

que al sujeto no le gustan los problemas. En este contexto, el alumno capta y repite estilos y acepta procesos y resultados; su actividad se limita a intentar identificar los conceptos y algoritmos a aplicar. El profesor se convierte en el protagonista exclusivo del proceso” (Contreras, 2000, pp.27). A lo que nosotros podríamos agregar si en todos los casos los profesores tienen la preparación sólida que esta nueva metodología requiere.

Además de lo anterior tenemos que “En la resolución de problemas se debe de considerar la importancia de los problemas reales (...). “En los últimos años, las administraciones educativas han desarrollado actuaciones de “emergencia” pretendiendo que los profesores se adecuen a las reformas realizadas” (Contreras, 2000, pp 27).

Del apartado 2.5.1 tenemos que:

Los problemas que se les ofrecen no deben de ser de respuesta única, tendrán que ser vistos como situaciones que se resuelven mediante un proceso razonado en el que se da al estudiante la oportunidad para que se cuestione, experimente, haga conjeturas y ofrezca explicaciones y tome decisiones (García, 2002).

La mayoría de los especialistas dicen que la cercanía al entorno escolar en la elección de los contextos donde se desarrollan las historias, puede ser favorable a los estudiantes para identificar la situación descrita en los problemas y, con ello, las relaciones entre los datos y las incógnitas (Fernández, 1997).

Por eso, los profesores deben dar a los estudiantes problemas más reales para que éstos se sientan comprometidos de alguna forma (Kilpatrick,1995).

Problemas ocupan un lugar central en el curriculum de matemáticas desde hace mucho tiempo, pero la solución de problemas no. Solamente en fechas recientes los educadores de matemáticas han aceptado la idea que el desarrollo de habilidades en resolución de problemas debe tener una especial atención (Schoenfeld, 1992).

Entre los resultados que encontró Conteras (1999) nos dice que los sujetos con los que trabajo dicen que “los problemas en la asignatura sirven para dotar de un

significado pragmático a la torería, para introducir un tema, para sondear y para construir el conocimiento” (pp. 159).

Llevar a la práctica una instrucción basada en la resolución de problemas requiere no solo una adecuada preparación para la gestión en el aula, precisa también y, principalmente, del papel que los profesores dan a los problemas en el aprendizaje (Cooney, 1985).

En todos los caso podemos ver que se propone la resolución de problemas en el aula y además que se haga con ejemplos prácticos para involucrar a los alumnos en la resolución de los mismos.

#### **Cuarta pregunta:**

**Pregunta:** *¿Qué nos proporciona la evaluación con resolución problemas en matemáticas?*

#### **Respuestas:**

4.1 Proporciona elementos para determinar el logro de los objetivos.

4.2 Proporciona mejor información sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes.

4.3 Proporciona elementos para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático.

4.4 Proporciona información para tomar decisiones sobre la promoción escolar de los estudiantes.

4.5 Le da un valor personal al estudiante ante su entorno familiar y social.

Del apartado 2.6.2 podemos decir que: Webb en 1992 menciona que para tener un planteamiento amplio y detallado sobre la evaluación en matemáticas, proporcionando así una fundamentación teórica, considerando a la evaluación como parte integral de la instrucción, por lo que se deben de tomar las siguientes consideraciones:

1.- El profesor debe de comprender la estructura del contenido y así definir las expectativas de aprendizaje.

2.- El profesor deberá sensibilizarse ante los procesos que los estudiantes utilizan para aprender, a las etapas del desarrollo y a los procesos disponibles para facilitar el aprendizaje.

3.- La evaluación tiene que ser, en primer lugar, un proceso de recogida de información sobre el conocimiento del estudiante, y en segundo lugar, debe dotar de significado a esta información.

4.- La evaluación ha de tomarse para tomar decisiones documentadas durante la instrucción sobre la base de la información disponible acerca de lo que el estudiante conoce y de lo que se está esforzando en conocer.

La evaluación puede ayudar a determinar los conocimientos de los estudiantes en una variedad de situaciones(...). La información que se obtiene de la evaluación, particularmente cuando hablamos de grupos numerosos, requiere hacer juicios a cerca de todo el grupo y después de cada estudiante en particular”(Webb, 1990, pp 110).

El uso que le podemos dar a la información que se obtiene de la evaluación según Webb es:

- Detectar errores que requieren ser remediados.
- Mejorar la instrucción identificando las estrategias más usuales.
- Para informar a los estudiantes sus potencialidades y sus debilidades en los conocimientos y en las estrategias de aprendizaje, de tal manera que puedan aplicar estrategias más efectivas cuando lo necesiten.
- Para informar al profesor siguiente acerca de las competencias del estudiante y así poder adaptar la instrucción las necesidades del estudiante.
- Para informar a los padres de los estudiantes acerca de sus progresos y así les puedan brindar más apoyo.

Kilpatrick (1991) contempla varios conceptos que se detectan en el desarrollo de la evaluación en matemáticas, entre los que destacan:

- La evaluación como control social, que se ejerce desde muy antiguo.

Mientras que para Conteras (1999), en la evaluación con problemas se deben: “Valorar las capacidades de identificar las nociones y algoritmos a aplicar, pues pone de relieve la asimilación de lo impartido (...) Cuando detecta errores en el proceso procura corregirlos para que este continúe por el cause previsto” (pp. 133).

Thompson (1993) en el apartado 2.6.2 nos dice: La información que obtengamos deberá ser fiable para poder utilizarla en la toma de decisiones didácticas, ya que uno de los objetivos de la evaluación es servir para retroalimentar a la instrucción.

Rico (1997) “La adaptación de la evaluación matemática a criterios de objetividad ha servido, durante la enseñanza de la secundaria para:

- Proporcionar criterios de promoción de los estudiantes a lo largo del sistema escolar
- Justificar las decisiones sobre clasificación de los escolares, según su desarrollo intelectual.
- Valorar la inteligencia de los escolares.

Como mencionamos en el apartado 2.6.2 Rico (1993) nos dice que en educación la evaluación puede ser vista desde dos perspectivas diferentes:

- Como juicio.
- Como la valoración de un análisis comprensivo.

En la primera se considera la evaluación como una investigación sistemática de la valía de un estudiante y se emite un juicio sobre su aprendizaje que servirá para una orientación escolar y su promoción en el sistema educativo.

Mientras que la segunda se hace con la finalidad de recoger información y hacer inferencias acerca del conocimiento que un sujeto o grupo tienen sobre un contenido, para saber su estado actual y proporcionar una utilización didáctica (Rico y col.,1993).

### **Quinta pregunta.**

**Pregunta:** *¿ Qué se debe evaluar en la resolución de problemas?*

**Respuesta:**

- 5.1 Los resultados.
- 5.2 Todo el desarrollo.
- 5.3 Los métodos o formas de resolver los problemas.
- 5.4 De manera diferente los distintos métodos utilizados en su solución.

Contreras (2000) nos dice que debemos de “ conseguir que se pueda cambiar en los estudiantes la visión de la valoración de los problemas, concediendo más importancia a los procesos que a los propios resultados” (pp. 24).

Por otro lado también menciona con respecto a la evaluación que “En la resolución de problemas se valoran los productos, fundamentalmente los resultados. (...) La evaluación es, por tanto, un elemento sancionador donde lo correcto o incorrecto queda determinado por el esquema previsto por el profesor” (Contreras, 2000, pp. 27).

Como mencionamos en el apartado 2.6.2 Rico (1997) nos dice: *“el profesor puede decidir sobre calificar solamente la respuesta dada por el alumno (producto), o bien del proceso de resolución que ha seguido para. Las propuestas curriculares actuales abogan por que el profesor preste más atención a los procesos que sigue el alumno en la resolución de problemas”* pp 236.

Creemos que cuando el profesor decide evaluar el proceso debe de tener en cuenta que pueden existir más de un procedimiento adecuado para hallar la solución de dicho problema.

Entre los resultados de su tesis doctoral Contreras (1999) nos dice que uno de los sujetos del trabajo *“Admite valorar no solamente los resultados, sino también los intentos fallidos que posean alguna coherencia y plantean situaciones en las que se puedan medir distintos aspectos conceptuales equilibradamente ponderados (...) Admite valorar las estrategias y estilos personales de resolución”* (pp. 133).

En el apartado 2.6.3 Lester nos proporciona un modelo para evaluar con problemas en el cual menciona que uno de los elementos que se deben de tener en cuenta es la obtención del resultado correcto.

*“Los criterios de evaluación deben de tener en cuenta la flexibilidad de las respuestas de los estudiantes, fijándose más en el procedimiento de resolución que en la solución misma”* (Fernández, 1997 pp. 309).

#### **Sexta pregunta.**

**Pregunta:** *¿Qué dificultades se presentan al evaluar matemáticas a través de la resolución de problemas?*

#### **Respuesta:**

- 6.1 Que el estudiante no está acostumbrado a ser evaluado con problemas.
- 6.2 La complejidad que supone este tipo de evaluación.

6.3 La construcción de una prueba adecuada.

6.4 La falta de convencimiento del profesor para evaluar de esta forma.

6.5 El tiempo que requieren.

6.6 La utilización por los estudiantes de métodos no válidos para resolver problemas.

6.7 La falta de criterios precisos para su calificación.

Por su parte Szetela (1987) nos dice que la aplicación de dos modelos (Wood y Lester) que describe en su trabajo sobre evaluación con problemas “*los profesores opinan que requieren de considerable tiempo para evaluar*” (pp. 40).

El Real Decreto (3473/2000), que desarrolla el Currículum de Matemáticas para la Secundaria Obligatoria fija los criterios de evaluación que constituyen una referencia importante respecto a lo qué debe evaluarse sobre el aprendizaje de los alumnos.

Del apartado 2.6.4, sabemos que la naturaleza de las matemáticas y los nuevos enfoques pedagógicos para su enseñanza–aprendizaje permiten considerar técnicas e instrumentos de valoración específicos en el área de las matemáticas. Sin embargo, la adaptación de la evaluación de las matemáticas a nuevas situaciones, por ejemplo a la resolución de problemas, se traduce en malestar por parte del profesorado junto con la falta de instrumentos para hacerlo (Rico y col. 1997).

### **Séptima pregunta.**

**Pregunta:** *¿Qué dificultades crees que se presentan cuando se elaboran pruebas basadas en la resolución de problemas?.*

### **Respuesta:**

7.1 Cuesta mucho trabajo y tiempo elaborar una prueba de este tipo.

7.2 Requiere mucho trabajo para su aplicación.

7.3 Las pruebas adecuadas proporcionan la información necesaria acerca del conocimiento matemático del estudiante.

7.4 Dan información parcial del conocimiento matemático del estudiante.

7.5 Deben ser complementados con otras actividades de evaluación.

Del apartado 2.6.2 sabemos que la naturaleza de las matemáticas y los nuevos enfoques pedagógicos para su enseñanza–aprendizaje permiten considerar técnicas e instrumentos de valoración específicos en el área de las matemáticas (Rico y col. 1997).

En el apartado 2.6.4 podemos ver que para mejorar la evaluación, cada profesor debe crear instrumentos de evaluación que favorezcan la dinámica de grupo y faciliten el análisis de la práctica (Giné, 2000).

La evaluación de las matemáticas se ha venido haciendo a través de instrumentos llamados pruebas escritas que se proponen a los estudiantes y que estos responden mejor o peor en función de sus conocimientos, de la suerte o la intuición y, sobre todo, de su capacidad para esconder lo que no saben y resaltar lo que saben (Giné, 2000).

*“El abanico de instrumentos de evaluación con problemas es muy amplio, depende de los objetivos de la evaluación, del tipo de enseñanza-aprendizaje, del profesor y el estudiante”* (Fernández, 1997, pp. 106).

Mientras que Szetela (1987) nos dice que la aplicación de dos modelos (Wood y Lester) que describe en su trabajo sobre evaluación con problemas *“los profesores opinan que requieren de considerable tiempo para evaluar”* pp. 40

En el apartado 2.6.4 presentamos algunas propuestas de evaluación basados en diferentes actividades, de donde podemos ver que se requiere de mucho tiempo para la evaluación poniéndose de manifiesto en el tiempo que requiere llevar a cabo todas estas actividades.

Como podemos observar algunas de las preguntas y respuestas son más de tipo personal, mientras que otras son de carácter más técnico, los profesores saben que aunque expresen sus propias opiniones y juicios estos tienen justificación conceptual. Ya que hemos podido constatar que después de las revisiones que se hicieron al cuestionario los conceptos que quedaron en el cuestionario final no son extraños al campo de la educación matemática, sino que tienen reconocimiento explícito en la literatura e investigaciones especializadas.

A continuación mostramos la versión final del cuestionario que nos servirá para determinar y caracterizar las concepciones y creencias sobre evaluación con pruebas basadas en la resolución de problemas, el cual denominamos instrumento2, se fotocopia en tres folios como se puede ver, ya que con esto tendrían el espacio suficientes para contestar, por que únicamente tenían que marcar su respuesta, y proporcionarnos algunos datos personales como son:

- Nombre.
- Sexo.
- Curso (especialidad).
- Grupo.

El nombre para poder relacionarlo con el instrumento1 y los datos de sexo, curso y grupo se les pidieron por si en la primera parte alguno no nos había dado sus datos completos. El instrumento 2 lo exponemos a continuación:



**UNIVERSIDAD DE GRANADA  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA.**

**CUESTIONARIO PARA CONOCER LAS CREENCIAS DE LOS  
FUTUROS PROFESIONALES DE LA EDUCACIÓN SOBRE LA  
UTILIZACION DE PRUEBAS BASADAS EN LA RESOLUCION DE  
PROBLEMAS PARA EVALUAR CONOCIMIENTOS DE  
MATEMATICAS**

La presente encuesta servirá para precisar cuestiones relevantes acerca de las creencias de los futuros profesionales de la educación sobre la utilización de pruebas basadas en la resolución de problemas para evaluar conocimientos en matemáticas. Esta información será utilizada en un trabajo de investigación.

Gracias por tu colaboración.

NOMBRE \_\_\_\_\_ GRUPO \_\_\_\_\_

SEXO \_\_\_\_\_ CURSO \_\_\_\_\_

Lee con atención cada una de las preguntas y facilita la información que en ellas se solicita. Pedimos que valores cada una de las respuestas, pero teniendo en cuenta la totalidad de las opciones presentadas, ya que para una pregunta pueden existir una o varias respuestas.

Marca con un círculo cada una de las respuestas considerando que:

**1 = Total desacuerdo**

**2 = En desacuerdo**

**3 = Indiferente.**

**4 = De acuerdo.**

**5 = Plenamente de acuerdo**

### 1.- La evaluación en matemáticas consiste en:

La determinación del logro de los objetivos propuestos en un programa de matemáticas	1	2	3	4	5
Es el proceso que sirve para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático, tomando en consideración tanto el proceso como el resultado.	1	2	3	4	5
El análisis del proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas, independientemente de cual sea el resultado.	1	2	3	4	5
La obtención de información sobre la comprensión matemática de un estudiante con el fin de ayudarlo a su mejora	1	2	3	4	5

### 2.- Cuando se evalúa en matemáticas se debe de valorar:

El conocimiento matemático adquirido por el estudiante	1	2	3	4	5
El trabajo realizado por el estudiante	1	2	3	4	5
La actitud del estudiante	1	2	3	4	5
La conducta del estudiante	1	2	3	4	5
La madurez y formación del estudiante	1	2	3	4	5
Los contenidos matemáticos del programa	1	2	3	4	5
Los logros alcanzados respecto a los objetivos	1	2	3	4	5

### 3.- La resolución de problemas de matemáticas:

Debe ser un objetivo de los programas de matemáticas a todos los niveles	1	2	3	4	5
Se debe de explicar específicamente en la clase de matemáticas	1	2	3	4	5
Puede utilizarse para explicar las matemáticas desde un punto de vista práctico	1	2	3	4	5
Constituye una forma idónea para evaluar el conocimiento matemático	1	2	3	4	5
Representa un reto y una dificultad para el estudiante	1	2	3	4	5
Mejora la capacidad de razonamiento del estudiante	1	2	3	4	5
Su enseñanza requiere una preparación sólida del profesor de matemáticas	1	2	3	4	5

#### 4.- La resolución de problemas para evaluar las matemáticas:

Proporciona elementos para determinar el logro de los objetivos	1	2	3	4	5
Proporciona mejor información sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes	1	2	3	4	5
Proporciona elementos para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático	1	2	3	4	5
Proporciona información para tomar decisiones sobre la promoción escolar del estudiante	1	2	3	4	5
Le da un valor personal al estudiante ante su entorno familiar y social	1	2	3	4	5

#### 5.- En la resolución de problemas se debe evaluar:

Los resultados	1	2	3	4	5
Todo el desarrollo	1	2	3	4	5
Los métodos o “formas” de resolver los problemas	1	2	3	4	5
De manera diferente los distintos métodos utilizados en su resolución	1	2	3	4	5

#### 6.- Cuando se evalúa las matemáticas a través de la resolución de problemas, ¿qué dificultades crees que se presentan?

Que el estudiante no está acostumbrado a ser evaluado con problemas	1	2	3	4	5
La complejidad que supone este tipo de tareas.	1	2	3	4	5
La construcción de una prueba adecuada	1	2	3	4	5
La falta de convencimiento del profesor para evaluar de esta forma	1	2	3	4	5
La falta de preparación del profesor para esta tarea	1	2	3	4	5
El tiempo que requiere	1	2	3	4	5
La utilización por los estudiantes de métodos no válidos para resolver los problemas	1	2	3	4	5
La falta de criterios precisos para su calificación	1	2	3	4	5

#### 7.- Al elaborar pruebas basadas en la resolución de problemas, ¿qué dificultades crees que se presentan?

Cuesta mucho trabajo y tiempo elaborar una prueba de este tipo	1	2	3	4	5
Requieren mucho tiempo para su aplicación	1	2	3	4	5
Las pruebas adecuadas proporcionan la información necesaria acerca del conocimiento matemático del estudiante	1	2	3	4	5
Dan información parcial del conocimiento matemático del estudiante	1	2	3	4	5
Deben ser complementados con otras actividades de evaluación	1	2	3	4	5

**Gracias por tu colaboración.**

### **3.4.2.1 Validez y fiabilidad del instrumento2:**

Como mencionamos en el apartado 3.4.1.2 los instrumentos de medición deben de reunir unos requisitos mínimos para asegurar la calidad de los datos a analizar. Entre los requisitos que se necesitan son la validez y fiabilidad. (Bisquerra, 1987)

En un sentido general podemos decir que un instrumento es válido si mide lo que se pretende medir con él (González, 1999). Las normas establecidas por la A.P.A (American Psychological Assotiation) sistematizan en tres los tipos de validez:

- 1.- Validez de contenido.
- 2.- Validez de criterio.
- 3.- Validez de constructo (Gonzalez, 1999).

Los cuales detallamos a continuación:

*Validez de contenido.* También llamada aparente, se refiere a la relevancia de los ítems o el grado en que los ítems representan un determinado universo temático (González, 1999). Para garantizar la validez de contenido hemos tomando las siguientes medidas en nuestro cuestionario:

- Justificar conceptual de las preguntas y respuestas hecha en el apartado 3.4.2
- Contrastar con expertos la elaboración del cuestionario.

*Validez de criterio.* La validez de criterio, se refiere directamente a los coeficientes de correlación con otras medidas o criterios (González, 1999). Como en nuestro estudio no hemos encontrado otro test que abarque los mismos aspectos que el nuestro, no podemos encontrar el coeficiente de correlación con otro test.

*Validez de constructo.* Este constructo nace como la limitación a la validez de contenido cuando se aplica a la medición de rasgos, actitudes, etc. es decir conceptos abstractos (González, 1999). Para garantizar la validez de constructo hemos tomando las siguientes medidas en nuestro cuestionario:

- La revisión de literatura donde aparecen identificados la mayoría de constructos detectados.

- Los resultados obtenidos de la aplicación a los estudiantes del cuestionario piloto.

Por otro lado la fiabilidad la entendemos como Alvarez (2000) “ es el hecho de que un test, prueba o procedimiento de medida arroja los mismos resultados al realizar pruebas repetidas”. Esto es la estabilidad, repetibilidad y precisión (González, 1999). Para que un test sea fiable su coeficiente de fiabilidad debe ser lo más alto posible. Según Bisquerra (1985) los valores de este coeficiente varían entre 0 y 1, pero no se pueden dar normas concretas para el valor de este coeficiente sin embargo a nivel orientativo considera que valores mayores que 0.75 ya son altos.

Con la ayuda del paquete estadístico SPSS y la matriz del anexo 5.1, calculamos la fiabilidad del instrumento obteniendo los siguientes resultados:

#### **Análisis de fiabilidad**

Method 1 (space saver) will be used for this analysis

R E L I A B I L I T Y   A N A L Y S I S   -   S C A L E   ( A L P H A )

Reliability Coefficients

N of Cases =      163,0

N of Items = 40

Alpha =      ,7705

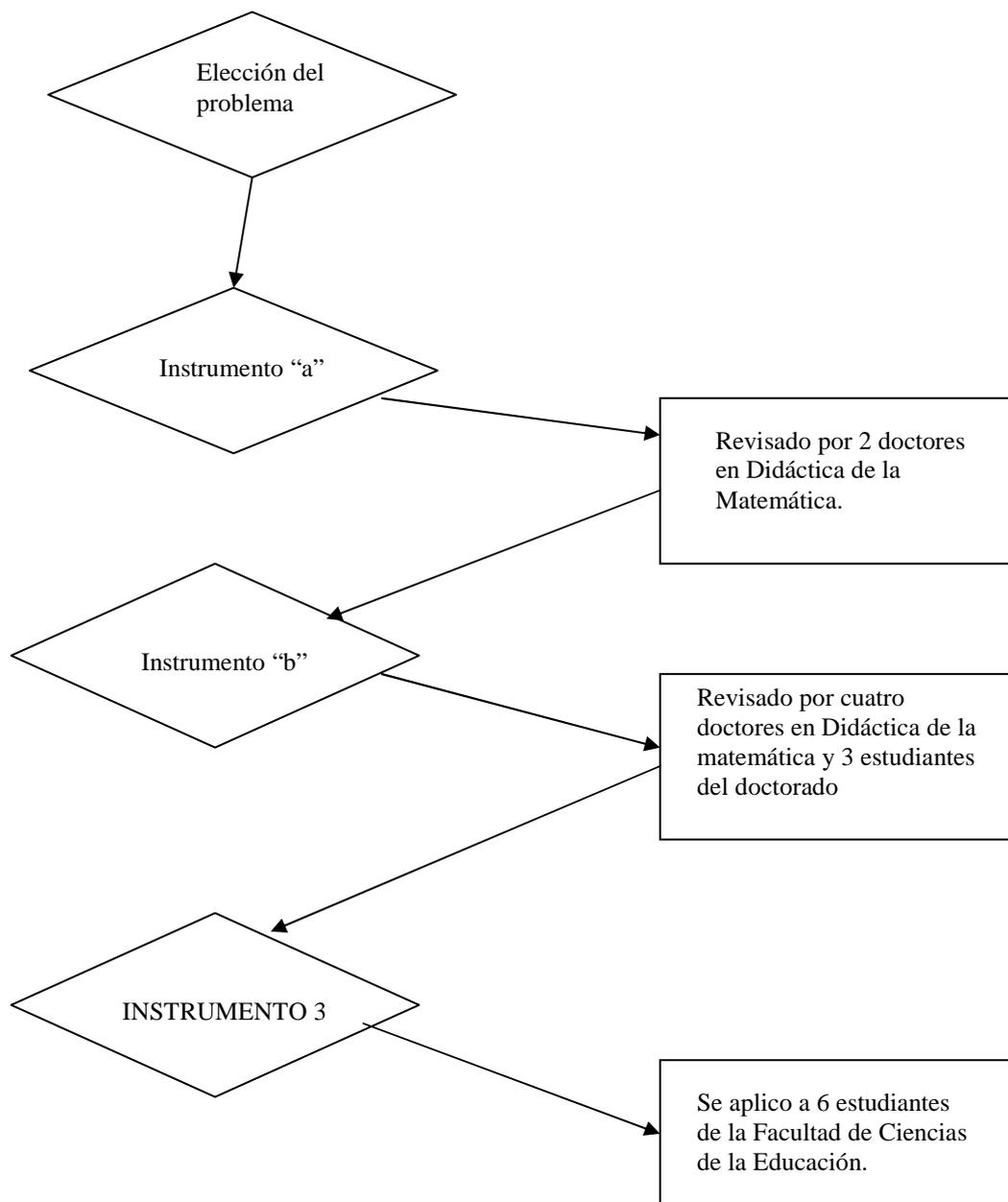
Por lo que según Bisquerra el valor obtenido de Alpha para este instrumento es alto ya que tiene un valor de 0,7705 por lo que podemos considerar nuestro cuestionario como fiables.

#### **3.4.3 Instrumento 3**

Como señalamos en el apartado 1.3.2, surgió la necesidad de construir un instrumento que nos ayudara a conocer como valoran los sujetos los problemas, con la finalidad de que nosotros a través de sus respuestas podamos inferir sus creencias sobre la valoración de problemas, las cuales denominamos creencias aplicadas. Dado que no habíamos encontrado un instrumento que nos sirviera, nos propusimos elaborar uno.

Tomando en cuenta que nos interesa saber como valoran los sujetos los problemas, pero también queremos ver si existe relación entre la valoración que dan y la forma en que resuelven problemas, decidimos darles un problema elegido de entre los diez del instrumento1, con diversas opciones de solución, seleccionadas de entre las que han proporcionado los propios sujetos y diferenciadas por ser soluciones en las que se han utilizado diferentes sistemas de representación para resolverlo. Se pedirá a los sujetos que valoren cada una de las soluciones en una escala de 0 a 10 y que justifique dicha valoración, por lo que podemos ver el instrumento tendrá información de tipo cuantitativa y de tipo cualitativa a la vez.

La elaboración del instrumento queda explicada en el cuadro 3.2:



Cuadro 3.2

La elección del problema se hizo entre los diez problemas que tiene el instrumento1, tomando en consideración lo siguiente:

- Decidimos tomar un problema que no tenía dibujo o gráfico que ayudara a la solución, por lo que de acuerdo al apartado 3.4.1.1, los problemas que no tienen dibujo son solamente: el problema 2, problema 4, problema 7 y problema 9.
- De estos problemas decidimos tomar el que había sido resuelto por el mayor número de sujetos, para tener el mayor número de referencias acerca de cómo resolvieron inicialmente el problema los evaluadores. Por lo que de la tabla 4.3 podemos decir con respecto a la solución de los 4 problemas que:

El problema 2 fue resuelto por el 79 % de los sujetos.

El problema 4 fue resuelto por el 81,9 % de los sujetos.

El problema 7 fue resuelto por el 91,7 % de los sujetos.

El problema 9 fue resuelto por el 70,5 % de los sujetos.

Por lo que elegimos poner en el instrumento el problema 7, este problema según la tabla 4.3 fue resuelto por 4 sistemas de representación diferentes, el más usado es el sistema de representación simbólico(58,9 %), después el sistema de representación Gráfico-Simbólico (27,6 %), seguido del sistema de representación Parte-Todo (3,6 %) y por último el sistema de representación Gráfico (1,6 %), por lo que nos dimos a la tarea de buscar entre estas respuestas 4 soluciones diferenciadas por la utilización de diferentes sistemas de representación y que además estuvieran bien resueltas, obteniendo así el *instrumento "a"* que se puede consultar en el anexo 3.7 que se les dio a dos doctores en Didáctica de la Matemática del Departamento de Didáctica de la Matemática para que nos dieran su opinión acerca de contenido y de la presentación del instrumento, con sus sugerencias de elaboración un nuevo instrumento que denominamos *instrumento "b"* que se puede consultar en el anexo 3.8, se les pasó a cuatro doctores en Didáctica de la Matemática y 3 estudiantes del doctorado en Didáctica de la Matemática, todas las observaciones de estos profesores y estudiantes fueron tomadas en consideración para mejorar el instrumento y se concluyó con la elaboración del instrumento3.

Este instrumento antes de aplicarlo a la muestra, se les aplicó a 6 estudiantes de la Facultad de Ciencias de la Educación que se tomaron arbitrariamente en los pasillos,

para ver como lo contestaban y además nos interesaba su opinión acerca de las redacción, como no hubo observaciones el instrumento quedo igual ya que manifestaron entender claramente todas las preguntas.

De esta manera obtuvimos el instrumento<sup>3</sup> que mostramos a continuación, el cual fue fotocopiado en cuatro folios y el folio de presentación, poniendo una solución en cada uno de los folios, con el espacio necesario para que tengan la solución, valoren el problemas y pongan la justificación a la misma. Como datos personales solamente pedimos nombre y grupo para identificación ya que sus demás datos están en el instrumento 2 y los entregan juntos.



**UNIVERSIDAD DE GRANADA  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA.**

*Las siguientes preguntas son con la finalidad de precisar las creencias manifiestas de los futuros profesionales de la educación al evaluar conocimientos en matemáticas utilizando problemas verbales. Esta información será utilizada en un trabajo de investigación.*

Gracias por tu colaboración.

NOMBRE \_\_\_\_\_ CURSO \_\_\_\_\_

A continuación se presenta un problema, resuelto por 4 alumnos, cada uno de ellos lo realiza de diferente forma, todas ellas bien hechas, se le pide que evalúe cada una de ellas en escala de 0 a 10 y explique brevemente esa valoración.

PROBLEMA: Para un trabajo manual Rocío ha comprado 2 tiras de madera cortas y 2 tiras de madera largas. Si se ponen en línea el total mide 242 cm.

Daniel necesita para otro trabajo manual más madera de la que compro Rocío, por lo que compra 3 tiras de madera cortas y 4 tiras de madera largas que si se ponen en línea miden 446 cm.

¿ Cuánto mide una tira de madera corta? ¿ Cuánto mide una tira de madera larga?

Solución 1.- El alumno se ayudo de gráfica y ecuaciones algebraicas para resolverlo.

$$\begin{cases} \text{ROCÍO} & 2x + 2y = 242 \\ \text{DANIEL} & 3x + 4y = 446 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 242 \\ 3x + 4y = 446 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 4y = 484 \\ -3x - 4y = -446 \\ \hline x = 38 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2(38) + 2y &= 242 \\ 76 + 2y &= 242 \\ 2y &= 242 - 76 \\ 2y &= 166 \quad \parallel y = \frac{166}{2} = 83 \end{aligned}$$

COMPROBACIÓN  

$$2(38) + 2(83) = 242 \quad \left\{ \text{ROCÍO} \right.$$

$$3(38) + 4(83) = 446 \quad \left\{ \text{DANIEL} \right.$$

$$114 + 332 = 446$$

$$4 - 2 - 2 - 3 - 2 - 4$$

1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

¿ Por qué? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Solución 2.- El alumno utiliza sólo ecuaciones algebraicas para resolverlo

1. Tiras de madera corta  $\rightarrow x$  1. Creo dos incógnitas pero cada dato.  
 Tiras de madera larga  $\rightarrow y$  2. Ploteo un sistema de ecuaciones.  
 3. Resuelvo el sistema por el método de reducción.

2. Acero  $\rightarrow 2x + 2y = 242$   
 Daniel  $\rightarrow 3x + 4y = 446$

3. 
$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 242 \\ 3x + 4y = 446 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 6x + 6y = 726 \\ -6x - 8y = -892 \end{array} \right.$$

$$-2y = -166$$

$$y = \frac{166}{2} = 83$$

4.  $y = 83$   
 $2x + 2(83) = 242$   
 $2x + 166 = 242$   
 $2x = 242 - 166$   
 $2x = 76$   
 $x = \frac{76}{2} = 38$

5.  $2 \cdot (38) + 2 \cdot (83) = 242$   
 $76 + 166 = 242$   
 $242 = 242$

4. Al conseguir el valor de  $y$ , sustituyo en una ecuación y obtengo el valor de  $x$ .

5. Comprobación en una de las ecuaciones.

Resultado:  
 Las tiras cortas miden 38 cm.  
 Las tiras largas miden 83 cm.

$5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

¿ Por qué? \_\_\_\_\_

---



---



---



---



---



---

Solución 3.- El alumno lo resuelve utilizando aritmética.

Rocio: 2 tiras cortas + 2 tiras largas = 242 cm.  
 Daniel: 3 tiras cortas + 4 tiras largas = 446 cm.

$$\begin{array}{r} 446 \text{ cm} \\ - 242 \text{ cm} \\ \hline 204 \text{ cm} \end{array}$$

204 cm here más Daniel y Rocio. repartidos entre  
 1 tira corta + 2 tiras largas por 6 que:  
 1 tira corta + 2 tiras largas = 204 cm.  
 2 tiras cortas + 2 " " = 242 cm, por 6 g:  
 1 tira corta = 242 cm - 204 = 38 cm.

$$\begin{array}{r} 242 \text{ cm} \\ - 204 \text{ cm} \\ \hline 38 \text{ cm} \end{array}$$

$$76 \text{ cm} + 2x = 242 \text{ cm.}$$

$$2x = 242 - 76$$

$$x = \frac{242 - 76}{2} = 83 \text{ cm.}$$

$$\begin{array}{r} 242 \\ - 76 \\ \hline 166 \overline{) 2} \\ 06 \quad 83 \\ 01. \end{array}$$

1 tira corta = 38 cm.  
 1 tira larga = 83 cm.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

¿ Por qué? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Solución 4.- El alumno utiliza gráficas y a partir de ellas, utilizando aritmética, encuentra la solución.

Rocio  
 $\overbrace{\hspace{10em}}^{242 \text{ cm}}$

Daniel  
 $\overbrace{\hspace{15em}}^{446 \text{ cm}}$

$446 - 242 = 204 \text{ cm}$  } 1 corta  
 2 largas

$242 \text{ cm} - 204 = 38 \text{ cm}$  (Mide corta).

$38 \times 3 = 114 \text{ cm}$  (Tres cortas)

$446 \text{ cm} - 114 = 332$  } 4  
 83 cm (la larga)

**Solución:** 83 cm (larga)  
 38 cm (corta)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

¿ Por qué? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Gracias por tu colaboración

### 3.4.3 Validez y Fiabilidad del instrumento3.

Como mencionamos en el apartado 3.4.1.2 los instrumentos de medición deben de reunir unos requisitos mínimos para asegurar la calidad de los datos a analizar. Entre los requisitos que se necesitan son la validez y fiabilidad. (Bisquerra, 1987)

En un sentido general podemos decir que un instrumento es válido si mide lo que se pretende medir con él (González, 1999). Las normas establecidas por la A.P.A (American Psychological Assotiation) sistematizan en tres los tipos de validez:

- 1.- Validez de contenido.
- 2.- Validez de criterio.
- 3.- Validez de constructo (Gonzalez, 1999).

Los cuales detallamos a continuación:

*Validez de contenido.* También llamada aparente, se refiere a la relevancia de los ítems o el grado en que los ítems representan un determinado universo temático (González, 1999). Para garantizar la validez de contenido hemos tomando las siguientes medidas en nuestro cuestionario:

- Contrastar con expertos.

*Validez de criterio.* La validez de criterio, se refiere directamente a los coeficientes de correlación con otras medidas o criterios (González, 1999). Como en nuestro estudio no hemos encontrado otro test que abarque los mismos aspectos que el nuestro, no podemos encontrar el coeficiente de correlación con otro test.

*Validez de constructo.* Este constructo nace como la limitación a la validez de contenido cuando se aplica a la medición de rasgos, actitudes, etc. es decir conceptos abstractos (González, 1999). Para garantizar la validez de constructo hemos tomando las siguientes medidas en nuestro cuestionario:

- Los resultados obtenidos de la aplicación a los estudiantes del cuestionario piloto.

Por otro lado la fiabilidad la entendemos como Alvarez (2000) “ es el hecho de que un test, prueba o procedimiento de medida arroja los mismos resultados al realizar

pruebas repetidas”. Esto es la estabilidad, repetibilidad y precisión (Gonzalez, 1999). Para que un test sea fiable su coeficiente de fiabilidad debe ser lo más alto posible. Según Bisquerra (1985) los valores de este coeficiente varían entre 0 y 1, pero no se pueden dar normas concretas para el valor de este coeficiente sin embargo a nivel orientativo considera que valores mayores que 0.75 ya son altos.

Con la ayuda del paquete estadístico SPSS y la matriz del anexo 6.1, calculamos la fiabilidad del instrumento obteniendo los siguientes resultados:

## **Análisis de fiabilidad**

```
***** Method 1 (space saver) will be used for this analysis *****  
  
R E L I A B I L I T Y   A N A L Y S I S   -   S C A L E   ( A L P H  
A)  
  
Reliability Coefficients  
  
N of Cases =      163,0                N of Items =      4  
  
Alpha =      ,9126
```

Por lo que según Bisquerra (1985) el valor de 0,9126 es un valor que nos indica una alta fiabilidad del instrumento.

## **3.5 ADMINISTRACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS**

### **3.5.1 Aplicación del instrumento1 a los sujetos de la muestra**

Como mencionamos en el apartado 3.3.1 la aplicación del instrumento se realizó a 585 estudiantes de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada.

Decidimos aplicar la prueba en dos sesiones a todos los sujetos, ya que diez problemas para una sola sesión de una hora sería muy cansado para ellos y creemos que no tendrían tiempo suficiente para resolverlos todos, ya que de acuerdo con Schoenfeld (1992) una de las creencias de los estudiantes acerca de la resolución de problemas mencionado en el apartado 2.3.6 es que “Los estudiante que entienden matemáticas,

pueden resolver cualquier problema que se le asigne en 5 minutos o menos”(pp. 359). Esto quiere decir, que si después de 25 minutos los alumnos no consiguen resolver los cinco problemas, seguramente abandonarán la prueba. Por eso decidimos ponerlo en dos sesiones de 50 minutos cada una con la finalidad de darles el doble de tiempo del que según Schoenfeld requieren, aunque cabe aclarar que en este trabajo no nos interesa saber el tiempo de respuesta del alumno.

A los profesores que nos permitieron pasar la prueba en sus grupos se les explicó brevemente en qué consistía el trabajo (aunque algunos ya lo conocían), y se les solicitó su colaboración para la aplicación de la prueba, manifestándoles que necesitábamos de dos sesiones de 50 minutos cada una de ellas con un intervalo de una semana mínimo entre ellas. La mayoría de los profesores a los que se les solicitó el permiso aceptaron y, además, muchos de ellos colaboraron en la aplicación de la prueba.

Los estudiantes no fueron avisados de cuándo se iba a aplicar la prueba, aunque algunos de ellos se enteraron de la fecha de la segunda sesión por información de sus profesores.

La aplicación de la prueba se efectuó desde el 12 de diciembre del 2001 hasta el 15 de febrero de 2002. La aplicación se efectuó en un intervalo de tiempo grande debido a que las vacaciones de Navidad están dentro de ese período y también contamos con algunas suspensiones de clase (huelga).

La prueba se aplicó en el aula en la que usualmente se imparten las clases. Nos presentábamos sin avisar a los participantes, únicamente el profesor era el que sabía a qué hora llegaríamos. A los estudiantes se les dio una breve información a cerca del trabajo y se les proporcionó el instrumento (primer cuadernillo), teniendo cuidado en indicarles que su participación era importante, pero también voluntaria.

Se les mencionó que para resolver la prueba solamente podrían hacer uso de lápiz y borrador (o bolígrafo) y que todos los cálculos deberían de aparecer en el folio de cada problema. Los estudiantes fueron informados al inicio de que disponían de una hora para resolver los problemas propuestos en cada cuadernillo. Esta actividad se realizó de la misma manera dos veces en cada grupo; solamente en un grupo en las dos sesiones no les alcanzó el tiempo, y tuvimos que recoger las pruebas después de la hora.

Los estudiantes que participaron eran de diferentes especialidades, por lo que a continuación mostramos en la Tabla 3.5 la información a cerca de las especialidades que participaron, así como del número de grupos de cada una de ellas. También vamos a

indicar el número de estudiantes que resolvieron el primer cuadernillo y los que resolvieron el segundo cuadernillo.

<b>Especialidades de Diplomaturas y Licenciaturas</b>	<b>Nº de grupos</b>	<b>Resolvieron el 1er. Cuadernillo</b>	<b>Resolvieron el 2º cuadernillo</b>	<b>Total de cuadernillos</b>
Educación Física	2	56	50	106
Educación Infantil	5	221	162	383
Educación Primaria	2	80	72	152
Lengua Extranjera	1	37	49	86
Licenciado en Pedagogía	1	73	27	100
Licenciado en Psicopedagogía	2	24	38	62
<b>TOTAL</b>	<b>13</b>	<b>491</b>	<b>398</b>	<b>889</b>

Tabla 3.5

### **3.5.1.1 Comentarios de los sujetos de la muestra en la aplicación de la prueba**

Algunos de los participantes no querían ponerle su nombre a la prueba, ya que pensaban que podría haber alguna represalia si no contestaban bien, lo que se pudo comprobar porque al salir del aula hacían preguntas del tipo:

*¿Qué me va a pasar si no contesto bien?*

*¿Para qué quieren que le ponga nombre?*

*Hace mucho que yo vi esto, ya no me acuerdo*

*¿Si no lo resuelvo con álgebra, va a estar mal?*

*¿La cuenta de la vieja no sirve para esto, verdad?*

Por otro lado, algunos de los participantes no quisieron resolver el segundo cuadernillo. Cuando nos veían llegar con los cuadernillos se salían del aula o simplemente no entregaban el cuadernillo al final.

Al resolver los problemas algunos de los sujetos manifestaron que habían tenido dificultad para entender el problema 2 en el término “cuesta 2,7 veces lo que” algunos decían que si eran “veces más o veces menos”. Otros decían “es lo que cuesta más 2,7”, por lo que creemos que se tendría que revisar la redacción de este problema, a pesar de que el enunciado del problema original se cambió.

El problema n° 3 también generó preguntas por parte de los participantes; éstas fueron referentes al término "veces más" como en el anterior.

Otro problema que causó preguntas por parte de los participantes, fue el marcado con el n° 10, ya que algunos de los estudiantes preguntaban:

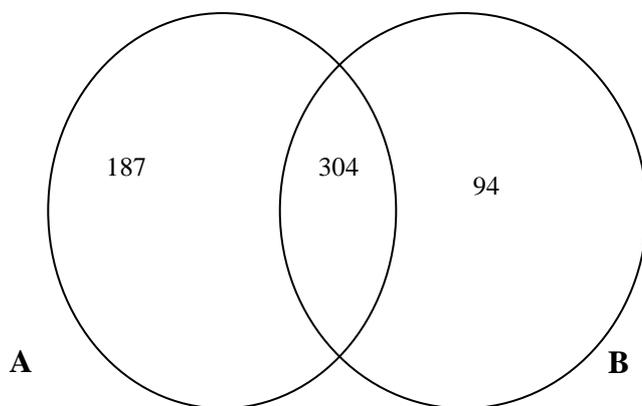
¿Para Ángel son dos entradas o son para sus hermanos?

¿Para Manuel son 3 entradas o sólo 2 entradas?

Podemos observar que en los tres problemas las preguntas que se hicieron fueron de redacción, por lo que a pesar de que pensábamos que ya se había revisado la redacción de los problemas, creemos que tendrá que volverse a revisar en caso de querer aplicar nuevamente el instrumento de evaluación.

### 3.5.1.2 Tamaño de la muestra que participo resolviendo el instrumento 1. Mortalidad

Después de haber terminado la aplicación en todos los grupos, teníamos que saber cuáles eran los sujetos que habían resuelto los diez problemas, ya que eran los sujetos que nos interesaban para este trabajo. Para saber esto decidimos nombrar como A al conjunto de sujetos que resolvieron el primer cuadernillo (491), y B el conjunto de sujetos que resolvieron el segundo cuadernillo (398). A continuación nos dimos a la tarea de encontrar la intersección de los dos conjuntos  $A \cap B$ , que estaría formada por todos los sujetos que resolvieron los diez problemas, lo que nos llevó a una muestra de 304 sujetos que respondieron al instrumento de evaluación completo.



A continuación en la Tabla 3.6 mostramos el número de sujetos que resolvieron los diez problemas, especificando la especialidad a la que pertenecen y el porcentaje estos dos últimas tomadas del anexo 4.1.

<b>Especialidad, Diplomatura y Licenciatura</b>	<b>Estudiantes que resolvieron los diez problemas</b>	<b>Porcentaje por especialidad</b>
Educación Física	48	15,8
Educación Infantil	134	44,1
Educación Primaria	50	16,4
Lengua Extranjera	27	8,9
Licenciado en Psicopedagogía	18	5,9
Licenciado en Pedagogía	27	8,9
<b>TOTAL</b>	<b>304</b>	<b>100</b>

Tabla 3.6

Podemos decir que 281 estudiantes solamente resolvieron o el primer cuadernillo o el segundo cuadernillo, y éstos no serán analizados en los resultados, por lo que podremos decir que representan la mortalidad de la muestra después de la aplicación del instrumento 1.

Según el anexo 4.1 podemos decir con respecto al sexo de los sujetos participantes que:

<b>Sexo</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>
Hombres	80	26,3
Mujeres	224	73,7
Total	304	100

### **3.5.2 Aplicación de los instrumentos 2 y 3 a los sujetos de la muestra**

Como mencionamos en el Tabla 3.2, los instrumentos 2 y 3 se aplicaron a 294 estudiantes de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada.

Decidimos aplicar los dos instrumentos en una sola sesión de clase (60 minutos) a todos los alumnos por dos motivos principalmente:

- Por tiempo: se habían pedido dos horas en la aplicación del primer instrumento y con esta hora serían tres horas en total a los mismos grupos, esto como sabemos puede afectar el avance del programa. Además creemos que media hora para cada instrumento era más que suficiente.
- No queríamos perder más sujetos aplicándolo en dos sesiones separadas.

Como dijimos en el apartado 3.3.1 la muestra se eligió a propósito, sin embargo cuando llegábamos a las aulas en las que se había aplicado el primer instrumento no les podíamos decir a los estudiantes que unos si podrían contestar el cuestionario y evaluar los problemas y otros no, entonces decidido aplicarlo al grupo completo y después sería labor nuestra separar únicamente a los que habían constatado el primer instrumento que eran los sujetos de nuestro interés.

Para su aplicación hablamos con los mismo profesores que nos habían dejado aplicar el instrumento1, a los profesores que nos permitieron pasar estos dos cuestionarios les explicamos brevemente en qué consistía esta parte del trabajo(aunque algunos ya lo conocían), y se les solicito su colaboración para la aplicación de estos cuestionarios, manifestándoles que necesitábamos una sesión de una hora para su aplicación. La mayoría de los profesores a los que se les solicito el permiso aceptaron y, además, muchos de ellos colaboraron en la aplicación, como ya lo habían hecho en la aplicación del instrumento1.

Los estudiantes no fueron avisados de cuándo se iban a aplicar estos nuevos instrumentos.

La aplicación de estos instrumentos realizo en mayo de 2003, la aplicación se realizo en un mes ya que eran muchos los grupos y dependíamos del día que los profesores nos permitían aplicarlo.

Los cuestionarios se aplicaron en el aula en la que usualmente se imparte clase. Nos presentábamos sin avisar a los participantes, únicamente los profesores sabían a qué hora llegaríamos. A muchos de los estudiantes no les gustaba vernos llegar y algunos hasta se salían sin saber a que íbamos, pero después supimos que era por que ellos pensaban que queríamos que resolvieran más problemas, ya que algunos hasta regresaron y dijeron “*si no son problemas si lo contestamos*”. A los estudiantes se les dio una breve información a cerca del trabajo y se les proporcionaron los cuestionarios, teniendo cuidado en indicarles la importancia de su participación, pero también voluntaria.

Se les mencionó que para contestar los cuestionarios solamente requerían de lápiz y borrador(o bolígrafo). Los estudiantes fueron informados el inicio que disponían de una hora para contestar los dos instrumentos.

Los estudiantes que participaron como se menciona en el apartado 3.3.1 eran de diferentes especialidades, por lo que a continuación mostramos la Tabla 3.7 con las diferentes especialidades que participaron que ya habían sido mencionadas en la Tabla 3.2 , así como el número de grupos de cada una de ellas. También indicamos el número de estudiantes que resolvieron los cuestionarios.

<b>ESPECIALIDAD</b>	<b>GRUPOS</b>	<b>Nº DE ESTUDIANTES</b>	<b>PORCENTAJES</b>
Educación Física	1	35	11,90
Educación Infantil	4	81	27,55
Educación Primaria	2	84	28,57
Lengua extranjera	1	20	6,80
Licenciado en Pedagogía	1	19	6,46
Licenciado en Psicopedagogía	1	37	12,58
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>	<b>294</b>	<b>100</b>

Tabla 3.7

### **3.5.2.1 Comentarios de los sujetos de la muestra a la aplicación de los instrumentos 2 y 3**

Algunos de los estudiantes no querían participar, ya que pensaban que se trataba otra vez de resolver problemas, ya que como dijimos algunos hasta regresaron cuando supieron que no eran problemas, entre las cosas que nos dijeron en algún momento de la aplicación de los instrumentos 2 y 3:

*¿Otra vez problemas?*

*¿Yo ya no quiero hacer problemas?*

*¿Si no son problemas si lo hago?*

*¿Yo no se como calificar?*

*¿El cuestionario es fácil, pero calificar no?*

*¿No se como hacer la segunda parte”*

Como podemos ver las referencias que hacían eran acerca de no quererse enfrentar a la tarea de resolución de problemas. En cuanto a la redacción de las preguntas y las respuestas del instrumento<sup>2</sup>, no hubo preguntas. Sin embargo a la tarea que no se querían enfrenta era a la justificación de la valoración en el instrumento 3 ya que llegaron a manifestar:

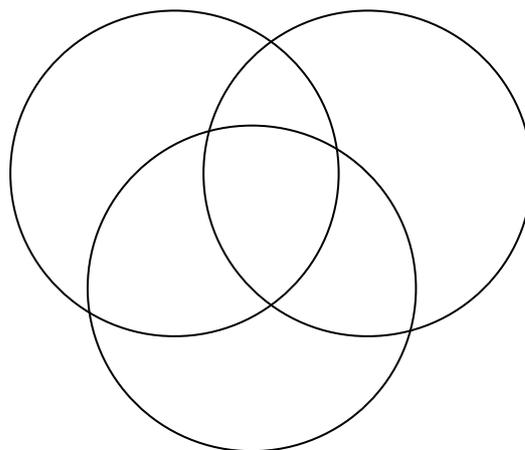
*¿puedo calificar nada más?*

*¿qué pongo aquí?*

*¿no se por qué puse esta calificación?*

### **3.5.3 Mortalidad de la muestra**

Como hemos venido diciendo los sujetos que nos interesan son lo que han contestado los tres instrumentos, así, si el conjunto de sujetos que contestaron el instrumento<sup>1</sup> lo denotamos con la letra A (304), el conjunto de sujetos que contestan tanto el instrumento 2 lo denotamos por B (294) y los sujetos que contestaron el instrumento 3 lo denotamos por C (294), lo que nos interesaba era la intersección de los tres conjuntos, que representaba el conjunto de sujetos que habían contestado los diez problemas y los dos últimos cuestionarios, estos fueron 163 sujetos en total:



La Tabla 3.8 muestra las diferentes especialidades de los 163 sujetos, así como el número de grupos y sujetos de cada especialidad:

<b>Especialidad</b>	<b>Nº de Grupos</b>	<b>Nºde estudiantes</b>	<b>Porcentaje</b>
Educación Física	1	35	21,5
Educación Infantil	4	64	39,3
Educación Primaria	2	33	20,2
Educación Extranjera	1	12	7,4
Licenciado en Pedagogía	1	12	7,4
Licenciado en Psicopedagogía	1	7	4,3
<b>Total</b>	<b>10</b>	<b>163</b>	<b>100</b>

Tabla 3.8

Como podemos ver hemos perdido tres grupo completos de las siguientes especialidades:

- Uno grupo de Educación Física.
- Uno grupo de Educación Infantil.
- Uno grupo de Licenciado en Psicopedagogía.

Podemos decir de acuerdo a la Tabla 3.8 que solamente 163 sujetos contestaron todos los instrumentos. Por otro lado, en la aplicación de los instrumentos 2 y 3 perdimos a 141 sujetos de los 304 que habían contestado los dos cuadernillos de problemas, pero no contestaron los instrumentos 2 y 3, mientras que de Tabla 3.7 sabemos que 294 sujetos contestaron los instrumentos 2 y 3 pero que no resolvieron los problemas fueron 131 sujetos los que se perdieron, por lo que todos estos sujetos que representan 403 que fuimos perdiendo a lo largo del trabajo representan la mortalidad de la muestra (considerando que los instrumentos 2 y 3 se aplicaron juntos y que el perder un sujeto lo perdíamos en los dos instrumentos) .

Respecto al sexo de los 163 sujetos del anexo 5.1 podemos decir que fueron:

<b>Sexo</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>
Hombres	47	28,8
Mujeres	116	71,6
Total	163	100

De esta manera obtuvimos los datos que a continuación procederemos a analizar para tratar de dar respuestas a las preguntas que nos habíamos planteado en el inicio del trabajo.

## CAPÍTULO IV

### ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS DEL INSTRUMENTO 1

#### INTRODUCCIÓN

En este Capítulo vamos a exponer el análisis de la información obtenida después de aplicar el instrumento1, cuyo proceso de elaboración describimos en el apartado 3.4.1, a los sujetos de la muestra descrita en el apartado 3.3.1. Se va a presentar, así mismo, un estudio estadístico de aquellos resultados que hemos considerado más relevantes en el contexto de este trabajo.

Cabe mencionar que los sujetos en esta parte del trabajo tienen un rol de resolutores, por eso en este capítulo cuando mencionamos sujetos nos estamos refiriendo a ellos como resolutores de problemas.

#### 4.1 CODIFICACIÓN DE LAS RESPUESTAS

Como ya hemos indicado anteriormente, disponemos de 304 respuestas en la aplicación del instrumento1 a la muestra, es decir, 304 cuadernillos con los diez problemas contenidos en el citado instrumento. Es decir, se han eliminado 281, que son aquellos sujetos que han realizado sólo una de las dos partes en que se dividió la aplicación del instrumento.

Para analizar los resultados se procedió de acuerdo a las siguientes variables:

- ◆ Identificación de los sujetos a través de la asignación de un código numérico.
- ◆ Sexo de los sujetos.
- ◆ Especialidad de los sujetos.
- ◆ Identificación y valoración de las tres fases en el proceso de resolución: planteamiento, ejecución y desempeño final de cada uno de los problemas.
- ◆ Sistemas de representación utilizados por los sujetos para la resolución de los problemas, según los descritos en el Capítulo II.

Para reducir la información procedimos a la codificación de los datos obtenidos. Cada una de estas variables y sus respectivas categorías fueron codificadas numéricamente, tal y como se indica a continuación, y con los resultados se elaboró una matriz de resultados. Esta matriz ha sido analizada utilizando el paquete estadístico SPSS 9.0, la matriz obtenida se puede consultar en el anexo 4.1, hemos obtenido una serie de resultados que veremos más adelante de forma detenida.

#### 4.1.1 Identificación de los sujetos y su codificación

La identificación de los sujetos se realiza con el uso de tres dígitos, iniciando en el 001 y finalizando en el 304.

#### 4.1.2 Sexo de los alumnos y su codificación

El sexo de los sujetos se identifico como sigue:

<i>Código</i>	<i>Sexo</i>
1	Hombre
2	Mujer

#### 4.1.3 Especialidad del alumno y su codificación

<i>Código.</i>	<i>Especialidad Diplomatura y Licenciatura</i>
1	Educación primaria.
2	Licenciatura en Pedagogía
3	Licenciatura en Psicopedagogía.
4	Educación infantil.
5	Lengua extranjera
6	Educación Física.

#### 4.1.4 Fase en el proceso de resolución: planteamiento, ejecución y desempeño final de cada uno de los problemas y su codificación.

**Planteamiento.** A continuación describimos las categorías y la codificación que vamos a considerar en el planteamiento para resolver los problemas de álgebra

elemental propuestos en el instrumento, estas categorías fueron las usadas en Espinosa (2002) y Fernández (1997):

Código	Categorías sobre el planteamiento
0	Cuando solo hay datos copiados a partir del problema pero sin relación alguna o cuando ponen datos sin especificar como se obtienen.
1	Cuando se ha realizado un planteamiento, pero no es correcto.
2	Cuando el planteamiento es correcto
7	Cuando no ha contestado nada (la hoja del problema en blanco).

Vamos a presentar algunos de los resultados y el análisis que se ha hecho. Para esta fase del problema tomamos como ejemplo el problema 2 que dice:

*“David y Reme deciden ir a un concierto. David compra su entrada, pero Reme quiere ir a un sitio mejor donde la entrada cuesta 2,7 veces lo que le costó a David. En total por las dos entradas pagaron 40 euros.*

*¿ Cuánto le costó la entrada a David? ¿ Cuánto le costó la entrada a Reme?”*

Ejemplo 1:

$$\frac{2}{7} \text{ de } 40 \text{ euros} = 11'42$$

$$80 : 7 = 11'42$$

- ◆ El sujeto muestra únicamente datos y operaciones, pero no tienen relación alguna con la solución del problema.
- ◆ Consideramos que no hay planteamiento, en el sentido de no existir relaciones explícitas entre datos conocidos y desconocidos.
- ◆ Le asignamos el “0” en el planteamiento.

## Ejemplo 2:

Dos entradas = 40 €  
 $X = \text{David}$   
 $X + 27 = \text{Reme}$   
 $x + x + 27 = 40 \text{ €}$

- ◆ El sujeto identifica las incógnitas con letras.
- ◆ Plantea mal el problema, ya que la relación expresada no se deduce correctamente del problema.
- ◆ Por lo que le asignamos el valor “1” en el planteamiento

## Ejemplo 3

Entradas de David  $x = \underline{1008}$   
 Entradas de Reme  $27x$  ;  $27 \cdot 1008 =$   
 Total 40 €  
 $x + 27x = 40$  ;  $37x = 40$  ;

- ◆ El sujeto identifica las incógnitas con letras.
- ◆ El planteamiento está bien realizado, ya que relaciona correctamente los datos e incógnitas del problema.
- ◆ Por lo que le asignamos en el planteamiento el valor “2”.

**Ejecución.** A continuación describimos las categorías y la codificación (Espinosa, 2002; Fernández, 1997) que hemos considerado en la fase de ejecución de los problemas, independientemente de si están bien o mal planteados.

Código	Categorías de la ejecución
0	Cuando no hay ejecución pero hay planteamiento bueno o malo.
1	Cuando hay ejecución y desarrollo pero este es incorrecto.
2	Cuando el desarrollo es correcto, independiente de si el planteamiento es correcto o no, o si llega a un resultado correcto o no.
7	Cuando no ha contestado nada (la hoja del problema en blanco).

Presentamos algunos de los resultados y el análisis que se hizo de ellos en su fase de ejecución. Tomamos como ejemplo el problema 3 que dice:

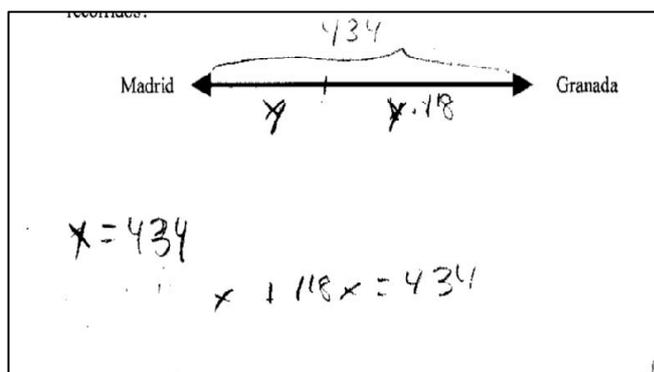
*“La familia García realiza un viaje. El Sr. García tiene que conducir 434 kilómetros para ir de Madrid a Granada.*

*En un punto del trayecto deciden parar a tomar un refresco. Después de la parada aún les queda por recorrer 1,8 veces los kilómetros que ya llevaban recorridos.*

*¿Cuántos kilómetros le quedan después de la parada? ¿Cuántos kilómetros llevan recorridos?”*



Ejemplo 4:



- ◆ El sujeto responde únicamente lo que aparece en el recuadro.
- ◆ De lo anterior podemos decir que el sujeto plantea bien el problema pero no lo ejecuta.
- ◆ Por lo que valoramos con “0” la ejecución del problema.

Ejemplo 5:

$$\begin{aligned}
 1'8x + x &= 434 \\
 2'8x &= 434 : 1'8 \\
 2x &= 241'1 \\
 x &= 241'1 : 2 \\
 x &= 120'55 \text{ km} \rightarrow \text{Llevar recorridos}
 \end{aligned}$$

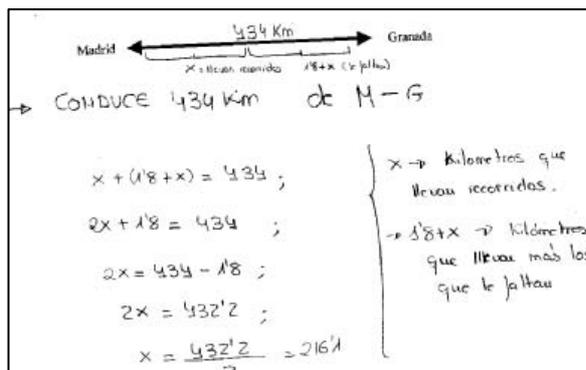
- ◆ El sujeto plantea bien el problema ya que deduce correctamente la relación algebraica entre datos e incógnitas, pero lo ejecuta mal.
- ◆ Por lo que le corresponde el valor “1” en la ejecución.

Ejemplo 6:

$$\begin{aligned}
 x + 1'8x &= 434 \\
 2'8x &= 434 \\
 x &= \frac{434}{2'8} = \frac{4340}{28}
 \end{aligned}$$

- ◆ El sujeto plantea bien el problema.
- ◆ Lo ejecuta bien, ya que como se puede ver en la resolución, el sujeto aplica las reglas correctas para desarrollar el planteamiento.
- ◆ Por lo que en la ejecución le asignamos el valor “2”.

Ejemplo 7:



- ◆ El sujeto plantea mal el problema, ya que la relación que explicita no es la correcta.
- ◆ Sin embargo, la ejecución está bien ya que aplica con corrección las reglas algebraicas que le permiten ir obteniendo nuevas relaciones. En este caso decimos que ejecuta bien el problema aunque parte del un mal planteamiento.
- ◆ Por lo tanto en la ejecución le adjudicaremos el valor “2”.

**Desempeño Final.** A continuación describimos las categorías y codificaciones (Espinosa, 2002, Fernández, 1997) que hemos considerado en la fase de obtención de los resultados al resolver un problema:

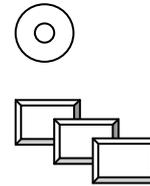
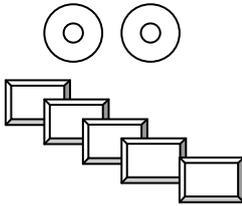
Código	Categorías en el desempeño final
0	Cuando no se obtiene resultado alguno.
1	Cuando los resultados no son correctos.
2	Cuando al menos uno de dos resultado o los dos son correctos
7	Cuando no ha contestado nada (la hoja del problema en blanco).

Presentamos algunos de los casos obtenidos y el análisis que se hizo de ellos según los resultados obtenidos. Tomando, en este caso, como ejemplo el problema nº 5 que dice:

*“Melissa y Julieta van a comprar discos. Les gustaría comprar 2 CD y 5 cassettes que cuestan 40.5 euros.*

*Pero como no pueden gastarse tanto dinero, solamente compran 1 CD y 3 cassettes por los que pagan 22.6 euros.*

¿Cuánto cuesta cada CD? ¿Cuánto cuesta cada cassette?”



Ejemplo 8:

$$\begin{aligned}
 2 \text{ CD y } 5 \text{ c} &= 40'5 \\
 1 \text{ CD y } 3 \text{ c} &= 22'6 \\
 2x + 5y &= 40'5 \\
 x + 3y &= 22'6
 \end{aligned}$$

- ◆ Como podemos ver en este ejemplo el sujeto hace únicamente el planteamiento, no ejecuta y mucho menos obtiene resultados.
- ◆ Por lo tanto le colocamos “0” en el desempeño final del problema.

Ejemplo 9:

$$\begin{aligned}
 \text{Cd} &= x \\
 \text{Cassette} &= y \\
 \left. \begin{aligned} 2x + 5y &= 40'5 \\ x + 3y &= 22'6 \end{aligned} \right\} \\
 \hline
 x + 2y &= 17'1 \\
 x &= 17'1 - 2y, \quad x = 17'1 - 12'6; \quad \boxed{x = 4'5 \text{ €}} \\
 2(17'1 - 2y) + 5y &= 40'5, \quad \text{A } 34'2 - 4y + 5y = 40'5; \\
 y &= 40'5 - 34'2; \quad \boxed{y = 6'3} \\
 \hline
 \boxed{\begin{aligned} \text{Cada Cd cuesta } 4'5 \text{ €} \\ \text{Cada cassette cuesta } 6'3 \text{ Euros} \end{aligned}}
 \end{aligned}$$

- ◆ El sujeto plantea bien el problema, pero ejecuta mal ya que efectúa mal una operación, por lo tanto los resultados están mal.
- ◆ Por lo que en los resultados lo codificamos con el valor “1”.

Ejemplo 10:

$CDs = x$   
 $Cassettes = y$   
 $2x + 5y = 40.5$   
 $x + 3y = 22.6$

$x = 22.6 - 3y$   
 $2(22.6 - 3y) + 5y = 40.5$   
 $45.2 - 6y + 5y = 40.5$   
 $-y + 45.2 = 40.5$   
 $45.2 - 40.5 = y$   
 $y = 4.7$

$x = 22.6 - 3(4.7)$   
 $x = 22.6 - 14.1$   
 $x = 8.5$

Cada CD cuesta 8.5 € y cada cassette cuesta 4.7 €

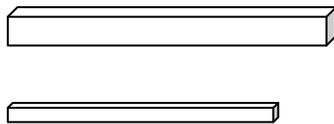
- ◆ En este ejemplo el sujeto plantea bien, ejecuta bien y obtiene los resultados correctos.
- ◆ Por lo que al codificar le asignamos el valor de “2”

**Sistema De Representación.**- *Teniendo en cuenta las fases anteriores en la resolución de los problemas algebraicos, vamos a identificar el Sistema de Representación con el que los sujetos han resuelto o han tratado de resolver los problemas, considerando que el sistema de representación utilizado en cada caso es el que mayor seguridad da al individuo para resolver correctamente el problema. La tabla de categorías y códigos (Espinosa, 2002; Fernández 1997) utilizada es la siguiente:*

Código	Categorías en los sistemas de representación.
0	No se puede determinar el sistema de representación por que no hay información suficiente
1	Ensayo – Error
2	Parte –Todo
3	Gráfico
4	Gráfico – Simbólico
5	Simbólico
6	En el caso de encontrar otro sistema de representación diferente a los mencionados se hará su descripción más adelante.
7	Cuando no ha contestado nada (la hoja del problema en blanco).

Vamos a ejemplificar la aplicación de estos códigos. Para ello presentamos algunas de las respuesta de los sujetos y el análisis que se hizo según el sistema de representación que utilizaron al resolver los problemas del instrumento. Tomamos como ejemplo el problema 1 que dice:

“En una carpintería hay dos tipos de tiras de madera, unas largas y otras cortas. Si ponemos en línea una tira de madera larga junto con dos tiras cortas, miden en total 210 cm. La tira de madera larga mide 30 cm más que la corta  
 ¿ Cuánto mide la tira de madera larga? ¿ Cuánto mide la tira de madera corta?”



Ejemplo 11:

$1L + 2C = 210\text{cm}$   
 $1L = 30\text{cm} + 1C$

$1L = 90\text{cm}$   
 $1C = 60\text{cm}$   
 $1C = 60\text{cm}$   


---

 $210\text{cm}$

$60\text{ cm } 1C$   
 $60\text{ cm } 1C$   


---

 $120$   
 $90\text{ cm } 1L$   


---

 $210\text{ cm total}$

Ensayo – Error

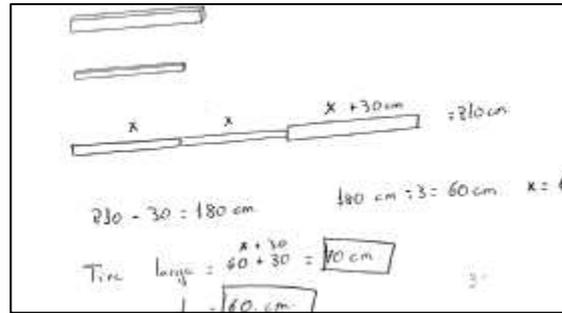
$L + C_1 + C_2 = 210\text{cm}$   
 $210 - 30 = 180\text{cm}$   
 $180 : 3 = 60\text{cm}$   
 $60 \cdot 3 = 180\text{cm}$   
 $60 + 30 = 90\text{cm}$

D.F

$L = 90\text{cm}$     $C_1 = 60\text{cm}$     $C_2 = 60\text{cm}$

$90 + 60 + 60 = 210\text{cm}$

Parte – Todo



Gráfico

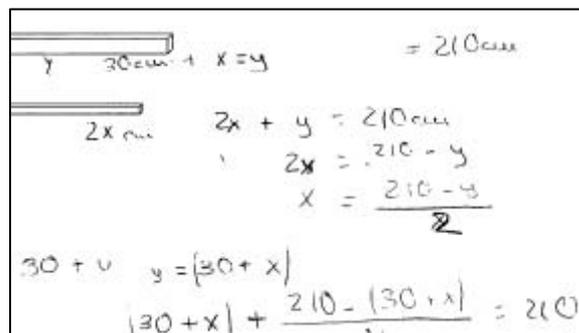
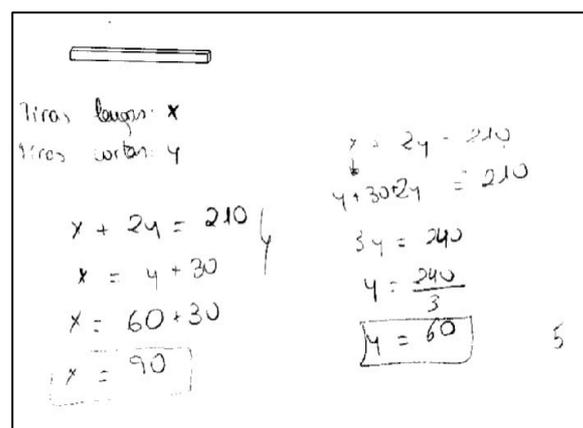


Gráfico – Simbólico



Simbólico

Aplicada la codificación a las 304 respuestas de los sujetos, hemos obtenido una matriz de 304 filas y 45 columnas que hemos recogido en el anexo 4.1.

## 4.2 RESULTADOS DEL INSTRUMENTO 1

Con la finalidad de ver si se cumple uno de los objetivos planteados en el apartado 1.4.1 de esta memoria que dice: “ *Determinar las tipologías de resolutores que hay entre los futuros profesionales de la educación, en función de los sistemas de representación que utilizan para resolver problemas verbales de álgebra elemental*”, procedemos a hacer el análisis de los resultados del instrumento 1.

Para obtener los resultados se elaboró una matriz de datos, con los códigos asignados a cada uno de los sujetos, sexo, especialidad, los códigos de cada uno de los problemas en sus fases de planteamiento, ejecución y resultados, así como el sistema de representación utilizados para resolver los problemas propuestos, y se usó el paquete estadístico SPSS 9.0 para realizar el análisis descriptivo, que sirven para resumir una gran cantidad de información y así poder interpretar los resultados ya que, de acuerdo con Bell (2002), “los estudios de muestra a gran escala requieren de comprobación estadística”.

Con los porcentajes que corresponden a cada variable trataremos de determinar, si es posible, patrones de conducta, tipologías que tienen los futuros profesionales de la educación para resolver problemas verbales de álgebra elemental.

Vamos a presentar diferentes tablas en donde quedan recogidos los resultados que hemos considerado más relevantes del análisis estadístico.

### 4.2.1 Sujetos que abordan los problemas.

La Tabla 4.1 muestra, a continuación, los sujetos que abordaron cada uno de los diferentes problemas, independientemente del resultado:

Problema	% de sujetos que abordaron el problema
1 (1,1,1)	97,7
2 (1,2,2)	90,1
3 (1,2,1)	81,9
4 (2,1,2)	90,5
5 (2,2,1)	81,2

6 (1,1,1)	89,8
7 (2,2,2)	96,4
8 (1,2,1)	71,1
9 (1,1,2)	80,1
10 (2,1,1)	70,1

Tabla 4.1

- ◆ Como podemos ver, todos los problemas fueron abordados por la mayoría de los sujetos ya que todos están por arriba del 70 %.
- ◆ Los primeros cinco problemas, que son los que conformaron el primer cuadernillo del instrumento, fueron los que más porcentaje de intento de resolución tuvieron por parte de los sujetos, observando que el rango que existe entre estos 5 valores es de 16,5. Sin embargo, entre los cinco últimos problemas, correspondientes al segundo cuadernillo, existe un rango de 26,3, considerablemente superior al anterior.
- ◆ Cabe mencionar que el problema 1 es el que tiene el valor más alto, 97,7 %, mientras el que tiene el menor valor es el problema 10 que tiene 70,1 %. Esto se puede deber a la ubicación de los dos problemas, ya que uno es el primer problema del primero del cuadernillo, mientras que el otro es el último problema del segundo cuadernillo.
- ◆ Respecto al problema 8, que también tiene un porcentaje bajo en cuanto a número de sujetos que lo abordaron, lo analizaremos posteriormente de forma independiente debido a sus resultados.

A la vista de los resultados de esta tabla podemos concluir que: **la mayoría de los sujetos tienen los conocimientos necesarios para abordar problemas de álgebra elemental.**

#### 4.2.2 Relación entre los valores correctos de las tres fases.

La Tabla 4.2, que a continuación se presenta, contiene, en porcentajes, los valores correctos del planteamiento, ejecución y resultado de los diez problemas:

Nº. de problema	Planteamiento Correcto	Ejecución Correcta	Desempeño final
1 (1,1,1)	74,0	72,4	66,4
2 (1,2,2)	66,4	62,2	48,4
3 (1,2,1)	63,0	57,6	47,0
4 (2,1,2)	74,4	53,9	46,1

5 (2,2,1)	70,4	52,0	44,4
6 (1,1,1)	70,1	63,8	58,9
7 (2,2,2)	85,5	66,4	59,5
8 (1,2,1)	46,1	34,9	27,3
9 (1,1,2)	62,8	59,2	54,3
10 (2,1,1)	55,6	37,2	31,6

Tabla 4.2

De estos resultados podemos deducir los siguientes comentarios:

### *Planteamiento*

- ◆ Con excepción del problema 8, el resto de los problemas fueron bien planteados por la mayoría de los sujetos.
- ◆ Creemos que merece atención especial el problema 7, que es un problema que se resuelve con dos ecuaciones, que tiene números difíciles en su texto y no tiene dibujo (2,2,2). Sin embargo es el que plantearon bien un mayor número de sujetos.
- ◆ Le siguen en valores los problemas 1, 4, 5 y 6. La mayoría de estos problemas se resuelven con dos ecuaciones y tienen números fáciles en sus textos.

Después de analizar los planteamientos correctos podemos decir que: **los problemas de álgebra elemental que se resuelven con dos ecuaciones y tienen números fáciles, son planteados por los sujetos más fácilmente, independientemente de si contienen o no dibujo en su texto.**

### *Ejecución*

- ◆ El problema 1 es el que mejor ejecutan los sujetos. Este problema necesita una ecuación para resolverse, tiene números fáciles y tiene dibujo en su texto.
- ◆ Le sigue, en porcentaje, los problemas 2, 6 y 7, que en su mayoría se resuelven con una ecuación.

De los resultados podemos decir que: **los sujetos ejecutan mejor los problemas que se resuelven con una ecuación, independientemente del tipo de números que tenga y de si tienen o no dibujos en el texto.**

### *Desempeño final*

- ◆ El problema 8 es el más bajo en resultados correctos, recordando que es el de menor número de sujetos que lo plantearon bien. Le siguen en resultados los problemas 2,

3, 4, 5 y 10 que tienen como variable común tener números difíciles en sus textos, independientemente del número de ecuaciones que se necesiten para resolverse y de si tienen o no dibujos.

- ◆ Los mejores resultados son para los problemas 1, 6, 7 y 9 que se resolvían con una ecuación y tenían números fáciles en su texto.

Podemos concluir que: **los sujetos obtienen mejores resultados en los problemas que contienen números fáciles y se resuelven con una ecuación, independientemente de si tienen o no dibujo en el texto.**

#### Primera conclusión:

*Los problemas que se resuelven con dos ecuaciones se plantean más fácilmente, pero se obtienen mejores resultados en los problemas que se resuelven con una ecuación, independientemente del tipo de números que se usen en el texto y de si contienen dibujo o no.*

#### 4.2.3 Sistema de representación utilizados

En la Tabla 4.3 se muestran los porcentajes de los diferentes sistemas de representación que utilizaron los sujetos para resolver los problemas del instrumento de evaluación que se les administró, cabe aclarar que el número que aparece debajo de cada sistema de representación corresponde al valor asignado en la codificación a cada uno de ellos, también podremos notar que el valor “6” no aparece debido a que no se detecto algún sistema de representación diferente a los definidos anteriormente:

Nº de problema	Ensayo – Error (1)	Parte – Todo (2)	Gráfico (3)	Gráfico – Simbólico (4)	Simbólico (5)	No hay información (0 ó 7)
1 (1,1,1)	3,9	12,8	1,6	16,4	55,3	9,9
2 (1,2,2)	2,0	3,0	0,0	1,0	73,0	21,1
3 (1,2,1)	1,0	2,6	0,0	24,0	43,8	28,6
4 (2,1,2)	3,6	3,0	1,0	5,9	68,4	18,1
5 (2,2,1)	0,0	3,0	1,0	0,7	69,1	26,4
6 (1,1,1)	1,3	14,1	0,3	2,6	58,9	23,0
7 (2,2,2)	0,0	3,6	1,6	27,6	58,9	8,5
8 (1,2,1)	1,3	1,0	0,3	3,6	48,0	45,7
9 (1,1,2)	1,0	12,8	0,7	0,7	55,3	29,6

10 (2,1,1)	0,3	2,0	0,0	0,7	57,2	39,8
------------	-----	-----	-----	-----	------	------

Tabla 4.3

- ◆ El problema 1 es el único que tiene valores superiores al 10 % en tres de los sistemas de representación utilizados. Mientras que los problemas 3, 6, 7 y 9 son resueltos con valores superiores al 10 % en dos sistemas de representación.
- ◆ Por otro lado, los problemas 2, 4, 5, 8 y 10 tienen valores superiores al 10 % únicamente en un sistema de representación.
- ◆ Los problemas 3, 5, 8, 9 y 10 son los problemas que presentan valores más altos (más del 25 %) de no resueltos por ningún sistema de representación.

De los resultados anteriores podemos decir que: **Cuando los sujetos se enfrentan a problemas verbales de álgebra elemental que se resuelven con una ecuación y tienen números fáciles en el texto, lo hacen utilizando principalmente uno o dos sistemas de representación diferentes, mientras que cuando los problemas se resuelve utilizando dos ecuaciones, y tienen números difíciles, lo hacen principalmente utilizando un sistema de representación o no lo resuelven.**

#### *Ensayo-Error*

- ◆ Los problemas 1 y 4 son los que resolvieron el mayor número de sujetos por el sistema de representación de Ensayo-Error y, como podemos ver, la variable común entre ellos es tener números fáciles en el texto. Los problemas 2, 6 y 8 son los que les siguen en porcentajes a los anteriores y entre ellos tienen común que todos ellos se resuelven con una ecuación.
- ◆ Los problemas 5 y 7 son los problemas en los que ningún sujeto utilizó Ensayo-Error para resolverlos. Ellos tienen en común que se resuelven con dos ecuaciones y tienen números difíciles en el texto, independientemente de si tiene dibujos o no.
- ◆ Creemos importante señalar que, aunque algunos sujetos resolvieron problemas utilizando Ensayo-Error, fueron pocos en valores absolutos, ya que el mayor porcentaje se da en el problema 1 con un 3.9 %.

*Concluimos que: el sistema de representación Ensayo-Error es utilizado por muy pocos sujetos para resolver los problemas verbales de álgebra elemental y cuando lo usan es en problemas que se resuelven con una ecuación y tienen números fáciles en su texto.*

### **Parte-Todo**

- ◆ *El sistema Parte-Todo es el tercer sistema de representación más usado por los sujetos para resolver problemas verbales de álgebra elemental. En efecto, los problemas 1, 6 y 9 son los que resuelven más sujetos por este sistema de representación, teniendo porcentajes significativos comparados con los valores de otros sistemas utilizados. Todos los problemas coinciden en que se resuelven utilizando una ecuación, números fáciles en su texto y el resultado también contiene números fáciles.*
- ◆ *El problema 8 es el que menor número de sujetos resuelve por Parte-Todo. Este problema se resuelve con una ecuación, pero tiene números difíciles en su texto.*

*De la tabla de resultados podemos deducir que: **Pocos estudiantes resuelven los problemas de álgebra elemental utilizando el sistema de representación Parte-Todo y cuando lo utilizan es en problemas que se resuelven con una ecuación y tienen números fáciles en el texto y en el resultado.***

#### *Segunda Conclusión:*

**Pocos sujetos, relativamente, resuelven problemas de álgebra elemental con los sistemas de representación numéricos y, cuando lo hacen, son problemas que se resuelven con una ecuación y que tienen números fáciles en su texto.**

#### *Gráfico*

- ◆ *El sistema de representación Gráfico es el que menor número de sujetos usó para resolver problemas verbales de álgebra elemental. Los porcentajes más altos fueron en los problemas 1 y 7, aunque los dos tienen valores muy bajos (1.6 %) y estos problemas no tienen ninguna variable en común.*
- ◆ *Los problemas 2, 3 y 10 no fueron resueltos por ningún estudiante utilizando el sistema de representación Gráfico. La mayoría de estos últimos necesitan una ecuación para resolverlos, contienen números difíciles y un dibujo orientativo en el texto.*

**De los resultados anteriores podemos decir que: el sistema de representación Gráfico es el que menor número de sujetos utiliza para resolver problemas de álgebra elemental y, cuando lo utilizan, lo hacen independientemente de las variables del problema.**

### ***Gráfico-Simbólico***

- ◆ Los problemas 1, 3 y 7 son los que han sido resueltos por la mayoría de los sujetos por el sistema de representación Gráfico-Simbólico, pero los que tienen valores más altos son los 3 y 7, y entre ellos lo común es que tienen números difíciles en sus textos, que se resuelven con una ecuación y que no tienen dibujos orientativos..
- ◆ Los problemas 2, 5, 9 y 10 son los que menor número de sujetos resuelven por el sistema Gráfico-Simbólico. Entre ellos no hay características comunes.
- ◆ Algo importante que queremos mencionar es el hecho de que los problemas 3 y 7, que son los que tienen valores mas altos de resolución por el sistema de representación Gráfico-Simbólico, no tienen, ninguno de ellos, dibujo orientativo en el texto.

De lo anterior deducimos que: **el sistema de representación Gráfico-Simbólico es el segundo sistema de representación más usado por los sujetos para resolver problemas de álgebra elemental y, cuando lo usan, es para resolver problemas que tienen números fáciles en su texto, que se resuelvan con una ecuación y que no tienen dibujo en el texto.**

### **Tercera Conclusión**

*Los sujetos que resuelven un problema de álgebra elemental que no incorpora un dibujo en el texto, realizan dibujos o gráficos donde apoyarse para su resolución.*

### ***Simbólico***

- ◆ Los problemas 5, 4 y 6 son los que más sujetos resuelven por el sistema de representación Simbólico, pero, en promedio, los 10 problemas tienen porcentajes altos de resolución por este sistema de representación. En efecto, con excepción de los problemas 3 y 8 todos los problemas tienen más del 50 % de sujetos que resuelven por este sistema de representación.
- ◆ Los problemas 3 y 8 son los que menor número de sujetos resolvieron por el sistema Simbólico. El problema 3 es réplica del 8. Mientras que el primero de ellos es resuelto, en su mayoría, como hemos comentado por el sistema de representación Gráfico-Simbólico, el segundo es el problema que menos sujetos resolvieron considerando todos los sistemas de representación, ya que un alto porcentaje (45.7 %) no lo contestaron.

- ◆ La mayoría de los sujetos obtienen buenos resultados al resolver los problemas de álgebra elemental utilizando el sistema Simbólico.

Podemos decir de los resultados que se ven en la Tabla 3 que: **el sistema de representación Simbólico es el más usado por los sujetos para resolver los problemas verbales de álgebra elemental cualesquiera que sean las variables que hemos considerado.**

#### **Cuarta Conclusión :**

*Los sujetos utilizan preferentemente el sistema Simbólico y Gráfico-Simbólico para resolver bien los problemas de álgebra elemental, independientemente del número de ecuaciones que se necesitan para resolverlo, del tipo de números que contenga el texto o de si tiene dibujo o no.*

**Quinta Conclusión:** *Los futuros profesionales de la educación solamente utilizan los cinco sistemas de representación definidos en el Capítulo II para resolver problemas verbales de álgebra elemental, ya que no se encontró ni se identificó ningún otro sistema de representación distinto a los descritos.*

### **4.3 CLUSTER POR SUJETOS.**

Queremos saber si entre los sujetos existen algunas características particulares y uniformes al resolver los problemas propuestos, es decir, queremos saber si existen categorías de resolutores representados por un grupo de sujetos que respondan a los problemas algebraicos de acuerdo a los sistemas de representación que utilizan para resolverlos. Para esto trataremos de clasificar nuestros resultados ya que la “clasificación es uno de los procesos fundamentales de la ciencia, por que los fenómenos deben de ser ordenados para poder entenderlos” ( Sokal y Sneath, 1963 según cita Bisquerra, 1989).

Para efectuar este análisis, utilizamos una de las técnicas de Análisis Multivariable el cual se denomina: análisis de agrupamientos, también conocidos como clusters ( Bisquerra, 1989; Espinosa, 2002, Fernández, 1997; Gil 1999; Hair, 2001; Uriel, 1995), clasificación jerárquica (Lebart, 1985; SPSS 9.0), análisis de conglomerados (García, 1989; Malhotra, 1997; Zikmund 1995) o agrupación por

conglomerados (enciclopedia Océano, 1999). En nuestro trabajo utilizaremos el termino Cluster

De acuerdo con García (1989), Lebart (1985), Malhotra, 1997; Uriel (1995) y Zikmund (1995) un cluster se refiere a un conjunto de técnicas que se utilizan para identificar objetos o individuos que son similares o difieren entre si en cuanto a uno o varios criterios: el propósito del cluster es clasificar a los individuos u objetos en una cantidad reducida de grupos mutuamente excluyentes y exhaustivo, además de tener una alta homogeneidad interna (dentro del conglomerado) y heterogeneidad externa (entre conglomerados), esto quiere decir que todos los objetos pertenecientes a un grupo deberán ser muy similares entre si pero muy diferentes a los pertenecientes a otros grupos.

Según Lembart (1985) se utiliza la clasificación jerárquica cuando tenemos una matriz de datos suficientemente grande para que los rasgos de la estructura escapen a una inspección visual directa o a manifestaciones estadísticas elementales”.(pp 386), consideramos que este es nuestro caso, ya que tenemos una matriz compuesta por 304 filas y 13 columnas, que se obtiene a partir del código del sujeto y los diez sistemas de representación que utilizo para resolver los diez problemas del instrumento1, que se puede consultar en el anexo 4.2. Además Malhotra (1997) nos dice que en la práctica se utilizan los conglomerados en muestras mayores de 100 sujetos y nosotros contamos con 304 sujetos.

Llegados a este punto nos preguntamos ¿cómo hace el paquete SPSS la separación de los grupo con las características descritas anteriormente?, según Lembart, los principios generales de esta técnica de clasificación son muy sencillos:

- ◆ Supone de partida que el conjunto de objetos a clasificar esta provisto de una distancia. Lo cual no presupone que todas las distancias están calculadas inicialmente; sino que hay que poder calcular y recalculas a partir de las coordenadas de los puntos-objeto.
- ◆ Suponemos después que existen reglas para el calculo de las distancias entre las agrupaciones. Esta distancia entre agrupaciones en general se podrán medir a partir de las distancias de diferentes elementos implicados en la agrupación.

Finalmente se obtienen dos tipos de información:

- ◆ Gráfica en forma de dendrograma, que es un árbol de agrupamiento por etapas (enciclopedia océano, 1998).
- ◆ Numérica mediante un listado que nos dice cada elemento a que cluster pertenece o tablas de aglomeración.

(Bisquerra,1989;Enciclopedia Océano, 1998; Hair, 2001; Malhotra, 1997)

Para encontrar estos clusters en nuestro trabajo, partimos de la matriz de datos que contiene las 304 filas y 13 columnas que se encuentra en el anexo 4.2, y seguimos los tres pasos que propuso Gil (1999) y Malhotra (1997), que son:

- Determinación del tipo de distancia.

El procedimiento usado fue el conglomerado jerárquico, elegimos el método Ward, ya que este método minimiza los problemas de escalonamiento (Gil, 1999), ya que en cada conglomerado se calculan las medias de todas las variables, después para cada objeto, se calcula la distancia euclídeana cuadrada para las medias de los grupos, estas distancias se suman a todos los objetos, en cada etapa se combinan los dos conglomerados con el menor incremento en la suma total de los cuadrados de las distancias dentro del conglomerado (Gil, 1999; Malhotra, 1997). Además este método es uno de los más usados y de los que han demostrado mayor desempeño (Malhotra, 1997).

La elección del método de conglomerado y la elección de una medida de distancia están interrelacionadas. La distancia euclídeana cuadrada deben de utilizarse los métodos Ward o Centroides (Malhotra, 1999; Paquetes estadístico SPSS; 9.0).

- Determinar el número de clusters.

Según Malhotra, un aspecto importante en el análisis de conglomerados es decidir el número de éstos. A pesar de que no existe ninguna regla general ni rápida, están disponibles algunos lineamientos del cual vamos a tomar el que dice: “Las consideraciones teóricas, conceptuales o prácticas pueden sugerir un número determinado de conglomerados” pp 682. Por lo que en nuestro caso

haremos la elección de *cuatro* cluster, tomando como referencia el trabajo de Fernández (1997).

- Determinar que sujetos pertenecen a cada cluster.

Después de tomar estas consideraciones en el paquete estadístico SPSS los sujetos quedaron agrupados en 4 clusters, los grupos así formados se pueden consultar en el anexo 4.3.

En las siguientes tablas presentamos los sujetos que se agrupan en cada cluster, tal y como aparecen en los resultados del estudio estadístico, junto con el vector de 10 coordenadas correspondientes a los sistemas de representación que han utilizado en la resolución de los 10 problemas del instrumento de evaluación (recordamos que 0 =no hay información suficiente; 1 = Ensayo – Error; 2 = Parte – Todo; 3 = Gráfico; 4 = Gráfico – Simbólico; 5 = Simbólico; 6 = no identificado; 7 = problema en blanco). Los tres primeros dígitos corresponden al código de identificación del sujeto de la muestra.

### CLUSTER 1

Tabla 4.4

001	3	0	0	2	5	4	3	7	7	7
006	5	0	7	4	5	1	4	7	2	7
013	4	5	0	0	5	0	0	7	2	7
016	2	5	4	5	4	2	5	4	5	5
020	2	2	4	5	5	2	5	4	5	5
025	0	1	4	4	5	4	4	4	5	5
029	5	5	5	5	5	2	5	5	5	5
031	4	0	2	5	5	5	4	5	5	5
033	5	2	5	5	5	5	5	5	5	5
036	4	0	4	5	5	5	5	4	5	7
037	2	0	0	5	5	4	4	5	5	5
039	0	0	7	5	5	5	5	7	7	7
044	0	7	7	0	7	7	0	7	0	0
045	5	0	0	0	5	2	2	7	2	7
052	0	5	5	5	5	0	4	7	7	0
060	1	7	7	0	5	2	2	7	0	0
061	5	0	4	4	5	5	5	5	5	5
065	5	0	7	5	5	5	5	7	2	7
071	0	0	7	5	5	0	5	5	7	5
072	4	5	0	0	7	0	5	7	0	5
079	5	5	5	0	5	0	5	7	5	5
081	5	5	7	7	7	2	0	7	7	7
083	2	5	7	7	7	2	5	7	7	0
087	2	0	4	7	7	0	0	7	0	7

088	5	5	4	5	7	0	4	5	2	7
090	2	0	2	7	7	2	0	7	7	7
091	2	2	7	2	2	0	4	7	2	7
103	5	0	5	7	5	0	7	5	0	0
113	5	5	5	5	7	0	5	5	7	7
121	5	0	5	0	7	0	0	7	7	7
122	5	7	5	7	7	0	4	7	7	7
123	4	5	4	4	5	0	5	5	5	5
126	0	0	7	0	5	5	5	7	5	0
127	4	5	4	5	5	0	5	5	5	7
130	5	5	5	5	5	0	5	5	5	5
140	2	0	7	5	5	0	0	7	0	0
142	3	5	5	7	5	0	4	4	5	5
146	5	5	5	5	5	0	5	5	0	7
147	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0
156	2	0	0	7	5	5	4	7	5	7
157	7	5	0	5	5	0	5	7	5	5
158	4	5	5	5	5	0	5	5	5	5
162	4	0	0	7	5	5	4	5	5	7
171	1	1	1	1	5	5	5	5	5	5
173	5	5	4	5	5	2	5	5	2	5
176	4	5	5	5	5	2	4	5	5	5
177	1	1	1	1	7	5	4	7	7	7
179	4	5	4	5	5	2	4	5	2	5
182	2	2	2	5	5	5	4	7	7	7
184	2	0	0	1	0	2	5	7	0	7
194	5	5	5	5	5	2	4	5	5	7
195	5	5	5	3	3	5	3	7	2	0
200	5	5	5	5	5	0	4	7	7	5
201	4	5	5	5	5	2	3	5	5	5
202	4	5	7	5	5	5	4	7	2	2
204	5	5	5	5	5	2	5	7	5	7
205	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0
208	5	5	4	5	5	2	0	5	2	0
210	5	5	5	5	5	1	0	5	5	7
212	4	5	5	5	5	2	3	2	2	0
214	5	5	5	5	5	2	2	5	2	5
216	5	5	5	5	5	2	5	5	2	7
219	2	0	7	7	7	7	4	7	7	5
224	5	5	5	5	5	2	5	5	2	5
229	4	5	4	4	5	2	3	5	2	5
232	5	5	0	5	5	2	5	5	2	5
235	5	5	4	5	5	2	4	7	2	5
239	5	7	7	7	7	0	0	7	0	0
251	5	5	5	5	5	2	5	5	5	5
270	2	1	5	5	5	5	5	5	5	7
273	5	0	7	5	7	2	4	7	2	7
284	4	5	5	4	7	2	5	7	7	0
288	2	5	7	7	7	2	4	7	7	0
289	4	5	4	4	5	2	4	5	5	5
298	2	2	0	5	5	5	4	7	5	5
300	7	5	5	7	7	0	5	7	7	5
304	5	5	0	5	5	0	5	5	0	0

**CLUSTER 2**

Tabla 4.5

002	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5
007	2	7	7	0	4	7	4	7	0	7
010	7	5	5	0	5	5	5	5	5	5
012	0	7	7	7	7	7	4	7	0	7
015	2	7	7	2	2	2	5	7	5	7
017	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
018	4	5	4	5	5	5	4	5	5	5
022	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5
024	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
028	2	5	5	2	2	2	5	4	5	5
030	7	5	5	5	5	5	5	7	5	5
032	5	4	2	5	7	5	5	5	5	5
040	5	5	5	0	7	5	4	5	5	5
041	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
042	5	5	4	5	5	4	5	4	5	5
043	5	5	7	5	5	7	5	5	5	5
047	7	5	5	5	5	5	5	7	5	5
048	2	7	7	7	7	0	7	7	2	7
049	4	7	7	5	5	5	4	5	5	5
051	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5
053	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5
054	4	5	4	4	5	4	4	5	5	5
055	2	2	5	2	2	5	5	5	5	5
056	5	7	0	5	5	7	5	7	7	7
057	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5
058	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
063	5	5	5	5	5	7	5	5	5	5
064	5	5	7	5	5	7	5	5	5	5
066	0	5	4	5	0	5	5	5	5	5
067	2	7	4	5	5	5	5	5	5	5
068	0	5	5	5	7	5	5	5	0	7
069	5	5	7	5	5	7	5	5	7	5
070	5	5	5	5	7	5	5	5	0	7
075	5	5	7	5	5	5	5	5	5	5
076	5	7	7	7	7	5	7	7	7	7
084	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5
086	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
089	5	7	7	5	5	7	5	7	7	5
092	2	7	7	2	0	5	4	7	7	7
093	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5
095	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
097	4	5	4	4	5	5	4	4	5	5
099	5	5	5	5	5	5	4	5	7	7
100	4	5	4	5	5	5	5	5	5	5
102	4	5	4	5	5	5	5	5	5	5
104	5	5	7	7	5	7	5	7	7	5
105	4	4	5	5	7	5	4	7	5	5
106	5	5	4	5	7	5	4	5	5	7
107	5	5	5	5	5	5	5	5	0	7
108	5	5	5	5	5	5	5	5	7	7
109	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
110	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5
111	5	5	5	5	5	5	5	5	7	5
112	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
114	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
115	5	7	7	5	5	5	5	5	5	5
116	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5
117	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
119	0	5	7	7	7	7	5	7	7	7
120	5	5	5	5	0	5	5	7	7	7

124	2	7	7	1	0	2	5	7	5	5
125	5	5	4	5	7	5	4	4	5	5
128	5	5	5	5	0	5	5	5	5	5
129	4	5	5	5	5	5	5	4	5	5
132	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
134	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
135	5	5	0	5	5	5	5	5	7	5
136	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
137	5	5	7	5	5	5	5	7	7	5
138	2	5	5	5	7	7	5	7	7	5
139	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
141	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5
144	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5
149	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5
150	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
152	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
153	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
154	5	5	5	5	5	7	4	7	5	5
159	4	5	5	5	5	5	4	5	0	5
160	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
161	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
163	3	0	4	5	0	5	4	7	5	5
164	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
165	2	5	7	5	7	5	5	7	5	5
166	5	7	0	5	5	5	5	7	5	5
167	4	5	4	5	5	5	5	7	0	5
169	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
172	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5
175	4	5	4	3	3	5	4	5	3	5
178	4	5	5	3	3	5	4	5	3	5
180	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5
183	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
186	5	5	5	1	5	5	4	7	2	7
187	5	5	5	5	5	5	4	7	2	7
188	5	5	4	4	7	5	4	7	7	7
189	2	5	5	5	7	5	5	7	0	7
190	4	5	5	5	5	5	5	5	5	7
191	5	5	5	0	7	5	4	5	2	5
193	5	5	5	5	5	5	4	5	7	5
196	5	7	7	5	7	5	5	7	7	7
197	5	5	4	5	5	7	5	5	5	7
198	5	5	4	5	7	7	7	7	7	7
203	5	5	4	5	5	5	5	5	5	7
206	5	5	5	5	5	5	5	5	7	5
207	5	5	5	5	5	5	5	5	7	7
217	4	5	5	5	5	4	5	5	5	5
220	5	5	5	5	0	5	0	7	5	7
221	5	5	5	5	0	5	0	7	5	7
226	5	7	4	7	5	7	5	7	5	5
227	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
228	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5
231	5	5	4	5	5	5	5	5	2	5
233	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5
236	4	5	5	5	5	5	5	5	5	7
237	4	5	7	5	5	5	4	5	5	7
238	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
240	3	5	5	5	5	5	5	5	5	5
242	4	5	4	5	5	5	5	5	5	5
243	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5
245	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5

246	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
247	5	5	5	5	7	5	4	5	5	7
248	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5
252	4	5	4	5	5	5	5	5	5	5
253	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5
254	4	5	4	4	5	5	4	5	5	5
255	5	5	5	5	5	5	5	7	7	5
256	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
257	5	5	5	5	5	5	5	5	5	7
258	5	5	4	5	5	5	5	7	5	7
259	5	5	5	5	5	5	5	5	7	7
260	5	5	5	5	7	7	5	7	7	7
261	2	5	5	5	5	5	5	5	5	7
262	4	5	4	4	5	5	4	5	5	5
263	5	5	5	5	5	5	5	7	2	7
264	5	5	5	5	5	5	5	7	2	7
266	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
267	2	5	7	5	5	5	5	5	5	7
268	4	5	4	5	5	5	4	5	5	5
269	2	5	7	5	5	5	5	5	5	7
271	4	5	4	5	5	5	4	5	5	5
272	4	5	5	5	5	7	5	5	5	5
274	4	4	4	5	5	5	4	7	5	5
275	4	5	5	5	5	5	4	7	5	5
276	2	5	7	5	5	2	4	7	5	7
277	5	5	4	5	7	5	4	5	5	5
278	5	5	4	5	7	5	4	5	5	5
279	1	5	5	5	7	5	5	5	5	7
280	5	5	4	5	7	5	4	7	5	7
281	5	5	4	5	7	5	5	7	5	7
285	5	5	0	0	7	5	4	7	7	5
286	5	5	5	5	5	7	5	5	5	5
290	5	5	5	5	5	7	5	5	5	5
291	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
292	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
294	5	5	5	5	5	7	5	5	5	5
295	0	5	5	5	5	5	5	7	5	5
296	5	5	5	5	0	5	4	7	7	7
297	4	5	4	5	5	5	4	7	5	5
299	5	5	7	5	5	5	5	7	7	5

**CLUSTER 3**

Tabla 4.6

003	5	5	4	4	0	5	0	4	7	2
004	1	7	4	0	0	4	5	5	5	0
005	5	5	5	0	0	0	0	0	2	0
009	0	0	7	2	2	0	2	0	2	0
026	4	5	4	4	2	1	4	0	0	4
050	2	7	0	0	0	0	5	0	7	0
059	0	7	7	0	0	5	4	5	5	0
073	5	5	0	0	0	0	2	5	5	0
096	0	5	0	0	0	0	4	0	0	0
143	5	5	5	0	0	5	7	7	2	0
218	5	5	5	0	0	5	7	7	2	0
222	5	5	5	0	0	5	7	0	5	0
250	2	7	2	1	2	2	2	7	2	2
287	1	5	2	1	0	2	4	3	1	0
301	5	5	7	5	0	2	0	0	7	0

**CLUSTER 4**

Tabla 4.7

008	4	0	0	5	5	5	5	0	5	5
011	5	5	5	5	5	4	5	0	5	5
014	5	5	4	5	5	0	5	0	5	5
019	2	2	0	2	7	7	2	1	2	2
021	2	2	2	2	5	1	5	2	2	0
023	5	0	5	7	5	5	5	0	5	5
027	0	5	4	5	5	5	5	0	5	5
034	4	5	4	5	5	5	5	0	5	4
035	5	0	0	5	5	0	5	0	0	5
038	4	0	0	4	5	5	5	0	0	5
046	5	5	7	5	5	5	5	0	0	5
062	1	5	7	4	5	0	4	0	5	7
074	1	1	4	7	7	7	5	0	2	5
077	4	0	0	5	5	7	4	0	0	5
078	5	5	5	5	5	0	5	0	5	5
080	5	5	7	5	5	0	5	0	5	5
082	5	0	5	0	7	5	5	0	7	7
094	5	5	4	5	5	7	5	0	5	5
098	5	0	4	5	7	5	5	0	5	7
101	0	5	4	5	5	5	5	0	7	7
118	0	5	7	5	5	7	5	0	0	7
131	5	5	5	7	7	5	7	0	2	7
133	5	5	7	7	5	0	5	0	7	5
145	5	0	0	5	5	5	5	0	7	5
148	5	5	5	4	5	5	5	0	5	7
151	1	5	0	7	7	0	7	0	1	1
155	2	2	4	0	7	5	4	0	5	5
168	5	5	5	5	5	5	4	0	0	5
170	5	5	5	7	7	5	5	0	7	7
174	1	1	1	1	5	5	4	1	1	0
181	5	5	5	5	5	5	5	0	5	2
185	5	5	5	1	5	2	5	0	4	7
192	5	5	5	5	7	5	5	0	5	7
199	5	5	5	5	5	7	5	0	7	5
209	5	5	4	5	5	2	5	2	5	5
211	5	7	5	5	5	0	5	0	2	5
213	5	5	0	5	5	2	4	0	0	7
215	4	5	5	5	5	3	4	0	2	5
225	5	5	5	5	5	2	4	0	4	5

230	4	5	4	5	5	2	4	1	5	5
234	0	0	5	5	5	5	5	0	0	7
241	0	7	0	7	2	2	2	0	2	0
249	2	0	0	1	2	2	2	0	2	2
265	2	7	0	5	7	5	4	0	5	7
282	2	7	7	1	5	2	2	1	2	7
283	5	5	4	7	7	5	4	0	7	7
293	5	5	0	5	5	5	5	0	5	5
302	5	5	7	5	5	7	7	0	5	5
303	1	0	7	4	0	7	4	0	0	5

### 4.3.1 Características de los clusters

Con los datos de las tablas 4.4, 4.5, 4.6 y 4.7 vamos a buscar las características comunes de cada cluster y, de ese modo, determinar si existen tipologías de resolutores de problemas verbales de álgebra elemental.

A continuación describimos las características de cada uno de los cluster. Queremos destacar, como ya se había dicho anteriormente, que el sistema que aparece con mayores porcentajes en todos los clusters es el simbólico. Por esta razón, la presencia o no del resto de sistemas de representación será lo que determine las diferencias entre los clusters:

#### CLUSTER 1

De la Tabla 4.4 podemos decir que:

◆ Esta formado por 77 sujetos que representan un 25,32 % de la muestra
◆ El 42,1 % de los problemas se dejan sin resolver.
◆ La mayoría de sujetos muestra clara preferencia por resolver los problemas utilizando los sistemas de representación Simbólico (38,9 %). Además presentan porcentajes significativos de los sistemas de representación Parte-Todo (10 %) y Gráfico-Simbólico (9,2 %).
◆ Los sujetos no suelen utilizar los sistemas de representación Gráfico (0,9 %) y Ensayo-Error (1,5 %) para resolver problemas de álgebra elemental.

**Cluster 1: Los sujetos utilizan los cinco sistemas de representación para resolver problemas de álgebra elemental. Preferentemente utilizan los sistemas de representación Simbólico, Gráfico-Simbólico y Parte-Todo, un menor número de sujetos hace uso de los sistemas de representación Gráfico y Ensayo-Error.**

**CLUSTER 2**

De la Tabla 4.5 podemos decir que:

◆ Este cluster es el mayor, ya que esta formado por un gran número de sujetos, tiene 161 individuos que representan el 52,9 % de la muestra.
◆ Es el cluster donde el 82,6 % de los problemas son resueltos.
◆ El sistema que predominantemente se utiliza es el Simbólico (71,05 %), apoyado por el Gráfico-Simbólico (8,1 %).
◆ Utilizan poco los sistemas de representación Gráfico (0,55 %), Ensayo-Error (0,2 %) y Parte-Todo (1,24 %) para resolver problemas de álgebra elemental.

**Cluster 2: Se caracteriza por el uso preferente del sistema Simbólico con el apoyo del Gráfico-Simbólico para resolver problemas de álgebra elemental. Muestran buena capacidad para resolver los problemas y obtienen un alto rendimiento.**

**CLUSTER 3**

Por los datos de la Tabla 4.6 decimos que:

◆ Es el cluster que tiene menor número de sujetos, ya que esta formado por 15 sujetos, que representan solamente el 4,3 % de la muestra.
◆ El 48 % de los problemas se dejan sin resolver.
◆ Que los sistemas de representación numéricos son más utilizados que en cualquier de los otros clusters: Ensayo-Error (4 %) y Parte-Todo (15 %).

**Cluster 3: se caracteriza por que los sujetos usan los métodos numéricos, Ensayo-Error y Parte-Todo, (19 %) más que en cualquiera de los otros clusters. Muestran escasa capacidad para resolver los problemas y obtienen un bajo rendimiento.**

**CLUSTER 4**

De la Tabla 4.7 sabemos que:

◆ Este cluster se encuentra formado por 51 sujetos, que representan el 16,77 % de la muestra.
◆ Prácticamente no utilizan el sistema de representación gráfico, ya que solamente lo hacen el 0,19 % de sujetos.
◆ El 30,3 % de los problemas se dejan sin resolver.
◆ Mas del 50 % de los problemas no resuelto corresponde a los problemas definidos por las variables (1,2,1).
◆ Uso predominante del sistema de representación simbólico.

**Cluster 4: Los sujetos muestran rechazo por el uso del sistema de representación Gráfico para resolver problemas de álgebra elemental. Con apoyo predominante del sistema de representación Simbólico. Casi no resuelven problemas que tienen dibujo o diagrama y con números difíciles.**

#### 4.3.2 Estadísticos descriptivos de contraste.

Después de haber encontrado los cuatro clusters nos preguntamos ¿cómo podemos determinar que el pertenecer a un cluster no se debe al azar?, para tratar de dar respuesta a esta pregunta, decidimos hacer una prueba de significación estadística.

Las Pruebas de significación, también conocidas como pruebas de contraste o de decisión, según Bisquerra (1989) “es una prueba que sirve para determinar la existencias de diferencias entre los grupos” (pp. 83).

Los pasos que propone Bisquerra para la aplicación de una prueba de significación son los siguientes:

##### 1.- Formular la hipótesis nula:

De acuerdo con Bisquerra las pruebas de significación tienen como punto de partida el establecimiento de una hipótesis estadística, que se someterá a comprobación con una prueba de significación, ya que según un principio general de estas pruebas, todas las diferencias son debidas al azar mientras no se compruebe lo contrario. El rechazo de la hipótesis nula equivale automáticamente aceptar la hipótesis alternativa.

Como los clusters se obtienen a partir de los sistemas de representación con los que resuelven los problemas los resolutores, para nuestro trabajo las hipótesis serán:

Ho: No existen diferencias significativas entre los sujetos que pertenecen a diferentes cluster. Por lo que las observaciones son debidas al azar.

Por lo tanto la hipótesis alternativa será:

H<sub>1</sub>: Existen diferencias significativas entre los sujetos que pertenecen a diferentes cluster. Por lo que las diferencias observadas no son debidas al azar.

## 2.- Elegir el nivel de significación:

El grado de significación “*p*” representa la probabilidad de error de rechazar la hipótesis nula. Cuanto más pequeña sea “*p*” más probable será que la hipótesis nula sea falsa ( Bisquerra, 1989; Cohen, 1997; León y Montero, 1997; Levin, 1996).

Cabe mencionar que entendemos por nivel de significación el valor que se establece “*a priori*”, es decir se establece antes de aplicar la prueba y sus valores suelen estar entre 0.05 y 0.01 ( Bisquerra, 1989; Cobo, 1993; Cohen, 1997; Fernández, 1995; Gil, 1999; León y Montero, 1997; Levin, 1996). El grado de significación se calcula “ *a posteriori*” es decir cuando se conocen los resultados de haber aplicado una prueba de significación, y este valor nos dice la probabilidad de error calculada al rechazar la hipótesis nula. Por lo tanto el grado de significación aporta más información que el nivel de significación.

Fijaremos el nivel de confianza en un 95 % por lo tanto queda establecido que el nivel de significación ( $\alpha$ ) para nuestro trabajo será de “0.05” (Bisquerra 1987 pp 85, Cohen, 1997, pp.2 Gil, 1999, pp 191; León y Montero, 1997, pp 128; Levin, 1996, pp. 426).

## 3.- Aplicar la prueba estadística adecuada:

La elección de la prueba se hizo tomando en consideración lo siguiente:

- La prueba sería una prueba no paramétrica ( según García en 1985 sería prueba aparamétrica), ya que estas son pruebas que se aplican según Bisquerra “sin necesidad de hacer ningún tipo de suposición sobre las distribuciones origen de las variables que se están tomando” pp. 223

- Utilizaremos el caso de una muestra relacionada, entendiendo por muestra relacionadas lo mismo que Bisquerra: “cuando se utilizan los mismo sujetos en todas las mediciones” (pp. 93).
- Tomando en cuenta estas dos consideraciones decidimos utilizar la prueba de T de Wilcoxon que consideramos apropiada para este caso, según Biaquerra “esta prueba no paramétrica de contraste de dos medias con datos relacionados es la de mayor utilización en la investigación educativa”(pp.244), a partir de la matriz que formamos con las medias de cada uno de los cluster que se pueden consultar en el anexo 4.4, se obtiene los grados de significación que obtuvimos de esta prueba y que se puede consultar en el anexo 4.5.

#### 4.- Toma de decisión con una probabilidad de error

Con los valores de los grados de significación ( $p$ ) de cada una de las respuestas consideramos que:

$p \leq 0.05$  existen diferencias significativas por lo tanto rechazamos  $H_0$

$p > 0.05$  no existen diferencias significativas por lo tanto aceptamos  $H_0$ .

Por otro lado según Fernández (1995) “*muchos estudios tratan de informar en base a un grado de significación estadística ( $p$ ) como si esto garantizara de algún modo o fuese una condición suficiente para la significación educativa (.....). Si se abandonara la significación estadística ¿cómo puede entonces el investigador establecer que los resultados de un experimento o estudio son consistentes o no con la predicción teórica?*”. Para responder lo anterior nos dice: “existen diversas alternativas complementarias a los test de significación estadística entre ellos esta el cálculo del tamaño de efecto. El cual utiliza medidas descriptivas para juzgar la significación del estudio” (pp. 198)

Por lo que también hemos calculado el tamaño de efecto (TE) para cada pareja de respuestas utilizando la formula :

$$TE = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\frac{(n_1 - 1) S_1^2 + (n_2 - 1) S_2^2}{2}}$$

$$n_1 \neq n_2$$

$\overline{X}$  = Media

S = Desviación típica.

$S^2$  = Varianza.

n = nº de sujetos que participan.

Formula 4.1

(Cohen, 1997,pp.20; Fernández,1997)

El calculo del tamaño del tamaño de efecto (TE) nos permitirá determinar que diferencias consideramos como apreciables y cuáles no. La regla que se aplica usualmente según Gil (1999; 2000) en este tipo de trabajos con respecto a los valores del TE es:

[ 0 , 0,25 [  $\Rightarrow$  pequeños

[ 0,25 , 0,5 [  $\Rightarrow$  medianos

$\geq 0,5 \Rightarrow$  grandes

Por lo que Hemos de considerar para este trabajo el rechazo de  $H_0$  para tamaños de efecto superiores a 0.5 (Cohen,1977, pp 8; Gil, 1999, pp 191; Fernández, 1995, pp. 198; Levin, 1996, pp 433). Y los asociados a niveles de significación (p) menores que 0.05.

Para realizar los cálculos tomamos como punto de partida los estadísticos de los clusters, los cuales mostramos en la Tabla 4.8, en orden descendente con respecto a la media:

cluster	n	X	S	S <sup>2</sup>
C 2	161	5	0,3937	0,155
C 1	77	4,163	1,010	1,021
C 4	51	3,835	1,378	1,901
C 3	15	2,567	1,468	2,158

Tabla 4.8

A continuación mostramos una Tabla 4.9, en ella colocamos el grado de significación que obtuvimos en el anexo 4.5, así como el tamaño de efecto calculado a partir de la formula 4.1, acompañadas de la decisión que en cada caso tomamos con respecto a aceptar o rechazar la hipótesis nula:

Comparación	p	TE	Aceptamos
C1 ⇔ C2	0,022	1,270	H <sub>1</sub>
C1 ⇔ C3	0,037	1,458	H <sub>1</sub>
C1 ⇔ C4	0,799	0,280	H <sub>0</sub>
C2 ⇔ C3	0,007	4,82	H <sub>1</sub>
C2 ⇔ C4	0,013	1,540	H <sub>1</sub>
C3 ⇔ C4	0,139	0,977	H <sub>0</sub>

Tabla 4.9

De las Tablas 4.8 y 4.9 podemos resumir la siguiente información en la Tabla 4.10.

Cluster	n	X	S	p	TE
C2	161	5	0,393		
				0,022	1,27
C1	77	4,163	1,01		
C4	51	3,83	1,37		
				0,039	1,458
C4	15	2,56	1,468		

Tabla 4.10

De Tabla 4.10 podemos decir:

- Que el existen diferencias significativas entre el cluster dos con los cluster uno, tres y cuatro.
- También existe diferencia entre los clusters uno y tres y el cluster 4, con el cluster tres.
- No existe diferencia significativa entre el cluster 1 y el cluster 4.

**Conclusión: De los resultados anteriores podemos decir que no se verifica la hipótesis nula ya que existen diferencias entre los grupos: C1 y C2; C3 y C1; C3 y C2; C4 y C2. Por lo cual podemos decir que los resultados obtenidos no se deben al azar.**

#### 4.3.3 Nueva codificación de los participantes.

Como mencionamos en la Tabla 3.6, la muestra utilizada para obtener las tipologías de resolutores estaba formada por 304 sujetos, como sabemos, no todos los sujetos contestaron el cuestionario sobre creencias o algunos no valoraron los problemas, esto origino que la muestra se redujera a 163 sujetos (Tabla 3.8). Por lo que nos vimos obligados a volver a codificar a los sujetos que habían contestado los tres cuestionarios e identificar a cada uno de ellos en el cluster al que pertenecían como resolutores de problemas, esta nueva codificación así como el cluster al que pertenecen las detallamos a continuación, ya que será la codificación que utilizaremos de aquí en adelante.

#### CLUSTER 1(CR1)

De los 163 sujetos, 38 pertenecen al cluster 1:

Primera codificación	Nueva codificación
1	1
13	10
31	21
39	23

Primera codificación	Nueva codificación
113	61
121	63
122	64
123	65

Primera codificación	Nueva codificación
173	99
176	101
177	102
182	106

44	24
45	25
60	30
61	31
65	34
72	38
79	42
87	48
91	49

126	68
127	69
130	72
142	81
146	84
147	85
156	90
157	91
158	92

251	119
270	132
273	134
284	145
289	148
298	157
300	159
304	163

**CLUSTER 2 (CR2)**

De los 163 sujetos, 89 pertenecen al cluster 2:

Primera codificación	Nueva codificación
2	2
10	8
12	9
15	12
17	13
22	16
24	18
30	20
48	26
49	27
58	28
63	32
64	33
67	35
69	36
70	37
75	39
84	45

Primera codificación	Nueva codificación
125	67
128	70
129	71
132	74
134	76
135	77
136	78
137	79
141	80
149	87
152	88
159	93
160	94
166	95
167	96
169	97
172	98
175	100

Primera codificación	Nueva codificación
253	121
254	122
255	123
256	124
258	125
259	126
262	127
263	128
267	129
268	130
269	131
271	133
274	135
275	136
276	137
277	138
278	139
279	140

86	47
93	50
95	52
97	53
99	54
100	55
106	57
109	58
110	59
111	60
115	62
124	66

178	103
180	104
183	107
187	108
189	109
190	110
191	111
242	112
245	114
246	115
247	116
252	120

280	141
281	142
285	146
290	149
291	150
292	151
294	153
295	154
296	155
297	156
299	158

**CLUSTER 3 (CR3)**

De los 163 sujetos, 10 pertenecen al cluster 3:

Primera codificación	Nueva codificación
3	3
4	4
5	5
9	7

Primera codificación	Nueva codificación
26	19
59	29
143	82
250	118

Primera codificación	Nueva codificación
287	147
301	160

**CLUSTER 4 (CR4)**

De los 163 sujetos, 26 pertenecen al cluster 4:

Primera codificación	Nueva codificación
8	6
14	11
19	14
21	15
23	17

Primera codificación	Nueva codificación
82	44
85	46
94	51
101	56
131	73

Primera codificación	Nueva codificación
181	105
244	113
249	117
282	143
283	144

38	22
77	40
78	41
80	43

133	75
145	83
148	86
155	89

293	152
302	161
303	162

#### 4.3.4 La especialidad y el sexo de los sujetos.

En este apartado trataremos de analizar a partir de la matriz del anexo 4.6 y el paquete estadístico SPSS, las posibles incidencias de algunas variables clásicas en los estudios demográficos como son: el sexo de los sujetos y la especialidad, con el cluster al que como resolutor de problemas pertenece cada uno de los sujetos, para esto realizamos unas tablas de contingencia, que se pueden consultar en el anexo 4.7, y de las cuales obtenemos la información que consideramos más relevante y que presentamos en las tablas 4.11 y 4.12.

#### Sexo.

Cluster	Hombres		Mujeres	
	frecuencia	%	frecuencia	%
<b>CR1</b>	13	27,7	25	21,6
<b>CR2</b>	27	57,4	62	53,4
<b>CR3</b>	4	8,5	6	5,2
<b>CR4</b>	3	6,4	23	19,8
<b>Total</b>	47	100	116	100

Tabla 4.11

Los 47 hombres pertenecen a los siguientes clusters:

La mayoría (57,4 %) utilizan el sistema de representación Simbólico para resolver los problemas (CR2), seguido de los sujetos que utilizan todos los sistemas de representación (CR1) indistintamente para resolver los problemas y el menor porcentaje de hombres (6,4 %) rechazan los sistemas de representación Gráficos (CR3) para resolver los problemas.

De las 116 mujeres pertenecen a los siguientes clusters:

La mayoría (53,4 %) resuelven los problemas por el sistema de representación Simbólico (CR2), seguidas por las que resuelven tanto utilizando los cinco sistemas de representación (21,6 %), como las que rechazan los sistemas de representación Gráficos (CR4) y por ultimo el menor porcentaje es para las que resuelven utilizando los sistemas de representación numéricos (CR3)

Podemos decir que tanto los hombres participantes como las mujeres utilizan preferentemente el sistema de representación Simbólico, **sin embargo para los hombre en segundo lugar se encuentra los hombres que resuelven por los diferentes sistemas de representación dependiendo del problemas, mientras que las mujeres se encuentran las que resuelven por los diferentes sistemas de representación y muy seguidos se encuentran las que rechazan los sistemas de representación Gráfico, en los más bajos porcentaje de los hombres están en el uso de sistemas de representación numérico y en el rechazo de los sistemas de representación Gráfico, mientras que las mujeres solamente presentan bajo porcentaje en el uso de sistemas de representación numéricos.**

#### **Especialidad.**

<b>Especialidad .</b>	<b>CR1</b>	<b>CR2</b>	<b>CR3</b>	<b>CR4</b>	<b>Total</b>
<b>Magisterio.</b>	7	14	4	8	33
	21,2	42,4	12,1	24,2	100 %
<b>Pedagogía.</b>	3	8		1	12
	25	66,7		8,3	100 %
<b>Psicopedagogía.</b>	3	3	1		7
	42,9	42,9	14,3		100 %
<b>Educación Infantil.</b>	16	37	2	9	64
	25	57,8	3,1	14,1	100 %
<b>Lengua Extranjera.</b>	3	4	1	4	12
	25	33,3	8,3	33,3	100 %
<b>Educación Física.</b>	6	23	2	4	35
	17,1	65,7	5,7	11,4	100 %

Tabla 4.12

De los de Magisterio:

Muchos utilizan el sistema de representación Simbólico para resolver los problemas y la minoría utiliza los sistemas de representación numéricos.

De los de Pedagogía:

La mayoría utiliza el sistema de representación simbólico para resolver los problemas, pero se caracterizan por que ninguno de los sujetos resuelve utilizando los sistemas de representación numéricos.

De los de Psicopedagogía:

El mismo porcentaje de sujetos resuelve los problemas utilizando los cinco sistemas de representación y el sistema de representación Simbólicos, pero se caracterizan por que ninguno de ellos rechaza el sistema de representación Gráfico.

De los de Educación Infantil:

Representan la mayoría de sujetos los de esta especialidad, resuelven los problemas principalmente por el sistema de representación Simbólico y únicamente dos de los sujetos resuelven por los sistemas de representación numéricos.

De los de Lengua Extranjera:

Muchos de los sujetos y además el más alto rechazan los sistemas de representación Gráficos y resuelven los problemas por el sistema de representación Simbólico y un porcentaje muy cercano a estos resuelven utilizando todos los sistemas de representación, solamente un sujeto resuelve utilizando los sistemas de representación numéricos.

De los de Educación Física:

La mayoría resuelven con el sistema de representación Simbólico, mientras que la minoría resuelve con los sistema de representación numéricos.

**Podemos decir que la mayoría de los sujetos de las especialidades de Magisterio, Pedagogía, Infantil y Educación Física en mayor porcentaje resuelven**

**los problemas por el sistema de representación Simbólico, mientras que los de la especialidad de Psicopedagogía el mismo porcentaje resuelve con el sistema de representación Simbólico o utilizan los cinco sistemas de representación dependiendo del problemas, y ninguno de los estudiantes de esta especialidad rechaza el sistema de representación Gráfico. Mientras que la especialidad de lengua extranjera el mismo porcentaje resuelven por el sistema de representación Simbólico o rechazan el sistema de representación Gráfico además que ninguno resuelve por los sistemas de representación numérico.**

## CAPÍTULO V

### ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS DEL INSTRUMENTO 2

#### INTRODUCCION

En este Capítulo vamos a exponer el análisis de la información obtenida después de aplicar el instrumento 2, cuyo proceso de elaboración quedó descrito en el apartado 3.4.2 a los sujetos de la muestra del apartado 3.3.2. Este capítulo está estructurado en dos partes: en la primera se describen las valoraciones que los sujetos otorgan a cada una de las preguntas del instrumento y en la segunda, se estudian globalmente todas las respuestas del cuestionario.

Cabe mencionar que en este capítulo los sujetos de la muestra toman un nuevo rol que es el de evaluadores, por lo tanto en este capítulo cuando hablamos de sujetos nos estaremos refiriendo a los sujetos como *evaluadores*.

#### 5.1 ESTUDIO DESCRIPTIVO

Por otro lado con la finalidad de ver si se cumple uno de los objetivos planteados en el apartado 1.3.1 de esta memoria que dice: *“Determinar empíricamente y caracterizar los constructos creencias y concepciones declaradas de los futuros profesores con respecto al uso de pruebas basadas en la resolución de problemas para evaluar en matemáticas, recogidas mediante encuestas de opinión”*, se procederá a hacer el análisis de los resultados.

Para establecer el estado de opinión que tienen los futuros profesionales de la educación acerca de evaluar con pruebas basada en la resolución de problemas, les pasamos un cuestionario (instrumento 2), a la muestra descrita en el apartado 3.3.2 de esta memoria. El instrumento fue elaborado para obtener algunos de los datos que requeríamos para esta investigación, el proceso de elaboración de dicho instrumento quedó descrito en el apartado 3.4.2. El proceso de aplicación del mismo ha sido descrito en el apartado 3.5.2.

Disponemos de las respuesta a este cuestionario de 293 sujetos, pero como mencionamos anteriormente solamente vamos a utilizar 163 que son los pertenecientes a los sujetos que contestaron los tres instrumentos. Este cuestionario se aplicó para conocer las creencias de los futuros profesionales de la educación acerca de evaluar con pruebas basadas en la resolución de problemas: consta de 7 preguntas y un total de 40 respuestas, las que pueden valorar en una escala de 1 a 5. Cada una de las respuestas representa una variable dependiente de nuestro estudio, y cada sujeto le asigna un valor a cada respuesta.

Por lo tanto los datos que recogimos corresponden a valores de 40 variables procedentes de 163 sujetos, que forma parte de los datos de este trabajo, estos datos lo recogemos en una matriz de datos que contiene 163 filas y 45 columnas, una columna corresponde al sexo, y la otra a la especialidad, además de las 40 variables, esta matriz la podemos consultar en el anexo 5.1, a partir de esta matriz de datos y con la ayuda del paquete estadístico SPSS encontramos la media, frecuencia y la desviación típica de cada una de las respuestas y así podemos iniciar nuestro estudio descriptivo, que se puede consultar en el anexo 5.2. El análisis descriptivo lo entendemos en el sentido que lo hace Zikmund (1995), “como una variedad de actividades y procesos (...) que consiste en resumir una gran cantidad de información en bruto a fin de poder interpretar los resultados” (pp. 522).

La utilidad de este análisis para nuestro trabajo es que teniendo tantos datos los podremos resumir y así poder hacer más fácilmente el análisis de los mismos.

### **5.1.1 Estudio de las respuestas por pregunta.**

Para analizar los datos obtenidos nos basamos en el análisis propuesto por Gil (1999, 2000) y Gil , Rico y Fernández (2000) al analizar un instrumento como el aplicado en este caso, nos dicen que a la hora de presentar los datos de un cuestionario se suelen utilizar tres procedimientos:

- ◆ *“El primero consiste en ordenar las respuestas alternativas a cada una de las preguntas según el orden decreciente de cada una de sus medias y, cuando hay coincidencia, según su dispersión, de mayor a menor desviación típica.*

- ◆ *El segundo procedimiento presenta las respuestas ordenadas de mayor a menor porcentaje de individuos que están de acuerdo con ellas ( en nuestro estudio, los sujetos que puntuaron 4 ó 5 ); en caso de igualdad se procederá a tomar la que menor porcentaje de desacuerdos presente ( es decir los sujetos que puntúan 1 ó 2 )*
- ◆ *El tercero es una mezcla de los dos anteriores, presenta ambas ordenaciones intentando ver la consistencia de las dos posibles ordenaciones que sobre la aceptación de las respuestas pueden realizarse”.*

*Pp. 190*

Se tomo la tercera opción, para ello obtuvimos a partir de las respuestas a los cuestionarios: la media y la desviación típica, del anexo 5.2, y ordenaremos como se mencionó anteriormente en función de estos dos estadísticos y en segundo lugar la que surge de los personajes que están de acuerdo o en desacuerdo, a partir de estos datos nos podremos preguntar ¿cómo podemos determinar en cualquiera de las preguntas, si la colocación que tienen las respuestas observadas se deben o no al azar?

Para contestar esta pregunta decidimos que además de hacer lo anteriormente mencionado, deberíamos de hacer una prueba de significación estadística.

La prueba de significación estadística la realizamos como fue descrita en el apartado 4.3.2 del capítulo IV. Por lo tanto seguimos los pasos que propone Bisquerra para la aplicación de una prueba de significación son los siguientes:

1.- Formular la hipótesis nula:

Ho: la diferencia entre las respuestas es estadísticamente nula. Las observaciones son debidas al azar.

Por lo tanto la hipótesis alternativa será:

H<sub>1</sub>: las diferencias son estadísticamente significativas. Las diferencias observadas no son debidas al azar.

2.- Elegir el nivel de significación:

Fijaremos como en el caso anterior el nivel de confianza en un 95 % por lo tanto queda establecido que el nivel de significación ( $\alpha$ ) para nuestro trabajo será de “0.05” (Bisquerra, 1987, pp 85; Cohen, 1997, pp.2; Gil, 1999, pp 191; León y Montero, 1997, pp 128; Levin, 1996, pp. 426).

3.- La prueba estadística elegida para hallar el grado de significación, como en el caso anterior fue:

- La prueba sería una prueba no paramétrica.
- El caso es de una muestra relacionada.
- Elegimos la prueba de T de Wilcoxon que consideramos apropiada para este caso, los grados de significación que obtuvimos de esta prueba se pueden consultar en el anexo 5.3.

4.- Toma de decisión con una probabilidad de error

Con los valores de los grados de significación ( $p$ ) de cada una de las respuestas consideramos que:

$p \leq 0.05$  existen diferencias significativas por lo tanto rechazamos  $H_0$

$p > 0.05$  no existen diferencias significativas por lo tanto aceptamos  $H_0$ .

También calculamos el tamaño de efecto (TE) para cada pareja de respuestas utilizando la siguiente formula 5.1 y tomando los datos del anexo 5.2:

$$TE = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\frac{S_1^2 + S_2^2}{2}} \quad \text{para } n_1 = n_2$$

$\bar{X}$  = Media

S = Desviación típica.

S<sup>2</sup> = Varianza.

Formula 5.1

(Cohen, 1997,pp.20)

Los tamaños de efecto así calculados para todas las parejas de respuestas se pueden consultar en el anexo 5.4.

Como sabemos con el tamaño de efecto (TE) podemos determinar las diferencias que consideramos como apreciables y cuáles no. La regla que aplicamos en el análisis de este valor, fue, como en el capítulo anterior para:

[ 0 , 0,25 [  $\Rightarrow$  pequeños

[ 0,25 , 0,5 [  $\Rightarrow$  medianos

$\geq 0,5 \Rightarrow$  grandes

Por lo tanto hemos de considerar para este trabajo el rechazo de Ho para tamaños de efecto superiores a 0.5 (Cohen,1977, pp 8; Gil, 1999, pp 191; Fernández, 1995, pp 198; Levin, 1996, pp 433). Y los asociados a niveles de significación (p) menores que 0.05.

A continuación presentamos cada una de las preguntas del cuestionario con sus distintas opciones de respuestas propuestas. Cada una va precedida de un código que indica el número de pregunta y el número de respuesta (ejemplo R 1.2 respuesta número dos de la pregunta uno, R 4.5 respuesta de número cinco de la pregunta número cuatro, etc.); a continuación colocamos el enunciado de la respuesta, la media ( $\bar{x}$ ) y la desviación típica (s). El grado de significación (p) y el tamaño de efecto (TE) solamente en el caso de ser significativos, y por lo tanto rechazamos Ho, de esta forma podremos ir mostrando los agrupamientos de respuestas que se van formando en función de el tamaño de efecto y del grado de significación.

Para completar el análisis, en cada caso se mostrara una tabla donde aparecen las frecuencias tomadas del anexo 5.2, para cada una de las respuestas con respecto a las

diferentes opciones con las que las podían valorar los sujetos en el cuestionario. Para realizar el análisis de los resultados vamos a considerar los valores de las medias de la siguiente manera:

$< 3 \Rightarrow$  Bajo

$[3, 4[ \Rightarrow$  Medio

$[4, 5] \Rightarrow$  Alto

Además consideraremos que se forman grupos cuando  $TE \geq 0,50$  y que se forman subgrupos cuando el TE encuentre en el intervalo  $[0,25, 0,50[$ , dado que la primera opción muestra una clara diferencia entre las medias y en el segundo caso es menor esta diferencia.

**Primera pregunta**

*¿En qué consiste la evaluación en matemáticas?*

La evaluación en matemáticas consiste en :

		$\bar{X}$	S	p	TE
R 1.2	Es el proceso que sirve para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático, tomando en consideración tanto el proceso como el resultado.	4,33	0,85		
				0,000	0,520
R 1.4	La obtención de la información sobre la comprensión matemática de un estudiante con el fin de ayudarlo a una mejora	3,71	1,46		
				0,001	0,380
R 1.1	La determinación del logro de objetivos propuestos en un programa de matemáticas.	3,27	1,12		
R 1.3	El análisis del proceso de enseñanza – aprendizaje en matemáticas, independientemente de cual sea el resultado.	3,04	1,29		

Las frecuencias en porcentajes para las respuestas a la pregunta 1son:

	R 1.1	R 1.2	R 1.3	R 1.4
No contestan	0,6	0,0	1,2	8,6
Total desacuerdo	6,1	0,6	11,0	1,8
Desacuerdo	22,1	4,9	25,8	5,5
Indiferencia	16,6	6,1	20,9	10,4
Acuerdo	46,0	37,4	27,0	41,1
Plenamente de acuerdo	8,6	50,9	14,1	32,5

Como podemos ver se forman dos grupos y el segundo grupo a su vez se divide en dos subgrupos. El primer grupo se encuentra representado por una sola respuesta, la cual recibe la mayor valoración de las cuatro respuestas, los sujetos la valoran como alta y además muestran gran consenso ya que como podemos ver muestra una desviación típica pequeña, por esto podemos decir que los sujetos consideran prioritario evaluar tanto el proceso como el resultado, pero con el fin de juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático, ya que el 88,3 % están de acuerdo (A) o plenamente de acuerdo (PA), podemos decir que aquí los sujetos todavía ven el proceso de evaluación como algo relativo al profesor y hasta cierto punto sancionador.

El segundo grupo tiene a tres respuestas cuyos valores de sus medias son medianos, se divide en dos subgrupos, en el primer subgrupo se encuentra una sola respuesta en la que los sujetos sugieren como segunda opción a tomar en cuenta a la evaluación como una forma de obtener información con la finalidad de ayudar a una mejora, podemos decir que aquí se ve la evaluación como algo más integral ya que toma en cuenta todo el proceso y esto a su vez sirve de retroalimentación para una mejora educativa, los sujetos la valoran menos que la primera y además hay más desacuerdo ya que la desviación típica es más grande que la anterior.

Por otro lado, las últimas dos respuestas que se refieren a la evaluación como el logro de objetivos (positivista) o el análisis de proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas independientemente de los resultados (cognositivista) tienen valoraciones de medias muy cercanas, de la evaluación como el logro de objetivos, podemos decir que los sujetos presentan altos porcentajes de desacuerdo al valorar esta respuestas, ya

que el 28,2 % la valoran con total desacuerdo (TD) o desacuerdo (D) lo que nos indica que están en desacuerdo en que la evaluación sirva para determinar los logros obtenidos, además el 16,6 % muestra una indiferencia (I) ante esta respuesta por lo que creemos que no tienen opinión al respecto, con respecto a la segunda respuesta diremos que el 36,8 % están en desacuerdo en que la evaluación sea simplemente el análisis del proceso sin importar el resultado y el 20,9 % tampoco tienen opinión con respecto a esta respuesta ya que la valoran como indiferentes.

**Conclusión:** *Con respecto a la evaluación podemos decir que a los sujetos les interesa principalmente el procedimiento y el resultado pero todavía visto como una forma de juzgar, valorar y controlar, en segundo lugar conciben a la evaluación como una forma de recabar información para mejorar el proceso de enseñanza- aprendizaje y por último manifiestan desacuerdo o no tener opinión acerca de que la evaluación sea vista como el logro de objetivos o como el análisis del proceso independiente de los resultados que se obtengan.*

**Segunda pregunta:**

*¿Qué valoramos cuando evaluamos en matemáticas?*

Cuando se evalúa en matemáticas se debe de valorar:

		$\bar{X}$	S	p	TE
R 2.2	El trabajo realizado por el estudiante	4,39	0,55	0,003	0,320
R 2.7	Los logro alcanzados con respecto a los objetivos.	4,16	0,85		
R 2.1	El conocimiento matemático adquirido por el estudiante	4,12	0,73	0,000	0,312
R 2.3	La actitud del estudiante	4,02	0,82		
R 2.6	Los contenidos matemáticos del programa	3,90	0,81		
R 2.4	La conducta del estudiante.	3,73	0,96	0,001	0,325
R 2.5	La madurez y formación del estudiante.	3,61	0,97		

Las frecuencias en porcentajes para las respuestas a la pregunta 2 son:

	R 2.1	R 2.2	R 2.3	R 2.4	R 2.5	R 2.6	R 2.7
No contestan	0,0	0,0	0,6	1,2	1,2	0,0	0,6
Total desacuerdo	0,6	0,0	0,0	1,2	0,6	1,2	0,6
Desacuerdo	3,1	0,0	2,5	5,5	9,8	4,9	3,1
Indiferencia	8,0	3,1	18,4	27,0	28,2	16,6	10,4
Acuerdo	60,1	54,6	50,3	45,4	44,8	57,7	48,5
Plenamente de acuerdo	28,2	42,3	28,2	19,6	15,3	19,6	36,8

Las respuestas a esta pregunta forman cuatro subgrupos, en donde las diferencias de las medias no son grandes, y el tamaño de efecto en donde es más significativo lo podemos considerar como medianos. De todo el cuestionario las respuestas a esta pregunta son las que reciben mayor puntuación, además son con las que están más de acuerdo todos los sujetos ya que presentan los mayores valores de acuerdo, y la desviación típica son las más bajas del cuestionario.

De los resultados obtenidos podemos decir que los sujetos consideran que lo que debemos valorar principalmente es el trabajo realizado por los estudiantes, ya que a esta respuesta le otorgan la mayor puntuación de todo el cuestionario (4,39) y es la que presenta menor dispersión presenta, ya que tiene una desviación típica baja (0,55), además ninguno de los sujeto valora con D, TD o I con lo cual podemos ver el consenso que existe al respecto.

El segundo subgrupo formado por tres respuestas entre las cuales solamente hay una pequeña diferencia entre las medias, además con un consenso grande ya que las desviaciones típicas también son bajas, por lo que consideramos que los sujetos conceden casi la misma importancia al evaluar: los logros alcanzados, el conocimiento matemático adquirido por el estudiante y la actitud de los estudiantes.

El tercer subgrupo formado por dos respuestas: una referente a los contenidos matemáticos, y la otra relativa a los estudiantes como es la conducta, a lo que los sujetos no tienen mucha opinión ya que muchos valoran con indiferente sus respuestas.

Por último, el cuarto subgrupo, formado por una sola respuesta que es la valoración de la madurez y formación del estudiante que es con la que los sujetos están

menos de acuerdo por que presenta el mayor valor de desacuerdos, además también presenta el valor más alto de indiferencia lo que nos dice que los sujetos se encuentran ante esta respuesta , algunos en desacuerdo y a otros le es indiferente.

Podríamos decir que esta pregunta se contradice un poco con la pregunta anterior, en donde los sujetos estaban en desacuerdo en que la evaluación sea simplemente el logro de objetivos y en esta valoran con una puntuación alta el logro de objetivos.

**Conclusión:** *Podemos concluir que los sujetos a la hora de evaluar en matemáticas lo que más valoran es el trabajo realizado por los estudiantes, pero también reciben valores muy cercanos a los anteriores lo que se refiere a valorar cuestiones referentes al programa y al alumno, del programa: el logro de objetivos y el contenido, del alumno: los conocimientos adquiridos, actitud y la conducta. Con lo que los sujetos muestran mayor indiferencia es con valorar la madurez y formación del estudiante.*

**Tercera pregunta:**

*¿Qué papel juega la resolución de problemas en proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas?*

La resolución de problemas en matemáticas:

		$\bar{X}$	S	p	TE
R 3.6	Mejora la capacidad de razonamiento del estudiante.	4,18	0,89	0,011	0,256
R 3.3	Puede utilizarse para explicar las matemáticas desde un punto de vista práctico.	4,02	1,01		
R 3.7	Su enseñanza requiere una preparación sólida del profesor de matemáticas.	3,98	0,91		
R 3.5	Representa un reto y una dificultad para el estudiante	3,91	0,99		
R 3.1	Debe ser objeto de los programas de matemáticas a todos los niveles.	3,64	1,11	0,011	0,256
R 3.2	Se debe de explicar específicamente en la clase de matemáticas.	3,59	1,12		
R 3.4	Constituye una forma idónea para evaluar el conocimiento matemático.	3,56	1,04		

Las frecuencias en porcentajes para las respuestas a la pregunta 3 son:

	R 3.1	R 3.2	R 3.3	R 3.4	R 3.5	R 3.6	R 3.7
No contestan	1,2	0,6	1,8	1,2	2,5	0,6	0,6
Total desacuerdo	2,5	2,5	1,8	2,5	0,6	0,6	1,2
Desacuerdo	12,3	16,6	2,5	9,2	2,5	3,1	2,5
Indiferencia	22,1	20,2	12,9	30,7	17,8	12,9	21,5
Acuerdo	38,7	38,0	47,9	39,3	50,9	41,1	44,2
Plenamente de acuerdo	23,3	22,1	33,1	17,2	25,8	41,7	30,1

Estas respuestas junto con las de la pregunta anterior, reciben las más altas puntuaciones de todo el cuestionario. Como podemos ver se forman dos subgrupos, ya que el TE lo consideramos como mediano.

El primer subgrupo esta formado por cuatro respuestas que responden a lo que los sujetos piensan a cerca de la resolución de problemas y las que reciben mayor valor son respuestas que nos permiten ser utilizadas para mejorar nuestro trabajo en el aula ya que los sujetos piensan que la resolución de problemas mejora la capacidad de razonamiento de los estudiantes y además nos ayuda a explicar las matemáticas desde un punto de vista práctico. Las dos últimas respuestas de este subgrupo reciben casi la misma valoración por parte de los sujetos (próximas a 4), una se refieren a los profesores y la otra a los estudiantes, de los profesores nos dicen que para utilizar resolución de problemas en matemáticas requieren de una sólida preparación y de los estudiantes nos dicen que representa un reto y dificultad la resolución de problemas.

El segundo subgrupo esta formado por tres respuestas cuyos valores son ligeramente menores que en el subgrupo anterior, las tres se refieren a cuestiones de tipo curriculares como son: que la resolución de problemas debe ser objeto de los programas de matemáticas en todos los niveles, que deben ser explicada específicamente en la clase de matemáticas y que constituye una forma idónea de evaluar matemáticas. En las últimas dos respuestas creemos que muchos de los sujetos no tienen opinión acerca de las mismas ya que la valoran en alto porcentaje con indiferente (20,2 % y 30,7%

respectivamente), además estas tres respuestas presentan altos porcentajes de desacuerdo.

Interesándonos un poco por la respuesta 3.4, podemos decir que según estas repuestas los sujetos no consideran que la resolución de problemas sea una manera idónea para evaluar en matemáticas, sin embargo por todas las respuestas a esta pregunta, creemos que si consideran bueno el uso de resolución de problemas en el aula, pero no para evaluar.

**Conclusión:** *Sobre el papel de la resolución de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, los sujetos valoran más alto cuestiones relativas a la utilidad que se le puede dar a la resolución de problemas en el aula: como son mejorar el razonamiento de los estudiantes, y la utilidad para explicar las matemáticas desde un punto de vista práctico, además nos mencionan que los profesores deben de tener una preparación sólida sin dejar de mencionar también el reto y dificultad que representa para los estudiantes la resolución de problemas. Por último valoran menos el papel que juega la resolución de problemas en cuestiones curriculares como son los contenidos, metodología y la evaluación.*

**Cuarta pregunta:**

*¿Qué nos proporciona la evaluación con resolución problemas en matemáticas?*

La resolución de problemas para evaluar en matemáticas:

		$\bar{X}$	S	p	TE
R 4.2	Proporciona mejor información sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje de los estudiantes.	3,73	0,90		
R 4.3	Proporciona elementos para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático.	3,70	0,92		
R 4.1	Proporciona elementos para determinar el logro de los objetivos.	3,66	0,80		
				0,000	0,733
R 4.5	Le da valor personal al estudiante ente su entorno familiar y social.	2,98	1,05		

R 4.4	Proporciona información para tomar decisiones sobre la promoción escolar de los estudiantes.	2,98	1,11	
-------	--	------	------	--

Las frecuencias en porcentajes para las respuestas a la pregunta 4 son:

	R 4.1	R 4.2	R 4.3	R 4.4	R 4.5
No contestan	1,2	0,6	1,2	1,8	0,6
Total desacuerdo	0,0	0,6	0,6	6,7	8,6
Desacuerdo	6,1	9,2	8,0	25,2	20,9
Indiferencia	23,9	20,2	22,1	30,1	36,8
Acuerdo	62	53,4	53,4	30,1	28,2
Plenamente de acuerdo	6,7	16	14,7	6,1	4,9

Por el tamaño de efecto podemos decir que se forman dos grupos muy bien definidos. El primer grupo está formado por tres respuestas cuya media es considerada como de valor medio, mientras que el segundo grupo está formado por dos respuestas cuyas medias las consideramos bajas. Sin embargo los sujetos muestran gran consenso en todas las repuestas ya que la desviación típica es baja en todas las respuestas.

Por los resultados podemos decir que las tres respuestas del primer grupo tienen mayor prioridad para los sujetos que las del segundo grupo. Estas tres respuestas se refieren en general a cuestiones que nos sirven para valorar nuestro trabajo en el aula a través de la evaluación con pruebas basadas en resolución de problemas como son: proporcionar información sobre el proceso de enseñanza - aprendizaje, proporcionar elementos para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático, así como proporcionar elementos para determinar el logro de objetivos. Por lo que creemos que según las dos primeras respuestas a esta pregunta, la resolución de problemas nos ayudarían a dar respuesta a la primera pregunta, ya que según los sujetos la resolución de problemas nos proporciona información que nos servirá para cubrir las expectativas que se tienen acerca de las evaluación en matemáticas, sin embargo con respecto a la tercera pregunta se contradicen estas respuestas, ya que a pesar de la información que podemos obtener al evaluar con resolución de problemas, los sujetos

dicen en la tercera pregunta que no consideran la resolución de problemas como una forma idónea de evaluar en matemáticas.

El segundo grupo esta formado por dos respuestas, las cuales reciben valores de media considerados por nosotros como bajos (de los más bajos del cuestionario), las dos se refieren a la repercusión que tiene la evaluación con resolución de problemas en el estudiante. Muchos de los sujetos las valoran con desacuerdo (25,2 % y 20,9 % respectivamente), además un alto porcentaje de sujetos no tienen opinión respecto a esta respuestas porque la valoraron con indiferente (30,1 % y 36,8 %), por lo tanto pocos sujetos están de acuerdo en que la resolución de problemas le da valor personal al estudiante en su entorno familiar o que sirva para proporcionar información sobre la promoción escolar de los estudiantes.

**Conclusión:** *Con respecto a lo que nos proporciona evaluar con resolución de problemas en matemáticas, los sujetos agrupan en dos grupos las respuestas: el primero que nos dice que la evaluación con resolución de problemas proporciona información acerca del proceso de enseñanza- aprendizaje y del logro de objetivos y así proporciona elementos para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento. Y el segundo grupo de respuestas a la que los sujetos valoran con desacuerdo según las valoraciones, en que la evaluación con resolución de problemas otorgue a los estudiantes un valor en su entorno familiar, pero tampoco están de acuerdo en que a partir de la información que se obtiene se tomen las decisiones de promoción de los estudiantes.*

#### Quinta pregunta.

*¿ Qué se debe evaluar en la resolución de problemas?*

En la resolución de problemas se debe evaluar:

		$\bar{X}$	S	p	TE
R 5.4	De manera diferente los distintos métodos utilizados en su resolución.	3,89	1,19		
R 5.3	Los métodos o formas de resolver los problemas.	3,66	1,22		
R 5.2	Todo el desarrollo.	3,44	1,56		

				0,000	0,470
R 5.1	Los resultados.	2,77	1,26		

Las frecuencias en porcentajes para las respuestas a la pregunta 5 son:

	R 5.1	R 5.2	R 5.3	R 5.4
No contestan	1,8	1,2	0,6	0,6
Total desacuerdo	18,4	17,2	5,5	5,5
Desacuerdo	20,9	12,9	14,7	8,0
Indiferencia	25,8	11,0	13,5	12,9
Acuerdo	26,4	20,2	37,4	36,2
Plenamente de acuerdo	6,7	37,4	28,2	36,8

Las respuestas a la pregunta acerca de lo que se debe de evaluar en la resolución de problemas forman dos grupo ( el valor de TE es muy cercano a 0,5 por lo tanto los vamos a considerar dos grupos). El primer grupo está formado por 3 respuestas que tienen una media considerada por nosotros como mediana y el segundo grupo formado por una respuesta, la cual tiene una media baja (la más baja de todas las del cuestionario), pero todas las respuestas de los dos grupos presentan bajo consenso por parte de los sujetos ya que tienen una alta desviación típica.

En el primer grupo los sujetos otorgan un alto porcentaje (73 %) a la respuestas que dice que debemos evaluar de manera de diferente manera los distintos métodos utilizados para resolver problemas. A continuación con 65 % de acuerdo los sujetos piensan que hay que evaluar los métodos o formas de resolver los problemas y al final de este grupo colocan con un 57,6 % la opción que dice que solamente debemos de evaluar el desarrollo.

Esta tres respuestas están en congruencia con lo declarado en la segunda pregunta acerca de que debemos de valorar el trabajo del alumno.

En el segundo grupo únicamente se encuentra una respuesta, que refuerza lo manifestado en el grupo de respuestas anteriores a esta misma pregunta, donde muchos de los sujetos (39,3 %) están en desacuerdo de evaluar únicamente los resultados.

Esto viene a reafirmar lo que manifestaron en la primera pregunta que se debe valorar tanto el procedimiento como los resultados.

**Conclusión:** *Según estas repuestas cuando evaluamos en matemáticas con problemas debemos evaluar tanto los diferentes métodos usados al resolverlo, como el procedimientos utilizados para resolverlo, así como el desarrollo. Por último pocos sujetos están de acuerdo con evaluar únicamente los resultados.*

**Sexta pregunta.**

*¿Qué dificultades se presentan al evaluar matemáticas a través de la resolución de problemas?*

Las dificultades que se presentan cuando se evalúan las matemáticas a través de la resolución de problemas son:

		$\bar{X}$	S	p	TE
R 6.3	La construcción de la prueba adecuada.	3,37	1,01		
R 6.8	La falta de criterios precisos para su calificación.	3,34	1,19		
R 6.1	Que el estudiante no está acostumbrado a ser evaluado con problemas.	3,31	1,13		
R6.4	La falta de convencimiento del profesor para evaluar de esta forma.	3,25	1,09		
R 6.7	La utilización por los estudiantes de métodos no validos para resolver problemas.	3,21	1,04		
R 6.2	La complejidad que supone este tipo de tarea.	3,20	1,13		
R 6.5	La falta de preparación del profesor para esta tarea.	3,18	1,06		
				0,029	0,229
R 6.6	El tiempo que requiere.	3,13	1,09		

Las frecuencias en porcentajes para las respuestas a la pregunta 6 son:

	R 6.1	R 6.2	R 6.3	R 6.4	R 6.5	R 6.6	R 6.7	R 6.8
No contestan	1,2	0,6	0,6	1,8	0,6	1,2	0,6	1,2

Total desacuerdo	4,3	9,8	3,7	4,3	3,7	6,7	6,1	6,7
Desacuerdo	19,6	16,0	15,3	17,8	24,5	17,2	17,2	16,6
Indiferencia	25,2	22,7	27,6	27,0	28,8	35,0	30,7	22,7
Acuerdo	36,8	44,8	44,2	41,1	33,1	31,9	38,7	37,4
Plenamente de acuerdo	12,9	6,1	8,6	8,0	9,2	8,0	6,7	15,3

Se forman dos subgrupos, uno formado por siete de las ocho respuestas que tiene la pregunta, y el otro subgrupo formado por una sola respuesta. Las siete respuestas a la pregunta acerca de las dificultades de evaluar a través de resolución de problemas tienen valores de media muy cercanas, eso quiere decir, que los sujetos no encuentran mucha diferencia entre ellas. Este subgrupo a pesar de ser el más grande (7) de todo el cuestionario, todas las respuestas tienen medias que consideramos medianas, y un alto consenso en cuanto a las respuestas por parte de los sujetos, ya que las desviaciones típicas son pequeña, todas las respuestas muestran porcentaje bajos (están entre 39,9 % y el 52,7 %) de acuerdo, además todas las respuestas muestran un alto porcentaje de sujetos (entre 22,7 % y 35 %), que no tienen opinión acerca de estas respuestas ya que las valoran con indiferencia.

Las respuestas se refieren a las actividades propias de la evaluación como son la construcción de la prueba adecuada y la complejidad que supone este tipo de tarea, con respecto al estudiante nos dicen que no está acostumbrado a ser evaluado con problemas y a la utilización por parte de los estudiantes de métodos no válidos para resolver problemas, en lo que se refiere al profesor nos manifiestan falta de criterios precisos para calificar, la falta de convencimiento del profesor para evaluar y la falta de preparación del profesor para esta tarea.

El segundo subgrupo se encuentra formado por una sola respuesta que se refiere a la dificultad que representa tiempo que se requiere para evaluar con pruebas basadas en problemas, aunque esta en otro subgrupo no tiene mucha diferencia el valor de su media con las otras siete respuestas que forman el otro subgrupo.

***Conclusiones: De lo anterior podemos decir que pocos sujetos están de acuerdo y muchos muestran indiferencia con respecto a que la construcción de una prueba adecuada, la complejidad que supone este tipo de tarea, el tiempo que se requiere para evaluar con problemas, así como la falta de convencimiento para evaluar con***

*problemas, falta de preparación del profesor para hacerlo, que los estudiantes no están acostumbrados a ser evaluados con problemas, la utilización de métodos no válidos para resolver problemas y que no hay de criterios para calificar los problemas representen una dificultad para evaluar con problemas. Y sobre si el tiempo que requiere representa una dificultad mucho no tienen opinión.*

**Séptima pregunta.**

*¿Qué dificultades crees que se presentan cuando se elaboran pruebas basadas en la resolución de problemas?*

Al elaborar pruebas basadas en la resolución de problemas, se presentan las siguientes dificultades:

		$\bar{X}$	S	p	TE
R 7.5	Debe ser completados con otras actividades de evaluación.	4,33	1,05		
				0,000	0,710
R 7.4	Dan información parcial del conocimiento matemático del estudiante.	3,58	1,06		
				0,050	0,205
R 7.3	Las pruebas adecuadas proporcionan la información necesaria acerca del conocimiento matemático del estudiante.	3,39	1,15		
R 7.2	Requiere mucho tiempo para su aplicación.	3,37	0,99		
R 7.1	Cuesta mucho trabajo y tiempo elaborar una prueba de este tipo	3,37	0,99		

Nota: Entre la respuesta 7.2 y la 7.1 se colocan en ese orden debido a que las dos tienen la misma media y la misma desviación típica pero los porcentajes de acuerdo y plenamente de acuerdo son de 71.1 % y 52.1 % respectivamente por lo tanto según lo manifestado al principio quedaría primero la 7.2 y después la 7.1

Las frecuencias en porcentajes para las respuestas a la pregunta 6 son:

	R 7.1	R 7.2	R 7.3	R 7.4	R 7.5
No contestan	0,0	0,6	3,7	1,2	3,1
Total desacuerdo	3,1	2,5	2,5	1,8	0,0
Desacuerdo	18,4	18,4	14,7	14,7	3,1

Indiferencia	26,4	23,9	19,6	18,4	3,7
Acuerdo	42,9	47,2	49,6	47,2	35,6
Plenamente de acuerdo	9,2	7,4	9,8	16,6	54,6

Por los resultados podemos decir que se forman dos grupos bien definidos de respuestas, el primero constituido por una sola respuesta con una media que consideramos como alta y el otro grupo se divide en dos subgrupos, uno formado por una respuesta y el otro por tres respuestas, cuyas medias consideramos como medianas, en todas las respuestas existe mucho consenso entre los sujetos ya que las desviaciones típicas son bajas.

El primer grupo es al que según los resultados los sujetos le conceden mayor importancia de todas, ya que el 90,5 % de los sujetos está de acuerdo en que una dificultad de elaborar pruebas basadas en resolución de problemas es que esta actividad debe ser completada con otras actividades de evaluación.

De los otros dos subgrupos podemos decir, que el primero formado por la respuesta que se refiere a la creencia de que las pruebas basadas en resolución de problemas dan únicamente información parcial del conocimiento de los estudiantes, lo cual confirma la valoración de la respuesta del grupo anterior de esta misma pregunta, sin embargo, se contradice con las valoraciones otorgadas a las respuestas de la pregunta 4 donde la mayoría de sujetos manifiestan que al evaluar con problema en matemáticas nos proporciona información sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje. También se contradice con la siguiente respuesta de este mismo grupo que nos dice que las pruebas adecuadas proporcionan información necesaria acerca del conocimiento matemático de los estudiantes.

El último subgrupo formado por tres respuestas, una que se refiere a que las pruebas adecuadas proporcionan información necesaria acerca del conocimiento matemático de los estudiantes y las otras dos que reciben la misma puntuación por parte de los sujetos ya que tienen la misma media y la misma desviación típica, solamente el 52.1 % y el 54.6 % (respectivamente) de los sujetos están de acuerdo en que se requiere de mucho tiempo y trabajo para la elaboración de pruebas basadas en resolución de problemas y que al tiempo de aplicación que se necesita para este tipo de pruebas, esta respuesta muestran congruencia con lo manifestado en la pregunta 6 acerca del tiempo que se requiere para evaluar con pruebas basadas en problemas. Muchos de los sujetos

manifiestan no tener opinión sobre esta dos últimas respuestas ya que un alto porcentaje (26.4 % y 23.9 % respectivamente) la marcan con indiferente.

***Conclusión: La principal dificultad que se presentan al elaborar pruebas basadas en la resolución de problemas es que tienen que ser completadas con otras actividades, ya que únicamente proporcionan información parcial, sin embargo cuando las pruebas son adecuadas nos dan información acerca de los conocimientos de los estudiantes, aunque manifiestan que requiere de mucho tiempo para elaborar este tipo de pruebas y aplicarlas.***

### **5.1.2 Clasificación de las preguntas.**

En el apartado anterior, efectuamos un análisis de las preguntas, clasificando las diferentes respuestas en función de el tamaño de efecto (TE) y de los diferentes grados de significación. En este apartado pretendemos extender el análisis de las preguntas, para lo cual pretendemos encontrar una serie de grupos de preguntas en función de las valoraciones que han recibido las diferentes respuestas por parte de los sujetos de la muestra, de modo que cada grupo esté formado por preguntas cuyas respuestas hayan recibido valoraciones similares, y así poder saber el grado de aceptación de cada unos de las respuestas.

Para efectuar esta clasificación nos fijaremos en la totalidad de las preguntas y analizaremos las valoraciones medias obtenidas por cada respuesta y así poder detectar entre ellas similitudes o diferencias.

Para esto construimos la tabla 5.1 con datos que obtuvimos del anexo 5.2, en donde concentramos todas las medias de cada una de las respuestas, así como la media de cada pregunta:

	P 1	P 2	P 3	P 4	P 5	P 6	P 7
R 1	3,27	4,12	3,64	3,66	2,77	3,31	3,37
R 2	4,33	4,39	3,59	3,73	3,44	3,2	3,37
R 3	3,04	4,02	4,02	3,70	3,66	3,37	3,39
R 4	3,71	3,73	3,56	2,98	3,89	3,25	3,58
R 5		3,61	3,91	2,98		3,18	4,33
R 6		3,90	4,18			3,13	

R 7		4,16	3,98			3,21	
R 8						3,34	
X de la pregunta	3,587	3,99	3,84	3,41	3,44	3,248	3,608

Nota: R = respuesta P = pregunta Tabla 5.1

Con el cuestionario y la tabla 5.1 tenemos la siguiente información de la Tabla 5.2, con la finalidad de facilitarnos el análisis de las preguntas.

Pregunta	Opciones de respuesta.	Intervalo de las medias	Rango de la media
1	4	3,04 - 4,33	1,29
2	7	3,61 - 4,39	0,78
3	7	3,56 - 4,18	0,62
4	5	2,98 - 3,73	0,75
5	4	2,77 - 3,89	1,12
6	8	3,13 - 3,37	0,24
7	5	3,37 - 4,33	0,96

Tabla 5.2

De la información de las Tablas 5.1 y 5.2 podemos decir que la pregunta 2 es la que recibe las valoraciones más altas por parte de los estudiantes, mientras que la pregunta 6 es la menos valorada, además en la valoración de esta pregunta hay un alto consenso en valorar bajas a todas las respuestas por parte de los estudiantes ya que es la que presenta el menor rango de medias de todas las preguntas.

Para efectos de análisis consideraremos de los intervalos de la siguiente manera:

$< 3 \Rightarrow$  Bajo

$[3, 4[ \Rightarrow$  Medio

$[4, 5] \Rightarrow$  Alto

Para realizar el análisis, primero consideramos las posibles combinaciones de los intervalos de las respuestas, del instrumento podemos decir que los valores pueden ir desde 0 hasta 5, pero de la tabla 5.2 podemos concluir que los valores reales irán de 2,77 hasta 4,39 por lo que solamente tomaremos en cuenta las posibles combinaciones que hay entre 2,5 y 4,5 ya que este intervalo abarca todos los valores reales, de esta forma tenemos:

- [2,5 , 3[
- [3, 4[
- [4, 4,5]
- [2,5 , 3[  $\cup$  [3, 4[
- [2,5 , 3[  $\cup$  [4, 4,5]
- [3, 4[  $\cup$  [4, 4,5 ]
- [2, 3[  $\cup$  [3, 4[  $\cup$  [4, 5 ]

Con los intervalos encontrados, analizamos cada pregunta para ver a que intervalo pertenecía las valoraciones a las diferentes respuestas, como resultado de esto obtuvimos la Tabla 5.3:

Intervalo de media	Preguntas
[2,5 , 3[	Ninguna
[3 , 4[	Pregunta 6
[4 , 4,5 ]	Ninguna
[2,5 , 3[ $\cup$ [3 , 4[	Pregunta 4 Pregunta 5
[2, 5 , 3[ $\cup$ [4 , 4,5]	Ninguna
[3 , 4[ $\cup$ [4 , 4,5]	Pregunta 1 Pregunta 2 Pregunta 3 Pregunta 7
[2,5 , 3[ $\cup$ [3, 4[ $\cup$ [4 , 4,5]	Ninguna

Tabla 5.3

Podemos ver que se forman tres grupos de preguntas cuyas respuestas recibieron valoraciones similares, los cuales podemos resumir en la Tabla 5.4:

Grupo	Intervalo de media del grupo	Tipo de valor	Pregunta	Contenido

1	$[3, 4[$	Medio.	P 6	Dificultades que se presentan al evaluar las matemáticas a través de resolución de problemas.
2	$[2,5, 3[ \cup [3, 4[$	Bajo – medio.	P 4	Lo que proporciona evaluar las matemáticas con resolución de problemas.
			P 5	Lo que se debe de evaluar en la resolución de problemas.
3	$[3, 4[ \cup [4, 4,5 ]$	Medio – alto.	P 1	En que consiste la evaluación en matemáticas.
			P 2	Lo que se debe de evaluar cuando en matemáticas.
			P 3	En que consiste la resolución de problemas.
			P 7	Dificultades que presenta la elaboración de pruebas basadas en resolución de problemas.

Tabla 5.4

**Primer Grupo:** El primer grupo está formado por una sola pregunta, cuyas respuestas se encuentran entre el intervalo  $[3, 4[$  . Se trata de la pregunta 6. Las respuestas de esta preguntas recibe valoraciones de las que denominamos como valores medios, la mayoría de los sujetos valoraron de acuerdo. Esta pregunta presenta 8 opciones de respuestas, las respuestas vinculadas a esta pregunta reciben valores de media muy cercanas, ya que tiene el menor rango de las medias, por lo que no establecen una clara discriminación entre todas ellas. Esta pregunta trata acerca de la dificultades que se presentan cuando evaluamos a través de la resolución de problemas.

**Segundo Grupo:** El segundo grupo está formado por dos preguntas cuyas respuestas se encuentran entre el intervalo  $[2, 3[ \cup [3, 4[$  . Se trata de las preguntas 4 y 5. Las respuestas a estas preguntas reciben valoraciones que denominamos como bajo – medio ya que están entre 2,98-3,73 y 2,77-3,89 respectivamente. Esto quiere decir que existen valores bajos, los cuales se encuentran en el intervalo  $[2, 3[$  que son los que recibieron valoraciones entre total desacuerdo, desacuerdo o indiferente, y valores medios que se encuentran dentro del intervalo  $[3, 4[$ , que son los que generalmente reciben acuerdo como respuesta. Estas preguntas tienen 4 y 5 respuestas respectivamente. Esta preguntas se refieren una: a lo que proporciona evaluar las matemáticas con resolución de problemas y la otra se refiere a lo que se debe de evaluar en la resolución de problemas.

Cabe mencionar que este grupo está representado por algunas respuestas que recibieron menor valoración de todo el cuestionario. Por lo que podemos decir que son las preguntas con las que los sujetos están más en desacuerdo.

**Tercer Grupo:** El tercer grupo está formada por cuatro preguntas cuyas respuestas se encuentran entre el intervalo  $[3, 4[ \cup [4, 5 ]$ . Se trata de las preguntas 1, 2, 3 y 7. Las respuestas de estas preguntas reciben valoraciones de las que consideramos media-altas, en este grupo se encuentran las preguntas que tuvieron algunas respuestas con los valores de medias más altas del cuestionario, quiere decir que las valoraciones que los sujetos asignan a las respuestas fueron un acuerdo o plenamente de acuerdo, por lo que podemos decir que este grupo de preguntas es el que más aceptado por parte de los sujetos de la muestra. Las preguntas que forman este grupo son las que se refieren a: lo que se debe valorar cuando evaluamos en matemáticas, en lo que consiste la evaluación de matemáticas, a lo que la resolución de problemas es para la matemática y las dificultades que presenta la elaboración de pruebas basadas en resolución de problemas.

## **5.2 CLASIFICACION GENERAL DE LAS RESPUESTAS.**

Después de haber analizado cada una de las preguntas del cuestionario para conocer las concepciones y creencias que tienen los sujetos de la muestra acerca de evaluar con pruebas basadas en la resolución de problemas, nos planteamos analizar únicamente las 40 respuestas independientemente de las preguntas a las que pertenecen.

### **5.2.1 Cluster de respuestas.**

Para clasificar la totalidad de respuestas en función del tamaño de efecto calculado a partir de la media y de la varianza, y así se trata de formar grupos de preguntas que tengan estadísticamente tamaños de efecto similares, nos planteamos utilizar uno de los métodos multivariados de análisis el cual se denomina: análisis clusters, que hemos explicado en el apartado 4.3. Y que de acuerdo con Zikmund (1995), Uriel (1995), Lebart (1985) y García (1989), nos servirá para clasificar a los individuos u objetos en una cantidad reducida de grupos mutuamente excluyentes y exhaustivo, además de tener una alta homogeneidad interna (dentro del conglomerado) y heterogeneidad externa (entre conglomerados), esto quiere decir que todos los objetos

pertenecientes a un grupo deberán ser muy similares entre si pero muy diferentes a los pertenecientes a otros grupos.

Para encontrar estos clusters en nuestro trabajo, partimos de la matriz de distancia entre los enunciados como lo hizo Gil (1999, 2000), que contiene los tamaños de efecto de pares de respuestas, los cuales se puede consultar en el anexo 6.5, con esta matriz se procedió a realizar un análisis de cluster con la ayuda del paquetes estadístico SPSS 9.0 al cual le pedimos que nos proporcionara diferentes números de clusters obteniendo los siguientes resultados que fueron tomados del anexo 6.6 y se resumen en la Tabla 5.5:

n° de clusters	n° de respuestas que lo forman		Intervalo de las medias
3	Cluster 1	17	2,77 – 3,44
	Cluster 2	6	4,12 – 4,39
	Cluster 3	17	3,56 – 4,02
4	Cluster 1	17	2,77 – 3,44
	Cluster 2	6	4,12 – 4,39
	Cluster 3	11	3,56 – 3,73
	Cluster 4	6	3,89 – 4,02
5	Cluster 1	14	3,04 – 3,44
	Cluster 2	6	4,12 – 4,39
	Cluster 3	11	3,56 – 3,73
	Cluster 4	6	3,89 – 4,02
	Cluster 5	3	2,77 – 2,98
6	Cluster 1	7	3,04 – 3,27
	Cluster 2	4	4,12 – 4,39
	Cluster 3	11	3,56 – 3,73
	Cluster 4	6	3,89 – 4,02
	Cluster 5	3	2,77 – 2,98
	Cluster 6	7	3,24 – 3,44

Tabla 5.5

De acuerdo a la Tabla 5.5, decidimos tomar 3 clusters, ya que en función de las medias se pueden caracterizar mejor si tomamos los intervalos de la siguiente manera:

$< 3,5 \Rightarrow$  Bajos.

$[ 3,5 , 4,0 [ \Rightarrow$  Medio.

$[ 4,0 , 4,5 ] \Rightarrow$  Altos.

De esta manera obtuvimos los siguientes resultados a cerca de los tres clusters, los cuales mostramos en la Tabla 5.6:

Cluster	Respuestas que pertenecen al cluster, con la media correspondiente.	Intervalo de la media.	Intervalo de la desviación típica.	Valores
1	1.1 (3,27), 1.3 (3,04), 4.4 (2,98), 4.5 (2,98), 5.1 (2,77), 5.2 (3,44), 6.1 (3,31), 6.2 (3,20), 6.3 (3,37), 6.4 (3,25), 6.5 (3,18), 6.6 (3,13), 6.7 (3,21), 6.8 (3,24), 7.1 (3,37), 7.2 (3,37) y 7.3 (3,39)	2,77 – 3,44	0,99 – 1,56	Bajos
2	1.2 (4,33), 2.1 (4,12), 2.2 (4,39), 2.7 (4,16), 3.6 (4,18) y 7.5 (4,33)	4,12 – 4,39	5,55 – 1,05	Alto
3	1.4 (3,71), 2.3 (4,02), 2.4 (3,73), 2.5 (3,61), 2.6 (3,90), 3.1 (3,64), 3.2 (3,59), 3.3 (4,02), 3.4 (3,56), 3.5 (3,91), 3.7 (3,98), 4.1 (3,66), 4.2 (3,73), 4.3 (3,70), 5.3 (3,66), 5.4 (3,89) y 7.4 (3,58)	3,56 – 4,02	0,8 – 1,46	Medio

Tabla 5.6

De la Tabla 5.6 podemos analizar cada uno de los cluster, cabe mencionar que el intervalo de la media del cluster nos indica los valores en los que se mueven las medias de las respuestas que integran el grupo, además en el cluster 3 podemos observar que el limite superior de las medias, esta muy próximo a 4 por lo que lo consideramos dentro del intervalo de valores medios.

Para caracterizar cada uno de los cluster además de tomar como punto de partida la media de cada respuesta, lo haremos en función del número de respuestas presentes de cada preguntas, considerando que la pregunta tiene representación dentro del cluster cuando encontremos más del 60 % del total de respuestas en el cluster.

### Cluster 1 (CE1)

◆ Consta de 17 respuestas, que representan el 42,5 % de las respuestas.
◆ Es el cluster que tiene los valores de medias caracterizados como BAJOS.
◆ La desviación típica de estas respuestas se encuentran entre 0,99 – 1,56 lo cual nos indica un grado de consenso variado, ya que presenta respuestas con valores bajos, pero también presenta respuestas con valores altos.

◆ Este cluster esta representado por 5 preguntas del cuestionario, siendo esta la pregunta 1, 4, 5, 6 y 7.
◆ En este cluster se encuentran todas las respuestas a la pregunta 6 que se refiere a las dificultades que se presentan al evaluar con pruebas basada en problemas.
◆ Se encuentran más del 60% de las respuestas (3) a la pregunta sobre la dificultad de elaborar los instrumentos de evaluación (pregunta 7).

Las respuestas que corresponden a este cluster son:

- 1.1 La determinación del logro de los objetivos propuestos en un programa de matemáticas.
- 1.2 El análisis del proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas independientemente de cual sea el resultado.
- 4.4 Proporciona información para la toma de decisiones sobre la promoción escolar de los estudiantes.
- 4.5 Le da un valor personal al estudiante ante su entorno familiar y social.
- 5.1 Los resultados
- 5.2 Todo el desarrollo.
- 6.1 Que el estudiante no está acostumbrado a ser evaluado con problemas.
- 6.2 La complejidad que supone este tipo de tarea.
- 6.3 La construcción de la prueba adecuada.
- 6.4 La falta de convencimiento del profesor para evaluar de esta forma.
- 6.5 La falta de preparación del profesor para esta tarea.
- 6.6 El tiempo que requiere
- 6.7 La utilización por los estudiantes de métodos no validos para resolver los problemas.
- 6.8 La falta de criterios precisos para su calificación.
- 7.1 Cuesta mucho trabajo y tiempo elaborar una prueba de este tipo.
- 7.2 Requiere mucho tiempo para su aplicación.
- 7.3 Las pruebas adecuadas proporcionan la información necesaria acerca del conocimiento matemático del estudiante.

**Cluster 1** : Las respuestas que pertenecen a esta cluster son las que menos valoración reciben por parte de los sujetos, por lo tanto están en desacuerdo en que representa una dificultades evaluar las matemáticas a través de la resolución de problemas, también están en desacuerdo en que exista dificultad de elaborar pruebas basadas en la resolución de problemas

#### **CLUSTER 2 (CE2)**

◆ Consta de 6 respuestas, que representa el 15 % de las respuestas
◆ Es el cluster que tiene los valores de medias caracterizados como ALTO.
◆ La desviación típica de estas respuestas se encuentran entre 0,55 – 1,05 lo cual indica un grado de consenso alto entre los sujetos al responder estas preguntas ya que en este cluster se encuentran los valores más bajos de la desviación típica.
◆ Este cluster esta representado por 4 preguntas (1, 2, 3 y 7).
◆ Es el cluster que tiene menor número de preguntas y respuestas.

Las respuestas que corresponden a este cluster son:

1.2 Es el proceso que sirve para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático, tomando en cuenta tanto el procedimiento como el resultado.

2.1 El conocimiento matemático adquirido por el estudiante.

2.2 El trabajo realizado por el estudiante.

2.7 Los logros alcanzados respecto a los objetivos.

3.6 Mejora la capacidad de razonamiento de los estudiantes.

7.5 Debe ser completado con otras actividades de evaluación.

**Cluster nº 2:** Las respuestas de este cluster son las que más aceptación tienen por parte de los sujetos de la muestra ya que tienen valores altos, pero además presentan un alto consenso con respecto a estas respuestas ya que los valores de la desviación típica son los más bajos del cuestionario. De acuerdo a las respuestas que forman este cluster, se debe de valorar: el conocimiento adquirido y el trabajo realizado por el estudiante, además los logros alcanzados respecto a los objetivos.

**La resolución de problemas mejora la capacidad de razonamiento del sujeto, pero su evaluación deberá ser completada con otras actividades de evaluación.**

### **CLUSTER 3 (CE3)**

◆ Consta de 17 respuestas, que representan el 42.5 % de las respuestas.
◆ Es el cluster que tiene los valores de medias caracterizados como MEDIOS.
◆ La desviación típica de estas respuestas se encuentran entre 0,8 – 1,46 lo cual nos indica un grado de consenso muy variado ya que hay respuestas que tienen desviaciones típicas bajas lo cual indica que están de acuerdo lo sujeto, pero existen respuestas que tienen la desviación típica alta lo que indica que no hay mucho consenso en las respuestas.
◆ En este cluster están representadas 6 preguntas del cuestionario (1, 2, 3, 4, 5 y 7).

Las respuestas que están en este cluster son:

- 1.3 La obtención de información sobre la comprensión matemática de un estudiante con el fin de ayudarlo a su mejora.
- 2.3 La actitud del estudiante.
- 2.4 La conducta del estudiante
- 2.5 La madurez y formación del estudiante.
- 2.6 Los contenidos matemáticos del programa.
- 3.1 Debe ser un objetivo de los programas de matemáticas a todos los niveles.
- 3.2 Se debe explicar específicamente en la clase de matemáticas.
- 3.3 Puede utilizarse para explicar las matemáticas desde un punto de vista práctico.
- 3.4 Constituye una forma idónea para evaluar el conocimiento de matemáticas.
- 3.5 Representa un reto y una dificultad para el estudiante.
- 3.7 Su enseñanza requiere una preparación sólida del profesor de matemáticas.
- 4.1 Proporciona elementos para determinar el logro de objetivos.
- 4.2 Proporciona mejor información sobre el proceso de enseñanza - aprendizaje de los estudiantes.
- 4.3 Proporciona elementos para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático.
- 5.3 Los métodos o formas de resolver los problemas.

5.4 De manera diferente los distintos métodos utilizados en su resolución.

7.4 Dan información parcial del conocimiento matemático de los estudiantes.

**Cluster n° 3: Este cluster tiene valores de aceptación medios por parte de los sujetos. En este cluster se encuentra los enunciado que hacen referencia a lo que hay que evaluar en matemáticas como la actitud, la conducta, la madurez de alumno, así como los contenidos, además la resolución de problemas debe de ser objeto de todos los programas de matemáticas, debiéndose explicar en clase, ayudándonos para explicar las matemáticas desde un punto de vista práctico, todo esto con la finalidad de tener una comprensión matemática del estudiante y así ayudar a su mejora.**

**Al evaluar con resolución de problemas debemos evaluar de diferente forma todos los métodos y formas de resolver problemas, aunque únicamente nos den información parcial de los estudiantes.**

### **5.2.2 Análisis factorial**

El análisis factorial se utiliza para resumir datos, cuando existen muchas variables, la mayor parte de las cuales están correlacionadas y deben sintetizarse para hacer más fácil su manejo (Malhotra, 1997).

Para saber si en nuestro caso era aplicable el uso del análisis factorial, efectuamos como lo recomienda Malhotra dos pruebas con las valoraciones asignadas por los futuros profesionales de la educación al cuestionario:

- ◆ Primera: Prueba de esfericidad de Bartlett que es una prueba estadística que utiliza como hipótesis nula:

$H_0$ : que las variables no están correlacionadas en la población.

Por lo que la hipótesis alternativa será:

$H_1$ : que las variables están correlacionadas en la población.

- ◆ Segunda prueba: Medida de adecuación de la muestra de Kaiser – Meyer – Olkin (KMO) es un índice que según Malhotra se utiliza para estudiar que tan apropiado es el análisis factorial. Los valores entre 0,5 y 1,0 indican que el análisis es

apropiado; valores debajo de 0,5 indican que el análisis factorial quizá no sea adecuado.

Con los valores asignadas por los sujetos al cuestionario que se encuentran en el anexo 5.1 y el paquete estadístico SPSS obtenemos los siguientes resultados para estas pruebas, los cuales mostramos en la Tabla 5.7.

**KMO y prueba de Bartlett**

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		,622
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	1872,111
	gl	780
	Sig.	,000

Tabla 5.7

De la prueba de Bartlett podemos decir que como tenemos que  $p = 0,00$  podemos decir que se rechaza la hipótesis nula, y aceptamos la hipótesis alternativa, por lo que concluimos que: que las variables están correlacionadas en la población.

Además tenemos un valor de KMO de 0,622 por lo que según Malhotra (1997) es apropiado efectuar un análisis factorial.

Por lo que decidimos efectuar el análisis factorial con la finalidad de obtener un modelo explicativo de las relaciones que existen entre las variables del instrumento 2, este análisis lo realizamos como lo hicieron Gil (1999) y Gil, Rico (2000) con las puntuaciones otorgadas a las 40 variables de nuestro cuestionario.

Creemos que las respuestas a las preguntas del cuestionario constituyen un sistema organizado de ideas, conceptualmente coherente, sobre la evaluación con problemas, estas respuestas guardan cierta relación con respecto a este concepto. Por otro lado los futuros profesionales de la educación expresan su estado de opinión con respecto a evaluar con problemas asignando un valor a cada una de las respuestas al cuestionario, con una gran diversidad de puntos de vista.

En este apartado trataremos de profundizar en las relaciones y prioridades que los futuros profesionales de la educación establecen en el sistema de ideas que presenta el cuestionario, mediante las valoraciones que realizan los sujetos sobre los conceptos

presentados, es decir, tratamos de detectar las concepciones y creencias que tienen los futuros profesionales de la educación sobre la evaluación con problemas en matemáticas.

Creemos que los futuros profesionales de la educación organizan sus ideas en sistemas articulados, mediante los cuales expresan sus concepciones y creencias sobre la evaluación con problemas y, cuando necesitan, los utilizan como marco conceptual de su trabajo profesional.

Después de la aplicación del instrumento podemos decir que para cada una de las respuestas se puede emitir un juicio diferente, asignándole diversas valoraciones, esto nos permite establecer el supuesto de que los futuros profesionales de la educación expresan su concepciones y creencias sobre la evaluación con problemas en matemáticas, cuando asignan, de manera coordinada valoraciones a determinados conceptos que aparecen en el cuestionario.

Sostenemos que estas puntuaciones constituyen expresiones coherentes de ideas coordinadas, que muestran un modo organizado de concebir la evaluación con problema que pueden ser caracterizadas e interpretadas. Por eso con las valoraciones asignadas por los futuros profesionales de la educación, realizamos un análisis factorial de las variables en estudio y a continuación, tratar de interpretar los resultados en términos de concepciones y creencias.

Con el análisis factorial intentaremos dar respuesta a la siguiente pregunta:

- ◆ ¿Existe un factor general que aglutine a la mayoría de las respuestas, de modo que pueda inferirse que los futuros profesionales de la educación encuestados tienen una concepción global sobre la evaluación con problemas? Es decir, que aunque cada uno de los sujetos asigna puntuación diferente a cada una de las respuestas, esas diversas puntuaciones son variantes de un modo general de valorar cuando evaluamos con problemas.
- ◆ ¿Podemos descomponer el factor general en factores específicos que facilite la interpretación de los resultados?

Para contestar estas preguntas hicimos uso del análisis factorial, pero llegado este punto nos preguntamos: ¿qué es y cómo realizaremos ese análisis factorial?

El análisis factorial también conocido como análisis de interdependencia es una técnica multivariada, que a partir de las respuestas de muchas personas en un conjunto de pruebas, nos dice cuáles son las nuevas variables o factores que mejor explican en lo

que varían dichas personas (Álvarez, 2000; Yela, 1997). Tiene como propósito general resumir la información contenida en una gran cantidad de variables en un número menor de factores (Zikmund, 1985). Si cada variable varía independientemente de las demás, habrá tantas dimensiones de variación como variables, y estas relaciones se pondrán de manifiesto con otros tantos factores. Si los fenómenos no varían independientemente, sino que revelan dependencias mutuas, no habrá tantas dimensiones de variabilidad común como variables, y esto se pondrá de manifiesto por que el número de factores es menor que el de variables (Yela, 1997).

Como hemos dicho “cuando un investigador tiene un conjunto de variables y sospecha que están interrelacionadas en forma compleja, se puede emplear el análisis factorial para definir las relaciones lineales en patrones separados. El propósito estadístico del análisis factorial es determinar las combinaciones lineales de las variables que ayudaran a determinar las interrelaciones” (Zikmund, 1985, pp. 640).

Según Alvarez (2000) los factores no son entidades medibles con una escala, sino variables hipotéticas no directamente observables, que se infieren, se construyen, a partir de la medición de las variables directamente observables.

El análisis factorial es un estudio de los coeficientes de correlación, que nos dice que si dos variables varían exactamente en el mismo orden el coeficiente de correlación entre ellas será de 1; si varían en orden exactamente inverso su valor será de  $-1$ , si no hay ninguna relación en el orden de variación de una serie con respecto a otra, el coeficiente de correlación es cero (Yela, 1997). Por lo que los valores que podemos tener en los factores para cada una de las variables podrán estar dentro del intervalo  $[1, -1]$ .

Para realizar el análisis factorial elaboramos una matriz con el conjunto de puntuaciones asignadas por los futuros profesionales de la educación a cada una de las respuestas al cuestionario, esta matriz que se puede consultar en el anexo 5.1 y con la ayuda del paquete estadístico SPSS efectuamos el análisis factorial, en donde tomamos en cuenta las siguientes consideraciones:

- ◆ El método de análisis factorial que se elige es el de componentes principales ya que “se recomienda cuando el interés principal es determinar el número de factores que representan la varianza máxima de los datos” (Malhotra, 1997, pp 649).
- ◆ Se pide la solución sin rotación para tratar encontrar el factor general. Se pide la solución rotada utilizando el procedimiento varimax ya que se trata de un método de

rotación ortogonal que minimiza el número de variables con carga alta en un factor, mejorando así la interpretación de los factor.

- ◆ Pedimos suprimir los valores menores de  $|0,3|$ , ya que aportan poco a los factores debido a que es una carga baja (Malhotra, 1997).

El análisis factorial así obtenido se puede consultar en el anexo 5.7 donde tenemos la matriz factorial, que es la matriz que contiene las cargas de todas las variables y todos los factores extraídos.

### 5.2.2.1 Factor general

Analizando la matriz factorial obtenida podemos concentrar los resultados en la Tabla 5.8.

Respuesta	$h^2$	Factor general	Respuesta	$h^2$	Factor general	Respuesta	$h^2$	Factor general
R 1.1	0,687	0,429	R 3.4	0,716	0,423	R 6.2	0,673	0,294
R 1.2	0,642	0,210	R 3.5	0,518	0,252	R 6.3	0,731	0,197
R 1.3	0,710	0,151	R 3.6	0,556	0,226	R 6.4	0,708	0,205
R 1.4	0,741	0,298	R 3.7	0,748	0,185	R 6.5	0,679	0,229
R 2.1	0,751	0,364	R 4.1	0,641	0,486	R 6.6	0,703	0,421
R 2.2	0,673	0,297	R 4.2	0,690	0,225	R 6.7	0,622	0,338
R 2.3	0,795	0,588	R 4.3	0,683	0,301	R 6.8	0,550	0,359
R 2.4	0,723	0,523	R 4.4	0,604	0,526	R 7.1	0,674	0,243
R 2.5	0,622	0,580	R 4.5	0,517	0,271	R 7.2	0,789	0,410
R 2.6	0,700	0,439	R 5.1	0,735	0,289	R 7.3	0,649	0,336
R 2.7	0,673	0,558	R 5.2	0,794	0,228	R 7.4	0,685	0,318
R 3.1	0,611	0,140	R 5.3	0,646	0,284	R 7.5	0,611	0,386
R 3.2	0,723	0,081	R 5.4	0,538	0,097			
R 3.3	0,529	0,195	R 6.1	0,571	0,326			

Tabla 5.8

A partir de la Tabla 5.8 realizamos las siguientes observaciones sobre los resultados obtenidos para tratar de responder la pregunta acerca del factor general que nos hicimos al inicio del análisis factorial:

- ◆ En las comunalidades ( $h^2$ ), 15 de las 40 respuestas son  $\geq 0,70$  las cuales podemos considerar como apropiadas según Kaiser mencionado por Alvarez (2000) y las

restantes 25 respuestas se encuentran en valores cercanos ya que se hallan dentro del intervalos ] 0,70 , 0,517].

Pero según Gil (1999), 33 respuestas de las 40 presentan valores de comunalidades que podemos considerar como altos y los restantes 7 están por arriba de 0,517.

- ◆ De las 40 variables solamente 19 cargan con valores mayores a |0,3| en el factor general.

Conclusión: *Podemos concluir que no existe un factor general que aglutine la mayoría de las respuestas, por lo que podemos inferir que los futuros profesionales de la educación encuestados no tienen una concepción global sobre la evaluación con problemas.*

### 5.2.2.2 Factores específicos.

Para conocer los factores específicos, y así poder dar contestación a la segunda pregunta que nos planteamos en el inicio del análisis factorial, analizamos la matriz factorial rotada del anexo 5.7, de la cual podemos decir que obtenemos 14 factores que representan un 66,534 % de la varianza acumulada, la cual podemos considerar como aceptable ya que Malhotra dice: “que se recomienda que los factores que se extraen representen por lo menos el 60 % de varianza acumulada”. De estos 14 factores hacemos el siguiente resumen que presentamos en la Tabla 5.9:

Respuesta	n° de factores a los que carga
R 3.7	4
R 3.4; R 4.4; R 6.2 y R 6.5	3
R 1.1; R 1.2; R 1.4; R 2.2; R 5.2; R 5.4; R 6.3; R 6.7; R 6.8; R 7.1 Y R 7.5	2
R 1.3; R 2.1; R 2.3; R 2.4; R 2.5; R 2.6; R 2.7; R 3.1; R 3.2; R 3.3; R 3.6; R 3.7; R 4.1; R 4.2; R 4.3; R 4.5; R 5.1; R 5.3; R 6.1; R 6.4; R 6.6; R 7.2; R 7.3 y R 7.4	1

Tabla 5.9

De la Tabla 5.9 podemos decir que la mayoría (60 %) de las respuestas solamente cargan a un solo factor y solamente una de las respuesta carga a 4 factores.

Para realizar el análisis general de cada uno de los factores tomaremos en cuenta todas las variables que cargan a cada factor con valor  $|0,3|$  al interpretarlos interpretaremos las cargas de la siguiente manera:

$[ 0, 3 , 0,5 [ \Rightarrow$  valor bajo

$[ 0,5 , 0,75 [ \Rightarrow$  valor medio

$[ 0,75, 1 ] \Rightarrow$  valor alto

Para darle nombre al factor tomaremos en cuenta lo siguiente:

- a) Interpretaremos cada factor en términos de las variables con cargas más elevadas (Malhotra, 1997).
- b) A partir de la variable que carga con mayor valor tomaremos en consideración las que en valor descendente conserven una diferencia de hasta 0,200, independientemente del signo de la carga.

Presentamos los factores específicos que encontramos, indicando, el código del número de pregunta a la que pertenece y el número de respuesta que representa (ejemplo R 1.2 respuesta número dos de la pregunta uno, R 4.5 respuesta de número cinco de la pregunta número cuatro, etc.), seguido del enunciado de la respuesta correspondiente y por último el valor con el que carga la respuesta al factor tomadas del anexo 5.7, los colocamos en forma descendente con respecto al valor absoluto de la carga. Por último caracterizamos y ponemos nombre a cada uno de estos factores.

***Primer factor:***

<b>Respuesta</b>	<b>Enunciado</b>	<b>Valor del factor</b>
R 2.3	La actitud del estudiante	0,864
R 2.4	La conducta del estudiante.	0,816
R 2.5	La madurez y formación del estudiante.	0,671
R 2.2	El trabajo realizado por el estudiante	0,461
R 1.2	Es el proceso que sirve para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático, tomando en consideración tanto el proceso como el resultado.	0,333

Este factor queda determinado por cinco respuestas, cuatro de ellos hacen referencia a lo que se debe valorar cuando se evalúa en matemáticas, y una, la que tiene menor carga se refiere a lo que los estudiantes piensan a cerca de evaluar en matemáticas. Los valores con los que cargan esta variables al factor las podemos considerar como bajos R 2.2 y R 1.2, valor medio R 2.5 y valor alto R 2.3 y R 2.4 (de los más altos del cuestionario). El valor de media que recibe la respuesta R 2.2 en el apartado 5.1.1 es alta, mientras que aquí solamente carga con un valor bajo, de esta forma solamente matiza las características del factor.

El factor parece estar centrado en el alumno y nos dice lo que debemos de valorar cuando evaluamos en matemáticas: la conducta, madurez y formación, trabajo realizado y la actitud del estudiante. Pero también manifiesta en que consiste la evaluación centrándola en el logro de objetivos únicamente pero con una carga baja por lo que podemos considerar que no tiene mucha influencia en el factor.

De las cinco respuestas presentes en este factor, del apartado 5.2.1 podemos decir que dos R 1.2 y R 2.2 pertenecen al CE 2 por lo que tienen alta aceptación y aquí cargan con valores bajos por lo que únicamente matizan al factor, mientras que R 2.3, R 2.4 y R 2.5 pertenecen al CE3 y tienen una aceptación media por parte de los sujetos mientras que aquí cargan con valores altos caracterizando así al factor.

Denominamos al primer factor: *Valorar la actitud, conducta, madurez y formación del alumno.*

*Segundo factor:*

<b>Respuesta</b>	<b>Enunciado</b>	<b>Valor del factor</b>
R 5.2	Todo el desarrollo.	0,789
R 5.3	Los métodos o formas de resolver los problemas.	0,652
R 1.4	La obtención de la información sobre la comprensión matemática de un estudiante con el fin de ayudarlo a una mejora	0,565
R 6.1	Que el estudiante no está acostumbrado a ser evaluado con problemas.	- 0,489
R 5.4	De manera diferente los distintos métodos utilizados en su resolución.	- 0,480
R 6.2	La complejidad que supone este tipo de tarea.	0,353

En este factor cargan seis respuestas, tres hacen referencia a lo que se debe de evaluar en la resolución de problemas, una hace referencia a lo que consiste la

evaluación en matemáticas y dos hacen referencia a las dificultades que se presentan al evaluar en matemáticas a través de la resolución de problemas. Tres de los valores R 6.1, R 5.4 y R 6.2 cargan con valores bajos, de estos tres, dos lo hacen con valores negativos, lo que nos indica que existe una relación que varían en orden exactamente inverso por eso su valor es negativo. Otros dos factores R 5.3 y R 1.4 cargan con valores medios y uno R 5.2 carga con valores altos.

La idea general del factor se basa en lo procedimental, nos dice que cuando utilizamos pruebas basadas en problemas debemos valorar todos el desarrollo, tomando en cuenta los diferentes métodos o formas de resolverlos, pero evaluando de igual manera todos los métodos utilizados para resolver los problemas. La evaluación es vista como una ayuda para la mejora del alumno. Consideran que la evaluación con problemas es compleja. Sin embargo nos dice que los estudiantes están acostumbrados a ser evaluados con problemas. Por lo que en forma general podemos decir que este factor trata acerca del proceso de evaluación en general.

Del apartado 5.2.1, podemos decir que R 5.2 esta en CE1 por lo que tiene baja aceptación por parte de los sujetos mientras que en factor carga con un valor alto por lo resulta significativo para caracterizar el factor. Por otro lado R 5.3 pertenece a CE 3, por lo que tienen una aceptación media y en el factor no cargan con valores tan altos, pero si resulta significativo a la hora de caracterizar el factor. Mientras que en el factor R 1.4, R 6.1, R5.4 Y R 6.2 las cargas son meramente testimoniales.

Denominamos al segundo factor: *Evaluar el desarrollo y los diferentes método de resolver problemas.*

***Tercer factor:***

<b>Respuesta</b>	<b>Enunciado</b>	<b>Valor del factor</b>
R 2.1	El conocimiento matemático adquirido por el estudiante	0,820
R 2.6	Los contenidos matemáticos del programa	0,718
R 2.7	Los logro alcanzados con respecto a los objetivos.	0,641
R 1.1	La determinación de el logro de objetivos propuestos en un programa de matemáticas.	0,501
R 2.2	El trabajo realizado por el estudiante	0,302

En este factor cargan cinco respuestas, cuatro de ellas hablan sobre lo que se debe de valorar cuando evaluamos en matemáticas, una habla de lo que es la evaluación en matemáticas. La R 2.2 recibe una valoración baja, y su presencia en este factor es

más bien de índole testimonial únicamente, mientras que R 2.6, R 2.7 y R 1.1 reciben valoraciones medias por lo que únicamente matizan al factor. Por otro lado R 2.1 recibe una valoración alta por lo que tiene gran significado en la caracterización del factor.

La idea general del factor es evaluar cuestiones del alumno y de aspectos relativos al curriculum, del alumnos se interesa evaluar el conocimientos adquiridos y por el trabajo que realiza. De las cuestiones curriculares se interesa en evaluar cuestiones del contenidos del programa y de los objetivos alcanzados. Además de entender la evaluación como el logro de objetivos.

Del apartado 5.2.1 podemos decir que R 2.1, 2.7 y R 2.2 pertenece al CE2 por lo que tienen una alta aceptación por parte de los sujetos, mientras que R 2.1 en este factor carga con el valor más alto por lo que su presencia es significativa a la hora de caracterizar el factor, mientras que R 2.2 tiene una carga baja en el factor y su presencia es únicamente testimonial, pero la carga de R 2.7 es alta en el factor y su presencia a la hora de caracterizarlo es significativa. Mientras que R 2.6 pertenece al CE 3 que tiene valor de aceptación medio por los sujetos, pero por su carga el factor tiene una participación significativa a la hora de caracterizar el factor. Y por último R 1.1 en el cluster pertenece a CE1 por lo que tiene una aceptación baja y en el factor carga con valor bajo por lo que su presencia en el factor es solamente es de tipo testimonial.

Denominamos este tercer factor como: *Valorar los conocimientos de los alumnos, los contenido del programa y los logros alcanzados.*

**Cuarto factor:**

<b>Respuesta</b>	<b>Enunciado</b>	<b>Valor del factor</b>
R 6.6	El tiempo que requiere.	0,740
R 6.7	La utilización por los estudiantes de métodos no validos para resolver problemas.	0,605
R 6.8	La falta de criterios precisos para su calificación.	0,473
R 1.1	La determinación del logro de objetivos propuestos en un programa de matemáticas.	0,326
R 3.7	Su enseñanza requiere una preparación sólida del profesor de matemáticas.	- 0,313
R 7.5	Debe ser completados con otras actividades de evaluación.	0,304

A este factor cargan seis respuestas, tres de ellas tratan acerca de las dificultades que se presentar al evaluar con problemas, una habla acerca de la resolución de

problemas, una versa acerca de la dificultad de realizar instrumentos de evaluación basados en resolución de problemas y otra tratar del concepto de evaluación. Cuatro de las respuestas R 6.8, R 1.1, R 3.7 y R 7.5 cargan con valoraciones bajos entre estos cuatro uno carga con valor negativo, lo que nos indica que existe una relación que varían en orden inverso por eso su valor es negativo. Otras dos R 6.6 y R 6.7 cargan con valores medios, por lo que podemos decir que ninguno de las respuestas tienen un significado alto para el factor ya que ninguna cargan con valores altos.

Del apartado 5.2.1 podemos decir que R 6.6, R 6.7, R 6.8 y R 1.1 pertenecen CE 1 por lo que tiene una baja aceptación por parte de los sujetos mientras que en el factor tienen una carga media por lo que no resulta significativo a la hora de caracterizar el factor. Mientras que R 3.7 pertenece a CE 3 con una valor medio de aceptación, mientras R 7.5 pertenece a CE 2 por lo que tiene un alta aceptación por parte de los sujetos y estas dos preguntas por sus cargas al factor su presencia es meramente testimoniales.

La idea general del factor es principalmente acerca de las dificultades de evaluar con problemas mencionando entre otros: el tiempo que se requiere para evaluar con problemas, la utilización de métodos no validos para resolver problemas, así como la falta de criterios para su evaluación, además nos dicen que la evaluación utilizando pruebas basadas en resolución de problemas requiere de ser completada con otras actividades. La evaluación la consideran como el logro de objetivos. Del profesor nos dice que no requiere de una preparación sólida enseñar a resolver problemas.

Denominamos al cuarto factor: *Tiempo que requiere evaluar debido al uso de métodos no validos para resolver problemas y la falta de criterios para calificarlos.*

*Quinto factor:*

<b>Respuesta</b>	<b>Enunciado</b>	<b>Valor del factor</b>
R 3.6	Mejora la capacidad de razonamiento del estudiante.	0,682
R 3.5	Representa un reto y una dificultad para el estudiante	0,543
R 3.3	Puede utilizarse para explicar las matemáticas desde un punto de vista práctico.	0,542
R 3.4	Constituye una forma idónea para evaluar el conocimiento matemático.	0,399
R 3.7	Su enseñanza requiere una preparación sólida del profesor de matemáticas.	0,369

A este factor cargan cinco respuestas, todas ellas tratan acerca de la resolución de problemas. Las respuestas R 3.4 y R 3.7 reciben valoraciones bajas, mientras que las respuestas R 3.6, R 3.5 y R 3.3 cargan con valores medios, por lo que igual que en caso anterior no hay respuestas de mucha significación para el factor ya que ninguna de las respuestas cargan con valores altos.

Del apartado 5.2.1 podemos decir que R 3.6 carga en CE2 quiere decir que tiene un valor alto en los cluster y aquí tiene el valor más alto, y sirve para caracterizar el cluster, mientras que R 3.5, R 3.3, R 3.4 y R 3.7 están en el CE3, que son valores medios, sin embargo aquí cargan al factor con valores bajos por lo cual unas de ellas las tomamos para caracterizar el cluster y mientras que otras solamente tiene carácter presencial en el factor.

La idea general de este factor es acerca de la resolución de problemas en matemáticas, nos dicen que la resolución de problemas mejora la capacidad de razonamiento de los estudiantes, se ve a la resolución de problemas como un reto y dificultad para los estudiantes, sirve para explicar las matemáticas desde un punto de vista práctico, nos dicen que representa una forma idónea para evaluar el conocimiento y para enseñar se requiere de una preparación sólida por parte de los profesores.

Denominación del quinto factor: *La resolución de problemas mejora el razonamiento, representar un reto y constituye una fuente de utilidad.*

*Sexto factor:*

<b>Respuesta</b>	<b>Enunciado</b>	<b>Valor del factor</b>
R 7.3	Las pruebas adecuadas proporcionan la información necesaria acerca del conocimiento matemático del estudiante.	0,752
R 3.4	Constituye una forma idónea para evaluar el conocimiento matemático.	0,506
R 4.4	Proporciona información para tomar decisiones sobre la promoción escolar de los estudiantes.	0,413
R 6.2	La complejidad que supone este tipo de tarea.	0,334

A este factor cargan cuatro respuestas. Las respuestas R 4.4. y R 6.2 cargan con valoraciones bajas, mientras que la respuesta R 3.4 carga con valores medios y la respuesta R 7.3 carga con un valor alto. Una de ellas habla acerca de las dificultades de elaborar instrumento de evaluación basados en resolución de problemas, otra acerca de

la resolución de problemas en matemáticas, otra a la información que proporciona evaluar con problemas y por último la dificultad de evaluar con problemas en matemáticas.

Del apartado 5.2.1 podemos decir que R 7.3, R 4.4 y R 6.2 están presentes en CE1 por lo que tienen valores bajos, mientras que en el factor R 7.3 carga con el valor más alto y sirve para caracterizar el factor mientras que R 4.4 y R 6.2 solamente tienen carácter presencial en el factor ya que cargan con valores bajos, los mismo que R 3.4 que está en CE3.

La idea general que transmite este factor es que si elaboramos una prueba adecuada para evaluar con problemas esta nos proporciona información acerca del conocimiento de los estudiantes, constituye una forma idónea de evaluar el conocimiento, se considera que esa información nos servirá para tomar decisiones sobre la promoción escolar de los estudiantes, todo esto es considerado a la evaluación con problemas como una tarea muy compleja.

Denominamos este sexto factor: *Hay que elaborar las pruebas adecuadas para evaluar con problemas.*

*Séptimo factor:*

<b>Respuesta</b>	<b>Enunciado</b>	<b>Valor del factor</b>
R6.4	La falta de convencimiento del profesor para evaluar de esta forma.	0,793
R 6.5	La falta de preparación del profesor para esta tarea.	0,568
R 6.8	La falta de criterios precisos para su calificación.	0,461

A este factor únicamente cargan tres de las respuestas, las tres se refieren a las dificultades que presenta la evaluación con resolución de problemas. La respuesta R 6.8 carga con un valor bajo, mientras la R 6.5 carga con un valor medio y la R 6.4 carga con un valor alto, esto quiere decir que tiene diferente significación para los estudiantes.

Del apartado 5.2.1 podemos decir que R 6.4, R 6.5 y R 6.8 están en CE1, esto quiere decir que tienen valores bajos mientras que en el factor R 6.4 carga con el valor más alto y caracteriza el factor mientras que las otras dos solamente matizan dicho factor.

La ideas general de este factor es básicamente sobre las dificultades que tienen los profesores cuando evalúan con problemas, nos dicen que existe una falta de convencimiento y preparación por parte de los profesores para evaluar con problemas, junto con una falta de criterios precisos para calificar los problemas en una prueba.

Denominamos este séptimo factor: *Los profesores no están convencidos de evaluar con problemas.*

**Octavo factor:**

<b>Respuesta</b>	<b>Enunciado</b>	<b>Valor del factor</b>
R 4.2	Proporciona mejor información sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje de los estudiantes.	0,779
R 4.3	Proporciona elementos para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático.	0,742
R 7.1	Cuesta mucho trabajo y tiempo elaborar una prueba de este tipo	0,356

A este factor cargan solamente tres respuestas, dos de ellas se refieren a la información que nos proporciona la evaluación con resolución de problemas y como podríamos utilizar esa información. La otra respuesta trata sobre la dificultad de elaborar pruebas basadas en resolución de problemas. Uno de las preguntas la R 7.1 carga con un valor bajo, mientras que las otras dos R 4.3 y R 4.2 cargan con valores que podríamos considerar altos, lo que nos indica que las últimas dos tienen mayor significado para los estudiantes.

Del apartado 5.2.1 podemos decir que R 4.2 y R 4.3 están en el CE3 por lo que tienen valores medios de aceptación mientras que en el factor cargan con valores altos por lo que su presencia es muy significativa a la hora de caracterizar el factor, mientras que R 7.1 esta en CE1 por lo que recibió valoración baja de aceptación y aquí también carga con valor bajo por lo que no es significativa su presencia a la hora de caracterizar el factor.

La idea general de este factor es acerca de que la evaluación con problemas proporciona información acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje y esto nos proporciona elementos para poder juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático. Además de mencionar el trabajo y el tiempo que requiere elaborar una prueba basada en resolución de problemas.

Denominamos este octavo factor: *La evaluación con problemas proporciona información a cerca del proceso de enseñanza – aprendizaje del estudiante, para juzgarlo, valorarlo y controlarlo.*

**Noveno factor:**

<b>Respuesta</b>	<b>Enunciado</b>	<b>Valor del factor</b>
R 1.3	El análisis del proceso de enseñanza – aprendizaje en matemáticas, independientemente de cual sea el resultado.	0,796
R 1.2	Es el proceso que sirve para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático, tomando en consideración tanto el proceso como el resultado.	- 0,589
R 1.4	La obtención de la información sobre la comprensión matemática de un estudiante con el fin de ayudarlo a una mejora	0,575

A este factor cargan tres respuestas todas ellas relacionadas con la evaluación en matemáticas, este factor en general nos dicen lo que significa la evaluación en matemáticas para los sujetos. Dos de las respuestas R 1.4 y R 1.2 cargan con valores medios, y una de estas dos respuestas lo hace con valores negativos, lo que nos indica que existe una relación que varían en orden inverso por eso su valor es negativo. Solamente una de las respuestas R 1.3 carga con valor alto, por lo que podemos decir que es el que mayor importancia presenta para los estudiantes.

Del apartado 5.2.1 podemos decir que R 1.3 esta en CE1, esto quiere decir que tiene valor bajo de aceptación, mientras que en el factor carga con el valor más alto por lo que caracteriza el factor, sin embargo R 1.2 tiene una valor alto en CE2 y aquí únicamente tiene carácter presencial en el factor, por ultimo R1.4 que esta en CE3 por lo que tiene valor medio mientras que en el factor tiene el valor más bajo por lo que también tiene carácter presencial únicamente.

La idea general de este factor es que la evaluación en matemáticas consiste en el análisis del proceso de enseñanza – aprendizaje, independientemente del resultado. Nos dice que este proceso no sirve para valorar, juzgar o controlar el desarrollo del conocimiento matemático. Que la información obtenida sobre la comprensión matemática del estudiante nos debe servir para ayudarlo a su mejora.

Denominamos este noveno factor: *La evaluación consiste en analizar el proceso de enseñanza – aprendizaje.*

*Décimo factor:*

<b>Respuesta</b>	<b>Enunciado</b>	<b>Valor del factor</b>
R 7,2	Requiere mucho tiempo para su aplicación.	0,789
R 7.1	Cuesta mucho trabajo y tiempo elaborar una prueba de este tipo	0,602
R 3.4	Constituye una forma idónea para evaluar el conocimiento matemático.	0,431
R 4.4	Proporciona información para tomar decisiones sobre la promoción escolar de los estudiantes.	0,305

A este factor cargan tres respuestas, dos relacionadas con la dificultad de elaborar instrumentos basados en resolución de problemas para evaluar a los estudiantes, una esta relacionada con el tema de la resolución de problemas en matemáticas y la otra se relaciona con la información que nos proporciona evaluar con resolución de problemas. Dos de las respuestas, la R 4.4 y R 3.4 cargan con valores bajos, la respuesta R 7.1 carga con valor medio y únicamente R 7.2 carga con un valor alto.

Del apartado 5.2.1 podemos decir R 7.2, R 7.1 y R 4.4 están en CE1, esto quiere decir que tienen valores bajos de aceptación, mientras que en el factor R 7.2 y R 7.1 cargan con valores altos y medios por lo que caracterizan el factor, mientras que R 4.4 también tiene carga baja en el factor por lo que únicamente lo matiza. Para R 3.4 que esta en CE3, en el cluster tiene valor medio de aceptación y en el factor tiene un valor bajo por lo que también solamente matiza al factor.

La idea general de este factor es que la elaboración de pruebas basada en resolución de problemas requieren de mucho tiempo para su aplicación y que cuesta mucho tiempo y trabajo elaborar una prueba de este tipo, pero a pesar de estas consideraciones acerca de la evaluación con problemas, manifiestan que la resolución de problemas es una forma idónea para evaluar, además de proporcionar información necesaria para tomar decisiones acerca de la promoción de los estudiantes.

Denominamos este décimo factor: *El tiempo como desventaja para evaluar con problemas.*

***Décimo primer factor:***

<b>Respuesta</b>	<b>Enunciado</b>	<b>Valor del factor</b>
R 3.2	Se debe de explicar específicamente en la clase de matemáticas.	0,695
R 3.1	Debe ser objeto de los programas de matemáticas a todos los niveles.	0,668
R 5.4	De manera diferente los distintos métodos utilizados en su resolución.	0,331
R 6.3	La construcción de la prueba adecuada.	0,329

A este factor cargan cuatro preguntas relacionadas dos de ellas con el uso de la resolución de problemas en las matemáticas, otra con lo que se debe de evaluar en la resolución de problemas y la otra es referente a la dificultad evaluar las matemáticas a través de la resolución de problemas. Las respuestas R 3.2 y R 3.1 cargan con valores altos, mientras que las respuestas R 5.4 y R 6.3 cargan con valores bajos.

Del apartado 5.2.1 sabemos que R 3.2, R 3.1 y R 5.4 están en CE3 por lo que tienen valores medios de aceptación, mientras que en el factor R 3.2 y R 3.1 cargan con valores medios y sirven para caracterizar el factor, mientras que R 5.4 solamente matiza el factor ya que carga con valores bajos, por otro lado R 6.3 esta en CE1 por lo que presento un valor bajo de aceptación en el cluster y en el factor también carga con el valor más bajo y no es significativo a la hora de caracterizar el factor.

La idea general que encontramos en este factor es que la resolución de problemas debe de estar presente en todos los programas y a todos los niveles, para así poder ser explicada en todas las clases de matemáticas. Los profesores deben de evaluar de diferente modo los distintos métodos que se utilizan para resolver los problemas. Mencionando además la dificultad que se presenta para construir pruebas adecuadas para evaluar con problemas.

Denominamos este décimo primer factor: ***La resolución de problemas se debe ser un objetivo a desarrollar en todos los programas.***

***Décimo segundo factor:***

<b>Respuesta</b>	<b>Enunciado</b>	<b>Valor del factor</b>
R 7.4	Dan información parcial del conocimiento matemático del estudiante.	0,678
R 6.2	La complejidad que supone este tipo de tarea.	0,523

R 7.5	Debe ser completados con otras actividades de evaluación.	0,403
R 6.7	La utilización por los estudiantes de métodos no validos para resolver problemas.	0,327
R 4.4	Proporciona información para tomar decisiones sobre la promoción escolar de los estudiantes.	0,315

A este factor cargan cinco de las respuestas, dos de ellas se refieren a las dificultades de elaborar pruebas basadas en resolución de problemas, dos respuestas se refieren a las dificultades de evaluar las matemáticas con resolución de problemas y otra de las respuestas es referente a la información que nos proporciona la evaluación con resolución de problemas. Las respuestas R 4.4, R 6.7 y R 7.5 cargan con valores bajos, mientras que las respuestas R 6.2 y R 7.4 cargan con valores medios.

Del apartado 5.2.1 sabemos que R 7.4 esta en CE3, que tiene un valor medio de aceptación mientras que aquí carga con una valor medio, pero el más alto del factor, por lo que sirve para caracterizarlo, por otro lado R 6.2, R 6.7 y R 4.4 están en CE1 lo que quiere decir que tienen valores bajos de aceptación, mientras que R 6.2 en el factor carga con valor medio, pero que también sirve para caracterizar el factor, mientras que R 6.7 y R 4.4 también cargan con valores bajos al factor por lo que únicamente matizan al factor. Por ultimo R 7.5 esta en CE2 por lo que decimos que tiene un valor alto en el cluster, mientras que al factor carga con un valor bajo por lo que no se utiliza para caracterizarlo.

La idea general que nos trata de dar este factor es las dificultades que representa evaluar con resolución de problemas ya que algunas veces los estudiantes utilizan métodos no validos para resolver los problemas, unido a que únicamente obtenemos información parcial de los conocimientos de los estudiantes, esto nos hace que la evaluación tenga que ser completada con otras actividades de evaluación, haciendo con esto que la tarea se torne compleja, ya que la información que obtenemos debe de ser fiable ya que con ella se tomaran decisiones sobre la promoción de los estudiantes.

Denominamos este décimo segundo factor: *La evaluación con problemas da información parcial y es una tarea compleja.*

*Décimo tercer factor:*

Respuesta	Enunciado	Valor del factor
R 4.5	Le da valor personal al estudiante en su entorno familiar y	0,619

	social.	
R 6.3	La construcción de la prueba adecuada.	- 0,593
R 3.7	Su enseñanza requiere una preparación sólida del profesor de matemáticas.	- 0,438
R 4.1	Proporciona elementos para determinar el logro de los objetivos.	0,365

A este factor cargan cuatro respuestas, dos de ellas relacionadas con la información que podemos obtener al evaluar con resolución de problemas, otra relacionada con la preparación de los profesores para enseñar la resolución de problemas en el aula y la última relacionada con las dificultades de elaborar pruebas basadas en la resolución de problemas. Dos de ellas R 4.1 y R 3.7 cargan con valores bajos y dos R 4.5 y R 6.3 con valores medios. Dos de estos cuatro valores son negativos lo cual indica que existe una relación que varían en orden exactamente inverso por eso su valor es negativo.

Del apartado 5.2.1 podemos decir que R 4.5 y R 6.3 están en CE1, esto quiere decir presentaron valores bajos de aceptación, mientras que en el factor R 4.5 carga con valor medio al factor pero se utiliza para caracterizarlo y R 6.3 carga con valor bajo por lo que solamente matiza el factor. Para R 3.7 y R 4.1 que están en CE3 y tuvieron valores medios de aceptación y en el factor cargan con valores bajos por lo que también solamente matizan al factor.

La idea general de este cluster es que la evaluación basada en resolución de problemas le da un valor personal al estudiante en su entorno, además a los profesores nos proporciona elementos para determinar el logro de los objetivos, contando con que las construcciones de pruebas adecuadas que estén basadas en la resolución de problemas no constituye una dificultad, y aunado a que, los profesores no requieren de una preparación sólida para enseñar la resolución de problemas en el aula, podríamos decir que el proceso de evaluación basado en la resolución de problemas es considerado en este factor como algo muy fácil carente de dificultades.

Denominamos este décimo tercer factor: ***La evaluación con problemas da un valor social y familiar al estudiante.***

***Décimo cuarto factor:***

Respuesta	Enunciado	Valor del factor
-----------	-----------	------------------

R 5.1	Los resultados.	0,810
R 3.7	Su enseñanza requiere una preparación sólida del profesor de matemáticas.	0,338
R 6.5	La falta de preparación del profesor para esta tarea.	- 0,331
R 5.2	Todo el desarrollo.	0,308

Este factor esta formado por cuatro de las respuestas, relacionadas dos de ellas con lo que se debe de evaluar en la resolución de problemas, otra relacionada con preparación de los profesores para enseñar la resolución de problemas y otra que esta relacionada con las dificultades que se presentan al evaluar con resolución de problemas. Tres de la respuestas R 5.2, R 6.5 y R 3.7 cargan con valores bajos y una de ellas lo hace con valor negativo lo que indica como dijimos anteriormente que varían en orden exactamente inverso por eso su valor es negativo. Mientras que la respuesta R 5.1 carga con un valor alto ( de los más altos del cuestionario). Lo que nos indica que esta ultima es la variable que tiene mayor peso en el factor.

Del apartado 5.2.1 sabemos que R 5.1, R 6.5 y R 5.2 están en CE1 por lo que presentaron valores bajos de aceptación, mientras que en el factor R 5.1 carga con el valor más alto por lo que sirve para caracterizar el factor. Para R 6.5 y R 5.2 cargan con valores bajos en el factor por lo que solamente lo matizan, mientras R 3.7 que esta en CE3 tiene un valor medio de aceptación en el cluster, aquí carga con valor bajo, por lo que también solamente matiza el factor.

La idea que transmite en forma general este factor es que al evaluar con pruebas basadas en resolución de problemas debemos evaluar principalmente los resultados, sin dejar de evaluar el desarrollo, pero como elemento determinante al evaluar estaría el resultado. Nos dice que la enseñanza de la resolución de problemas en matemáticas requiere de una preparación sólida por parte de los profesores, además nos dice que no representa una dificultad a la hora de evaluar las matemáticas a través de resolución de problemas la falta de preparación de los profesores con respecto a esta tarea.

Denominamos este décimo cuarto factor: ***Al evaluar con problemas se deben valorar los resultados.***

Por lo que consideramos que la estructura conceptual de los factores de creencias sobre evaluación con problemas queda como se muestra en el cuadro 5.1 que mostramos a continuación:

<p><b>1</b> Valorar la actitud, conducta, madurez y formación del alumno.</p>	<p><b>2</b> Evaluar el desarrollo y los diferentes métodos para resolver problemas.</p>	<p><b>3</b> Valorar el conocimiento del alumno, los contenidos del programa y los logros alcanzado.</p>	<p><b>4</b> El tiempo que requiere evaluar, debido al uso de métodos no validos para resolver problemas y la falta de criterios para calificar</p>
<p><b>14</b> Al evaluar con problemas se deben de valorar los resultados.</p>			<p><b>5</b> La resolución de problemas mejora el razonamiento representa un reto y constituye una fuente de utilidad</p>
<p><b>13</b> La evaluación con problemas da valor social y familiar al estudiante.</p>			<p><b>6</b> Hay que elaborar las pruebas adecuadas para evaluar con problemas.</p>
<p><b>12</b> La evaluación con problemas da información parcial y es una tarea compleja.</p>			<p><b>7</b> Los profesores no están convencidos de evaluar con problemas.</p>
<p><b>11</b> La resolución de problemas debe de ser objetivo a desarrollar en todos los programas.</p>	<p><b>10</b> El tiempo como desventaja para evaluar con problemas.</p>	<p><b>9</b> La evaluación consiste en analiza el proceso de enseñanza - aprendizaje.</p>	<p><b>8</b> Proporciona información a cerca del proceso de enseñanza-aprendizaje del estudiante para juzgarlo, valorarlo y controlarlo</p>

**Cuadro 5.1**

Con la finalidad de ver si podíamos reducir más este número de factores tratamos de realizar con las matriz factorial otro análisis factorial y para ello procedimos a ver si era factible este análisis como lo hicimos en el apartado 5.2.2 calculando la prueba de esfericidad de Bartlett y encontrando la medida de adecuación de la muestra de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) de las que según explicamos:

- ◆ Primero: La prueba de esfericidad de Bartlett es una prueba estadística que utiliza como hipótesis nula:

$H_0$ : que las variables no están correlacionadas en la población.

Por lo que la hipótesis alternativa será:

$H_1$ : que las variables están correlacionadas en la población.

- ◆ Segunda prueba: La medida de adecuación de la muestra de Kaiser – Meyer – Olkin (KMO) es un índice que según Malhotra se utiliza para estudiar que tan apropiado es el análisis factorial. Los valores entre 0,5 y 1,0 indican que el análisis es apropiado; valores debajo de 0,5 indican que el análisis factorial quizá no sea adecuado.

Los resultados que obtenemos:

**KMO y prueba de Bartlett**

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		,181
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	44,745
	gl	91
	Sig.	1,000

De la prueba de Bartlett podemos decir que como tenemos que  $p = 1,000$  podemos decir que se acepta la hipótesis nula, por lo que concluimos que las variables no están correlacionadas en la población.

Además tenemos un valor de KMO de 0,181 por lo que según Malhotra (1997) no es apropiado efectuar un análisis factorial.

De lo resultados anteriores podemos concluir que no es recomendable un segundo análisis factorial con la finalidad de reducir el número de factores.

### **Factores detectado y creencias de los profesores**

Las creencias sobre evaluar con pruebas basadas en resolución de problemas que tienen los futuros profesionales de la educación queda diversificado en los 14 factores que nombremos a continuación:

Primero: Se debe de valorar la actitud, la conducta, madurez y la formación del alumno.

Segundo: Debemos de evaluar el desarrollo y los diferentes métodos utilizados para resolver problemas.

Tercero: Debemos valorar los conocimientos del alumno, los contenidos del programa y los logros alcanzados.

Cuarto: El tiempo que requiere evaluar debido al uso de métodos no validos para resolver problemas y la falta de criterios para calificarlos.

Quinto: La resolución de problemas mejora el razonamiento, representa un reto y constituye una fuente de utilidad.

Sexto: Hay que elaborar las pruebas adecuadas para evaluar con problemas.

Séptimo: Los profesores no están convencidos de evaluar con problemas.

Octavo: La evaluación con problemas proporciona información acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje del estudiante, para juzgarlo, valorarlo y controlarlo.

Noveno: La evaluación analiza el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Décimo: El tiempo es una desventaja para evaluar con problemas.

Undécimo: La resolución de problemas debe de ser un objetivo a desarrollar en todos los programas.

Duodécimo: La evaluación con resolución de problemas da información parcial y es una tarea compleja.

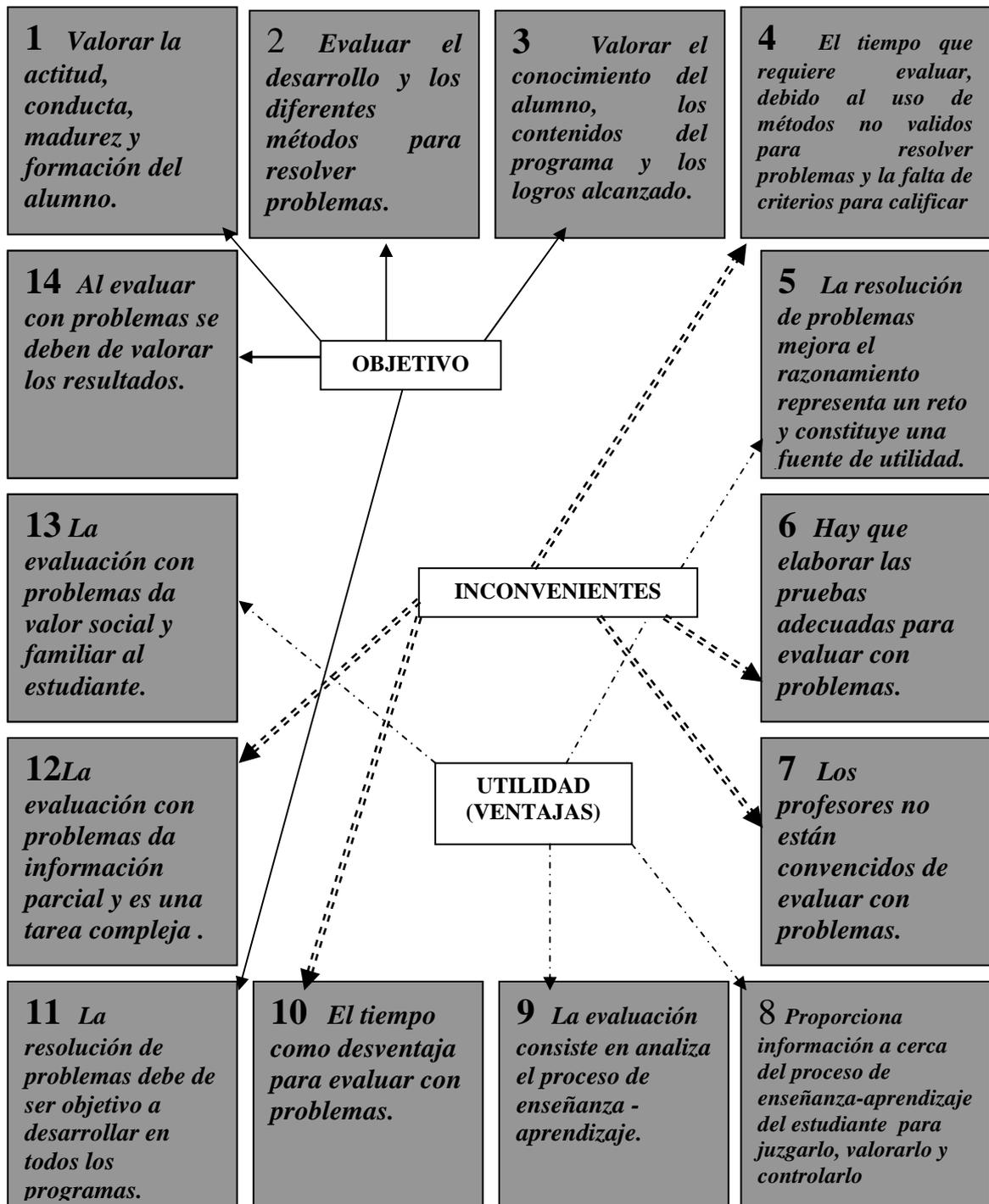
Décimo tercero: La evaluación con problemas da valor social y familiar al estudiante.

Décimo cuarto: Al evaluar con resolución de problemas se deben de valorar los resultados.

Podemos decir que todos estos factores expresan diversas opiniones y ponen de manifiesto las creencias de los sujetos respecto a evaluar con pruebas basadas en resolución de problemas, Además producto de un análisis que realizamos al cuadro 5.1 creemos que estos 14 factores se encuentran en torno a tres ideal centrales como manifestamos a continuación y que resumimos en el en el cuadro 5.2:

- Detectamos cinco factores diferentes sobre el objetivo de evaluar con resolución de problemas y creemos que cuatro de ellos podrían responder a la pregunta del ¿qué evaluar?, estos factores son: F1, F2, F3, F11 y F 14.
- Detectamos cinco factores que hacen referencia a los inconvenientes o dificultades que representa evaluar con pruebas basadas en la resolución de problemas, estos factores son: F 4, F 6, F 7, F 10 y F12.

- Detectamos cuatro factores que hacen referencia a las utilidades o las ventajas que representa evaluar con pruebas basadas en la resolución de problemas, estos factores son: F 5, F 8, F9 y F 13.



Cuadro 5.2

Todos los factores ponen de manifiesto las creencias que sobre evaluación con problemas tienen los sujetos, los cuales interpretamos de la siguiente manera:

- Lo que se debe valorar del estudiante es: la actitud, conducta, madurez y formación (F1) y los conocimientos (F3).
- De los programas nos dicen: debemos valorar los contenidos del programa y los logros alcanzados (F3) y debemos de ver que la resolución de problemas este presente en todos los programas (F11).
- Sobre lo que hay que valorar en los instrumentos de evaluación con problemas encontramos dos creencias diferentes por un lado una que dice que hay que evaluar todos el desarrollo y los diferentes métodos de resolver problemas (F2) y otra que dice que hay que valorar únicamente el resultado (F14).

De los inconvenientes de evaluar con pruebas basada en resolución de problemas:

- Creen que el tiempo que se requiere para evaluar con problemas representa un inconveniente.
- Que la evaluación con problemas representa una tarea compleja.
- En cuanto a los inconvenientes del instrumentos detectamos tres creencias: una que hay que elaborar las pruebas adecuadas (F6), el tiempo que requiere su aplicación (F10) y creen que solamente dan información parcial(F12).
- De los profesores, creen que no están convencidos de evaluar con resolución de problemas (F7).

De la utilidad de evaluar con pruebas basadas en la resolución de problemas:

- De la creencias acerca de la utilidad de evaluar con problemas: se encuentra la información que proporciona acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje del estudiante y sirve para juzgar, valorar y controlar el proceso (F8).
- Sobre la utilidad de la evaluación creen que sirve para analizar el proceso de enseñanza-aprendizaje (F9).
- Creen que la resolución de problemas a pesar de representar una dificultad para el estudiante, mejora su razonamiento (F5)
- Además identificamos la creencia de que la evaluación con resolución de problemas otorga un valor social y familiar al estudiante (F13).



## CAPÍTULO VI

### ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS DEL INSTRUMENTO 3

#### INTRODUCCION

En este capítulo exponemos el análisis de la información obtenida después de aplicar el instrumento 3, cuya elaboración fue descrita en el apartado 3.4.3, a los sujetos de la muestra descrita en el apartado 3.3.2. Este capítulo esta estructurado en dos partes: en la primera se analizaran las valoraciones otorgadas a las diferentes soluciones a un problema, en el segundo, se analizan las justificaciones otorgadas a dichas valoraciones.

Cabe mencionar que en este capítulo cuando nos referimos a los sujetos algunas veces lo hacemos con respecto a su rol como resolutores y otras con su rol de evaluadores, pero en cada caso nosotros lo indicaremos.

#### 6.1 CODIFICACION

Para el análisis de los datos procedemos a describir la codificación que será utilizada en este capítulo.

##### 6.1.1 Los clusters

La codificación que usamos para los cluster a los que pertenecen los sujetos en su rol de resolutores de problemas de álgebra elemental, que se obtuvieron del apartado 4.3.1 y que se codificaran de la siguiente manera:

Cluster	Características del cluster
CR1	Los sujetos utilizan los cinco sistemas de representación para resolver problemas de álgebra elemental. Preferentemente utilizan los sistemas de representación Simbólico, Gráfico-Simbólico y Parte-Todo, un menor número de sujetos hace uso de los sistemas de representación Gráfico y Ensayo-Error.
CR2	Se caracteriza por el uso preferente del sistema Simbólico con el apoyo del Gráfico-Simbólico para resolver problemas de álgebra elemental. Muestran buena capacidad para resolver los problemas y obtienen un alto rendimiento.

CR3	Se caracteriza por que los sujetos usan los métodos numéricos, Ensayo-Error y Parte-Todo, (19%) más que en cualquiera de los otros clusters. Muestran escasa capacidad para resolver los problemas y obtienen un bajo rendimiento.
CR4	Los sujetos muestran rechazo por el uso del sistema de representación Gráfico para resolver problemas de álgebra elemental. Con apoyo predominante del sistema de representación Simbólico. Casi no resuelven problemas que tienen dibujo o diagrama y con números difíciles.

### 6.1.2 Los sistemas de representación

La codificación de los sistemas de representación con que los sujetos resolvieron los problemas del instrumento 1, que fueron codificados en el apartado 4.1.3.

Código	Categorías en los sistemas de representación.
0	No se puede determinar el sistema de representación por que no hay información suficiente.
1	Ensayo-Error.
2	Parte-Todo.
3	Gráfico.
4	Gráfico-Simbólico.
5	Simbólico.

### 6.1.3 De las soluciones

Las soluciones, del instrumento 3, se codificaron de la siguiente manera:

S1	Solución 1 cuando el problema es resuelto por el sistema de representación Gráfico – Simbólico.
S2	Solución 2 cuando el problema es resuelto por el sistema de representación Simbólico.
S3	Solución 3 cuando el problema es resuelto por el sistema de representación Parte – Todo.
S4	Solución 4 cuando el problema es resuelto por el sistema de representación Gráfico.

Con la finalidad de ver si se cumple el objetivo planteado en el apartado 1.4.1 de esta memoria que dice: “*Determinar empíricamente y caracterizar los constructos creencias y concepciones aplicadas de los futuros profesionales de la educación,*

*recogidas mediante la evaluación que hacen a los problemas verbales”* procedimos a analizar los datos del instrumento 3.

Para establecer como practican la evaluación los futuros profesionales de la educación cuando evalúan una prueba basada en resolución de problemas, les pasamos a los sujetos descritos en el apartado 3.3.2 el instrumento 3, cuyo proceso de elaboración fue descrito en el apartado 3.4.3. El instrumento consta de 4 soluciones son sus respuestas originales recogidas del instrumento 1 para que las valoren y además justifiquen su valoración, por lo que después de la aplicación disponemos de 652 valoraciones, que corresponden 4 de ellas a cada uno de los 163 sujetos que han contestado el instrumento 3, con sus respectivas justificaciones.

Para efectuar el análisis de las valoraciones, lo haremos en cuatro partes:

- Análisis de las valoraciones otorgadas a las cuatro soluciones.
- Análisis de las Valoraciones otorgadas contra sistema de representación utilizado por el evaluador, cuando tuvo el rol de resolutor.
- Análisis de las valoraciones otorgadas contra el cluster al que pertenecen los evaluadores como resolutores de problemas.
- Análisis de las justificaciones otorgadas a las soluciones.
- Análisis de las valoraciones y justificaciones otorgadas.

## **6.2 ANÁLISIS DE LAS VALORACIONES**

Los datos recogidos para el análisis proceden de 163 sujetos y cuatro valores de variables, estos datos los recogimos en una matriz que contiene 163 renglones y nueve columnas, donde las primeras tres columna corresponde a la identificación del sujeto, la cuarta columna al cluster al que pertenece el sujeto como resolutor de problemas, la quinta columna pertenece al sistema de representación con el cual resolvió el problema cuando su rol era de resolutor y las ultimas cuatro columnas corresponden a las valoraciones otorgadas por los sujetos a los cuatro problemas, la matriz así obtenida la podemos consultar en el anexo 6.1.

Para saber como valoran las soluciones resueltas por diferentes sistemas de representación, decidimos efectuar un análisis descriptivo a la matriz del anexo 6.1, que tiene las diferentes valoraciones.

### 6.2.1 Sujetos que valoran igual todas las soluciones.

En el análisis de la matriz del anexo 6.1, detectamos que habían 31 sujetos que valoraban por igual todas las soluciones, ellos representaban el 19 % del total de participantes, en la tabla 6.1 resumimos las valoraciones que otorgaron estos sujetos a las diferentes soluciones.

Sujeto	CR	SR	S1	S2	S3	S4
002	2	5	10	10	10	10
023	1	5	10	10	10	10
025	1	2	10	10	10	10
031	1	5	10	10	10	10
037	2	5	10	10	10	10
039	2	5	10	10	10	10
048	2	0	9	9	9	9
049	2	4	9	9	9	9
054	2	4	10	10	10	10
059	2	5	10	10	10	10
068	1	5	10	10	10	10
076	2	5	10	10	10	10
087	2	5	10	10	10	10
091	1	5	10	10	10	10
092	1	5	10	10	10	10
093	2	4	9	9	9	9
095	2	5	10	10	10	10
098	2	5	10	10	10	10
110	2	5	9	9	9	9
118	3	2	10	10	10	10
125	2	5	10	10	10	10
131	2	5	10	10	10	10
137	2	4	9	9	9	9
138	2	4	10	10	10	10
139	2	4	10	10	10	10
141	2	4	10	10	10	10
148	1	4	10	10	10	10
151	2	5	10	10	10	10
154	2	5	10	10	10	10
159	1	5	10	10	10	10
161	4	0	10	10	10	10

Nota: En el cuadro se utiliza: sujeto = n° que le asignamos a cada sujeto.

Tabla 6.1

**Conclusión:** Podemos decir que cuando se les pide valorar a los sujetos, diferentes soluciones de un problema verbales, si otorgan la misma calificación, esta será 10 ó 9.

En vista de lo anterior, y como los valores que otorgaron son valores extremos y estos iban a afectar los valores de la estadística descriptiva, decidimos sacarlos y trabajar únicamente con los sujetos restantes que en este caso serían:

$$163 - 31 = 132$$

De estos 132 sujetos que restaban, observamos que había siete sujetos que no habían valorado los problemas solamente habían puesto algunos la justificación y decidimos sacarlos también, ya que también afectan en los valores de los estadísticos descriptivos, estos sujeto era:

Sujeto	CR	SR	S1	S2	S3	S4
019	3	4	0	0	0	0
028	2	5	0	0	0	0
052	2	0	0	0	0	0
055	2	4	0	0	0	0
067	2	4	0	0	0	0
109	2	5	0	0	0	0
126	2	5	0	0	0	0

Como podemos ver estos sujetos no nos proporcionan información para esta parte del trabajo, sin embargo por ser todos ellos valores extremos, afectan los valores de la estadística descriptiva que realizamos, por lo tanto decidimos sacarlos de este análisis, por lo que nos quedaron:

$$132 - 7 = 125$$

### **6.2.2 Análisis descriptivo de las valoraciones asignadas a las diferentes soluciones.**

En vista de lo anterior contamos para el análisis con las valoraciones otorgadas por 125 sujetos los cuales se encuentran recogidos en la matriz que aparece en el anexo 6.2. Esta matriz de 125 renglones y nueve columnas, donde las primeras tres columna corresponde a la identificación del sujeto, la cuarta columna al cluster al que pertenece

el sujeto como resolutor, la quinta columna pertenece al sistema de representación con el cual resolvió el problema cuando su rol era de resolutor y las últimas cuatro columnas corresponden a las valoraciones otorgadas por los sujetos a las cuatro soluciones.

Para efectuar el análisis descriptivo tomamos la matriz del anexo 6.2 y la ayuda del paquete estadístico SPSS encontramos los estadísticos descriptivos de esta parte de la muestra que se pueden consultar en el anexo 6.3, a continuación mostramos un resumen de estos datos, colocando cada una de las soluciones, seguidas de la media, colocadas en forma descendente con respecto a la media, y cuando haya coincidencia, lo haremos según su desviación típica, de menor a mayor desviación típica (Benito 1992, Gil 1999). Para efectuar esta ordenación nos basamos en los resultados obtenidos en el anexo 6.3, los cuales mostramos en la Tabla 6.3.

Solución	n	X	S	Mínimo	Máximo
S1	125	8,91	1,21	5	10
S 2	125	8,00	1,52	4	10
S 4	125	7,81	1,89	0	10
S 3	125	7,15	1,76	2	10

Tabla 6.3

De la Tabla 6.3 podemos decir lo siguiente:

- De las valoraciones que dan a las diferentes soluciones podemos decir que:

$$S1 > S 2 > S4 > S3$$

- En la valoración al problema resuelto por el sistema de representación Gráfico-Simbólico hay mayor consenso por parte de los estudiantes ya que tiene la menor desviación estándar.
- S2, S3 y S4 son las soluciones que reciben valoraciones de suspenso.
- S1 es la única solución que ninguno de los sujetos ha suspendido.
- S1 es el que recibe las valoraciones más altas.
- S3 es el que valoran más bajo todos los sujetos

**Primera Conclusión:** *Los futuros profesores creen que cuando un problema es resuelto con el sistema de representación Gráfico-Simbólico se debe valorar más alto que cualquier otra forma de solución, seguida solución hecha por el sistema de representación Simbólico, después por la solución efectuada por el sistema de representación Gráfico y la solución menos valorada es cuando se resuelve el problema por el sistema de representación Parte-Todo.*

### **6.2.3. Estadísticos descriptivos de contraste.**

Una vez obtenidos estos datos nos preguntamos ¿cómo podemos saber que estos resultados no son producto del azar?, para contestar esta pregunta hicimos una prueba de contraste, para lo cual como explicamos en el apartado 4.3.2 para esto:

1.- Formulamos la hipótesis nula:

$H_0$ : No existe diferencia significativa entre las valoraciones otorgadas a las diferentes soluciones. Las observaciones son debidas al azar.

Por lo tanto la hipótesis alternativa será:

$H_1$ : Existe diferencia significativa entre las valoraciones otorgadas a las diferentes soluciones. Las observaciones no son debidas al azar.

2.- Elegimos el nivel de significación:

Fijamos el nivel de confianza en un 95 % por lo tanto queda establecido que el nivel de significación ( $\alpha$ ) para nuestro trabajo será de “0.05” (Bisquerra 1987 pp 85, Cohen, 1997, pp.2 Gil, 1999, pp 191; León y Montero, 1997, pp 128; Levin, 1996, pp. 426).

3.- Aplicamos la prueba estadística:

Para hallar los grados de significación, decidimos utilizar la prueba de T de Wilcoxon, por las mismas causas que explicamos en el apartado 4.3.2.

4.- Tomaremos la siguiente decisión:

Con los valores de los grados de significación ( $p$ ) de cada una de las respuestas como en los casos anteriores consideramos que:

$p \leq 0.05$  existen diferencias significativas por lo tanto rechazamos  $H_0$   
 $p > 0.05$  no existen diferencias significativas por lo tanto aceptamos  $H_0$ .

El paquete SPSS 9,0 nos proporciona el valor del grado de significación, en función de los cuales tendremos que tomar una decisión.

También calculamos el tamaño de efecto, ya que como sabemos estos nos permitirá determinar que diferencias consideramos apreciables y cuales no.

Como en el capítulo anterior consideraremos los valores del tamaño de efecto:

$[ 0 , 0,25 [ \Rightarrow$  pequeños  
 $[ 0,25 , 0,5 [ \Rightarrow$  medianos  
 $\geq 0,5 \Rightarrow$  grandes

Volveremos a considerar para este trabajo el rechazo de  $H_0$  para tamaños de efecto superiores a 0.5 (Cohen,1977, pp 8; Gil, 1999, pp 191; Fernández, 1995, pp. 198; Levin, 1996, pp 433). Y los asociados a niveles de significación (p) menores que 0.05.

Del anexo 6.4 tomamos el grado de significación, y con los datos de la Tabla 6.3, calculamos el tamaño de efecto con la ayuda de la formula 5.1 y los resultados que obtuvimos los encontramos en la Tabla 6.4.

Comparación	P	TE	Decisión.
S1 $\Leftrightarrow$ S2	0,000	0,659	$H_1$
S1 $\Leftrightarrow$ S3	0,000	1,164	$H_1$
S1 $\Leftrightarrow$ S4	0,000	0,692	$H_1$
S2 $\Leftrightarrow$ S3	0,000	0,516	$H_1$
S2 $\Leftrightarrow$ S4	0,448	0,111	$H_0$
S3 $\Leftrightarrow$ S4	0,000	0,360	$H_1$

Tabla 6.4

Como podemos ver en todos los caso (con excepción de una) se rechaza la hipótesis nula por lo que procedimos a efectuar la Tabla 6.5 para analizar los datos obtenidos.

Para elaborar la Tabla 6.5 presentamos cada uno de las soluciones del instrumento 3, para esto colocamos, el código de la solución, seguida de la media (x) colocada en forma descendente, y a continuación aparece la desviación típica (s). El grado de significación (p) y el tamaño de efecto (TE) tomados de la tabla 6.4, solamente en el caso de ser significativos, y por lo tanto rechazamos  $H_0$ , de esta forma podremos ir mostrando los agrupamientos de respuestas que se van formando en función de el tamaño de efecto y del grado de significación.

Consideraremos durante el análisis, como en los casos anteriores, que se forman grupos cuando  $TE \geq 0,5$  y que se forman subgrupos cuando el TE encuentre en el intervalo  $[0,25, 0,5[$ , dado que la primera opción muestra una clara diferencia entre las medias y en el segundo caso es menor esta diferencia.

Solución.	n	X	S	p	TE
S1	125	8,91	1,21		
				0,000	0,659
S2	125	8,00	1,52		
S4	125	7,81	1,89		
				0,000	0,516
S3	125	7,15	1,76		

Tabla 6.5

***A partir de la tabla 6.5 podemos confirmar que:***

- ***Los futuros profesionales de la educación valora más el problema resuelto por el sistema de representación Gráfico-Simbólico, creemos que esta solución es el que consideran más completa, dado que se resuelve a partir de un gráfico y además se utiliza álgebra para hallar la solución.***
- ***Como segunda opción no presentan gran preferencia por los sistemas de representación Simbólico y Gráfico.***
- ***Valoran menos el sistema de representación Parte-Todo, creemos que este problema es el menos valorado por ser resuelto por aritmética únicamente.***

#### 6.2.4 Análisis de las Valoraciones y el sistema de representación utilizado por los evaluador para resolver el problema.

Para efectuar este análisis, agrupamos las valoraciones otorgadas por los evaluadores de la siguiente manera:

	Valoración
Suspenso (Su)	< 5
Aprobado (A)	[ 5, 6]
Notable (N)	[7, 8]
Sobresaliente (S)	[9, 10]

Para este análisis volveremos a tomar a los 163 sujetos, para esto usaremos matriz del anexo 6.5, la cual consta de 163 fila por 9 columnas que corresponden las tres primeras a la identificación de los sujetos, la cuarta al cluster que como resolutor pertenece el sujetos, la quinta corresponde al sistema de representación que utilizo el sujeto para resolver el problema 7 del instrumento1, y las ultimas cuatro columnas pertenecen a la valoración que se dio a cada una de las soluciones del instrumento 3 utilizando las agrupaciones sugeridas, de esta matriz podemos obtener la información que aparece en la Tabla 6.6 sobre el sistemas de representación con el que los sujetos de la muestra resolvieron el problema que aparecía en el instrumento3 (problema 7), cuando su rol era de resolutor.

<b>Sistema de representación</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>%</b>
Dejan en blanco el problema o no dan información suficiente.	11	6,7
Ensayo-Error	0	0
Parte-Todo.	9	5,5
Gráfico.	1	0,6
Gráfico-Simbólico.	45	27,6
Simbólico.	97	59,5
Total.	163	100

Tabla 6.6

**a) De los sujetos que no resolvieron el problema o no dan información suficiente cuando su rol era de resolutor.**

De la Tabla 6.6 concluimos que son 11 los sujetos que no resolvieron el problema cuando su rol era de resolutor, representan el 6,7 % de la muestra total, de estos sujetos podemos decir que a pesar de no haber resuelto el problema, ellos lo valoran y nosotros no podemos saber si ellos lo sabrán resolver. Las frecuencias de las valoraciones que otorgan a diferentes soluciones las colocamos en la Tabla 6.7, tomadas del anexo 6.5.

Valoración.	S1	S2	S3	S4
Suspenso	1	1	1	1
Aprobado	0	1	4	3
Notable.	1	3	3	3
Sobresaliente	9	6	3	4

Tabla 6.7

En general podemos decir que las valoraciones de este grupo de sujetos se pueden resumir en lo siguiente:

$$S1 > S2 > S4 > S3$$

- La mayoría valora con sobresaliente
- El problema resuelto por el sistema de representación Gráfico-Simbólico es el que recibe la mayor valoración.
- Todas las soluciones son valoradas con un suspenso.
- Valoran más bajas las recibe el problema cuando es resuelto por el sistema de representación Parte-Todo.

**b) De los sujetos que resuelven por el sistema de representación Parte-Todo cuando su rol era de resolutor.**

De la Tabla 6.6 concluimos que son 9 los sujetos que resolvieron el problema 7 (instrumento1) por el sistema de representación Parte-Todo, el 5,5 % de la muestra total. Las valoraciones que otorgan a los problemas las concentramos en la Tabla 6.8 y fueron tomadas del anexo 6.5.

Valoración.	S1	S2	S3	S4
Suspense	0	1	0	0
Aprobado.	1	1	3	1
Notable.	3	1	3	4
Sobresaliente	5	6	3	4

Tabla 6.8

De la Tabla 6.8 podemos decir que las valoraciones de este grupo de sujetos se pueden resumir en lo siguiente:

$$S2 > S1 > S4 > S3$$

- La mayoría de sujetos valora las soluciones con sobresaliente.
- Valora más alto el problema resuelto por el sistema de representación Simbólico, pero también esta solución es la única que recibe suspensos.
- Seguido por el problema resuelto por el sistema de representación Gráfico-Simbólico.
- La solución que menor valoración recibe es el resuelto por el sistema de representación Parte – Todo.
- Las soluciones S1, S3 y S4 no reciben ningún suspenso.

Podemos decir que estos sujetos valoran menos el sistema de representación Parte-Todo y sin embargo ellos lo utilizaron para resolver el problema cuando fueron resolutores.

Para estos sujetos realizamos un análisis adicional, que consistía en ver si el sistema de representación que utilizó el evaluador para resolver el problema cuando era resolutor era valorado con la mayor o menor calificación, el análisis lo efectuamos tomando en cuenta las siguientes consideraciones en la matriz del anexo 6.5.

- Tomamos únicamente en cuenta a los sujetos que resolvieron el problema (rol de resolutor) por el sistema de representación Parte-Todo (2).

- Consideramos que el sujeto le daba la mayor valoración al sistema de representación Parte-Todo:
  - Cuando le daba la mayor calificación S3.
  - Cuando la calificación más alta se repetía, la del S3 tenía que estar entre ellas.
- Consideramos que el sujeto le daba la menor valoración a al sistema de representación Parte-Todo:
  - Cuando le daba la menor calificación a S3.
  - Cuando la calificación más baja se repetía, la de S3 tenía que estar entre ellas.

Con estas consideraciones obtenemos la Tabla 6.9:

<b>Características</b>	<b>nº de sujetos</b>
Otorgan la valoración más alta a S3.	3
Otorgan la valoración más baja a S3.	4
Valoran indistintamente las soluciones.	2
Total.	9

Tabla 6.9

- El 33,33 % de los sujetos que resuelven los problemas por el sistema de representación Parte-Todo, le otorgan la valoración más baja a los alumnos que resolvieron el problema por ese sistema de representación.
- El 36,36 % de los sujetos que resuelven los problemas por el sistema de representación Parte-Todo le otorgan la calificación más alta a los alumnos que resuelven por ese sistema de representación.

**c) De los sujetos que resolvieron el problema por el sistema de representación Gráfico.**

Solamente un sujeto que representa el 0,6 % resolvió el problema, en su rol de resolutor, por el sistema de representación Gráfico. Las valoraciones que otorga a las diferentes soluciones del problema las concentramos en el siguiente Tabla 6.10.

Valoración.	P1	P2	P3	P4
Suspense	0	0	1	1
Aprobado.	1	0	0	0

Notable.	0	0	0	0
Sobresaliente	0	1	0	0

Tabla 6.10

De la Tabla 6.10 podemos decir que las valoraciones de este grupo de sujetos se pueden resumir en lo siguiente:

$$S2 > S1 > S4 = S3$$

- Este sujeto valora más alto el problema resuelto por el sistema de representación Simbólico.
- **Este sujeto que resolvió inicialmente el problema por el sistema de representación Gráfico, suspende al alumno que resolvió el problema por el sistema de representación Parte-Todo.**

Como en el caso anterior también realizamos el análisis adicional, que consistía en ver el sistema de representación que utilizó el evaluador para resolver el problema cuando era resolutor era valorado con la mayor o menor calificación, el análisis lo efectuamos tomando en cuenta las siguientes consideraciones en la matriz del anexo 6.5.

- Tomamos en cuenta únicamente a los sujetos que resolvieron el problema (rol de resolutor) por el sistema de representación gráfico (3)
- Consideramos que el sujeto le daba la mayor valoración al sistema de representación Gráfico cuando:
  - Da la mayor calificación a S4.
  - Cuando la calificación más alta se repetían, la de S4 tenía que estar entre ellas.
- Consideramos que el sujeto le daba la menor valoración al sistema de representación Gráfico cuando:
  - Da la menor calificación a S4.
  - Cuando la calificación más baja se repetían, la de S4 tenía que estar entre ellas.

Con estas consideraciones obtenemos la Tabla 6.11.

Características	n° de sujetos
Otorgan la valoración más alta a S4.	0
Otorgan la valoración más baja a S4.	1
Valoran indistintamente las soluciones.	0
Total.	1

Tabla 6.11

- El único sujeto que resuelven los problemas por el sistema de representación Gráfico le otorgan la valoración más baja al alumno que resolvió el problema por ese sistema de representación.

**d) De los sujetos que resuelven por el sistema de representación Gráfico-Simbólico.**

De la Tabla 6.6 sabemos que hay 45 sujetos que resolvieron el problema por el sistema de representación Gráfico-Simbólico cuando su rol era de resolutor, representan el 27,6 % de la muestra total. Las valoraciones que otorgan a los problemas las concentramos en la Tabla 6.12:

Valoración.	S1	S2	S3	S4
Suspenseo.	3	4	4	3
Aprobado.	3	5	10	5
Notable.	9	15	9	12
Sobresaliente.	30	21	22	25

Tabla 6.12

De la Tabla 6.12 podemos decir que las valoraciones otorgadas a las diferentes soluciones por este grupo de sujetos se pueden resumir en lo siguiente:

$$S1 > S4 > S2 > S3$$

- La mayoría de los sujetos valora las diferentes soluciones con sobresaliente.
- Muchos sujetos valora más alto cuando el problema es resuelto por el sistema de representación Gráfico-Simbólico.
- Seguido por la solución hecha por el sistema de representación Gráfico.

- Estos sujetos valoran más alto los problemas que se resuelven con la ayuda de un gráfico, dibujo o diagrama.
- La solución que menor valoración recibe es cuando se resuelve el problema por el sistema de representación Parte – Todo.

Como en el caso anterior también realizamos el análisis adicional, que consistió en ver si el sistema de representación que utilizó el evaluador para resolver el problema cuando era resolutor era valorado con la mayor o menor calificación, el análisis lo efectuamos tomando en cuenta las siguientes consideraciones en la matriz del anexo 6.5.

- Tomamos en cuenta únicamente a los sujetos que resolvieron el problema (rol de resolutor) por el sistema de representación Gráfico-Simbólico (4).
- Consideramos que el sujeto le daba la mayor valoración al uso del sistema de representación Gráfico-Simbólico cuando:
  - Da la mayor calificación a S1.
  - Cuando la calificación más alta se repetía, S1 tenía que estar entre ellas.
- Consideramos que el sujeto le daba la menor valoración sistema de representación Gráfico-Simbólico cuando:
  - Da la menor calificación a S1.
  - Cuando la calificación más baja se repetía, S1 tenía que estar entre ellas.

Con estas consideraciones obtenemos Tabla 6.13.

<b>Características</b>	<b>n° de sujetos</b>
Otorgan la valoración más alta a S1.	34
Otorgan la valoración más baja a S1	10
Valoran indistintamente las soluciones.	1
Total.	45

Tabla 6.13

- El 75,55 % de los sujetos que resuelven los problemas por el sistema de representación Gráfico-Simbólico le otorgan la valoración más alta a los alumnos que resolvieron el problema por ese sistema de representación.

- El 22,22 % de los sujetos que resuelven los problemas por el sistema de representación Gráfico-Simbólico le otorgan la calificación más baja a los alumnos que resuelven por ese sistema de representación.

**e) De los sujetos que resuelven por el sistema de representación Simbólico.**

De la Tabla 6.6 sabemos que un total de 97 sujetos resolvieron el problema por el sistema de representación Simbólico cuando su rol era de resolutor, representan el 59,09% del total de la muestra. Las valoraciones que otorgan a los problemas las concentramos en la Tabla 6.14:

Valoración.	S1	S2	S3	S4
Suspense	3	3	7	8
Aprobado.	2	12	26	16
Notable.	21	30	27	19
Sobresaliente	71	52	37	54

Tabla 6.14

De la Tabla 6.14 podemos decir que las valoraciones de este grupo de sujetos se pueden resumir en lo siguiente:

$$S1 > S2 > S4 > S3$$

- La mayoría de sujetos valora las soluciones como sobresaliente.
- Un gran número de sujetos valora más alto el problema cuando es resuelto por el sistema de representación Gráfico-Simbólico.
- Seguido por el problema cuando se resuelve por el sistema de representación Simbólico.
- La solución que menor valoración recibe es el resuelto por el sistema de representación Parte-Todo.

Como en el caso anterior también realizamos el análisis adicional, que consistía en ver el sistema de representación que utilizó el evaluador para resolver el problema

cuando era resolutor era valorado con la mayor o menor calificación, el análisis lo efectuamos tomando en cuenta las siguientes consideraciones en la matriz del anexo 6.5.

- Tomamos en consideración únicamente a los sujetos que resolvieron el problema (rol de resolutor) por el sistema de representación Simbólico (5).
- Consideramos que el sujeto le daba la mayor valoración al problema cuando se resuelve por el sistema de representación Simbólico cuando:
  - Da la mayor calificación a S2.
  - Cuando la calificación más alta se repetía, S2 tenía que estar entre las más altas de las otorgadas.
- Consideramos que el sujeto le daba la menor valoración al problema cuando se resuelve por el sistema de representación Simbólico cuando:
  - Da la menor calificación a S2.
  - Cuando la calificación más baja se repetía, S2 tenía que estar entre la más bajas de las otorgadas.

Con estas consideraciones obtenemos la Tabla 6.15.

<b>Características</b>	<b>n° de sujetos</b>
Otorgan la valoración más alta a S2.	57
Otorgan la valoración más baja a S2.	26
Valoran indistintamente las soluciones.	12
Total.	97

Tabla 6.15

- El 60,82 % de los sujetos que resuelven los problemas por el sistema de representación Simbólico le otorgan la valoración más alta a los alumnos que resolvieron el problema por ese sistema de representación.
- El 26,8 % de los sujetos que resuelven los problemas por el sistema de representación Simbólico le otorgan la calificación más baja a los alumnos que resuelven por ese sistema de representación.

De las Tablas 6.9, 6.11, 6.13 y 6.15 podemos resumir en la Tabla 6.16, la siguiente información de los evaluadores cuando tenían el rol de resolutores.

<b>Sistema de representación por el que resuelven el problema</b>	<b>Valoran más alto.</b>	<b>Valoran más bajo.</b>	<b>Valoran indistintamente</b>
Parte-Todo.	3	4	2
Gráfico.	0	1	0
Gráfico-Simbólico.	34	10	1
Simbólico.	59	26	12
Total.	96	41	15

Tabla 6.16

**Segunda Conclusión:** *La calificación que más otorgan los sujetos en su rol de evaluadores, es sobresaliente independientemente de cómo resolvieron el problema cuando eran resolutores.*

*La mayoría de sujetos que resuelven los problemas por el sistema de representación Simbólico y Gráfico-Simbólico, valora con la calificación más alta el sistema de representación que ellos utilizaron para resolver el problema cuando era resolutores.*

### **6.2.5 Análisis de las Valoraciones y el cluster al que pertenece el evaluador como resolutor de problemas de álgebra elemental.**

Para este análisis tomamos a los 163 sujetos, analizamos los resultados de la matriz que se encuentra en el anexo 6.1, la cual consta como dijimos anteriormente de 163 fila por 9 columnas que corresponden las tres primeras a la identificación de los sujetos, la cuarta al cluster que como resolutor pertenece el sujetos, la quinta corresponde al sistema de representación que utilizo el sujeto para resolver el problema en el instrumento1, y las ultimas cuatro columnas pertenecen a la valoración que se dio a cada una de las soluciones, la información de los participante que podemos obtener de esta matriz a cerca del cluster al que pertenecen los sujetos como resolutores de problemas, la presentamos en la Tabla 6.17:

<b>Cluster</b>	<b>n° de sujetos</b>	<b>%</b>
1	38	23,31
2	89	54,60

3	10	6,13
4	26	15,95
Total	163	100

Tabla 6.17

**a) Los sujetos que pertenecen al cluster 1 (CR1)**

Un total de 38 sujetos pertenecen al cluster 1, son los sujetos que cuando tomaron el rol de resolutores de problemas, resolvieron “*utilizando los cinco sistemas de representación para resolver problemas álgebra elemental. Preferentemente utilizan los sistemas de representación Simbólicos, Gráfico – Simbólico y Parte – Todo, un menor número de sujetos hace uso de los sistemas de representación Gráfico y Ensayo – Error*”, como mencionamos en el apartado 4.3.1. Representan el 23,31 % de la muestra total. Las valoraciones que otorgan a los problemas las concentramos en la Tabla 6.18.

Valoración.	S1	S2	S3	S4
Suspenso .	0	0	2	1
Aprobado.	2	5	8	5
Notable.	9	10	11	9
Sobresaliente	27	23	17	23
Total	38	38	38	38

Tabla 6.18

De la Tabla 6.18 podemos decir que las valoraciones de este grupo de sujetos se pueden resumir en lo siguiente:

$$S1 > S2 > S4 > S3$$

- La mayoría de sujetos valoran las diferentes soluciones con sobresaliente.
- La solución que menor valoración recibe es el que fue resuelto por el sistema de representación Parte – Todo.

Realizamos otro analisis para ver se las calificaciones que otorgan los evaluadores tiene relación con el cluster al que pertenece como resolutor de problemas

verbales, este análisis lo realizamos tomando en cuenta las siguientes consideraciones en la matriz del anexo 6.1.

- Solamente tomamos a los sujetos del cluster 1 ( 38 sujetos).
- En este caso como los sujetos del cluster 1 son aquellos “*que utilizan los cinco sistemas de representación para resolver problemas álgebra elemental*”. Por esta razón vamos a considerar que todos los sujetos de este cluster, valoran más alto cualquier sistema de representación, ya que ellos usan todos los sistemas dependiendo del problema.

**b) Los sujetos que pertenecen al cluster 2 (CR2)**

De la Tabla 6.17 sabemos que 89 sujetos pertenecen al cluster 2, estos sujetos son los que “*se caracteriza por el uso preferente del sistema Simbólico con el apoyo del Gráfico –Simbólico para resolver problemas de álgebra elemental*” como lo detallamos en el apartado 4.3.1. Representan el 54,60 % de la muestra total. Las valoraciones que otorgan a los problemas las concentramos en Tabla 6.19.

Valoración.	S1	S2	S3	S4
Suspenso	6	6	9	9
Aprobado.	1	10	21	11
Notable.	16	25	19	21
Sobresaliente	66	48	40	48
Total	89	89	89	89

Tabla 6.19

De la Tabla 6.19 podemos decir que las valoraciones de este grupo de sujetos se pueden resumir en lo siguiente:

$$S1 > S2 > S4 > S3$$

- La mayoría de sujetos valora las diferentes soluciones con sobresaliente.
- Un gran número de sujetos valora más alto la solución cuando el problema resuelto por el sistema de representación Gráfico-Simbólico.

- La solución que menor valoración recibe es el resuelto por el sistema de representación Parte – Todo.

Realizamos otro análisis para ver si las calificaciones que otorgan los evaluadores tiene relación con el cluster al que pertenece como resolutor de problemas verbales, este análisis lo realizamos tomando en cuenta las siguientes consideraciones en la matriz del anexo 6.1.

- Consideramos que el evaluador le da mayor valoración a su forma de resolver problemas cuando a la solución hecha por el sistema de representación Simbólico (S2) o el Gráfico-Simbólico (S1), recibe la mayor calificación.
- Cuando las calificaciones más alta se repetían, la de S1 o S2 tenía que estar entre las más altas de las otorgadas.
- Consideramos que el sujeto le da la menor valoración a su forma de resolver problemas cuando a la solución hecha por el sistema de representación Gráfico-Simbólico (S1) o Simbólico (S2), recibe la menor calificación.
- Cuando las calificaciones más baja se repetían, la de S1 o S2 tenía que estar entre la más bajas de las otorgadas.

Con estas consideraciones obtenemos la Tabla 6.20.

<b>Características</b>	<b>n° de sujetos</b>
Otorgan la valoración más alta a S1 o S2.	74
Otorgan la valoración más baja a S1 o S2.	8
Sujetos de este cluster que no valoran los problemas o los valoran indistintamente.	7

Tabla 6.20

- El 83,14 % de los sujetos otorgan la valoración más alta a los alumnos que resolvieron el problema por el sistema de representación Simbólico o Gráfico - Simbólico.
- El 8,9 % de los sujetos otorgan la calificación más baja a los alumnos que resuelven por el sistema de representación Simbólico o Gráfico – Simbólico..

**c) Los sujetos que pertenecen al cluster 3 (CR3)**

De la Tabla 6.17 sabemos que un total de 19 sujetos pertenecen al cluster 3, como sabemos del apartado 4.3.1, son los sujetos que al resolver problemas “*se caracteriza por que los sujetos usan los métodos numéricos, Ensayo-Error y Parte-Todo*”. Representan el 6,13 % de la muestra total. Las valoraciones que otorgan a las diferentes soluciones las concentramos en Tabla 6.21.

Valoración.	S1	S2	S3	S4
Suspense	1	2	1	1
Aprobado.	0	0	3	2
Notable.	3	3	3	3
Sobresaliente	6	5	3	4
Total	10	10	10	10

Tabla 6.21

De la Tabla 6.21 podemos decir que las valoraciones de este grupo de sujetos se pueden resumir en lo siguiente:

$$S1 > S2 > S4 > S3$$

- La mayoría de sujetos valoran las diferentes soluciones con sobresaliente.
- La solución que recibe menor valoración es cuando el problema se resuelve por el sistema de representación Parte – Todo.

Realizamos otro análisis para ver se las calificaciones que otorgan los evaluadores tiene relación con el cluster al que pertenece como resolutor de problemas verbales, este análisis lo realizamos tomando en cuenta las siguientes consideraciones en la matriz del anexo 6.1.

- Consideramos que el evaluador le da mayor valoración a su forma de resolver problemas cuando a la solución hecha por el sistema de representación Parte- Todo (S3) recibe la mayor calificación.

- Cuando las calificaciones más alta se repite, la de S3 tiene que estar entre las más altas de las otorgadas.
- Consideramos que el sujeto le da la menor valoración a su forma de resolver problemas cuando a la solución hecha por el sistema de representación Parte-Todo (S3), recibe la menor calificación.
- Cuando las calificaciones más baja se repetían, la de S3 tiene que estar entre la más bajas de las otorgadas.

Con estas consideraciones obtenemos la Tabla 6.22.

Características	n° de sujetos
Otorgan la valoración más alta a S3.	5
Otorgan la valoración más baja a S3.	3
Sujetos de este cluster que no valoran los problemas o los valoran indistintamente.	2

Tabla 6.22

- El 50 % de los sujetos otorgan la valoración más alta a los alumnos que resolvieron el problema por el sistema de representación Parte-Todo o Ensayo-Error.
- El 30 % de los sujetos otorgan la calificación más baja a los alumnos que resuelven por el sistema de representación Parte-Todo o Ensayo-Error.

#### d) Los sujetos que pertenecen al cluster 4 (CR4)

De la Tabla 6.17 sabemos que un total de 26 sujetos pertenecen al cluster 4, son los sujetos que “muestran rechazo por el uso del sistema de representación Gráfico para resolver problemas de álgebra elemental. Con apoyo predominante del sistema de representación Simbólico. Casi no resuelven problemas que tienen dibujo o diagrama y con números difíciles”. Representan el 15,95 % de la muestra total. Las valoraciones que otorgan a los problemas las concentramos en la Tabla 6. 23.

Valoración.	S1	S2	S3	S4
Suspense	0	1	1	4
Aprobado.	4	4	11	7
Notable.	6	11	9	6

Sobresaliente.	16	10	5	11
Total.	26	26	26	26

Tabla 6.23

De la Tabla 6.23 podemos decir que las valoraciones de este grupo de sujetos se pueden resumir en lo siguiente:

$$S1 > S4 > S2 > S3$$

- Las soluciones S1 y S4 son las que son más valoradas con sobresaliente, mientras que S2 y S3 son más valoradas con notable.
- El problema que menor valoración recibe es el resuelto por el sistema de representación Parte – Todo.

Realizamos otro análisis para ver se las calificaciones que otorgan los evaluadores tiene relación con el cluster al que pertenece como resolutor de problemas verbales, este análisis lo realizamos tomando en cuenta las siguientes consideraciones en la matriz del anexo 6.1.

- Consideramos que el sujeto valora más la solución con las que él había resuelto el problema cuando le da la menor calificación al problema resuelto por alguno de los sistemas de representación que utilicen alguna gráfica, dibujo o diagrama para resolverlo como son S2 o S3
- Cuando las calificaciones más baja se repite, la de S2 o S3 tiene que estar entre las más bajas de las otorgadas.
- Consideramos que el sujeto valora menos la solución con las que él había resuelto el problema cuando le da mayor calificación al problema resuelto por alguno de los sistemas de representación que utilicen alguna gráfica, dibujo o diagrama para resolverlo, como son S2 o S3.
- Cuando las calificaciones más alta se repetían, la de S2 o S3 tiene que estar entre la más altas de las otorgadas.

Con estas consideraciones obtenemos la Tabla 6.24:

Características	n° de sujetos
Otorgan la valoración más baja a S2 o S3.	11
Otorgan la valoración más alta a S2 o S3	12
Valoran indistintamente las soluciones.	3
Total.	26

Tabla 6.24

- El 42,3 % de los sujetos otorgan la valoración más baja a los alumnos que resolvieron el problema por el sistema de representación Gráfico o Gráfico-Simbólico.
- El 46,15 % de los sujetos otorgan la calificación más alta a los alumnos que resuelven por el sistema de representación Gráfico o Gráfico-Simbólico.

De el inciso a y de las Tablas 6.20, 6.22 y 6.24 podemos obtener la Tabla 6.25.

Cluster	Otorgan la valoración más alta.	Otorgan la valoración más baja.	Valoran indistintamente.
CR1	38	0	0
CR2	74	8	7
CR3	5	3	2
CR4	11	12	3
Total	128	23	12

Tabla 6.25

**Tercera Conclusión:** *La mayoría de sujetos valoran con sobresaliente las diferentes soluciones, independientemente del cluster al que pertenecen como resolutores de problemas.*

*La mayoría de los sujetos valoran con calificación más alta a los alumnos que resuelven los problemas como ellos lo hacen, principalmente los de los cluster CR1, CR2 y CR3.*

*De estas valoraciones podemos detectar las siguientes creencias entre los evaluadores:*

- *Cuando un problema es resuelto por el sistema de representación Gráfico-Simbólico se debe de valorar más alto que cualquier otro tipo de solución.*

- *La mayoría de los sujetos creen que deben de valorar con sobresaliente las soluciones independientemente del cluster al que pertenecen como resolutores de problemas o del sistema de representación que ellos utilizaron para resolver el problema cuando eran resolutores.*
- *La mayoría creen que deben de valorar mas alto la solución con la que ellos resolvieron el problema.*

### **6.3 ANÁLISIS DE LAS JUSTIFICACIONES.**

Dado que las justificaciones que nos proporcionan los estudiantes para sus valoraciones son de tipo cualitativo, y sabemos estas no se pueden cuantificar (Buendia, 1999), por lo que nos propusimos elaborar un sistema de categorías que nos ayuden a analizar esta información.

El sistema de categorías que nosotros queremos elaborar es para analizar las justificaciones que otorgan los estudiantes al valorar las diferentes soluciones de un problema, aunque sabemos que estas justificaciones pueden ser de muchas y de variadas índoles (ver anexo 6.6), pero para fines de este trabajo nuestro interés se centra en aquellas que hacen referencia principalmente al sistema de representación que fue utilizado por el estudiantes para resolver los problemas, pero también queremos detectar si existen otras creencias que podamos inferir y que los evaluadores utilizan para justificar sus valoraciones. Cabe aclarar que a los estudiantes cuando valorarán las soluciones dadas en el instrumento 3, no se les especifica si tienen que valorar con respecto al sistema de representación que utilizo el estudiante por que precisamente una de las cosas que queremos saber en este trabajo es cuantos de ellos toman como referencia el sistema de representación utilizado para resolver los problemas.

#### **6.3.1 Sistema de categorías.**

Un sistema de categorías debe de ser una excelente representación de la realidad que intentamos describir y esto depende de la buena definición que de las categorías se haga, y de su mayor o menor correspondencia con la realidad. (Buendia, 1997).

El sistema de categorías que nosotros queremos elaborar es para analizar las justificaciones que otorgan los estudiantes al valorar diferentes soluciones que da un estudiante a un problema, y así poder identificar las creencias que los futuros profesores ponen de manifiesto al efectuar dichas valoraciones.

Para esto elaboramos un sistema de categoría que según Buendía (1999), es de tipo deductivo-inductivo, ya que las definimos a partir de las justificaciones dadas por los sujetos que se pueden consultar en el anexo 6.6, y otras de las categorías las obtuvimos tratamos de identificar los sistemas de representación definidos en el apartado 2.4.3, pero en el lenguaje que los estudiantes los habían identificado en sus justificaciones, de esta manera elaboramos un sistema de categoría que lo revisaron dos profesores de Departamento de Didáctica de la Matemática, y con el cual analizamos las justificaciones de 30 de los estudiantes tomadas al azar, pero las categorías descritas no eran suficientes para analizar la información por lo que procedimos a revisarlas otra vez tomando en cuenta la experiencias de la aplicación piloto, como resultado tuvimos el sistema de categoría cuya descripción haremos a continuación, esta actividad la realizamos con dos doctores del Departamento de Didáctica de las matemáticas y volvimos a tomar las justificaciones de otros 30 estudiantes al azar para analizarlos en una actividad piloto y así poder comprobar si el sistema de categorías obtenido nos servía para identificar las creencias que los futuros profesores ponen de manifiesto al valorar las soluciones de los problemas.

Cabe aclarar que los sujetos (evaluadores) cuando proporcionan la justificación la están dando sobre algo muy concreto, ya que hay que tener en cuenta que la justificación la dan acerca de la solución que les proporcionamos, de esta forma podríamos entender por ejemplo que cuando hablamos de la solución 1, nos está hablando específicamente del procedimiento utilizado en este caso que es el Gráfico-Simbólico, por lo tanto cualquier referencia que haga el evaluador en su justificación es acerca de ese procedimiento en particular.

De esta manera obtuvimos el sistema de categorías que detallamos a continuación, con sus respectivas subcategorías y los rasgos que los definen. Cabe aclarar que consideramos que el sistema de categorías así obtenido es específico para la situación que nosotros queremos analizar.

#### **A) Del procedimiento en forma general.**

Se refiere a cuando el evaluador hace un juicio muy superficial o personal acerca de la resolución de los problemas o su presentación, sin hacer referencia al uso de notación, símbolos o gráficos utilizadas por los estudiantes para resolver el problema.

Definición de los rasgos que conforman esta categoría.

### **1.- Juicio personal acerca de la resolución.**

Se refiere a un juicio personal que hace el evaluador acerca de la solución del problema o a su presentación como son: es difícil, es fácil, es como yo lo haría, es el mejor, el resultado es correcto, el resultado es incorrecto, complicado, liosos, complicado, es el camino fácil, es el camino difícil, esta ordenado, esta explicado, esta desordenado, la presentación es extensa, muchos pasos, esta claro, esta poco explicado, etc.

### **2.- Dificultades del evaluador.**

Se refiere a las dificultades que manifiesta tener el evaluador para entender el procedimiento utilizado para resolver el problema.

### **3.- Sobre el conocimiento de matemáticas.**

Se refiere a los conocimientos de matemáticas que el evaluador cree detectar a través de la solución dada por el estudiante, pero sin detallar porque.

## **B) Uso de una notación, símbolo o gráfico**

Se refiere al conjunto notaciones, símbolos y gráficos que utiliza el estudiante para resolver el problema y que nos permita expresar aspectos y propiedades de un concepto y a través de esto trataremos de identificar el sistema de representación que utilizo el estudiante para resolver el problemas. Los sistemas de representación que intentamos encontrar en estas justificaciones serán: el Parte-Todo, Gráficos, Gráfico–Simbólico y el Simbólico.

### Definición de los rasgos que conforman esta categoría.

#### **1.- Lo resuelve con aritmética.**

Hace referencia a que se resuelve con operaciones aritméticas o manifiesta que utiliza aritmética para la resolución o si establece relaciones utiliza aritmética para resolver.

#### **2.- Utiliza gráfico, dibujos o diagramas.**

Se refiere a la acción de ayudarse con un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.

### **3.- Lo resuelve con álgebra.**

Hace referencia a que el problema es resuelto utilizando álgebra o utilizando lenguaje simbólico o utilizando ecuaciones.

### **C) Sugerencias del evaluador para usar alguna notación, símbolos o gráficos.**

Se refiere al acto en el que el evaluador, sugiere el uso de alguna notación, símbolos o gráficos con los que el alumno debería haber resuelto el problema. y a través de estas sugerencias queremos detectar los sistemas de representación que el evaluador sugiere que se deberían de haber empleado en la solución del problema.

#### Definición de los rasgos que conforman esta categoría.

#### **1.- Lo debería resolver con aritmética.**

Hace referencia a que se debería haber resuelto con operaciones aritméticas o manifiesta que debería utilizar aritmética para la resolución o si establece relaciones debería utilizar aritmética para resolver.

#### **2.- No lo debería resolver con aritmética.**

Hace referencia a que no lo debería haber resuelto con operaciones aritméticas o manifiesta que no debe utilizar aritmética para la resolución o si establece relaciones no debe utilizar aritmética para resolverlas.

#### **3.- Debe de utilizar gráfico, dibujos o diagramas.**

Se refiere a que el evaluador sugiere que el estudiante se debe de ayudar con un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.

#### **4.- No debe de utilizar gráfico, dibujos o diagramas.**

Se refiere a que el alumno no se debe de ayudar de un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.

#### **5.- Debería de resolver con álgebra.**

Hace referencia a que el problema debería haber sido resuelto utilizando álgebra o debería utilizar lenguaje simbólico o simplemente debería usar ecuaciones.

**6.- No debería resolver con álgebra.**

Hace referencia a que el problema no se debería resolver utilizando álgebra, lenguaje simbólico o ecuaciones.

**D) No hay información.**

**1.- Información no relevante para el trabajo.**

Se refiere a toda la información que no ha sido mencionada en los anteriores apartado y a pesar de ser información importante no tiene relevancia para nuestro trabajo.

De esta manera obtenemos la Tabla 6.26, donde se codifican los rasgos que definen las diferentes categorías:

<b>Justificaciones de los estudiantes a las valoración dadas a los problemas</b>		
<b>Categorías</b>	<b>Rasgos que definen las categorías(Subcategorías)</b>	<b>Código.</b>
<b>A) Del procedimiento en forma general.</b>	1.-Juicio personal acerca de la resolución.	<b>PPJ</b>
	2.- Dificultades del evaluador.	<b>DEE</b>
	3.- Sobre el conocimiento de matemáticas.	<b>CM</b>
<b>B) Uso de notación, símbolos o gráficos</b>	1.- Lo resuelve con aritmética.	<b>UA</b>
	2.- Utiliza gráfico, dibujos o diagramas	<b>UG</b>
	3.- Lo resuelve con álgebra	<b>UE</b>
<b>C) Sugerencias del evaluador al uso de notación, símbolos o gráficos</b>	1.- Lo debería resolver con aritmética	<b>DUA</b>
	2.- No lo debería resolver con aritmética	<b>NDUA</b>
	3.- Debe de utilizar gráfico, dibujos o diagramas	<b>DUG</b>
	4.- No debe de utilizar gráfico, dibujos o diagramas	<b>NDUG</b>
	5.- Debería de resolver con álgebra	<b>DUE</b>
	6.- No debería resolver con álgebra	<b>NDUE</b>
<b>D) No hay información.</b>	1.- Información no relevante para el trabajo.	<b>NDI</b>

Tabla 6.26

El análisis que proponemos sería el siguiente:

- Las subcategorías de los incisos A y D quedan entendidas por si mismas.

- Las subcategorías de los incisos B y C se pueden obtener directamente de la definición, pero además podemos interpretar el uso o la sugerencia de algún sistema de representación para resolver el problema a través de alguna de las subcategorías o la combinación de ellas. Esta interpretación se hace según la solución de la que se trata, ya que como dijimos la justificación se hace sobre algo muy concreto que en este caso es la solución dada.

A continuación proponemos la interpretación que se hizo de las diferentes subcategorías y las combinaciones de estas subcategorías, para ello colocamos la solución que les proporcionamos a los estudiantes y a continuación ponemos las subcategorías o las combinaciones de estas que nos proporciona información a cerca de esta solución y la interpretación que haremos de cada una de ellas.

Para lograr lo anterior, lo primero que hicimos fue encontrar todas las permutaciones que podían existir entre las diferentes subcategorías de las categorías B y C, estos resultados se pueden consultar en el anexo 6.7, después procedemos a analizarlas para ver de cuales podíamos obtener información acerca de los sistemas de representación, con los resultados fuimos analizando cada soluciones y la interpretación que hicimos de cada una de ellas, por lo que a continuación damos los resultados que obtuvimos:

1.- Para la solución 1 (fig.6.1) que es cuando el problema se resolvió por el sistema de representación Gráfico-Simbólico:

$$\begin{cases} \text{ROCIO} & 2x + 2y = 242 \\ \text{DANIEL} & 3x + 4y = 446 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 242 \\ 3x + 4y = 446 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 4y = 484 \\ -3x - 4y = -446 \\ \hline x = 38 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2(36) + 2y &= 242 \\ 76 + 2y &= 242 \\ 2y &= 242 - 76 \\ 2y &= 166 \quad // \quad y = \frac{166}{2} = 83 \end{aligned}$$

Comprobación  

$$\begin{cases} 2x + 2y = 242 \\ 2(36) + 2(83) = 242 \end{cases} \quad \text{ROCIO}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 446 \\ 3(36) + 4(83) = 446 \\ 114 + 332 = 446 \end{cases} \quad \text{DANIEL}$$

$$1 - 2 - 2 = -4$$

Figura 6.1

El análisis se efectuó basado en la figura 6.1 y la Tabla 6.26, proponiendo:

Código	Interpretación para esta solución
UG	Utiliza gráfico, dibujos o diagramas
UE	Lo resuelve con álgebra
DUA	Lo debería resolver con aritmética
NDUG	No debe de utilizar gráfico, dibujos o diagramas
NDUE	No debería resolver con álgebra
UG/UE	Uso del sistema de representación Gráfico-Simbólico
<b>Sugerencia por parte del evaluador para resolver el problema con los sistemas de representación:</b>	
DUA/NDUG	Numérico
DUA/NDUG/NDUE	Numérico
DUA/DUG	Gráfico
DUA/DUG/NDUE	Gráfico
NDUG/DUE	Simbólico
NDUA/NDUG/DUE	Simbólico
UE/NDUG	Simbólico
DUG/DUE	Gráfico-Simbólico

2.- Para la solución 2 (figura 6.2) que es cuando el problema se resolvió por el sistema de representación Simbólico:

1. Tipos de metros corta  $\rightarrow x$   
Tipos de metros larga  $\rightarrow y$

2. Daniel  $\rightarrow 8x + 4y = 446$

3. 
$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 242 \\ 3x + 4y = 446 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6x + 6y = 726 \\ -6x - 8y = -892 \\ \hline -2y = 166 \\ y = \frac{166}{-2} = 83 \end{array}$$

4.  $y = 83$   
 $2x + 2(83) = 242$   
 $2x + 166 = 242$   
 $2x = 242 - 166$   
 $2x = 76$   
 $x = \frac{76}{2} = 38$

5.  $2(38) + 2(83) = 242$   
 $76 + 166 = 242$   
 $242 = 242$

4. Al asegurar el valor de  $y$ , sustituyo en una ecuación y obtengo el valor de  $x$ .

5. Comprobación en una de las ecuaciones.

Resultado:  
Las liras cortas miden 38 cm.  
Las liras largas miden 83 cm.

figura 6.2

El análisis se efectuó basado en la figura 6.2 y la Tabla 6.26, proponiendo:

Código	Interpretación para esta solución
UE	Usa el sistema de representación simbólico
NDUG	No debe utilizar gráficos, dibujos o diagramas
DUG	Debe de utilizar gráfico, dibujos o diagramas
<b>Sugerencia por parte del evaluador para resolver el problema con los sistemas de representación:</b>	
DUE	Simbólico
DUA	Numérico
NDUA	No debe de usar el numérico
NDUE	No debe utilizar el simbólico
DUA/NDUE	Numérico
DUA/NDUG	Numérico
DUA/NDUG/NDUE	Numérico
DUA/DUG	Gráfico
UE/DUA	Numérico
UE/DUG	Gráfico-Simbólico
UE/NDUA	Simbólico
UE/NDUG	Simbólico
DUA/DUG/NDUE	Gráfico

3.- Para la solución 3 (figura 6.3) que es cuando el problema se resolvió por el sistema de representación Parte-Todo:

Rocio: 2 tiras cortas + 2 tiras largas = 242 cm.  
 Daniel: 3 tiras cortas + 4 tiras largas = 446 cm.

$$\begin{array}{r}
 446 \text{ cm} \\
 - 242 \text{ cm} \\
 \hline
 204 \text{ cm}
 \end{array}$$

204 cm tiene más Daniel q. Rocio. repartidos entre  
 1 tira corta + 2 tiras largas por 6 que:  
 1 tira corta + 2 tiras largas = 204 cm.  
 2 tiras cortas + 2 " " = 242 cm, por 6 q:

$$\begin{array}{r}
 242 \text{ cm} \\
 - 204 \text{ cm} \\
 \hline
 38 \text{ cm}
 \end{array}$$

1 tira corta = 242 cm - 204 = 38 cm.

$$\begin{array}{r}
 242 \text{ cm} \\
 - 204 \text{ cm} \\
 \hline
 38 \text{ cm}
 \end{array}$$

$76 \text{ cm} + 2x = 242 \text{ cm}$   
 $2x = 242 - 76$   
 $x = \frac{242 - 76}{2} = 83 \text{ cm}$

1 tira corta = 38 cm.  
 1 tira larga = 83 cm.

figura 6.3

El análisis se efectuó basado en la figura 6.3 y la Tabla 6.26, proponiendo:

Código	Interpretación para esta solución
--------	-----------------------------------

<b>UA</b>	Usa el sistema de representación Parte-Todo
<b>DUG</b>	Debe de usar gráfico, dibujos o diagramas
<b>NDUG</b>	No debe de utilizar gráfico, dibujos o diagramas
<b>Sugerencia por parte del evaluador para resolver el problema con los sistemas de representación:</b>	
<b>DUA</b>	Parte-Todo
<b>NDUA</b>	No debe de usar el Parte-Todo
<b>DUE</b>	Simbólico
<b>NDUE</b>	No debe de usar el Simbólico
<b>DUA/NDUG</b>	Parte-Todo
<b>DUA/NDUE</b>	Parte-Todo
<b>DUA/NDUG/NDUE</b>	Parte-Todo
<b>DUA/DUG</b>	Gráfico
<b>DUA/DUG/NDUE</b>	Gráfico
<b>DUG/DUE</b>	Gráfico-Simbólico
<b>NDUA/DUG/DUE</b>	Gráfico-Simbólico
<b>NDUA/DUE</b>	Simbólico
<b>NDUA/NDUG/DUE</b>	Simbólico
<b>UA/NDUG</b>	Numérico
<b>UA/NDUE</b>	Numérico
<b>UA/DUG</b>	Gráfico
<b>UA/DUE</b>	Simbólico
<b>NDUG/DUE</b>	Simbólico

4.- Para la solución 4 (figura 6.4) que es cuando el problema se resolvió por el sistema de representación Simbólico:

Pacio  $\overline{\hspace{2cm}}$  242 cm  
 Daniel  $\overline{\hspace{3.5cm}}$  446 cm  
 $446 - 242 = 204 \text{ cm}$  1 corta 2 largos  
 $242 \text{ cm} - 204 = 38 \text{ cm}$  (mide corta)  
 $38 \times 3 = 114 \text{ cm}$  (Tres cortas)  
 $446 \text{ cm} - 114 = 332$   $\begin{array}{r} 4 \\ 83 \end{array}$  83 cm (la larga)  
 Solución: 83 cm (larga)  
 38 cm (corta)

figura 6.4

El análisis se efectuó basado en la figura 6.4 y la Tabla 6.26, proponiendo:

<b>Código</b>	<b>Interpretación para esta solución</b>
<b>UA</b>	Lo resuelve con aritmética.
<b>UG</b>	Utiliza gráfico, dibujos o diagramas
<b>NDUA</b>	No lo debe resolver con aritmética
<b>NDUG</b>	No debe de usar gráfico, dibujos o diagramas
<b>UG/UA</b>	Usa el sistema de representación Gráfico
<b>DUE</b>	Debe de resolver con álgebra
<b>Sugerencia por parte del evaluador para resolver el problema con los sistemas de representación:</b>	
<b>DUA/NDUG</b>	Parte-Todo
<b>DUA/NDUG/NDUE</b>	Parte-Todo
<b>DUA/DUG/NDUE</b>	Gráfico
<b>DUG/DUE</b>	Gráfico-Simbólico
<b>NDUA/DUG/DUE</b>	Gráfico-Simbólico
<b>NDUA/NDUG/DUE</b>	Simbólico
<b>UA/NDUG</b>	Numérico
<b>UG/DUE</b>	Gráfico-Simbólico
<b>UA/DUG</b>	Gráfico
<b>DUA/DUG</b>	Gráfico

### **6.3.2 Análisis de la información**

Con el sistema de categorías procedimos a analizar las justificaciones a las diferentes soluciones del problema que les habíamos proporcionado, contábamos con 652 justificaciones, con algunas de las cuales ejemplificamos a continuación como realizamos dicho análisis, tomando lo que textualmente nos decían los sujetos y mencionando en la categoría que lo agrupábamos, tomamos en consideración que cada una de estas justificaciones son dadas con respecto a una solución específica:

#### **A 1.- Juicio personal acerca de la resolución (PPJ)**

*“Aunque el resultado final esta bien es una forma más liante y puede equivocarse, se puede decir que no se acuerda de las ecuaciones y por eso resuelve así”*

*“Aunque llega a la respuesta lo hace mediante una forma enredada en el que fácilmente podía haber cometido errores y llegar a una solución incorrecta”*

*“Bien resuelto pero muy desorganizado para su presentación, aunque el problema siempre este bien”*

*“Lo va explicando todo paso a paso y eso es bueno para evitar perderse a la mitad del problema”*

*“Por que se pueden ver claramente los pasos que ha seguido tras leer el enunciado del problema”*

*“Me parece que este problema esta bien hecho, pero lo veo desordenado y liosos”*

*“Esquematiza, no comprueba, muy desordenado”*

*“Es mas rápido para resolver pero puede equivocarse mas”*

*“Se me hace mas fácil así”*

*“Se me hace mas difícil así”*

*“Así es como yo lo haría, por que es la forma más fácil”*

*“Creo que es mas fácil que se equivoque”*

*“Por que consigue la solución correcta a través de un procedimiento correcto”*

*“Personalmente a mi me gustan los métodos anteriores, pero no se trata de lo que a mi me gusta sino de lo que muestre el alumno, utilizando sus propios recursos y llegué a la solución que se pide”*

*“Por que tanto el proceso como el resultado son correctos”*

*“Por que no se hace de acuerdo con lo que el profesor pretendía”*

*“El planteamiento esta bien pero creo que no es el proceso mas adecuado”*

*“El problema esta bien pero la forma en que se ha hecho no es la que se busca”*

*“Por que esta seria una de las manera que yo usaría”*

*“Este método es el que yo habría utilizado, es el que me parece el mas adecuado”*

*“Yo lo hubiera resuelto igual. Ha resuelto gráficamente el problema y luego lo ha escrito haciendo ecuaciones de 2º grado”*

*“Es una buena forma de desarrollar el problema y nos lleva a una solución sin demasiada complejidad”*

*“Esta forma la veo más liosa”*

*“Aunque el problema esta bien resuelto, creo que es mas complicado de esta forma”*

## **A 2.- Dificultad del evaluador para entender el procedimiento (DEE)**

*“Es un proceso diferente al que se nos enseña en la escuela, es un metodo sacado por el alumno y eso es bueno, eso si tengo que indicar que no veo como obtuvo el resultado”*

*“Casi no me explica como lo hace”*

*“Me cuesta trabajo entenderlo”*

## **A 3.- Sobre el conocimiento de matemáticas**

*“Creo que este niño domina a la perfección los sistemas, el despeje, las incógnitas y las gráficas”*

*“Sabe resolver bien los sistemas por reducción y además explica paso por paso”*

*“Ha demostrado tener un conocimiento matemático mayor que el anterior”*

*“El alumno todavía no sabe aplicar ecuaciones”*

*“Por que no ha demostrado tener conocimiento matemático alguno, sino por que lo ha hecho por lo que tradicionalmente se llama cuenta de la vieja”*

### **B-1 Lo resuelve con aritmética (UA)**

*“Manera clarísima, escueta y sin usar ecuaciones”*

*“La utilización de la aritmética en el problema, me proporciona una valoración bastante buena”*

*“Esta forma es mas practica y sencilla sin necesidad de hacer ninguna ecuación y haciendo solamente algunas operaciones se obtiene el resultado”*

*“La aritmética permite que exista una lógica”*

### **B 2.- Utiliza gráficos, dibujos o diagramas (UG)**

*“Por que la representación gráfica, es un modo de facilitar la comprensión y la resolución del problema”*

*“Lo de utilizar las tiras gráficas esta bien”*

### **B 3.- Lo resuelve con álgebra (UE)**

*“También esta muy elaborado, el alumno utiliza el lenguaje matemático”*

*“El método algebraico es muy adecuado para resolver este tipo de problemas”*

**C 1.- Lo debería resolver con aritmética (DUA)**

*“Me parece mas fácil que utilizando ecuaciones, por que si olvidan los métodos de resolverlas, puede que no terminemos de resolver el problema”*

**C 2.- No lo debería resolver con aritmética (NDUA)**

*“La aritmética no es lo mas adecuado”*

*“Lo complica al querer resolverlo aritméticamente”*

**C 3.- Debe de utilizar gráficos, dibujos o diagramas(DUG)**

*“El utilizar gráficas supone un gran apoyo para resolver el problema”*

*“Es una buena forma de resolver el problema pero con dibujos lo tendría mas fácil”*

*“Por que al no hacer gráficas se llega quizá con mayor facilidad a la confusión, por lo demás el problema esta bien”*

**C 4.- No debe de utilizar gráficos, dibujos o diagramas (NDUG)**

*“Yo creo que no son necesarias las gráficas, la forma mas correcta de hacer el ejercicio sólo mediante ecuaciones”*

*“Esta forma de hacer el ejercicio es correcta pero yo creo que no son necesarias las gráficas”*

**C 5.- Debería resolver con álgebra (DUE)**

*“Utiliza bien la lógica pero debería usar las ecuaciones matemáticas”*

*“Algunos problemas no son adecuados para utilizar aritmética, es mas eficaz en este caso el álgebra”*

*“Aunque el razonamiento es correcto, si hiciéramos así todos los problemas cada uno de ellos tendríamos que pensar mucho; no como con las ecuaciones que se resuelven mas mecánicamente”*

*“Creo que este método es mas complicado y largo que el algebraico”*

#### **C 6.- No debería resolverse con álgebra (NDUE)**

*“Sin tener que recurrir a las ecuaciones”*

#### **D 1.- Información no relevante para el trabajo (NDI)**

*“Igual que el anterior”*

*“Bien terminado”*

*“Es adecuado”*

*“Por que sintetiza”*

*“Método intermedio”*

*“Utiliza varios métodos”*

*“Es a lo que esta acostumbrado”*

*“Lo ha hecho de forma original”*

*“Forma rudimentaria de hacerlo”*

*“Planteamiento poco técnico”*

*“Este método también esta bien”*

*“Es una forma más rápida”*

*“Adecuada la forma de proceder”*

*“El método tradicional”*

*“Se limita a resolver el problema”*

*“De igual modo se calculo con prisa”*

*“Me parece más inmadura resolverlo de esta forma, ya que es mas normal”*

*“Da muchas vueltas para hacer lo mismo”*

O simplemente cuando lo dejan en blanco o no se entiende la redacción.

**Algunas combinaciones que encontramos de las categorías anteriores:**

**UE/DUG**

*“El utilizar solo ecuaciones y no gráficas puede despistar en el transcurso de la resolución del problema”*

**UE/UG**

*“Por que haciendo gráficas y ecuaciones algebraicas es mas forma mas fácil y de comprender mejor este tipo de problemas”*

*“Utiliza tanto el método algebraico muy ordenado y que es sencillo y eficaz, como se ayude de gráficas”*

## UG/UA

*“Este me parece razonable a través de gráficas y saca la solución con restas, multiplicación y adiciones”*

## UA/DUG

*“El uso de aritmética puede ser complicado para algunos alumnos y fácil para otros, tendría menos dificultad si utilizara gráficas para ayudarse”*

De esta manera obtenemos los datos que se muestran en los anexos 6.8 y 6.9 en la primera matriz tenemos el análisis a todas las justificaciones pero sin tomar en cuenta la valoración y en la segunda tomamos en cuenta todas las justificaciones como las valoraciones, los resultados de analizar la primera matriz las mostramos a continuación:

### 6.3.3 Análisis de las justificaciones sin tomar en cuenta la valoración

Para S1 que es la solución que se realizó por el sistema de representación Gráfico-Simbólico tenemos las siguientes justificaciones:

**Gráfico-Simbólico**

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos				
CM	5	3,1	3,1	3,1
DEE	2	1,2	1,2	4,3
NDI	15	9,2	9,2	13,5
PPJ	35	21,5	21,5	35,0
UE	11	6,7	6,7	41,7
UE/NDUG	1	,6	,6	42,3
UG	53	32,5	32,5	74,8
UG/UE	41	25,2	25,2	100,0
Total	163	100,0	100,0	

De donde podemos decir:

- Solamente el 3,1 % de los evaluadores hacen referencia al conocimiento que cree detectar a través de la solución dada por el estudiante.
- El 1,2 % de los evaluadores no entiende la solución dada por los estudiantes.
- El 9,2 de las justificaciones dadas no da información relevante para este trabajo.

- El 21,5 % simplemente hacer referencia a la presentación de la solución y sobre ella hacen un juicio muy personal.
- El 6,7 % de justifica su valoración por el uso del álgebra.
- El 0,6 % sugiere que el alumno debe de usar el sistema de representación simbólico para resolver el problema.
- El 32,5 % hacen referencia a haber hecho la valoración por el uso de un gráfico, dibujo o diagrama como ayuda para resolver el problema por parte del estudiante.
- El 25,2 % justifican su valoración por el uso del sistema de representación Gráfico-Simbólico para resolver el problema.

De lo anterior podemos concluir que:

- El 57,7 % hacen referencia a el uso de gráfico, dibujo o diagrama como ayuda para resolver el problema por parte del estudiante.
- Que el 31,9 % hacen referencia al uso de álgebra para resolver el problema.

**Conclusión:** Podemos decir que la justificación que más utilizan los evaluadores para valorar esta solución resuelta por el sistema de representación Gráfico-Simbólico es el uso de un gráfico, dibujo o diagrama como ayuda para resolver el problema por parte del estudiante.

Para S2 que es la solución que se realizo por el sistema de representación Simbólico tenemos las siguientes justificaciones:

### Simbólico

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	CM	5	3,1	3,1	3,1
	DEE	4	2,5	2,5	5,5
	DUG	40	24,5	24,5	30,1
	NDI	20	12,3	12,3	42,3
	NDUE	1	,6	,6	42,9
	NDUG	1	,6	,6	43,6
	PPJ	60	36,8	36,8	80,4
	UE	20	12,3	12,3	92,6
	UE/DUG	12	7,4	7,4	100,0
	Total	163	100,0	100,0	

De donde podemos decir:

- Solamente el 3,1 % de los evaluadores hacen referencia al conocimiento que cree detectar a través de la solución dada por el estudiante.
- El 2,5 % de los evaluadores no entiende la solución dada por los estudiantes.
- El 24,5 % dicen que los alumnos deberían de haber usado una gráfica, dibujo o diagrama para ayudarse a resolver el problema.
- El 12,3 % de las justificaciones dadas no da información relevante para este trabajo.
- El 36,8 % simplemente hacer referencia a la presentación de la solución y sobre ella hacen un juicio muy personal.
- El 0,6 % en su justificación hace referencia a que no se debe de utilizar gráficos, dibujo o diagramas para ayudarse a resolver el problema.
- El 0,6 % nos dicen que no debe de utilizarse el sistema de representación simbólico para resolver el problema.
- El 12,3 % en su justificación hace referencia al uso del sistema de representación Simbólico para resolver el problema.
- El 7,4 sugieren en su justificación que se debería usar el sistema de representación Gráfico-Simbólico para resolver el problema.

De lo anterior podemos decir:

- El 31,9 % hacen referencia en sus justificaciones al uso de un diagrama, dibujo o gráfico para resolver el problema.
- Solamente el 19,7 % hace referencia en su justificación al uso del álgebra para resolver el problema.

*Conclusión:* Al valorar el problema cuando es resuelto por el sistema de representación Simbólico los evaluadores toman principalmente en cuenta que se debería uso de gráfico, dibujo o diagrama como ayuda para resolver el problema o simplemente el evaluador da una justificación muy personal acerca de la presentación de la solución.

Para S3 que es la solución que se realizo por el sistema de representación Parte-  
Todo tenemos lo siguiente:

**Parte-Todo**

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	CM	8	4,9	4,9	4,9
	DEE	20	12,3	12,3	17,2
	DUE	15	9,2	9,2	26,4
	DUG	10	6,1	6,1	32,5
	DUG/DUE	2	1,2	1,2	33,7
	NDI	18	11,0	11,0	44,8
	PPJ	70	42,9	42,9	87,7
	UA	20	12,3	12,3	100,0
	Total	163	100,0	100,0	

De donde podemos decir:

- El 4,9 % de los evaluadores hacen referencia al conocimiento que cree detectar a través de la solución dada por el estudiante.
- El 12,3 % de los evaluadores no entiende la solución dada por los estudiantes, este valor es el más alto en esta subcategoría que se presenta en las cuatro soluciones dadas.
- El 11 % de las justificaciones dadas no da información relevante para este trabajo.

- El 42,9 % simplemente hacer referencia a la presentación de la solución y sobre ella hacen un juicio muy personal.
- El 6,1 % en su justificación hacer referencia a que el alumno debe de usar un gráfico, dibujo o diagrama como ayuda para resolver el problema.
- El 9,2 % hace referencia en su justificación a que el problema debería haber sido resuelto por el sistema de representación Simbólico.
- El 12,3 % basan su justificación al uso del sistema Parte-Todo para resolver el problema.
- Solamente el 1,2 % de los evaluadores dicen que el problema se debería haber resuelto por el sistema de representación Gráfico-Simbólico.

**Conclusión:** Muchos de los evaluadores no entienden la solución cuando el problema es resuelto por el sistema de representación Parte-Todo, y lo reconocen, además muchos solamente hacen referencia a la presentación final de la solución y sobre ella hacen un juicio muy personal para justificar su valoración, nos queda la duda si estos sujetos entienden la solución o si simplemente utilizaron esa justificación por no entender la solución.

Para S4 que es la solución que se realizo por el sistema de representación Gráfico tenemos las siguientes justificaciones:

**Gráfico**

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	CM	5	3,1	3,1	3,1
	DEE	10	6,1	6,1	9,2
	DUE	6	3,7	3,7	12,9
	NDI	20	12,3	12,3	25,2
	PPJ	50	30,7	30,7	55,8
	UA	9	5,5	5,5	61,3
	UG	35	21,5	21,5	82,8
	UG/DUE	8	4,9	4,9	87,7
	UG/UA	20	12,3	12,3	100,0
	Total	163	100,0	100,0	

De donde podemos decir:

- El 3,1 % de los evaluadores hacen referencia al conocimiento que cree detectar a través de la solución dada por el estudiante.
- El 6,1 % de los evaluadores no entiende la solución dada por los estudiantes.
- El 3,7 % nos dice que el alumno debe de resolver el problema utilizando álgebra.
- El 12,3 % no dan información en sus justificaciones.
- El 30,7 % simplemente hacer referencia a la presentación de la solución y sobre ella hacen un juicio muy personal.
- El 5,5 % justifican su valoración con el uso de la aritmética para resolver el problema.
- El 21,5 % hacen referencia al uso de una gráfica, diagrama o dibujo para ayudarse a resolver el problema.
- El 4,9 % mencionan que el problema debería haber sido resuelto por el sistema de representación Gráfico-Simbólico.
- El 12,3 % da su valoración por que los estudiantes utilizaron el sistema de representación Gráfico para resolver el problema.

De aquí podemos decir que:

- El 38,7 % en su justificación hacen referencia al uso de un gráfico, dibujo o diagrama como ayuda para resolver el problema.
- El 17,8 % de los evaluadores hacen referencia en su justificación al uso de la aritmética para resolver el problema.
- El 8,3 % hacen referencia en su justificación a que los estudiantes deberían haber usado álgebra para resolver el problema.

**Conclusión:** *Al valorar el problema cuando es resuelto por el sistema de representación Gráfico los evaluadores toman principalmente en cuenta el uso de gráfico, dibujo o diagrama como ayuda para resolver el problema y otro gran porcentaje solamente justifican su valoración con un juicio muy personal acerca de la presentación de la solución.*

Hay que destacar que la mayoría hace referencia en sus justificaciones es a acerca del uso de un gráfico, dibujo o diagrama para ayudarse a hallar la solución del problema, esto ya lo habían dicho Bruner (1998), Diezman (2001), Duval (2003),

Nunokaea (2003), Reed (2001), Stern (2003) y Villegas (2002), y lo habíamos mencionado en el apartado 2.5.3.

*Cuarta Conclusión: La justificación que utilizan los evaluadores para valorar un problema de álgebra elemental se basa principalmente en el uso o la sugerencia a usar un gráfico, dibujo o diagrama para ayudar a resolver un problema o simplemente dan una justificación basada en observaciones muy personales a cerca de la presentación final del resultado muy pocos hacen referencia al uso de sistema de representación utilizado para resolver el problema.*

#### **6.3.4 Análisis de las justificaciones tomando en cuenta las valoraciones**

Después de haber efectuado el análisis anterior procedimos a analizar las justificaciones tomando en cuenta las calificación otorgada en dicha valoraciones, para el análisis tomaremos únicamente en cuenta los porcentaje mas altos encontrados en cada caso:

Para S1 que es la solución que se realizo por el sistema de representación Gráfico-Simbólico tenemos las siguientes justificaciones:

**Gráfico-Simbólico**

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado	
Válidos	A/CM	1	,6	,6	,6	
	A/NDI	1	,6	,6	1,2	
	A/PPJ	1	,6	,6	1,8	
	A/UE	1	,6	,6	2,5	
	A/UG	2	1,2	1,2	3,7	
	A/UG/UE	1	,6	,6	4,3	
	N/DEE	2	1,2	1,2	5,5	
	N/NDI	3	1,8	1,8	7,4	
	N/PPJ	8	4,9	4,9	12,3	
	N/UE	1	,6	,6	12,9	
	N/UE/NDUG	1	,6	,6	13,5	
	N/UG	11	6,7	6,7	20,2	
	N/UG/UE	8	4,9	4,9	25,2	
	S/CM	4	2,5	2,5	27,6	
	S/NDI	7	4,3	4,3	31,9	
	S/PPJ	25	15,3	15,3	47,2	
	S/UE	8	4,9	4,9	52,1	
	S/UG	38	23,3	23,3	75,5	
	S/UG/UE	33	20,2	20,2	95,7	
	Su/NDI	4	2,5	2,5	98,2	
	Su/PPJ	1	,6	,6	98,8	
	Su/UG	2	1,2	1,2	100,0	
	Total		163	100,0	100,0	

Podemos decir que:

- El 23,3 % de los sobresalientes otorgados se justifican con el uso por parte del estudiantes de un gráfico, dibujo o diagrama para ayudarse a resolver el problema.
- El 20,2 % de los evaluadores otorgan un sobresaliente al uso del sistema de representación Gráfico-Simbólico para resolver el problema.
- El 15,3 % de los evaluadores dan un sobresaliente seguido de una justificación personal acerca de la presentación final de la solución.

De lo anterior podemos decir que:

- El 43,5 % están seguido del uso de un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.

**Conclusión:** Al valorar un problema resuelto por el sistema de representación Gráfico-Simbólico los evaluadores otorgan un sobresaliente seguido de una justificación que hace referencia al uso de una gráfica, dibujo o diagrama para resolver el problema.

Para S2 que es la solución que se realizó por el sistema de representación Simbólico tenemos las siguientes justificaciones:

**Simbólico**

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	A/CM	2	1,2	1,2	1,2
	A/DEE	2	1,2	1,2	2,5
	A/DUG	3	1,8	1,8	4,3
	A/NDI	3	1,8	1,8	6,1
	A/NDUE	1	,6	,6	6,7
	A/PPJ	7	4,3	4,3	11,0
	A/UE	1	,6	,6	11,7
	A/UE/DUG	1	,6	,6	12,3
	N/CM	2	1,2	1,2	13,5
	N/DUG	12	7,4	7,4	20,9
	N/NDI	8	4,9	4,9	25,8
	N/PPJ	12	7,4	7,4	33,1
	N/UE	8	4,9	4,9	38,0
	N/UE/DUG	6	3,7	3,7	41,7
	S/CM	1	,6	,6	42,3
	S/DEE	2	1,2	1,2	43,6
	S/DUG	23	14,1	14,1	57,7
	S/NDI	6	3,7	3,7	61,3
	S/NDUG	1	,6	,6	62,0
	S/PPJ	38	23,3	23,3	85,3
	S/UE	10	6,1	6,1	91,4
	S/UE/DUG	5	3,1	3,1	94,5
	Su/DUG	2	1,2	1,2	95,7
	Su/NDI	3	1,8	1,8	97,5
	Su/PPJ	3	1,8	1,8	99,4
	Su/UE	1	,6	,6	100,0
	Total	163	100,0	100,0	

Podemos decir que:

- El 23,3 % de los evaluadores otorgan un sobresaliente seguida de una justificación donde simplemente hace un juicio muy personal acerca de la presentación final de la solución.

- El 14,1 % de los evaluadores otorgan un sobresaliente seguido de la sugerencia de que el alumno debe de usar un diagrama, dibujo o gráfico para resolver el problema.

*Conclusión: Al evaluar un problema algebraico resuelto por el sistema de representación Simbólico muchos le otorgan un sobresaliente seguido con un juicio muy personal acerca de la presentación de la solución o de una justificación que hace referencia al uso de una gráfica, dibujo o diagrama para resolver el problema.*

Para S3 que es la solución que se realizo por el sistema de representación Parte-  
Todo tenemos las siguientes justificaciones:

**Parte-Todo**

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado	
Válidos	A/CM	2	1,2	1,2	1,2	
	A/DEE	9	5,5	5,5	6,7	
	A/DUE	3	1,8	1,8	8,6	
	A/DUE/DUG	1	,6	,6	9,2	
	A/NDI	4	2,5	2,5	11,7	
	A/PPJ	18	11,0	11,0	22,7	
	A/UA	5	3,1	3,1	25,8	
	A/UA/DUG	1	,6	,6	26,4	
	N/CM	3	1,8	1,8	28,2	
	N/DEE	3	1,8	1,8	30,1	
	N/DUE	8	4,9	4,9	35,0	
	N/DUG	5	3,1	3,1	38,0	
	N/NDI	4	2,5	2,5	40,5	
	N/PPJ	16	9,8	9,8	50,3	
	N/UA	3	1,8	1,8	52,1	
	S/CM	3	1,8	1,8	54,0	
	S/DEE	8	4,9	4,9	58,9	
	S/DUE	2	1,2	1,2	60,1	
	S/DUE/DUG	1	,6	,6	60,7	
	S/DUG	3	1,8	1,8	62,6	
	S/NDI	6	3,7	3,7	66,3	
	S/PPJ	32	19,6	19,6	85,9	
	S/UA	9	5,5	5,5	91,4	
	S/UA/DUG	1	,6	,6	92,0	
	Su/DUE	2	1,2	1,2	93,3	
	Su/DUG	2	1,2	1,2	94,5	
	Su/NDI	4	2,5	2,5	96,9	
	Su/PJ	1	,6	,6	97,5	
	Su/PPJ	3	1,8	1,8	99,4	
	Su/UA	1	,6	,6	100,0	
	Total		163	100,0	100,0	

Podemos decir que:

- El 19,6 % de los evaluadores otorgan sobresaliente al problema resuelto por el sistema de representación Parte-Todo seguido de una justificación que hace referencia con un juicio muy personal de la presentación de la solución.

**Conclusión:** Muchos de los evaluadores otorgan un sobresaliente al problema resuelto por el sistema de representación Parte-Todo seguido de una justificación que hace referencia con un juicio muy personal acerca de la presentación de la solución.

Para S4 que es la solución que se realizo por el sistema de representación Gráfico tenemos las siguientes justificaciones:

**Gráfico**

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	A/CM	2	1,2	1,2	1,2
	A/DEE	2	1,2	1,2	2,5
	A/DUE	1	,6	,6	3,1
	A/NDI	1	,6	,6	3,7
	A/PPJ	5	3,1	3,1	6,7
	A/UA	1	,6	,6	7,4
	A/UG	7	4,3	4,3	11,7
	A/UG/DUE	1	,6	,6	12,3
	A/UG/UA	4	2,5	2,5	14,7
	N/CM	1	,6	,6	15,3
	N/DEE	3	1,8	1,8	17,2
	N/DUE	3	1,8	1,8	19,0
	N/NDI	5	3,1	3,1	22,1
	N/PPJ	10	6,1	6,1	28,2
	N/UA	2	1,2	1,2	29,4
	N/UE	1	,6	,6	30,1
	N/UG	8	4,9	4,9	35,0
	N/UG/DUE	2	1,2	1,2	36,2
	N/UG/UA	3	1,8	1,8	38,0
	S/CM	2	1,2	1,2	39,3
	S/DEE	3	1,8	1,8	41,1
	S/DUE	1	,6	,6	41,7
	S/NDI	12	7,4	7,4	49,1
	S/PPJ	31	19,0	19,0	68,1
	S/UA	6	3,7	3,7	71,8
	S/UG	18	11,0	11,0	82,8
	S/UG/DUE	1	,6	,6	83,4
	S/UG/UA	13	8,0	8,0	91,4
	Su/DEE	2	1,2	1,2	92,6
	Su/DUE	1	,6	,6	93,3
	Su/NDI	4	2,5	2,5	95,7
	Su/PPJ	2	1,2	1,2	96,9
	Su/UG	2	1,2	1,2	98,2
	Su/UG/DUE	1	,6	,6	98,8
	Su/UG/UE	1	,6	,6	99,4
	UG/DUE	1	,6	,6	100,0
	Total	163	100,0	100,0	

Podemos decir que:

- El 19,6 % de los evaluadores otorgan un sobresaliente seguido de una justificación que hace referencia con un juicio muy personal de la presentación de la solución.
- El 11 % de los evaluadores otorgan un sobresaliente seguido del uso de un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.
- Pero en general podemos decir que el 19,7 % hacer referencia directa o indirectamente al uso de un gráfico, diagrama o dibujo para resolver el problema

***Conclusión:** Al evaluar un problema algebraico resuelto por el sistema de representación Gráfico muchos le otorgan un sobresaliente seguido con un juicio muy personal acerca de la presentación de la solución o de una justificación que hace referencia al uso de una gráfica, dibujo o diagrama para resolver el problema.*

***Quinta Conclusión:** Los evaluadores otorgan un sobresaliente seguido del uso del un diagrama, dibujo o gráfico o de una justificación personal del evaluador con respecto a la presentación final de la solución.*

***Sexta Conclusión:** Podemos decir que de este análisis de las justificaciones pudimos detectar las siguientes creencias que los evaluadores ponen de manifiesto al valorar problemas de álgebra con varias soluciones, estas creencias son:*

- *El uso de un diagrama, dibujo o gráfico ayuda para hallar la solución de un problema.*
- *El uso de un diagrama, dibujo o gráfico ayuda para hallar la solución de un problema y merece un sobresaliente.*
- *Hay que valorar la presentación final de la solución.*
- *El juicio personal acerca de la presentación final del evaluador merece un sobresaliente.*

## 6.4 RELACIÓN ENTRE LO QUE DICEN Y HACEN

Con la finalidad de ver si se cumple el objetivo planteado en el apartado 1.4.1 que dice: “*Determinar y caracterizar si existe relación entre las concepciones y creencias declaradas y practicadas por los futuros profesionales de la educación*” procedimos a analizar algunos de los resultados obtenidos en los capítulos V y VI de este trabajo.

En el apartado 5.1.1 los sujetos valoran las respuestas a la pregunta ¿qué se debe evaluar en la resolución de problemas? y obtuvimos los siguientes resultados:

		$\bar{X}$	S
R 5.4	De manera diferente los distintos métodos utilizados en su resolución.	3,89	1,19
R 5.3	Los métodos o formas de resolver los problemas.	3,66	1,22
R 5.2	Todo el desarrollo.	3,44	1,56
R 5.1	Los resultados.	2,77	1,26

Las frecuencias en porcentajes para las respuestas a esta pregunta fueron:

	R 5.1	R 5.2	R 5.3	R 5.4
No contestan	1,8	1,2	0,6	0,6
Total desacuerdo	18,4	17,2	5,5	5,5
Desacuerdo	20,9	12,9	14,7	8,0
Indiferencia	25,8	11,0	13,5	12,9
Acuerdo	26,4	20,2	37,4	36,2
Plenamente de acuerdo	6,7	37,4	28,2	36,8

De esta respuestas podemos decir que los sujetos tienen la creencia que cuando evaluamos en matemáticas con problemas debemos evaluar tanto los diferentes métodos usados al resolverlo, como el procedimientos utilizados para resolverlo, así como el desarrollo. Por último pocos sujetos están de acuerdo o no tienen opinión acerca de evaluar únicamente los resultados.

Ante la pregunta ¿Qué valoramos cuando evaluamos en matemáticas? Algunos de los resultados que obtuvimos fueron:

		X	S
R 2.2	El trabajo realizado por el estudiante	4,39	0,55
R 2.1	El conocimiento matemático adquirido por el estudiante	4,12	0,73

Las frecuencias en porcentaje para esta respuestas fueron:

	R 2.1	R 2.2
No contestan	0,0	0,0
Total desacuerdo	0,6	0,0
Desacuerdo	3,1	0,0
Indiferencia	8,0	3,1
Acuerdo	60,1	54,6
Plenamente de acuerdo	28,2	42,3

De aquí podemos concluir que los sujetos declaran estar de acuerdo que al evaluar en matemáticas lo que más deben de valorar es el trabajo del alumno y los conocimientos adquiridos.

Además entre los factores detectados en el apartado 5.2.2.2 de este trabajo, acerca de las creencias sobre la evaluación con resolución de problemas, pudimos detectar tres factores referentes a los objetivos de la evaluación, y que se refieren a los que debemos de evaluar cuando evaluamos con resolución de problemas:

*Segundo: Debemos de evaluar el desarrollo y los diferentes métodos utilizados para resolver problemas.*

*Tercero: Debemos valorar los conocimientos del alumno, los contenidos del programa y los logros alcanzados.*

*Décimo cuarto: Al evaluar con resolución de problemas se deben de valorar los resultados.*

Conclusión: Podemos decir que los evaluadores creen que cuando evaluamos con pruebas basadas en resolución de problemas se debe de valorar: el procedimiento empleado para resolver el problema, se deben de valorar los diferentes métodos empleados de diferente manera, debemos de evaluar los conocimientos que los estudiantes manifiestan tener al resolver los problemas y que no se deben de evaluar únicamente los resultados.

Por otro lado en el apartado 6.2.1 pudimos ver que:

- 31 sujetos valoran igual las diferentes soluciones.
- 7 de los sujetos no valoran las diferentes soluciones.
- 125 valoran de diferente manera las soluciones dadas.

Del apartado 6.3.3 podemos decir que en las justificaciones que dan los evaluadores a las valoraciones la mayoría solamente hacen referencia al uso o sugerencia de un diagrama, dibujo o gráfico para hallar la solución o hacen un juicio muy personal sobre la presentación final de la solución. Por lo que pudimos analizar en el apartado 6.3.3 muy pocos, casi ninguno de los sujetos hacen referencia a los conocimientos que pone en juego el resolutor cuando resuelve los problemas, además no hacen referencia al proceso utilizado para resolver el problema y muchos solamente hablan del resultado final sin hacer mucha referencia al trabajo del estudiante.

***Séptima Conclusión:***

- *Los sujetos de la muestra declaran que se deben de valorar de diferente manera los distintos métodos utilizados por el estudiante para resolver problemas y en la práctica la mayoría valoran de diferente manera los distintos métodos utilizados.*
- *Los sujetos de la muestra declaran que se debe de evaluar todo el desarrollo, sin embargo en sus justificaciones la mayoría hacen referencia solamente al resultado final.*
- *Los sujetos de la muestra declaran que no se debe valorar únicamente el resultado, sin embargo la mayoría de ellos en sus justificaciones hacen solamente referencia al resultado.*

- *Los sujetos de la muestra declaran que se debe valorar el trabajo del alumno y en la práctica no lo toman en cuenta.*
- *Los sujetos de la muestra declaran que se deben de valorar los conocimientos de los estudiante y en la práctica muy pocos evaluadores hacen referencia a los conocimientos que detectan a partir de la solución.*

## CAPITULO VII

### CLUSTER DE RESOLUTORES-CREENCIAS

#### INTRODUCCION

Con la finalidad de ver si se cumple uno de los objetivos planteados en el apartado 1.4.1 que dice: *Determinar y caracterizar las posibles relaciones que existan entre las tipologías de resolutores de problemas algebraicos y las tipologías de concepciones y creencias, de los futuros profesionales de la educación*, para esto nos planteamos este capítulo en dos partes primero: determinar y caracterizar las tipologías resolutores-creencias de los futuros profesionales de educación acerca de las pruebas basadas en resolución de problemas y en la segunda parte trataremos de encontrar si existen relaciones entre los nuevos clusters de resolutores-creencias que encontramos en la primera parte de este capítulo y las tipologías de resolutores de problemas verbales que se han encontrado en el apartado 4.3.1 de este trabajo.

#### 7.1 TIPOLOGÍAS DE RESOLUTORES-CREENCIAS

##### 7.1.1 Cluster de sujetos

Como queremos saber si entre los sujetos existen algunas características particulares y uniformas con respecto a las concepciones y creencias de los futuros profesionales de educación acerca de las pruebas basadas en resolución de problemas procedimos a hacer una matriz de 57 columnas por 163 filas que se puede consultar en el anexo 7.1, cuyas columnas representan: las 3 primeras los códigos de cada uno de los sujetos que se otorgaron en el apartado 4.3.3, 10 columnas referentes a los sistemas de representación con las que resolvieron los problemas los evaluadores tomados del apartado 4.3, 40 columnas que se refieren a las valoraciones otorgadas a cada una de las variables del instrumento 2, tomados del anexo 5.1 y las ultimas cuatro columnas las valoraciones otorgadas a las 4 soluciones del instrumento 3 que fueron tomadas del anexo 6.1. Con esta matriz y la ayuda del paquete estadístico SPSS 9.0 procedimos

efectuar un análisis de cluster como el sugerido en el apartado 4.3 y donde mencionamos que para efectuar el análisis de cluster teníamos que seguir tres pasos:

- Determinación del tipo de distancia.

Como mencionamos en ese apartado 4.3 el método que utilizaremos será el método Ward y la distancia utilizada será la euclidiana cuadrada (Gil, 1999; Malhotra,1997).

- Determinación del número de cluster.

Como ya habíamos dicho un aspecto importante según Malhotra (1997) en el análisis de clusters es la elección del número de clusters. A pesar de que no existe ninguna regla general y rápida, están disponibles algunos lineamientos, entre los que nosotros consideraremos para elegir el número de grupos los siguientes:

- ❖ En el conglomerado jerárquico, las distancias en las que los grupos se combinan puede tomarse como criterio. Esta información puede tomarse del programa del programa de aglomeración o del dendrograma. En nuestro caso utilizamos el historial del conglomerado y el dendrograma que se pueden consultar en el anexo 7.2, en donde vemos que tanto en los valores en la columna “coeficiente” del historial del conglomerado, como en el dendrograma no existen saltos de valores significativos que nos pudieran guiar a utilizar un determinado número de cluster.
- ❖ Por lo que tomamos otro de los lineamientos seguidos por Malhotra que nos dice “el tamaño de los grupos deben ser significativos” (pp.683) para lo que nos sugiere hacer un conteo sencillo de las frecuencias de la participación de los grupos. Por lo que decidimos ver el tamaño de los grupos pidiendo al paquete diferentes números de cluster obteniendo los resultados que aparecen en el anexo 7.3, de donde según los resultados tenemos las opciones de tomar 4 ó 5 clusters ya que los primeros grupo tienen cluster con muchos sujetos y posteriores a estos tienen clusters con muy pocos sujetos por lo que tenemos la opción de tomar cuatro o cinco cluster, los resultados de estas dos opciones las concentramos a continuación:

n° de cluster	Cluster	n° de sujetos
4	C1	88
	C2	25
	C3	43
	C4	7
5	C1	59
	C2	25
	C3	43
	C4	7
	C5	29

En vista de los resultados y como nosotros queríamos encontrar también la relación entre los cluster de resolutores-creencias y los cluster sobre resolutores de problemas que ya habíamos encontrado en el apartado 4.3, por lo que decidimos buscar los índices de correlación que existía entre estos nuevos clusters que encontramos y los que ya teníamos, para esto construimos una matriz de 163 filas por 12 columnas donde cada fila representa a un sujeto y las columnas: las tres primeras representan el código de cada sujeto, la cuarta columna se refiere a la el cluster al que pertenecen como resolutores de problemas cada uno de los sujetos y las ocho ultimas corresponden a los diferentes números de clusters.

Nos podríamos preguntar para que encontrar el coeficiente de correlación y la respuesta la encontramos en Buendía (1999) que nos dice “una correlación determina el grado de relación existente entre las variables objeto de estudio” (pp. 156). Además menciona que la inspección del valor numérico del coeficiente de correlación obtenido será un claro indicador de la fuerza de la relación entre las variables estudiadas. Los coeficientes de correlación pueden oscilar entre  $-1$  y  $1$ . Los valores más cercanos a cero reflejan una relación débil o nulas, mientras los próximos a  $-1$  ó  $1$  sugieren una fuerte vinculación.

Como índices aproximativos de estimación nos proporciona Buendía (1998) los siguientes basados en una muestra de cien o más sujetos los que mostramos en la Tabla 7.1.

COEFICIENTES DE CORRELACION	DE	INTERPRETACION
0,20 – 0,35		Relación muy débil, aunque estadísticamente puede ser significativa.
0,35 – 0,65		Relación estadísticamente significativa a niveles de confianza de 0,01.
0,65 – 0,85		Relaciones altas. Permiten establecer predicciones con escaso margen de error.
0,85 - 1		Relaciones muy altas y estrechas. Sin embargo, en educación es muy difícil alcanzar estos niveles

Tabla 7.1

Los coeficientes de correlación que encontramos entre los cluster de las tipologías de resolutores-creencias y las tipologías de resolutores que ya conocíamos y que encontramos a partir de la matriz del anexo 7.4, los resumimos en la Tabla 7.2:

n° de clusters	Coefficiente de correlación.	Grado de significación.
2	0,04	0,611
3	0,15	0,550
4	0,44	0,000
5	0,24	0,001
6	0,20	0,010
7	0,24	0,002
8	0,24	0,002
9	0,21	0,007

Tabla 7.2

Por el número de sujetos en cada cluster no sabíamos si tomar 4 ó 5 clusters, pero a partir de los coeficientes de correlación de la Tabla 7.2, decidimos pedir 4

cluster, ya que según los resultados de la Tabla 7.1, con 4 clusters vamos a tener más relación con los cluster de resolutores.

- Por ultimo nos queda determinar que sujetos pertenecen a cada cluster: después de tomar las consideraciones anteriores y con la ayuda del paquetes estadístico SPSS y la matriz 7.1, los sujetos quedaron agrupados en cuatro clusters, los grupos formados se pueden consultar en el anexo 7.4. A continuación presentamos los sujetos que se agrupan en cada cluster:

### **CLUSTER 1 (88 sujetos)**

Tabla 7.3

01	037	063	079	095	110	129	146
002	039	064	080	096	111	131	148
020	045	065	081	097	112	132	150
021	048	069	084	098	114	133	151
023	053	070	087	099	115	134	154
025	054	072	088	100	116	137	155
026	057	074	090	101	119	138	156
031	058	075	091	102	121	139	157
034	059	076	092	103	122	140	158
035	060	077	093	106	124	141	159
036	061	078	094	108	125	145	161

### **CLUSTER 2 (25 SUJETOS)**

Tabla 7.4

003	007	015	030	044	068	117	147	163
004	010	024	038	049	082	118	160	
005	012	029	042	066	113	143	162	

### **CLUSTER 3 (43 SUJETOS)**

Tabla 7.5

006	014	027	043	056	085	107	130	149
008	016	032	046	062	086	120	135	152
009	017	033	047	071	089	123	136	153
011	018	040	050	073	104	127	142	
013	022	041	051	083	105	128	144	

#### **CLUSTER 4 (7 SUJETOS)**

Tabla 7.6

019	028	052	055	067	109	126
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

#### **7.1.2 Descripción y caracterización de los clusters**

Con los datos de las Tablas 7.3, 7.4, 7.5 y 7.6 y los resultados de sus estadísticos que obtuvimos de los anexos 7.5, 7.6, 7.7 y 7.8 y que concentramos en el anexo 7.9 y de donde obtuvimos la descripción y caracterización de cada uno de los clusters y de esta manera obtuvimos las tipologías de resolutores-creencias de los sujetos de la muestra.

A continuación hacemos la descripción de cada uno de los clusters y después realizamos su caracterización. Queremos destacar que después de analizar los resultados de los clusters lo relacionado a las creencias sobre resolución de problemas (declaradas) son las mismas para todos los cluster y las cuales ya fueron definidos en el apartado 5.1.1. Por esta razón la caracterización de los clusters lo haremos en función de la forma en que valoran y resuelven los problemas los sujetos, ya que a partir del anexo 7.9 podemos decir que estos determinan las diferencias de los cluster como podemos ver en la descripción de cada uno de ellos. Las justificaciones de los sujetos a las valoraciones de las soluciones en todos los clusters también son las mismas que definimos en el apartado 6.3.3 por lo que aunque aparezcan en la descripción de los clusters no los tomaremos en cuenta en la caracterización de los mismos.

#### **CLUSTER 1 (CRC1)**

De cómo resuelven los problemas:

Según la Tabla 7.3 este cluster consta de 88 sujetos, es el más grande de los cuatro. Las frecuencias del uso de sistemas de representación que utilizan los sujetos de

este cluster para resolver los problemas del instrumento1 aparecen en la Tabla 7.7 y fueron tomados del anexo 7.5.

SR	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	%
0	3	10	8	4	2	14	2	2	5	1	5,79
1	2	2	1	1							0,68
2	10	2	2	1		8	1		7		3,52
3	3			2	2		1		2		1,13
4	18		24	6		1	29	2			9,09
5	49	70	40	67	67	63	53	55	56	58	65,68
7	3	4	13	7	17	2	2	29	18	29	14,09
Total	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	99,98

Tabla 7.7

De las Tablas 7.7 podemos decir que:

- Estos sujetos resuelven los problemas utilizando principalmente el sistema de representación simbólico, apoya por los demás sistema de representación ya que todos se encuentran presentes en este cluster.
- Muestran alta capacidad para resolver problemas.
- Tienen un alto rendimiento
- Es el cluster que tiene mayor número de sujetos.

De las calificaciones que otorgan a las soluciones:

Las calificaciones tomadas del anexo 7.5 y que fueron otorgadas por los sujetos de este cluster a las diferentes soluciones del instrumento 3 y que aparecen en la Tabla 7.4:

	Media
S1	9,36
S4	9,06
S2	8,95
S3	8,64
<b>S1&gt;S4&gt;S2&gt;S3</b>	

Tabla 7.8

Las frecuencias de las calificaciones otorgadas por los sujetos del cluster 1 son:

Valoraciones.	S1	S2	S3	S4
0				
1				
2				
3			1	
4				1
5		1	2	
6	1	3	5	3
7	5	7	7	9
8	8	14	18	9
9	21	26	26	20
10	53	37	29	46
Total.	88	88	88	88

Tabla 7.9

De las Tablas 7.8 y 7.9 podemos decir que:

- Valoran más alto el sistema de representación Gráfico-Simbólico.
- En segundo lugar valoran el sistema de representación Gráfico.
- En tercer lugar valoran el sistema de representación Simbólico.
- Por ultimo le otorgan menor valoración al problema cuando los alumnos utiliza el sistema de representación numérico para resolverlo para resolver un problema.
- Valoran más el uso de un gráfico, dibujo o diagrama que ayude a los estudiantes a resolver el problema.
- Estos sujetos son los que otorgan las valoraciones más altas.
- Otorgan pocas valoraciones de suspensos.
- La mayoría de sujetos (28 de 31) que valoran igual las cuatro soluciones, se encuentran en este cluster.

A continuación mencionamos las justificaciones más relevantes que otorgan a las valoraciones los sujetos de este cluster según el anexo 7.10:

#### Solución 1

- El 53 % justifican su valoración en el uso de un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.
- El 28,4 justifican con un juicio muy personal acerca de la presentación del resultado.

#### Solución 2

- El 38,6 justifican su valoración con un juicio muy personal acerca de la presentación del resultado.
- El 30,7 % justifican su valoración en el uso de un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.

#### Solución 3

- El 43,2 % justifican su valoración con un juicio muy personal acerca de la presentación del resultado.
- 13,6 % de los evaluadores no entienden la solución.

#### Solución 4

- El 35,8 % Hacen referencia al uso de un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.
- El 35,2 % justifican su valoración con un juicio muy personal acerca de la presentación del resultado.

Al cuestionario sobre creencias sabemos que los sujetos de cluster 1 dieron las siguientes respuestas:

#### ***Primera pregunta***

***¿En qué consiste la evaluación en matemáticas?***

La evaluación en matemáticas consiste en :

		X
--	--	---

R 1.2	Es el proceso que sirve para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático, tomando en consideración tanto el proceso como el resultado.	4,47
R 1.4	La obtención de la información sobre la comprensión matemática de un estudiante con el fin de ayudarlo a una mejora	3,82
R 1.1	La determinación del logro de objetivos propuestos en un programa de matemáticas.	3,33
R 1.3	El análisis del proceso de enseñanza – aprendizaje en matemáticas, independientemente de cual sea el resultado.	3,08

**Segunda pregunta:**

*¿Qué valoramos cuando evaluamos en matemáticas?*

Cuando se evalúa en matemáticas se debe de valorar:

		X
R 2.2	El trabajo realizado por el estudiante	4,48
R 2.7	Los logro alcanzados con respecto a los objetivos.	4,26
R 2.1	El conocimiento matemático adquirido por el estudiante	4,15
R 2.3	La actitud del estudiante	4,03
R 2.6	Los contenidos matemáticos del programa	3,90
R 2.4	La conducta del estudiante.	3,77
R 2.5	La madurez y formación del estudiante.	3,73

**Tercera pregunta:**

*¿Qué papel juega la resolución de problemas en proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas?*

La resolución de problemas en matemáticas:

		X
R 3.6	Mejora la capacidad de razonamiento del estudiante.	4,27
R 3.3	Puede utilizarse para explicar las matemáticas desde un punto de vista práctico.	4,13

R 3.7	Su enseñanza requiere una preparación sólida del profesor de matemáticas.	4,02
R 3.5	Representa un reto y una dificultad para el estudiante	3,93
R 3.1	Debe ser objeto de los programas de matemáticas a todos los niveles.	3,67
R 3.2	Se debe de explicar específicamente en la clase de matemáticas.	3,53
R 3.4	Constituye una forma idónea para evaluar el conocimiento matemático.	3,45

**Cuarta pregunta:**

*¿Qué nos proporciona la evaluación con resolución problemas en matemáticas?*

La resolución de problemas para evaluar en matemáticas:

		X
R 4.3	Proporciona elementos para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático.	3,77
R 4.2	Proporciona mejor información sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje de los estudiantes.	3,73
R 4.1	Proporciona elementos para determinar el logro de los objetivos.	3,69
R 4.4	Proporciona información para tomar decisiones sobre la promoción escolar de los estudiantes.	3,07
R 4.5	Le da valor personal al estudiante ente su entorno familiar y social.	2,90

**Quinta pregunta.**

*¿Qué se debe evaluar en la resolución de problemas?*

En la resolución de problemas se debe evaluar:

		X
R 5.4	De manera diferente los distintos métodos utilizados en su resolución.	3,89

R 5.3	Los métodos o formas de resolver los problemas.	3,60
R 5.2	Todo el desarrollo.	3,48
R 5.1	Los resultados.	2,85

**Sexta pregunta.**

*¿Qué dificultades se presentan al evaluar matemáticas a través de la resolución de problemas?*

Las dificultades que se presentan cuando se evalúan las matemáticas a través de la resolución de problemas son:

		X
R 6.3	La construcción de la prueba adecuada.	3,30
R 6.8	La falta de criterios precisos para su calificación.	3,26
R 6.6	El tiempo que requiere.	3,23
R 6.5	La falta de preparación del profesor para esta tarea.	3,22
R 6.1	Que el estudiante no está acostumbrado a ser evaluado con problemas.	3,17
R 6.7	La utilización por los estudiantes de métodos no validos para resolver problemas.	3,16
R6.4	La falta de convencimiento del profesor para evaluar de esta forma.	3,08
R 6.2	La complejidad que supone este tipo de tarea.	3,00

**Séptima pregunta.**

*¿Qué dificultades crees que se presentan cuando se elaboran pruebas basadas en la resolución de problemas?*

Al elaborar pruebas basadas en la resolución de problemas, se presentan las siguientes dificultades:

		X
R 7.5	Debe ser completados con otras actividades de evaluación.	4,33

R 7.3	Las pruebas adecuadas proporcionan la información necesaria acerca del conocimiento matemático del estudiante.	3,50
R 7.4	Dan información parcial del conocimiento matemático del estudiante.	3,47
R 7.1	Cuesta mucho trabajo y tiempo elaborar una prueba de este tipo	3,27
R 7,2	Requiere mucho tiempo para su aplicación.	3,19

Caracterización del cluster 1

### **CLUSTER 1 (CRC1)**

**Este cluster esta formado por la mayoría de sujetos, utilizan principalmente el sistema de representación Simbólico para resolver los problemas. Muestran gran capacidad y alto rendimiento para resolver problemas. Le dan más valoración a los estudiantes que se ayudan de un gráfico o dibujo para resolver problemas ya que valoran más los sistemas de representación Gráfico y Gráfico-Simbólico. Muchos le dan la misma calificación a todas las soluciones. Le dan la valoración más alta a todas las soluciones. Valoran menos el uso del sistema de representación Numérico.**

### **CLUSTER 2 (CRC2)**

De la Tabla 7.4 sabemos que este cluster tiene 25 sujetos, las frecuencias del uso de sistemas de representación para resolver los problemas del instrumento1, tomados del anexo 7.6 los presentamos en la Tabla 7.10:

SR	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	%
0	5	4	5	11	9	8	6	8	6	12	29,60
1	4			5		1		1	1		4,80
2	8	2	3	4	6	9	7	1	10	3	21,20
3								1			0,40
4	2		2	2		1	4	1			4,80
5	6	10	3	2	7	4	8	3	6	5	21,60
7	0	9	12	1	3	2	0	10	2	5	17,60
Total	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	100

Tabla 7.10

De la Tabla 7.10 podemos decir que:

- Con respecto a los demás clusters, los sujetos de este clsuetr utilizan más los sistemas de representación Numéricos para resolver los problemas del instrumento1.
- Muy pocos utilizan los sistemas de representación Gráfico-Simbólico y el Simbólico para resolver los problemas.
- Muestran una escasa capacidad para resolver problemas.
- Tiene un bajo rendimiento en la resolución de problemas.

De las valoraciones que otorgan a las soluciones.

Las valoraciones que los sujetos de este cluster otorgan a las diferentes soluciones del instrumento 3 tomados del anexo 7.9 y que se muestran en la Tabla 7.11 son:

	Media
S1	8,76
S4	8,12
S2	8,08
S3	7,16
<b>S1&gt;S4&gt;S2&gt;S3</b>	

Tabla 7.11

Las frecuencias de las valoraciones tomadas del anexo 7.9 y que presentamos en la Tabla 7.12:

Calificación.	S1	S2	S3	S4
0				
1				
2				
3			1	
4		1		

5		2	5	1
6	2	3	5	4
7	2	1	3	3
8	6	6	3	6
9	5	5	4	5
10	10	7	4	6
Total.	25	25	25	25

Tabla 7.12

De las Tablas 7.11 y 7.12 podemos decir que:

- Califican más alto el sistema de representación Gráfico-Simbólico.
- En segundo lugar califican el sistema de representación Gráfico.
- En tercer lugar califican el sistema de representación Simbólico.
- Por ultimo califican menos el sistema de representación numérico.
- Califican mas alto el uso de un gráfico, dibujo o diagrama que ayude a los estudiantes a resolver el problema.
- Otorgan dos suspenso únicamente, uno a un estudiante que resuelve por el sistema de representación Numérico y otro que resolvió por el sistema de representación Simbólico. .
- Muy pocos sujetos (3 de 31) que califican igual las cuatro soluciones, se encuentran en este cluster.

A continuación mencionamos las justificaciones más relevantes que otorgan a las valoraciones los sujetos de este cluster según el anexo 7.11:

#### Solución 1

- El 40 % el uso de un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.
- El 28 % cuando hace referencia al uso de álgebra para resolver los problemas
- El 20 % cuando se justifica con juicio personal del evaluador con respecto a la presentación.

#### Solución 2

- El 36 % el uso de un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.
- El 38 % cuando hace referencia al uso de álgebra para resolver los problemas

- El 36 % cuando se justifica con juicio personal del evaluador con respecto a la presentación.

#### Solución 3

- El 16 % a la sugerencia de usar un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.
- El 24 % cuando hace referencia a que se debería usar álgebra para resolver los problemas
- El 52 % cuando se justifica con juicio personal del evaluador con respecto a la presentación.

#### Solución 4

- El 56 % el uso de un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.
- El 16 % cuando hace referencia al uso de aritmética para resolver los problemas
- El 24 % cuando se justifica con juicio personal del evaluador con respecto a la presentación.

Al cuestionario sobre creencias sabemos que los sujetos de cluster 2 dieron las siguientes respuestas:

#### ***Primera pregunta***

#### ***¿En qué consiste la evaluación en matemáticas?***

La evaluación en matemáticas consiste en :

		X
R 1.2	Es el proceso que sirve para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático, tomando en consideración tanto el proceso como el resultado.	4,16
R 1.4	La obtención de la información sobre la comprensión matemática de un estudiante con el fin de ayudarlo a una mejora	3,68
R 1.1	La determinación del logro de objetivos propuestos en un programa de matemáticas.	3,12
R 1.3	El análisis del proceso de enseñanza – aprendizaje en matemáticas, independientemente de cual sea el resultado.	2,88

**Segunda pregunta:**

*¿Qué valoramos cuando evaluamos en matemáticas?*

Cuando se evalúa en matemáticas se debe de valorar:

		X
R 2.2	El trabajo realizado por el estudiante	4,24
R 2.7	Los logro alcanzados con respecto a los objetivos.	4,20
R 2.1	El conocimiento matemático adquirido por el estudiante	4,20
R 2.6	Los contenidos matemáticos del programa	4,00
R 2.3	La actitud del estudiante	3,92
R 2.4	La conducta del estudiante.	3,52
R 2.5	La madurez y formación del estudiante.	3,52

**Tercera pregunta:**

*¿Qué papel juega la resolución de problemas en proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas?*

La resolución de problemas en matemáticas:

		X
R 3.5	Representa un reto y una dificultad para el estudiante	4,36
R 3.6	Mejora la capacidad de razonamiento del estudiante.	4,36
R 3.3	Puede utilizarse para explicar las matemáticas desde un punto de vista práctico.	4,16
R 3.7	Su enseñanza requiere una preparación sólida del profesor de matemáticas.	4,00
R 3.2	Se debe de explicar específicamente en la clase de matemáticas.	3,96
R 3.1	Debe ser objeto de los programas de matemáticas a todos los niveles.	3,92
R 3.4	Constituye una forma idónea para evaluar el conocimiento matemático.	3,92

**Cuarta pregunta:**

***¿Qué nos proporciona la evaluación con resolución problemas en matemáticas?***

La resolución de problemas para evaluar en matemáticas:

		X
R 4.1	Proporciona elementos para determinar el logro de los objetivos.	3,64
R 4.2	Proporciona mejor información sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje de los estudiantes.	3,64
R 4.3	Proporciona elementos para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático.	3,44
R 4.4	Proporciona información para tomar decisiones sobre la promoción escolar de los estudiantes.	3,16
R 4.5	Le da valor personal al estudiante ente su entorno familiar y social.	2,96

**Quinta pregunta.**

***¿Qué se debe evaluar en la resolución de problemas?***

En la resolución de problemas se debe evaluar:

		X
R 5.3	Los métodos o formas de resolver los problemas.	3,92
R 5.4	De manera diferente los distintos métodos utilizados en su resolución.	3,68
R 5.2	Todo el desarrollo.	3,44
R 5.1	Los resultados.	2,60

**Sexta pregunta.**

***¿Qué dificultades se presentan al evaluar matemáticas a través de la resolución de problemas?***

Las dificultades que se presentan cuando se evalúan las matemáticas a través de la resolución de problemas son:

		X
R 6.3	La construcción de la prueba adecuada.	3,68
R 6.8	La falta de criterios precisos para su calificación.	3,52
R 6.2	La complejidad que supone este tipo de tarea.	3,48
R 6.1	Que el estudiante no está acostumbrado a ser evaluado con problemas.	3,20
R 6.7	La utilización por los estudiantes de métodos no validos para resolver problemas.	3,20
R6.4	La falta de convencimiento del profesor para evaluar de esta forma.	3,16
R 6.5	La falta de preparación del profesor para esta tarea.	3,04
R 6.6	El tiempo que requiere.	3,04

**Séptima pregunta.**

*¿Qué dificultades crees que se presentan cuando se elaboran pruebas basadas en la resolución de problemas?*

Al elaborar pruebas basadas en la resolución de problemas, se presentan las siguientes dificultades:

		X
R 7.5	Debe ser completados con otras actividades de evaluación.	4,48
R 7.4	Dan información parcial del conocimiento matemático del estudiante.	3,96
R 7,2	Requiere mucho tiempo para su aplicación.	3,96
R 7.1	Cuesta mucho trabajo y tiempo elaborar una prueba de este tipo	3,44
R 7.3	Las pruebas adecuadas proporcionan la información necesaria acerca del conocimiento matemático del estudiante.	3,28

**CLUSTER 2 (CRC2)**

Los sujetos de este cluster utilizan más que en otros cluster el sistema de representación numéricos para resolver los problemas, muestran escaso uso de los sistemas de representación Simbólico y Gráfico-Simbólico. Muestran escasa capacidad y bajo rendimiento para resolver problemas. Valoran más los sistemas de representación Gráfico y Gráfico-Simbólico, dan mas valor al uso de un gráfico, diagrama o dibujo para resolver los problemas. Valoran con diferente calificación las diferentes soluciones.

### **CLUSTER 3 (CRC3)**

De la Tabla 7.5 sabemos que este cluster consta de 43 sujetos. Las frecuencias del uso de los sistemas de representación que utilizaron los sujetos para resolver los problemas del instrumento1 tomados del anexo 7.7, que resumimos en la Tabla 7.13.

SR	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	%
0	2	6	6	3		3		17	3	1	9,53
1											0
2	2	2		1			1	1	2	2	2,55
3											0
4	11	1	14	3			9	1			9,06
5	27	31	18	32	36	32	32	19	32	32	67,67
7	1	3	5	4	7	8	1	5	6	8	11,16
Total	43	43	43	43	43	43	43	43	43	43	99,67

Tabla 7.13

De la Tabla 7.13 podemos decir que:

- Existe ausencia del uso del sistema de representación Gráfico.
- Existe ausencia del uso del sistema de representación Ensayo-Error.
- Existe gran apoyo del sistema de representación Simbólico.
- Muestran buena capacidad para resolver problemas.
- Tiene un alto rendimiento en la resolución de problemas.

De las valoraciones que otorgan los sujetos de este cluster a las diferentes soluciones del instrumento 3 y que presentamos en la Tabla 7.14.

	Media
S1	8,74
S2	7,53
S4	6,53
S3	6,05
<b>S1&gt;S2&gt;S4&gt;S3</b>	

Tabla 7.14

Las frecuencias de estas valoraciones otorgadas por los sujetos del cluster 3 las mostramos en la Tabla 7.15, que fueron tomados del anexo 7.9.

Valoraciones.	S1	S2	S3	S4
0				1
1				
2			1	
3				1
4		1	3	3
5	1	6	12	7
6	2	4	14	10
7	4	12	5	7
8	10	9	6	5
9	9	9	1	8
10	17	2	1	1
Total.	43	43	43	43

Tabla 7.15

De la Tabla 7.14 y 7.15 podemos decir que:

- Es el cluster que califica más bajos todos los problemas.
- Califica más alto el sistema de representación Gráfico-Simbólico.
- En segundo lugar califican el sistema de representación Simbólico.

- En tercer lugar califican el sistema de representación Gráfico.
- Por ultimo califican menos el sistema de representación numérico.
- Califican más alto los problemas en donde se utiliza el lenguaje algebraico para resolver el problema.
- La única solución que no recibe ningún suspenso, es cuando el problema se resuelve por el sistema de representación Gráfico-Simbólico.
- Ninguno de los sujetos de este cluster califica todas las soluciones con la misma calificación.

A continuación mencionamos las justificaciones más relevantes que otorgan a las valoraciones los sujetos de este cluster según el anexo 7.12.

#### Solución 1

- El 81,4 % usan gráficos, dibujos o diagrama para resolver el problema.
- El 41,8 % hacen al uso de álgebra para resolver los problemas.
- El 39,5 % hacen referencia al uso del sistema de representación grafico-Simbólico.

#### Solución 2

- El 34,7 % sugieren el uso de un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.
- El 21 % cuando hace referencia al uso de álgebra para resolver los problemas
- El 34,9 % cuando se justifica con juicio personal del evaluador con respecto a la presentación.

#### Solución 3

- El 18,6 % cuando hace referencia al uso de aritmetica para resolver los problemas
- El 41,9 % cuando se justifica con juicio personal del evaluador con respecto a la presentación.

#### Solución 4

- El 37,2 % el uso de un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.
- El 18,6 % cuando hace referencia al uso de aritmética para resolver los problemas

- El 27,9 % cuando se justifica con juicio personal del evaluador con respecto a la presentación.

Al cuestionario sobre creencias sabemos que los sujetos de cluster 3 dieron las siguientes respuestas:

***Primera pregunta***

***¿En qué consiste la evaluación en matemáticas?***

La evaluación en matemáticas consiste en :

		X
R 1.2	Es el proceso que sirve para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático, tomando en consideración tanto el proceso como el resultado.	4,19
R 1.4	La obtención de la información sobre la comprensión matemática de un estudiante con el fin de ayudarlo a una mejora	3,67
R 1.1	La determinación del logro de objetivos propuestos en un programa de matemáticas.	3,33
R 1.3	El análisis del proceso de enseñanza – aprendizaje en matemáticas, independientemente de cual sea el resultado.	3,09

***Segunda pregunta:***

***¿Qué valoramos cuando evaluamos en matemáticas?***

Cuando se evalúa en matemáticas se debe de valorar:

		X
R 2.2	El trabajo realizado por el estudiante	4,37
R 2.1	El conocimiento matemático adquirido por el estudiante	4,09
R 2.3	La actitud del estudiante	4,05
R 2.7	Los logro alcanzados con respecto a los objetivos.	3,98

R 2.6	Los contenidos matemáticos del programa	3,95
R 2.4	La conducta del estudiante.	3,77
R 2.5	La madurez y formación del estudiante.	3,49

**Tercera pregunta:**

*¿Qué papel juega la resolución de problemas en proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas?*

La resolución de problemas en matemáticas:

		X
R 3.6	Mejora la capacidad de razonamiento del estudiante.	3,93
R 3.3	Puede utilizarse para explicar las matemáticas desde un punto de vista práctico.	3,88
R 3.7	Su enseñanza requiere una preparación sólida del profesor de matemáticas.	3,84
R 3.5	Representa un reto y una dificultad para el estudiante	3,63
R 3.4	Constituye una forma idónea para evaluar el conocimiento matemático.	3,60
R 3.2	Se debe de explicar específicamente en la clase de matemáticas.	3,60
R 3.1	Debe ser objeto de los programas de matemáticas a todos los niveles.	3,51

**Cuarta pregunta:**

*¿Qué nos proporciona la evaluación con resolución problemas en matemáticas?*

La resolución de problemas para evaluar en matemáticas:

		X
R 4.2	Proporciona mejor información sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje de los estudiantes.	3,88
R 4.3	Proporciona elementos para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático.	3,70

R 4.1	Proporciona elementos para determinar el logro de los objetivos.	3,65
R 4.4	Proporciona información para tomar decisiones sobre la promoción escolar de los estudiantes.	3,14
R 4.5	Le da valor personal al estudiante ente su entorno familiar y social.	2,91

**Quinta pregunta.**

*¿Qué se debe evaluar en la resolución de problemas?*

En la resolución de problemas se debe evaluar:

		X
R 5.4	De manera diferente los distintos métodos utilizados en su resolución.	4,12
R 5.3	Los métodos o formas de resolver los problemas.	3,74
R 5.2	Todo el desarrollo.	3,42
R 5.1	Los resultados.	2,77

**Sexta pregunta.**

*¿Qué dificultades se presentan al evaluar matemáticas a través de la resolución de problemas?*

Las dificultades que se presentan cuando se evalúan las matemáticas a través de la resolución de problemas son:

		X
R6.4	La falta de convencimiento del profesor para evaluar de esta forma.	3,67
R 6.1	Que el estudiante no está acostumbrado a ser evaluado con problemas.	3,67
R 6.8	La falta de criterios precisos para su calificación.	3,44
R 6.2	La complejidad que supone este tipo de tarea.	3,44
R 6.7	La utilización por los estudiantes de métodos no validos para resolver problemas.	3,37

R 6.3	La construcción de la prueba adecuada.	3,35
R 6.5	La falta de preparación del profesor para esta tarea.	3,19
R 6.6	El tiempo que requiere.	3,09

**Séptima pregunta.**

*¿Qué dificultades crees que se presentan cuando se elaboran pruebas basadas en la resolución de problemas?*

Al elaborar pruebas basadas en la resolución de problemas, se presentan las siguientes dificultades:

		X
R 7.5	Debe ser completados con otras actividades de evaluación.	4,28
R 7.4	Dan información parcial del conocimiento matemático del estudiante.	3,77
R 7.1	Cuesta mucho trabajo y tiempo elaborar una prueba de este tipo	3,58
R 7,2	Requiere mucho tiempo para su aplicación.	3,49
R 7.3	Las pruebas adecuadas proporcionan la información necesaria acerca del conocimiento matemático del estudiante.	3,21

**CLUSTER 3 (CRC3)**

**Este cluster se encuentra formado por los sujetos que no utilizan el sistema de representación Gráfico, ni Ensayo-Error, se apoyan mucho en el sistema de representación Simbólico. Muestran buena capacidad y alto rendimiento para resolver problemas. Valoran más alto los problemas en los que se utiliza el lenguaje algebraico para resolverlos, los sujetos de este cluster son los que dan las calificaciones más bajas a todas las valoraciones y dan valoraciones diferentes a todas las soluciones.**

#### Cluster 4

De la Tabla 7.6 sabemos que este cluster consta de 7 sujetos, es el mas pequeño de todos. Las frecuencias del uso de los sistemas de representación que utilizaron para resolver los problemas del instrumento1 y que tomamos del anexo 7.8 y resumimos en la Tabla 7.16.

SR	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	%
0	1				1			1	1		7,14
1						1					1,42
2	1				1						2,85
3											0
4	1		2	1			3	1		1	12,85
5	3	5	3	5	2	5	3	3	2	2	47,14
7	1	2	2	1	3	1	1	2	3	4	28,57
Total	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	99,97

Tabla 7.16

De la Tabla 7.16 podemos decir que:

- Uso predominante del sistema de representación Simbólico.
- Escaso uso de los sistemas de representación Numéricos y Gráfico.
- Muestran una escasa capacidad para resolver problemas.
- Tiene un bajo rendimiento en la resolución de problemas.

Cuando se les pide valorar las diferentes soluciones, estos sujetos no califican las diferentes soluciones, algunos únicamente los justifican.

A continuación mencionamos las justificaciones más relevantes que otorgan a las valoraciones los sujetos de este cluster según el anexo 7.13:

#### Solución 1

- El 57.1 % no proporcionan información en su justificación.

- El 28,6 % justifica sus valoraciones con el uso de un gráfico, dibujo o diagrama para resolver el problema.

#### Solución 2

- El 28,6 % cuando se justifica con juicio personal del evaluador con respecto a la presentación.
- El 42,9 % no proporcionan información en su justificación.

#### Solución 3

- El 28,6 % cuando se justifica con juicio personal del evaluador con respecto a la presentación.
- El 57,1 % no proporcionan información en su justificación.

#### Solución 4

- El 57,1 % no proporcionan información en su justificación.

Al cuestionario sobre creencias sabemos que los sujetos de cluster 4 dieron las siguientes respuestas:

### ***Primera pregunta***

#### ***¿En qué consiste la evaluación en matemáticas?***

La evaluación en matemáticas consiste en :

		X
R 1.2	Es el proceso que sirve para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático, tomando en consideración tanto el proceso como el resultado.	4,14
R 1.4	La obtención de la información sobre la comprensión matemática de un estudiante con el fin de ayudarlo a una mejora	2,71
R 1.1	La determinación del logro de objetivos propuestos en un programa de matemáticas.	2,71
R 1.3	El análisis del proceso de enseñanza – aprendizaje en matemáticas, independientemente de cual sea el resultado.	2,71

### **Segunda pregunta:**

*¿Qué valoramos cuando evaluamos en matemáticas?*

Cuando se evalúa en matemáticas se debe de valorar:

		X
R 2.3	La actitud del estudiante	4,14
R 2.2	El trabajo realizado por el estudiante	4,00
R 2.7	Los logro alcanzados con respecto a los objetivos.	3,86
R 2.4	La conducta del estudiante.	3,71
R 2.1	El conocimiento matemático adquirido por el estudiante	3,71
R 2.5	La madurez y formación del estudiante.	3,14
R 2.6	Los contenidos matemáticos del programa	3,14

**Tercera pregunta:**

*¿Qué papel juega la resolución de problemas en proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas?*

La resolución de problemas en matemáticas:

		X
R 3.7	Su enseñanza requiere una preparación sólida del profesor de matemáticas.	4,14
R 3.6	Mejora la capacidad de razonamiento del estudiante.	4,00
R 3.5	Representa un reto y una dificultad para el estudiante	3,86
R 3.4	Constituye una forma idónea para evaluar el conocimiento matemático.	3,29
R 3.3	Puede utilizarse para explicar las matemáticas desde un punto de vista práctico.	3,14
R 3.1	Debe ser objeto de los programas de matemáticas a todos los niveles.	3,14
R 3.2	Se debe de explicar específicamente en la clase de matemáticas.	2,86

**Cuarta pregunta:**

***¿Qué nos proporciona la evaluación con resolución problemas en matemáticas?***

La resolución de problemas para evaluar en matemáticas:

		X
R 4.3	Proporciona elementos para juzgar, valorar y controlar el desarrollo del conocimiento matemático.	3,71
R 4.1	Proporciona elementos para determinar el logro de los objetivos.	3,29
R 4.2	Proporciona mejor información sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje de los estudiantes.	3,14
R 4.4	Proporciona información para tomar decisiones sobre la promoción escolar de los estudiantes.	2,43
R 4.5	Le da valor personal al estudiante ante su entorno familiar y social.	2,43

**Quinta pregunta.**

***¿Qué se debe evaluar en la resolución de problemas?***

En la resolución de problemas se debe evaluar:

		X
R 5.4	De manera diferente los distintos métodos utilizados en su resolución.	3,29
R 5.2	Todo el desarrollo.	3,14
R 5.3	Los métodos o formas de resolver los problemas.	3,00
R 5.1	Los resultados.	2,29

**Sexta pregunta.**

***¿Qué dificultades se presentan al evaluar matemáticas a través de la resolución de problemas?***

Las dificultades que se presentan cuando se evalúan las matemáticas a través de la resolución de problemas son:

		X
R 6.3	La construcción de la prueba adecuada.	3,29
R 6.1	Que el estudiante no está acostumbrado a ser evaluado con problemas.	3,14
R 6.2	La complejidad que supone este tipo de tarea.	3,14
R 6.8	La falta de criterios precisos para su calificación.	3,14
R6.4	La falta de convencimiento del profesor para evaluar de esta forma.	3,14
R 6.5	La falta de preparación del profesor para esta tarea.	3,14
R 6.7	La utilización por los estudiantes de métodos no validos para resolver problemas.	2,86
R 6.6	El tiempo que requiere.	2,57

### **Séptima pregunta.**

*¿Qué dificultades crees que se presentan cuando se elaboran pruebas basadas en la resolución de problemas?*

Al elaborar pruebas basadas en la resolución de problemas, se presentan las siguientes dificultades:

		X
R 7.5	Debe ser completados con otras actividades de evaluación.	4,00
R 7.3	Las pruebas adecuadas proporcionan la información necesaria acerca del conocimiento matemático del estudiante.	3,43
R 7.1	Cuesta mucho trabajo y tiempo elaborar una prueba de este tipo	3,00
R 7,2	Requiere mucho tiempo para su aplicación.	2,71
R 7.4	Dan información parcial del conocimiento matemático del estudiante.	2,57

### **CLUSTER 4 (CRC4)**

**Este cluster formado por el menor número de sujetos. Usan principalmente el sistema de representación Simbólico para resolver los problemas. Muestran escasa capacidad y bajo rendimiento para resolver problemas. Tienen como característica principal que los sujetos no valoran los problemas y las justificaciones que dan a estas valoraciones no nos proporcionan información.**

### **7.1.3 Estadísticos descriptivos de contraste.**

Después de haber encontrado los cuatro clusters nos preguntamos ¿cómo podemos determinar que el pertenecer a un cluster no se debe al azar?, para tratar de dar respuesta a esta pregunta, decidimos hacer una prueba de significación estadística como la realizada en el apartado 4.3.2.

Como ya se dijo en el apartado 4.3.2 la Pruebas de significación, también esbconocidas como pruebas de contraste o de decisión, según Bisquerra (1989) “es una prueba que sirve para determinar la existencias de diferencias entre los grupos” (pp. 83). Por lo que seguimos los pasos ya descritos que propone Bisquerra para la aplicación de una prueba de significación:

1.- Formular la hipótesis nula:

De acuerdo con Bisquerra las pruebas de significación tienen como punto de partida el establecimiento de una hipótesis estadística, que se someterá a comprobación con una prueba de significación, ya que según un principio general de estas pruebas, todas las diferencias son debidas al azar mientras no se compruebe lo contrario. El rechazo de la hipótesis nula equivale automáticamente aceptar la hipótesis alternativa.

Con los cuatro clusters encontrados procedimos a redactar nuestras hipótesis:

$H_0$ : No existen diferencias significativas entre los sujetos que pertenecen a diferentes cluster. Por lo que las observaciones son debidas al azar.

Por lo tanto la hipótesis alternativa será:

$H_1$ : Existen diferencias significativas entre los sujetos que pertenecen a diferentes cluster. Por lo que las diferencias observadas no son debidas al azar.

2.- Elegir el nivel de significación:

Fijamos el nivel de confianza en un 95 % por lo tanto queda establecido que el nivel de significación ( $\alpha$ ) para nuestro trabajo será de “0.05” (Bisquerra 1987 p.85, Cohen, 1997, p.2 Gil, 1999, p.191; León y Montero, 1997, p.128; Levin, 1996, p. 426).

3.- Aplicar la prueba estadística adecuada:

3.- La prueba estadística elegida para hallar el grado de significación, como fue explicado en el apartado 4.3.2:

- La prueba sería una prueba no paramétrica.
- El caso es de una muestra relacionada.
- Elegimos la prueba de T de Wilcoxon que consideramos apropiada para este caso, los grados de significación que obtuvimos de esta prueba se pueden consultar en el anexo 7.14.

4.- Toma de decisión con una probabilidad de error

Con los valores de los grados de significación ( $p$ ) de cada una de las respuestas consideramos que:

$p \leq 0.05$  existen diferencias significativas por lo tanto rechazamos  $H_0$

$p > 0.05$  no existen diferencias significativas por lo tanto aceptamos  $H_0$ .

También calculamos el tamaño de efecto (TE) para cada pareja de respuestas utilizando la formula 4.1.

El calculo del tamaño del tamaño de efecto (TE) nos permitirá determinar que diferencias consideramos como apreciables y cuáles no. La regla que se aplica usualmente según Gil (1999; 2000) en este tipo de trabajos con respecto a los valores del TE es:

$[ 0 , 0,25 [ \Rightarrow$  pequeños

$[ 0,25 , 0,5 [ \Rightarrow$  medianos

$\geq 0,5 \Rightarrow$  grandes

Por lo que Hemos de considerar para este trabajo el rechazo de  $H_0$  para tamaños de efecto superiores a 0.5 (Cohen,1977, p.8; Gil, 1999, p.191; Fernández, 1995, p.198; Levin, 1996, p. 433). Y los asociados a niveles de significación ( $p$ ) menores que 0.05.

Para realizar los cálculos tomamos como punto de partida los estadísticos de los clusters tomados del anexo 7.14, los cuales mostramos en la Tabla 7.17, en orden descendente con respecto a la media:

cluster	n	X	S	S <sup>2</sup>
CRC1	88	4,21	1,50	2,26
CRC3	43	4,06	1,07	1,16
CRC2	25	3,85	1,35	1,84
CRC4	7	3,30	1,25	1,58

Tabla 7.17

A continuación mostramos una Tabla 7.18, en ella colocamos el grado de significación que obtuvimos en el anexo 7.14, así como el tamaño de efecto calculado a partir de la formula 4.1, acompañadas de la decisión que en cada caso tomamos con respecto a aceptar o rechazar la hipótesis nula:

Comparación	p	TE	Aceptamos
CRC1 $\Leftrightarrow$ CRC2	0,061	0,267	Ho
CRC1 $\Leftrightarrow$ CRC3	0,321	0,121	Ho
CRC1 $\Leftrightarrow$ CRC4	0,000	0,670	H <sub>1</sub>
CRC2 $\Leftrightarrow$ CRC3	0,997	0,174	Ho
CRC2 $\Leftrightarrow$ CRC4	0,023	0,409	H <sub>1</sub>
CRC3 $\Leftrightarrow$ CRC4	0,000	0,681	H <sub>1</sub>

Tabla 7.18

De las Tablas 7.17 y 7.18 podemos resumir la siguiente información en la Tabla 7.19.

Cluster	N	X	S <sup>2</sup>	p	TE
CRC1	88	4,21	2,26		
CRC3	43	4,06	1,16		
CRC2	25	3,85	1,84		
				0,000	0,670

CRC4	7	3,30	1,58	
------	---	------	------	--

Tabla 7.19

De Tabla 7.19 podemos decir:

- Que el existen diferencias significativas entre el cluster cuatro con los cluster uno, dos y tres.
- No existe diferencia significativa entre los cluaters 1, 2 y 3.

**Conclusión: Podemos decir que que el prteneer al cluster 1, 2 ó 3 se debe al azar mientras que el pertenecer al cluster 4 no se debe al azar.**

#### 7.1.4 Relación entre clusters.

Como nuestro interés era conocer la relación entre los cluster de resolutores que habíamos encontrado en el apartado 4.3 y estos nuevos cluster, elaboramos una matriz que tenia 163 filas y de 6 columnas , los 163 representaban a cada uno de los sujetos, mientras que las columnas: tres eran del código de cada uno de los sujetos que se les había asignado en el apartado 4.3.3 , una columna al cluster al que pertenece como resolutor (a), una columna del cluster de resolutor-creencias (b) y una ultima columna compuesta por un vector (a,b) que nos proporciona información de cada uno de los sujetos diciéndonos cuando un sujeto pertenece a y b al mismo tiempo, con la ayuda del paquete estadístico SPSS 9.0 hallamos la frecuencia de los vectores, y los resultados encontrados se muestran en la Tabla 7.16.

	Frecuencia	Porcentaje
(1,1)	29	76,39
(1,2)	8	21,50
(1,3)	1	2,60
(2,1)	57	64,04
(2,2)	2	2,24
(2,3)	24	26,96
(2,4)	6	6,70

(3,2)	9	90,00
(3,4)	1	10,00
(4,1)	2	7,69
(4,2)	6	23,07
(4,3)	18	69,23
<b>Total</b>	163	

Tabla 7.16

Con la finalidad de recordar los cluster de resolutores construimos la Tabla 7.17.

<b>Cluster</b>	<b>Características del cluster</b>
CR1	Los sujetos utilizan los cinco sistemas de representación para resolver problemas de álgebra elemental. Preferentemente utilizan los sistemas de representación Simbólico, Gráfico-Simbólico y Parte-Todo, un menor número de sujetos hace uso de los sistemas de representación Gráfico y Ensayo-Error.
CR2	Se caracteriza por el uso preferente del sistema Simbólico con el apoyo del Gráfico-Simbólico para resolver problemas de álgebra elemental. Muestran buena capacidad para resolver los problemas y obtienen un alto rendimiento.
CR3	Se caracteriza por que los sujetos usan los métodos numéricos, Ensayo-Error y Parte-Todo, (19%) más que en cualquiera de los otros clusters. Muestran escasa capacidad para resolver los problemas y obtienen un bajo rendimiento.
CR4	Los sujetos muestran rechazo por el uso del sistema de representación Gráfico para resolver problemas de álgebra elemental. Con apoyo predominante del sistema de representación Simbólico. Casi no resuelven problemas que tienen dibujo o diagrama y con números difíciles.

Tabla 7.17

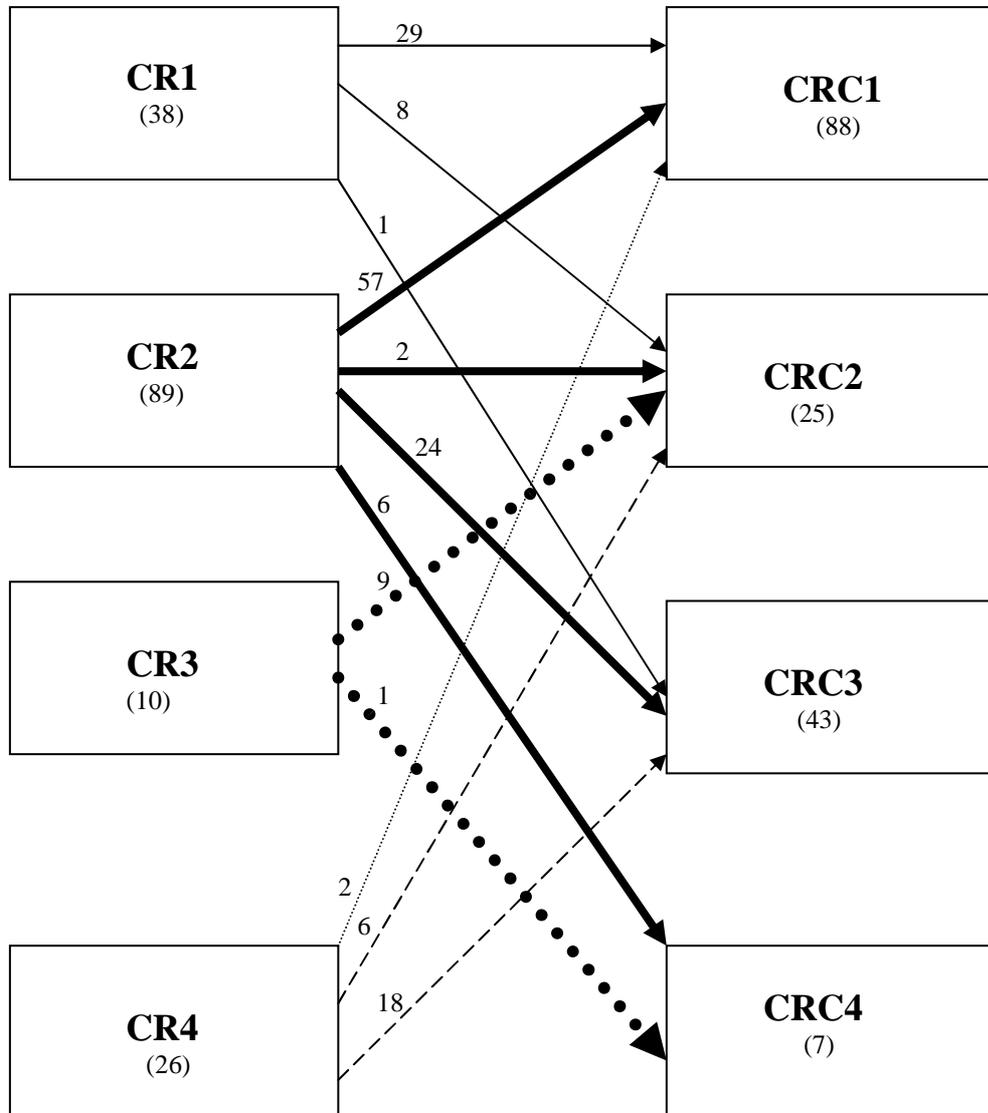
Para codificar los cluster de resolutores-creencias elaboramos la Tabla 7.18.

<b>Cluster</b>	<b>Características del cluster</b>
<b>CRC1</b>	Este cluster esta formado por la mayoría de sujetos, utilizan principalmente el sistema de representación Simbólico para resolver los problemas. Muestran gran capacidad y alto rendimiento para resolver problemas. Le dan más valoración a los estudiantes que se ayudan de un gráfico o dibujo para resolver problemas ya que valoran más los sistemas de representación Gráfico y

	Gráfico-Simbólico. Muchos le dan la misma calificación a todas las soluciones. Le dan una valoración alta a cualquiera de las soluciones. Valoran menos el uso del sistema de representación Numérico.
<b>CRC2</b>	Los sujetos de este cluster utilizan más que en otros cluster el sistema de representación numéricos para resolver los problemas, muestran escaso uso de los sistemas de representación Simbólico y Gráfico-Simbólico. Muestran escasa capacidad y bajo rendimiento para resolver problemas. Valoran más los sistemas de representación Gráfico y Gráfico-Simbólico, dan mas valor al uso de un gráfico, diagrama o dibujo para resolver los problemas. Valoran con diferente calificación las diferentes soluciones.
<b>CRC3</b>	Este cluster se encuentra formado por los sujetos que no utilizan el sistema de representación Gráfico, ni Ensayo-Error, se apoyan mucho en el sistema de representación Simbólico. Muestran buena capacidad y alto rendimiento para resolver problemas. Valoran más alto los problemas en los que se utiliza el lenguaje algebraico para resolverlos, los sujetos de este cluster son los que dan las calificaciones más bajas a todas las valoraciones y dan valoraciones diferentes a todas las soluciones.
<b>CRC4</b>	Este cluster formado por el menor número de sujetos. Usan principalmente el sistema de representación Simbólico para resolver los problemas. Muestran escasa capacidad y bajo rendimiento para resolver problemas. Tienen como característica principal que los sujetos no valoran los problemas y las justificaciones que dan a estas valoraciones no nos proporcionan información.

Tabla 7.18

Las relaciones encontradas se muestran en el cuadro 7.1 que mostramos a continuación:



Cuadro 7.1

De las Tablas 7.17 y 7.18 junto con el cuadro 7.1 podemos decir:

- No se encuentra ningún cluster en forma general diferente a los encontrados en los cluster de resolutores.
- Ya que el nuevo cluster que aparece (CRC4) lo que tiene de diferencia con el CR1 es que los sujetos no valoran los problemas y eso hace que estos sujetos que

resuelven por el sistema de representación Simbólico no estén en el CRC1 y otra diferencia es que estos sujetos muestran escasa capacidad de resolver problemas.

- En los clusters de resolutores-creencias no aparece un grupo de sujetos que resuelva utilizando todos los sistemas de representación. Ya que creemos que estos sujetos en los nuevos clusters quedan definidos en su mayoría por el uso de alguno de los sistemas de representación para resolver los problemas.
- Podemos decir que todos los sujetos que resolvían los problemas por el sistema de representación simbólico quedan en clusters cuya característica principal es el uso del sistema de representación simbólico para resolver problemas.
- El 90 % de los sujetos que resuelven los problemas por el sistema de representación numérico, permanecen en el cluster que resuelve utilizando el sistema de representación Numérico.
- Los que se encontraban en el grupo de sujetos que rechazaban el uso del sistema de representación Gráfico, permanecen en este grupo.

**Conclusión General: Creemos que estos nuevos cluster denominados resolutores-creencias nos proporcionan más información acerca de cada uno de los sujetos de la muestra, ya que a través de estas agrupaciones podemos saber de los sujetos: como resuelven los problemas como resolutores y como evaluadores podemos saber sus creencias declaradas acerca de evaluar con problemas verbales, además podemos saber que hacen en la práctica al evaluar problemas y las justificaciones que usan para estas evaluaciones.**