Luis Rico
José Luis Lupiáñez
Marta Molina
(Eds.)

Análisis Didáctico en Educación Matemática

METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN, FORMACIÓN DE PROFESORES E INNOVACIÓN CURRICULAR

ANÁLISIS DIDÁCTICO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Metodología de investigación, formación de profesores
e innovación curricular

Luis Rico
José Luis Lupiáñez
Marta Molina
(Eds.)

ANÁLISIS DIDÁCTICO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN, FORMACIÓN DE PROFESORES E INNOVACIÓN CURRICULAR

Granada, 2013

Colección «Didáctica de la Matemática»

Diseño de portada: José L. Lupiáñez

© Grupo de Investigación Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico
Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación

Editorial Comares, S.L.
Gran Capitán, 10 – Bajo
18002 Granada
Telf.: 958 465 382 • Fax: 958 272 736
E-mail: libreriacomares@comares.com
http://www.editorialcomares.com
http://www.comares.com

ISBN: 978-84-9045-082-6 • Depósito legal: Gr. 1491/2013

Fotocomposición, impresión y encuadernación: COMARES

RELACIÓN DE AUTORES

Evelio Bedoya Moreno
Universidad del Valle (Colombia)

Rafael Bracho López
Universidad de Córdoba (España)

Matías Camacho Machín
Universidad de La Laguna (España)

María C. Cañadas Santiago
Universidad de Granada (España)

Encarnación Castro Martínez
Universidad de Granada (España)

Enrique Castro Martínez
Universidad de Granada (España)

Elena Castro-Rodríguez
Universidad de Granada (España)

Francisco Javier Claros Mellado
Universidad Carlos III de Madrid (España)

Antonio Fernández-Cano
Universidad de Granada (España)

José Antonio Fernández-Plaza
Universidad de Granada (España)

Pablo Flores Martínez
Universidad de Granada (España)

Jesús Gallardo Romero
Universidad de Málaga (España)

María del Mar García López
IES Carmen de Burgos (España)

Bernardo Gómez Alfonso
Universidad de Valencia (España)

Pedro Gómez Guzmán
Universidad de los Andes (Colombia)

María José González López
Universidad de Cantabria (España)

José Luis González-Marí
Universidad de Málaga (España)

José Gutiérrez Pérez
Universidad de Granada (España)

Josefa Hernández Domínguez
Universidad de La Laguna (España)

Martha Iglesias Inojosa
Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Venezuela)

Carmen López Esteban
Universidad de Salamanca (España)

José Luis Lupiáñez Gómez (editor)
Universidad de Granada (España)

Antonio Marín del Moral
Universidad de Granada (España)

Alexander Maz Machado
Universidad de Córdoba (España)

Marta Molina González (editora)
Universidad de Granada (España)

José Ortiz Buitrago
Universidad de Carabobo (Venezuela)

Zoraida Paredes Solano
Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Venezuela)

Miguel Picado Alfaro
Universidad Nacional (Costa Rica)

Elisabeth M. Ramos Rodríguez
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile)

Irene Real García
IES Nazarí de Salobreña (España)

Luis Rico Romero (editor)
Universidad de Granada (España)

Nielka Rojas González
Becaria de la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica (Chile)

Isabel María Romero Albaladejo
Universidad de Almería (España)

Juan Francisco Ruiz-Hidalgo
Universidad de Granada (España)

Francisco Ruiz López
Universidad de Granada (España)

María Teresa Sánchez Compaña
Centro de Magisterio M.ª Inmaculada de Antequera (España)

Isidoro Segovia Alex
Universidad de Granada (España)

Modesto Sierra Vázquez
Universidad de Salamanca (España)

Martín M. Socas Robayna
Universidad de La Laguna (España)

Manuel Torralbo Rodríguez
Universidad de Córdoba (España)

Gabriela Valverde Soto
Universidad de Costa Rica (Costa Rica)

ÍNDICE

ÍNDICE IX
PRÓLOGO XI

Primera parte
FUNDAMENTOS TEÓRICOS

1. ANÁLISIS DIDÁCTICO Y METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN. *Luis Rico y Antonio Fernández-Cano* 1
2. ANTECEDENTES DEL ANÁLISIS DIDÁCTICO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA. *Luis Rico* 23
3. UNA PROPUESTA FORMATIVA DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN OBLIGATORIA FUNDAMENTADA EN EL ANÁLISIS DIDÁCTICO DESDE EL ENFOQUE LÓGICO SEMIÓTICO (ELOS). *Martín Socas, Matías Camacho y Josefa Hernández*. 59

Segunda parte
FORMACIÓN DE PROFESORES

4. ANÁLISIS DIDÁCTICO: LA PLANIFICACIÓN DEL APRENDIZAJE DESDE UNA PERSPECTIVA CURRICULAR. *José Luis Lupiáñez* 81
5. EL ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN: INSTRUMENTO PARA LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE SECUNDARIA. *Antonio Marín* 103
6. DISEÑO DE PLANES DE FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS BASADOS EN EL ANÁLISIS DIDÁCTICO. *Pedro Gómez y María José González* 121
7. EL ANÁLISIS FENOMENOLÓGICO EN LA FORMACIÓN INICIAL DE MAESTROS. *Elena Castro-Rodríguez, Enrique Castro y Manuel Torralbo* 141
8. ANÁLISIS DIDÁCTICO CURRICULAR: UN PROCEDIMIENTO PARA FUNDAMENTAR EL DISEÑO, EL DESARROLLO Y LA EVALUACIÓN DE UNIDADES DIDÁCTICAS DE MATEMÁTICAS. *José Luis González-Marí y Jesús Gallardo* 161
9. EL ANÁLISIS DIDÁCTICO COMO HERRAMIENTA PARA IDENTIFICAR CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA EN LA PRÁCTICA. *Nielka Rojas, Pablo Flores y Elisabeth Ramos* 191

Tercera parte
INNOVACIÓN CURRICULAR

10. Empleo del análisis didáctico en un experimento de enseñanza con futuros maestros de educación primaria. *Gabriela Valverde, Encarnación Castro y Marta Molina* 211
11. Planificación de unidades didácticas en enseñanza secundaria mediante el uso del análisis didáctico. *Juan Francisco Ruiz-Hidalgo y José Antonio Fernández-Plaza* 231
12. Uso del análisis didáctico en una investigación-acción en secundaria: un avance sobre el análisis de actuación. *María del Mar García e Isabel María Romero.* 253
13. Sucesiones con límite finito. Hacia una secuencia didáctica basada en la fenomenología. *Francisco Javier Claros y Teresa Sánchez* 271
14. El análisis didáctico y el diseño de actividades didácticas en matemáticas. *José Ortiz, Martha Iglesias y Zoraida Paredes* 293
15. Sistemas de representación y calculadoras gráficas en la formación inicial de profesores de matemáticas de educación secundaria. *José Gutiérrez, Evelio Bedoya y Luis Rico* 309

Cuarta parte
MÉTODOS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

16. Análisis didáctico en una investigación sobre razonamiento inductivo. *María C. Cañadas y Encarnación Castro* 333
17. Acercamiento entre la historia de las matemáticas y la educación matemática mediante el análisis de contenido. *Alexander Maz y Rafael Bracho.* 349
18. Estudio de los textos para la enseñanza de las matemáticas del Padre Manjón. *Irene Real, Isidoro Segovia y Francisco Ruiz.* 359
19. Análisis de contenido en aritmética y álgebra en manuales de formación de maestros (1839-1971). *Modesto Sierra y Carmen López* 375
20. El análisis didáctico en el estudio del sistema métrico decimal en un libro de texto histórico de matemáticas. *Miguel Picado, Bernardo Gómez y Luis Rico* 403
21. Análisis didáctico como método para el tratamiento de los antecedentes bibliográficos en la investigación en educación matemática. *Jesús Gallardo y José Luis González-Marí* 415

Referencias 433
Índice analítico. 459

PRÓLOGO

ANÁLISIS DIDÁCTICO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Este libro surge de la actividad investigadora y formadora de un amplio grupo de profesionales de la educación matemática que vienen empleando un mismo sistema de categorías y un conjunto de métodos en sus estudios y trabajos que, con carácter general, denominamos *análisis didáctico.* Es un tratado que sintetiza la experiencia reciente en el uso y desarrollo de este marco conceptual y metodológico, cuyo origen se remonta a los comienzos del área de Didáctica de la matemática en España. En estas páginas se recogen ejemplos de actividades vinculadas a la formación inicial y permanente del profesorado de matemáticas, propuestas para el diseño de textos y documentos, para el desarrollo e implementación de innovaciones curriculares, argumentaciones relativas a la racionalidad teórica de esta metodología y evidencias sobre su fiabilidad empírica. En conjunto, el libro muestra el potencial del análisis didáctico en Didáctica de la matemática, mediante sus diferentes funciones y su riqueza de usos e interpretaciones. Los trabajos, de carácter empírico y teórico, abordan cuestiones relativas a los ámbitos de la formación del profesorado, la innovación curricular y los fundamentos y metodología de la investigación.

Estructuramos el libro en cuatro partes claramente diferenciadas, con nexos y relaciones sistemáticas entre ellas.

La primera parte se centra en los fundamentos teóricos y en la especificidad del análisis didáctico como método de investigación. La noción se introduce desde tres perspectivas diferentes, que sirven para establecer la estructura cíclica del método y las categorías que organizan sus diversas fases. También se precisan aquellas funciones a las que atiende dentro de la educación matemática. Esta primera parte se desarrolla en tres capítulos. En el capítulo 1, Luis Rico y Antonio Fernández-Cano, partiendo de las nociones de análisis y síntesis en la historia del pensamiento, caracterizan las ideas básicas que configuran el análisis didáctico en Didáctica de la matemática. Este primer capítulo justifica el diseño de la obra al mostrar los fundamentos curriculares, las interpretaciones, funciones y usos del análisis didáctico. En el capítulo 2, Luis Rico

hace la descripción diacrónica del desarrollo y uso de esta noción, singularmente la llevada a cabo por los miembros del grupo de investigación «Didáctica de la matemática. Pensamiento Numérico» del Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación, según se documenta en diferentes trabajos, publicaciones y encuentros científicos, destacando los momentos de cambio y subrayando su evolución. Seguidamente, en el capítulo 3, Martín Socas, Matías Camacho y Josefa Hernández caracterizan el análisis didáctico en el marco de un enfoque lógico semiótico de las matemáticas, del currículo de matemáticas y de la formación de profesores, puesto en práctica en la Universidad de La Laguna.

Los seis capítulos que conforman la segunda parte del libro presentan, organizan y ejemplifican los usos y funciones del análisis didáctico en el contexto de la formación de profesores de matemáticas. En el capítulo 4, José Luis Lupiáñez desarrolla una interpretación del análisis didáctico como procedimiento que, basado en un enfoque funcional del currículo, permite al profesor llevar a cabo un estudio y una planificación de las matemáticas escolares según varias finalidades. En este contexto, el análisis didáctico se estructura en torno a un análisis del contenido matemático, un análisis cognitivo, un análisis de la instrucción y un análisis de actuación. Antonio Marín, en el capítulo 5, desarrolla el análisis de instrucción en el caso específico de la formación de profesores de matemáticas de Educación secundaria. En el capítulo 6, Pedro Gómez y María José González exploran los procesos de aprendizaje de profesores en ejercicio en el marco de un programa de formación basado en el análisis didáctico y en una perspectiva sociocultural del aprendizaje. En el capítulo 7, Elena Castro-Rodríguez, Enrique Castro y Manuel Torralbo profundizan en el análisis del contenido matemático, realizando una revisión histórica y conceptual de la fenomenología de los contenidos matemáticos y describiendo su aplicación en un programa de formación de maestros de Educación primaria. El capítulo 8, de José Luis González-Mari y Jesús Gallardo, extiende la aplicación del análisis didáctico al desarrollo y la evaluación de la tarea profesional docente, a la evaluación institucional y al análisis de libros de texto y de otros materiales didácticos. Finalmente, en el capítulo 9, Nielka Rojas, Pablo Flores y Elisabeth Ramos emplean el análisis didáctico como una herramienta metodológica que permite explorar e identificar el conocimiento matemático para la enseñanza que un profesor pone en juego cuando enseña un contenido en el aula.

La innovación curricular es el núcleo de la tercera parte del libro. Sus seis capítulos presentan propuestas curriculares o formativas en las que el análisis didáctico, o alguna de sus componentes, se considera como soporte conceptual o estructural. El capítulo 10, de Gabriela Valverde, Encarnación Castro y Marta Molina, describe una investigación sobre la competencia matemática que desarrollan futuros maestros cuando se implementa una propuesta de instrucción centrada en la razón y la proporcionalidad, y fundamentada en el análisis didáctico. En el capítulo 11, Juan Francisco Ruiz y José Antonio Fernández aplican el análisis didáctico para fundamentar una unidad didáctica centrada en la noción de límite finito de una función en un punto, dirigida a estudiantes de Bachillerato.

Isabel Romero y María del Mar García, en el capítulo 12, proponen una experiencia de investigación-acción colaborativa entre una profesora de Educación secundaria y otra de Universidad, organizada a partir del análisis didáctico, llevada a la práctica en un aula de secundaria y que persigue, fundamentalmente, analizar el desarrollo de la competencia matemática de los escolares cuando emplean un recurso tecnológico para el estudio de las teselaciones en el plano. El capítulo 13, de Francisco Javier Claros y María Teresa Sánchez, se centra en el análisis fenomenológico, componente del análisis de contenido, para organizar los significados de la noción de límite finito de una sucesión y concluir con una secuencia didáctica sobre ese tema para niveles no universitarios. José Ortiz, Martha Iglesias y Zoraida Paredes, en el capítulo 14, exploran las componentes del conocimiento necesario para enseñar matemáticas y del proceso de aprender a enseñarlas, y describen una propuesta de articulación e integración de varios referentes teóricos y metodológicos, entre ellos el análisis didáctico, para informar el diseño de programas para la formación inicial de profesores. En el capítulo 15, José Gutiérrez, Evelio Bedoya y Luis Rico exponen una concreción local del análisis didáctico enfocada sobre el uso de los sistemas de representación y las calculadoras gráficas, como parte del proceso de revisión y planificación curricular del tema de funciones en Educación secundaria.

La cuarta parte del libro, que incluye otros seis capítulos, aborda el uso del análisis didáctico como herramienta metodológica para el diseño de instrumentos de observación y sistematización, para el análisis de textos históricos de educación matemática y para la revisión de antecedentes de una investigación. En el capítulo 16, María C. Cañadas y Encarnación Castro emplean el análisis de contenido y el análisis cognitivo para diseñar y justificar la obtención de un banco de tareas sobre razonamiento inductivo y para estudiar las producciones de un grupo de escolares cuando las resuelven. Alexander Maz y Rafael Bracho, en el capítulo 17, emplean el análisis de contenido para identificar y estudiar las relaciones conceptuales y curriculares que, sobre el tema de fracciones, se establecen en textos de matemáticas españoles entre los siglos XVIII y XIX. Por su parte, Irene Real, Isidoro Segovia y Francisco Ruiz, en el capítulo 18, emplean varios procedimientos del análisis didáctico para caracterizar el tratamiento con el que el Padre Manjón presentaba las matemáticas escolares en la práctica, en sus escuelas del Ave María de Granada entre 1889 y 1923. En el capítulo 19, Modesto Sierra y Carmen López emplean el análisis de contenido y el desarrollo histórico como organizador transversal para estudiar la evolución de los conceptos, los planes de estudios de los maestros y los manuales, en las áreas de Aritmética y Álgebra, desde la creación en España de la Primera Escuela Normal (siglo XIX) hasta Ley General de Educación de 1970. En el capítulo 20, Miguel Picado, Luis Rico y Bernardo Gómez documentan una aplicación del análisis didáctico al estudio y caracterización de los contenidos que, sobre el Sistema Métrico Decimal, se incorporan a los libros de texto en España en la segunda mitad del siglo XIX. Finalmente, en el capítulo 21, Jesús Gallardo y José Luis González-Mari describen y ejemplifican el uso del análisis didáctico como herramienta

metodológica para localizar, organizar, revisar y utilizar los antecedentes bibliográficos en una investigación en educación matemática.

Debido a su extensión y a la riqueza de sus ejemplos y argumentos, son muchas las cuestiones que quedan abiertas. El análisis didáctico, que comienza siendo un método en Didáctica de la matemática, subsidiario de los análisis conceptual y de contenido, se transforma en un sistema interpretativo y, en ocasiones, explicativo de los fenómenos de diseño, desarrollo e innovación curricular junto con aquellos otros que estudian la formación del profesor de matemáticas, al establecer un sistema articulado de categorías para su estudio.

Confiamos que el lector disfrute y aproveche con su lectura. Esperamos que las ideas y propuestas que aquí se presentan sirvan de estímulo para que grupos de investigación e investigadores en ejercicio puedan avanzar en sus trabajos en Didáctica de la matemática mediante las categorías y técnicas, los conceptos y los métodos que aquí hemos presentado.

Los editores

Análisis Didáctico en Educación Matemática

El término *análisis didáctico* es de uso común en Didáctica de la Matemática. Esta noción tiene relevancia en la disciplina desde sus inicios, ya que aporta un modo específico de abordar cuestiones conceptuales y metodológicas primordiales. En este libro recogemos ejemplos de investigaciones vinculadas a la formación inicial y permanente del profesorado de matemáticas, propuestas para el estudio de textos científicos y para el diseño e implementación de innovaciones curriculares, argumentaciones relativas a la racionalidad teórica de esta metodología y evidencias sobre su fiabilidad empírica. En conjunto, mostramos el potencial del análisis didáctico en Educación Matemática mediante sus diferentes funciones y su riqueza de usos e interpretaciones.

COMARES
editorial

ISBN 978-84-9045-082-6