



Universidad de Granada

Departamento de Didáctica de la Matemática

Trabajo Fin de Máster

**USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS
MANIPULATIVOS PARA LA ENSEÑANZA Y
APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA**

**UN ESTUDIO SOBRE ALGUNOS COLEGIOS DE
CHILE**

Macarena Valenzuela Molina

Granada, Junio 2012



Universidad de Granada
Departamento de Didáctica de la Matemática

**USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS
MANIPULATIVOS PARA LA ENSEÑANZA Y
APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA**

**UN ESTUDIO SOBRE ALGUNOS COLEGIOS
DE CHILE**

El presente trabajo, ha sido realizado por la alumna del programa de máster de didáctica de la Matemática Macarena Valenzuela Molina, para la obtención del grado de máster correspondiente, durante el curso académico 2010-211 en el departamento de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Granada, y ha sido dirigido por el profesor Dr. Francisco Ruiz López.

Autora

D^a. Macarena Valenzuela Molina

Director

Dr. Francisco Ruiz López

Agradecimientos

En primera instancia agradezco a Dios por haberme dado la vida y permitirme seguir este camino.

Agradezco a mi país Chile, que gracias a la Beca para Magíster en el extranjero, me dio la oportunidad de seguir mis estudios en España y continuar con el arduo trabajo en la Educación chilena.

También incluyo en este agradecimiento a la Universidad de Granada, que aceptó mi participación en el Máster en Didáctica de la Matemática y por su contribución en mi aprendizaje, a través de las experiencias en aula y por la calidad docente de quienes impartieron los diferentes cursos.

A mi profesor tutor el Dr. Francisco Ruiz López, que con su gran amabilidad me guió en el trabajo Fin de Máster que presento en este momento. Gracias por su apoyo, comprensión y paciencia.

También agradezco a Elizabeth Ramos que con su gran amistad y cariño pudimos salir adelante en este gran trabajo y compromiso.

A mis padres y familiares que estando lejos, siempre confiaron en mí y me dieron todo su apoyo.

Finalmente agradezco a mi familia, por la comprensión, la espera, el cariño, el amor que me brindaron y especialmente por haberme acompañado y apoyado todo este tiempo.

Muchas gracias a todos.

Dedicatoria

“A mis hijos, krishna, Vicente y Martina,
A mis padres Manuel y Elisa y
A mi esposo Marcelo”

ÍNDICE TEMÁTICO

Introducción	8
CAPÍTULO 1: CONTEXTO Y CAMPO DE ESTUDIO	
1.1 Contexto y motivación.....	10
1.2 Justificación del estudio.....	14
1.3 Planteamiento del problema y objetivos de la investigación.....	15
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO Y ANTECEDENTES	
2.1 Aspectos teóricos.....	17
2.1.1 Descriptores y términos clave.....	17
2.1.2 Materiales y recursos.....	21
➤ El material manipulativo como organizador del currículo.....	21
➤ Clasificación del material manipulativo.....	24
➤ Material manipulativo para la enseñanza de la matemática.....	25
➤ Dificultades y errores en el uso de materiales.....	28
2.1.3 Geometría en el currículo.....	28
➤ Geometría en el currículo de Chile.....	29
➤ Tipos de establecimientos educativos en Chile.....	32
2.2 Antecedentes.....	35
2.2.1 La trayectoria histórica del uso de materiales.....	35
2.2.2 Materiales didácticos manipulativos en nuestro siglo.....	37

CAPÍTULO 3: MARCO METODOLÓGICO

3.1 Definición del tipo de investigación.....	41
3.2 Variables del estudio.....	41
3.3 Definición del diseño de investigación.....	42
3.4 Selección de los sujetos participantes.....	43
3.5 Recogida de datos.....	44
3.6 Análisis de los datos y conclusiones.....	53

CAPÍTULO 4: RESULTADOS Y CONCLUSIONES

4.1 Indicadores del dominio del material manipulativo.....	56
4.1.1 Pregunta N° 1 ¿Lo conoce?.....	57
4.1.2 Pregunta N° 2 ¿Fue instruido en el material manipulativo?.....	58
4.1.3 Pregunta N° 3 ¿Utiliza el material manipulativo?.....	60
4.1.4 Relación entre las variables ¿Lo conoce? ¿Fue instruido?¿Lo utiliza?....	61
4.2 Grado de utilidad del material manipulativo.....	63
4.2.1 Momento en que se utiliza el material en la clase.....	65
4.2.2. Tipo de tarea o actividad.....	67
4.2.3 Tipo de aprendizaje.....	68
4.3 Indicadores del dominio de distintos colegios.....	69
4.3.1 Dependencia administrativa: MUN, PSUB, PPAG.....	69
➤ Docentes de colegios municipales.....	70

➤ Docentes de colegios particulares subvencionado.....	70
➤ Síntesis de datos de ambos colegios.....	70
4.3.2 Metodología utilizada: Personalizada y no Personalizada.....	72
➤ Docentes de colegios con Educación Personalizada.....	72
➤ Docentes de colegios con Educación no Personalizada.....	72
➤ Síntesis de tipos de colegios según educación personalizada y no Personalizada.....	73
4.4 Grado de utilidad del material manipulativo en colegios con distinta metodología de enseñanza.....	74
4.4.1 Colegios con educación personalizada.....	74
4.4.2 Colegios con educación no personalizada.....	75
4.4.3 Síntesis de resultados de colegios con y sin educación personalizada.....	75
4.5 Otros análisis.....	75
4.6 Conclusiones generales y cuestiones abiertas.....	78

Introducción

La presente investigación realizada tiene como centro de interés el campo de la enseñanza y aprendizaje de la geometría en el nivel educativo básico en escuelas chilenas. Más concretamente se centra en el conocimiento y la utilización de materiales manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, por parte de los docentes en algunos colegios de Chile.

La motivación del trabajo se sitúa en las inquietudes profesionales de la autora en este campo, ya que su dilatada trayectoria profesional como docente le ha permitido reflexionar sobre las posibilidades de mejora de la enseñanza de la geometría con el uso de materiales manipulativos.

Desde esta perspectiva, una manera de superar las dificultades que surgen en la actividad diaria docente, se puede sustentar en la profesionalización docente, fortaleciendo el uso de herramientas útiles y necesarias en el diseño de unidades didácticas, tales como los organizadores del currículo (Rico, 1997).

Con este estudio se pretende indagar, desde la perspectiva del profesor, algunos aspectos sobre los materiales manipulativos como parte de un organizador del currículo (medios, materiales y recursos), investigando algunos indicadores del dominio en los materiales manipulativos tales como el conocimiento, instrucción y utilización de estos materiales, así como conocer el grado de utilización en diferentes momentos de la clase, como los propuestos por Flores y otros (2010): el momento en que se utilizan, tipo de tarea o actividad y tipo de aprendizaje, en particular, con alumnos desde 6 a 11 años, en colegios chilenos.

Para obtener la información pertinente, hemos diseñado una encuesta destinada a profesores de distintos establecimientos educativos en la Región Metropolitana de

Santiago de Chile, con diferente dependencia administrativa y distinta metodología de trabajo como los colegios con educación personalizada y no personalizada.

Los datos obtenidos en esta encuesta proporcionan información sobre la situación actual del conocimiento de materiales manipulativos en dichos colegios, como mediadores del aprendizaje y organizadores del currículo, dando pie al trabajo de investigación que se estructura de la siguiente manera:

El capítulo I aborda el contexto y campo de estudio en que situamos nuestro trabajo, así como la motivación y justificación que impulsó la realización de esta investigación. En él se señala el planteamiento del problema y se definen los objetivos.

El capítulo II pretende dar una visión general sobre el estado actual de las investigaciones que apuntan al uso de materiales didácticos manipulativos en la enseñanza de la geometría. Aborda también otros aspectos relacionados con nuestra investigación, en materiales manipulativos como un organizador del currículo, una clasificación de los materiales manipulativos, la enseñanza de la matemática con materiales y recursos, la geometría en el currículo escolar de Chile y tipo de establecimientos educativos chilenos, así como las principales palabras clave que ayudan a identificar el presente trabajo.

En el capítulo III se expone el marco metodológico en que ubicamos nuestro estudio explicando la metodología utilizada y cada uno de sus componentes. Asimismo describimos los sujetos participantes, la administración del instrumento de recogida de datos y la codificación de estos datos.

En el capítulo IV se muestran los resultados obtenidos de acuerdo con cada uno de los objetivos específicos. Primero se dan a conocer los resultados de los niveles del dominio del material manipulativo, luego los resultados del grado de utilidad, en tercer lugar los resultados sobre la dependencia administrativa y finalmente se expresan los resultados desde la metodología utilizada.

Por último se ofrecen algunos comentarios y conclusiones del presente estudio

CAPÍTULO 1

CONTEXTO Y CAMPO DE ESTUDIO

1.1 Contexto y motivación

La experiencia acumulada a lo largo de los cuatro años en que he impartido clases de matemáticas en un colegio de Educación Personalizada en Chile, me ha conducido al interés por mejorar el conocimiento en la enseñanza de las matemáticas e iniciarme en el ámbito de la investigación. Debido a las dificultades presentadas durante el trabajo en el aula, específicamente durante el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas que contemplan los contenidos de geometría, surge la problemática de cómo lograr que los alumnos aprendan geometría de una manera más concreta, considerando que el uso de materiales manipulativos puede contribuir a la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

Durante mis estudios de pre-grado me correspondió, durante cinco años, observar clases de profesores de matemáticas en distintos colegios de Santiago de Chile. Esta experiencia me aportó una serie de percepciones y creencias personales sobre los docentes de primaria en el campo de las matemáticas en mi país. Una de estas percepciones es que muchos de estos profesores no se sienten motivados en mejorar su práctica docente, y no muestran interés por buscar nuevas estrategias o por conocer nuevos planteamientos sobre la enseñanza de las matemáticas.

Esta impresión personal la encontramos también en Castro (2008), cuando expresa las objeciones que algunos docentes transmiten con respecto al uso de materiales manipulativos en la enseñanza de la matemática, tales como:

- la escasez de medios económicos para obtener materiales y recursos en el establecimiento,
- los grupos de alumnos son heterogéneos,
- sin presencia de la pizarra y la tiza no se sienten capacitados para enseñar,
- los colegas del centro educativo no están de acuerdo,
- y especialmente que el uso de materiales frena el ritmo de avance, sin dar pie a la voluntad, creatividad, ingenio y otras artes.

Por otra parte, los resultados obtenidos en Chile por medio de la prueba estandarizada SIMCE¹ del año 2010, a nivel nacional (Tabla 1.1), no han sido muy prometedores de acuerdo con las expectativas en cuanto al nivel de matemáticas de nuestros alumnos.

La tabla que se muestra a continuación da a conocer la variación de los resultados en la prueba de matemáticas del año 2010, respecto a la evaluación anterior. La primera columna indica el nivel socioeconómico de los establecimientos educativos, y las siguientes tres columnas dan los resultados clasificados de acuerdo a la dependencia administrativa de cada centro. Los centros educativos según su dependencia administrativa son: MUN (colegios municipales), PSUB (colegios particulares subvencionados) y PPAG (colegios particulares pagados)².

Como se observa en la tabla 1.1, los resultados en la evaluación son similares a la evaluación anterior, lo que dice que no hubo avances significativos. Incluso en los colegios particulares subvencionados del grupo socioeconómico alto, disminuyeron significativamente en 7 puntos. Lo que se espera con esta evaluación, es que los colegios utilicen la información para mejorar los niveles de logros de sus alumnos, lo que no se evidencia.

El SIMCE es el Sistema de Evaluación de resultados de aprendizaje del Ministerio de Educación de Chile. Evalúa el logro de los Objetivos Fundamentales y contenidos mínimos obligatorios, que se exigen en el Marco curricular vigente, en todos los niveles de aprendizaje y en algunos subsectores. Cada año se realiza en tres niveles educativos, 4° básico (4° de primaria), 8° básico (2° de la ESO) y 2° medio (15 a 16 años aproximadamente), para identificar el desempeño de los alumnos. Los resultados se expresan a nivel de tres logros de aprendizaje: inicial, intermedio y avanzado.

² La descripción de los colegios según dependencia administrativa es parte del Marco Teórico.

Tabla 1.1

Variación de resultados de 4° básico en 2010 en matemáticas, respecto a la evaluación anterior, según grupos socioeconómicos y dependencia administrativa

Nivel socioeconómico	MUN	PSUB	PPAG
Bajo	• 2	• 1	-
Medio bajo	• 1	• 1	-
Medio	• 1	• -2	-
Medio alto	• -3	• -2	-
Alto	-	↓ -7	• -3

• : Indica que el puntaje promedio 2010 es similar al de la evaluación anterior (2009).

↓ : Indica que el puntaje promedio 2010 es significativamente más bajo que el de la evaluación anterior.

- : Indica que la categoría no tiene estudiantes o tiene menos del 0,5% del total de estudiantes

En geometría, el SIMCE del año 2010 en 4° básico, evaluó la orientación espacial de los estudiantes, entendida como la capacidad de relacionar el punto desde donde se observa un objeto con la representación gráfica de éste. También se evaluó el reconocimiento, comparación y clasificación de figuras y cuerpos geométricos. La resolución de problemas se evaluó a través de preguntas en las que se debía componer y descomponer formas geométricas de dos o tres dimensiones (MINEDUC, 2010). A continuación damos a conocer los resultados en la evaluación del SIMCE del año 2010, para el eje de Geometría. Tabla 1.2

Porcentaje de estudiantes en cada categoría de Nivel de Logros en Geometría en el SIMCE del año 2010 y la descripción de cada Nivel

Nivel de Logros	Porcentaje	Descripción
Nivel Avanzado	14%	<p>Los alumnos caracterizan y relacionan formas geométricas a partir de sus elementos y reconocen movimientos en el plano.</p> <p>Los alumnos y alumnas que alcanzan este nivel son capaces, entre otras cosas, de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconocer características de cuerpos y figuras geométricas (por ejemplo, lados paralelos en un cuadrilátero o número de vértices en un cubo). • Seguir trayectorias breves en un plano esquemático o en un cuadriculado.
Nivel Intermedio	14%	<p>Los alumnos y alumnas que alcanzan este nivel demuestran un conocimiento básico:</p> <p>Demuestran un conocimiento básico de las formas geométricas y ubican posiciones en un plano.</p> <p>Los alumnos y alumnas que alcanzan este nivel son capaces, entre otras cosas, de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar cuerpos geométricos (por ejemplo, pirámides o cilindros) y asociarlos con objetos del entorno. • Ubicar posiciones en un plano esquemático o en un cuadriculado.
Nivel Inicial	71%	<p>Estos alumnos aún no han consolidado los aprendizajes del Nivel Intermedio, ya que en ocasiones demuestran logros en algunos de los aprendizajes descritos en ese nivel, pero con una menor frecuencia y de manera poco consistente.</p> <p>Aquí se agrupan desde estudiantes que recién están iniciando el estudio de las formas geométricas, junto con estudiantes que, con un poco de ayuda, podrían demostrar los aprendizajes del Nivel Intermedio.</p>

Nota: Dado que los porcentajes están aproximados, pueden no sumar exactamente 100%.

Para las figuras geométricas estos elementos corresponden a los lados, los vértices y los ángulos. En el caso de un cuerpo geométrico, sus elementos son las caras, las aristas y los vértices. Las características que pueden reconocer en figuras geométricas resultan de comparar el largo de los lados, de verificar el paralelismo de sus lados, de verificar la existencia de ángulos rectos o de ejes de simetría, etc. En el caso de cuerpos geométricos, pueden identificar el número y la forma de las caras, etc.

Motivada por los resultados de los estudios anteriores, este trabajo pretende explorar el estado actual sobre los indicadores del dominio del material didáctico manipulativo, así como también el grado de utilidad de estos materiales en aspectos de la clase, que manifiestan docentes de primaria en Chile.

1.2 Justificación del estudio

El interés didáctico por el uso de materiales y recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en general y de la geometría en particular, se observa desde hace más de dos siglos. Pestalozzi, ya en 1819, propone el uso de material manipulativo para el aprendizaje de las matemáticas. Puig Adam, matemático y didacta español, es el impulsor principal del uso de materiales y recursos en España para la enseñanza de la geometría, organizando en Madrid en 1957 la Exposición Internacional del Material Didáctico y Matemático, en la que participaron miembros de la CIEAEM³ tales como Castelnuovo y Gattegno, que también se interesaron por mejorar la enseñanza de la matemática. Gattegno por su parte, en los años 60, indica que la percepción y la acción son la base del pensamiento matemático, lo que involucra el uso de materiales. Emma Castelnuovo, en los años 70 analiza las corrientes pedagógicas y psicológicas que influyen en una enseñanza apoyada en el material concreto, ya que está convencida de que el uso de materiales manipulativos permite una concepción dinámica del aprendizaje. Posteriormente se produce una generalización del uso de este tipo de materiales en el aula. Autores como Canals (1997) y Alsina y otros (1987) en España, tienen publicaciones significativas en este campo.

El uso de materiales y recursos en el aula es uno de los organizadores del currículo considerados por Rico (1997). Es por tanto de utilidad para el campo de la Didáctica de la Matemática investigar sobre el conocimiento y uso de este organizador y aportar información sobre el empleo, prioridad y papel que juega en el diseño, desarrollo y evaluación del currículo. Tanto es así, que incluso en las reformas educativas que se han venido desarrollando, tanto en Chile como en otros países, se manifiesta el significativo aporte de los materiales y recursos al aprendizaje de las matemáticas. Como expresa Área (2010), el material didáctico facilita los procesos de enseñanza y aprendizaje de los alumnos, pues estos experimentan situaciones de aprendizaje de forma manipulativa,

³ Comisión Internacional para el Estudio y la Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas

permitiéndoles conocer, comprender e interiorizar las nociones estudiadas, por medio de sensaciones.

Por nuestra parte hemos restringido el estudio sobre aquellos materiales manipulativos que se utilizan en la enseñanza de la geometría, específicamente geometría plana y geometría espacial. Según nuestra experiencia, la geometría es uno de los campos de las matemáticas que es poco considerado o incluso a veces excluido en la planificación anual por parte de los profesores en ejercicio. Pero a la vez, es muy relevante en el currículo, el conocimiento sobre el espacio y la forma es fundamental para desarrollar las competencias y habilidades que le permitirán a una persona desarrollarse efectivamente en la vida, según el informe PISA (2000)

1.3 Planteamiento del problema y objetivos de la investigación

El problema de investigación surge en el contexto anterior, debido al interés por conocer e identificar el uso del material manipulativo en la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Este problema surge luego de identificar los siguientes elementos, que se sintetizan del punto anterior:

- Dificultades frente al diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.
- Poca inclusión del uso de los materiales manipulativos, como un organizador del currículo en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.
- Búsqueda de nuevas estrategias para mejorar la enseñanza de la geometría, debido a los bajos resultados en los niveles de logro de los alumnos en matemáticas, puestos de manifiesto por la prueba estandarizada SIMCE (2010).

Preguntas de investigación

Las preguntas de investigación surgen desde la perspectiva del profesor, es decir, desde el conocimiento, utilización y dominio en el uso de materiales manipulativos en la enseñanza de la geometría por parte de los profesores, surgiendo así, las siguientes preguntas de investigación:

¿Qué materiales manipulativos conocen y utilizan los docentes para la enseñanza de la geometría?

¿Para que materiales manipulativos han recibido instrucción los docentes?

¿Qué utilidad le dan los docentes, al uso de materiales manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría?

Estas preguntas de investigación sustentan los siguientes objetivos:

Objetivo general

El principal propósito de este trabajo consiste en identificar y describir algunos indicadores del dominio de materiales manipulativos y el grado de utilidad que los docentes tienen en la enseñanza y aprendizaje de la geometría en primaria, en algunos colegios de Chile.

Este objetivo general se desglosa en los siguientes

Objetivos específicos

Objetivo 1: Identificar y describir algunos indicadores del dominio del material manipulativo por parte de algunos docentes de primaria para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, en algunos colegios de Chile.

Objetivo 2: Identificar y describir el grado de utilidad del material manipulativo, por parte de algunos docentes de primaria en algunos momentos de la clase, en algunos colegios de Chile.

Objetivo 3: Averiguar si existen diferencias en los indicadores del dominio de este material al distinguir entre colegios con distinta metodología y colegios con distinta dependencia administrativa.

Objetivo 4: Averiguar si existen diferencias en el grado de utilidad del material manipulativo, en algunos aspectos de la clase, al distinguir entre colegios con distinta metodología y colegios con distinta dependencia administrativa.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se trata los aspectos teóricos más relevantes de nuestro estudio junto con estudios relacionados con la temática.

En primera instancia presentamos los descriptores y términos claves utilizados en la definición del problema y en el análisis de los resultados, además incluimos una descripción de las relaciones que existen entre cada uno de los términos y nociones usadas.

En segundo lugar describimos la noción de materiales y recursos como un organizador del currículo, definimos la noción de materiales manipulativos, damos una clasificación de acuerdo a las necesidades del estudio, señalando algunas consideraciones sobre el material manipulativo para la enseñanza de la matemática y en particular de la geometría. Finalmente indicamos ciertas dificultades y errores en el uso de estos materiales.

En tercer lugar señalamos aspectos de la geometría que se consideran en el estudio, tales como geometría en el currículo de Chile y tipos de establecimientos educativos en Chile, los que se identifican según dependencia administrativa y metodología implementada.

Finalmente proporcionamos algunos antecedentes sobre el uso de materiales y recursos a lo largo de la historia, y referencias sobre algunas investigaciones que se han realizado al respecto.

2.1 Elementos teóricos

2.1.1 Descriptores y términos claves

A partir de nuestro término clave principal **materiales manipulativos**, surge una serie de relaciones entre diversos aspectos, que se detallan a continuación y que dan origen a un conjunto de otros términos que serán claves en nuestra investigación.

Es necesario por ende, explicar cómo surgen estas relaciones y de qué forma se entrelazan, presentando así los siguientes elementos:

- A partir del concepto de currículo propuesto por Rico (1997), nuestra área de interés se enmarca desde la perspectiva del profesor, como un plan de formación que se concreta en las cuatro dimensiones: objetivos, contenidos, metodología y evaluación. Cada una de estas dimensiones permiten diseñar, desarrollar y evaluar unidades temáticas que se implementarán en el aula.
- Para articular estas dimensiones, es necesario complementar la planificación con otros conocimientos, llamados organizadores del currículo, de los cuales tomamos como punto de partida para nuestro estudio el organizador denominado **materiales y recursos**.
- Por otra parte, también hemos cruzado este organizador con otra clasificación de materiales según su utilidad, propuesta por Flores y otros (2010) (Figura 1).
- Incluimos además, la clasificación de los establecimientos educativos en Chile según su dependencia administrativa, tal como se propone en los análisis de la prueba estandarizada SIMCE. Ellos son **MUN** (municipal), **PSUB** (particular subvencionado), **PPAG** (particular pagado); pretendemos así averiguar las diferencias o similitudes que pueda haber entre ellos, con respecto a los objetivos de nuestro estudio.
- Por último, consideramos una clasificación por tipo de metodología que utilizan los establecimientos, según sean de **educación personalizada o de educación no personalizada**, con el fin de indagar y comparar datos entre ambas categorías.

Otros elementos fundamentales en nuestro estudio, surgen a partir de los criterios de clasificación que aparecen en el esquema que propone Flores y otros (2010), el cual se muestra a continuación, estos han sido considerados en el diseño del instrumento de recogida de datos y análisis de los mismos.

Presentamos, el esquema de materiales manipulativos propuestos por Flores y otros (2010), en el cual se clasifican los materiales según utilidad.

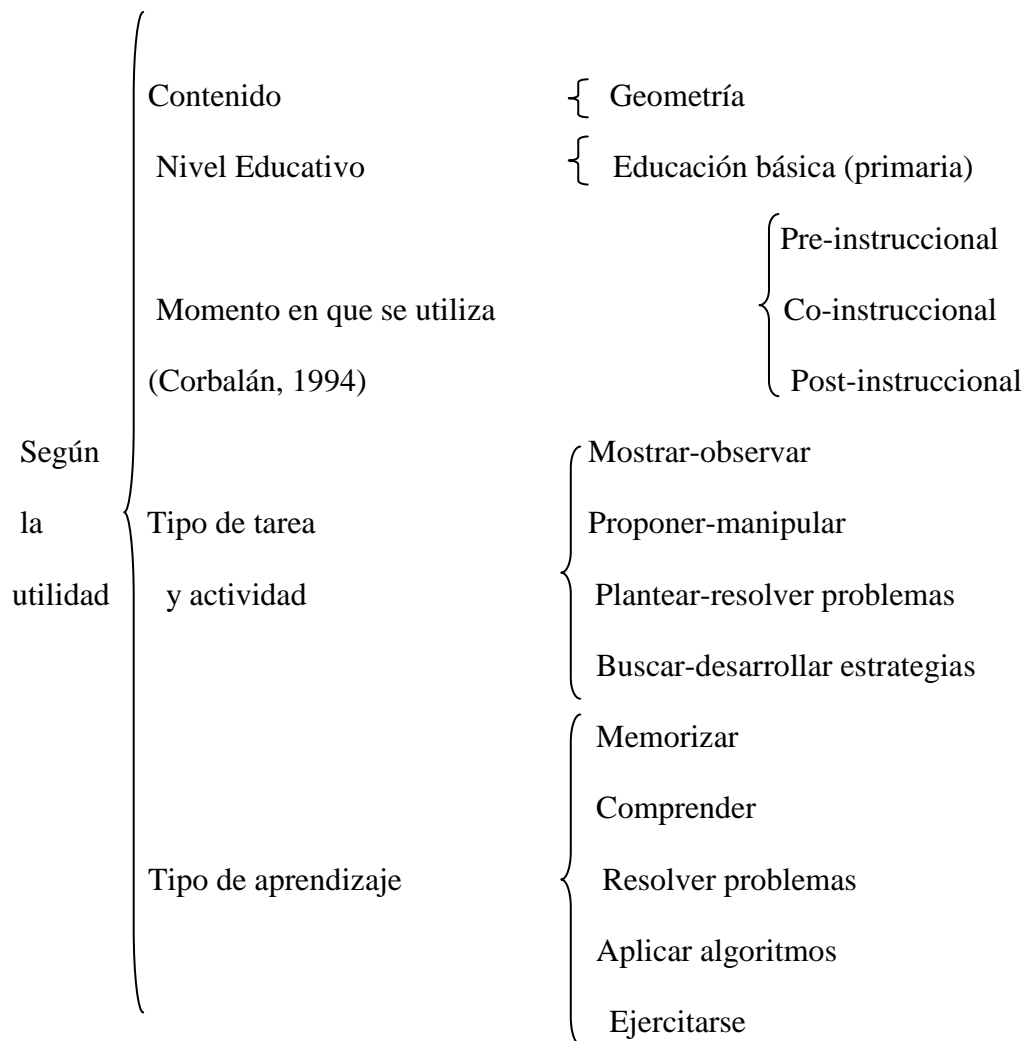


Figura 1: Esquema del extracto de clasificación de materiales, propuesta por Flores y otros (2010), de acuerdo con las necesidades de nuestro estudio

Para relacionar los criterios de clasificación de materiales manipulativos, utilizados en nuestro estudio, con los contenidos, objetivos, metodología y evaluación desde la perspectiva del docente, hemos diseñado el esquema que se muestra a continuación. (Figura 2)

Cada uno de los elementos presentados en la figura 1, se relacionan con los contenidos, objetivos, metodología y evaluación, desde la perspectiva del profesor (Rico, 1997), mostradas en la figura 2. Dichas relaciones las explicamos a continuación.

La primera columna se refiere a nuestro primer término clave, *material manipulativo*, que es uno de los organizadores del currículo.

El material manipulativo es considerado en cada una de las dimensiones: objetivos, contenidos, metodologías y evaluación (segunda columna), según la perspectiva del profesor.

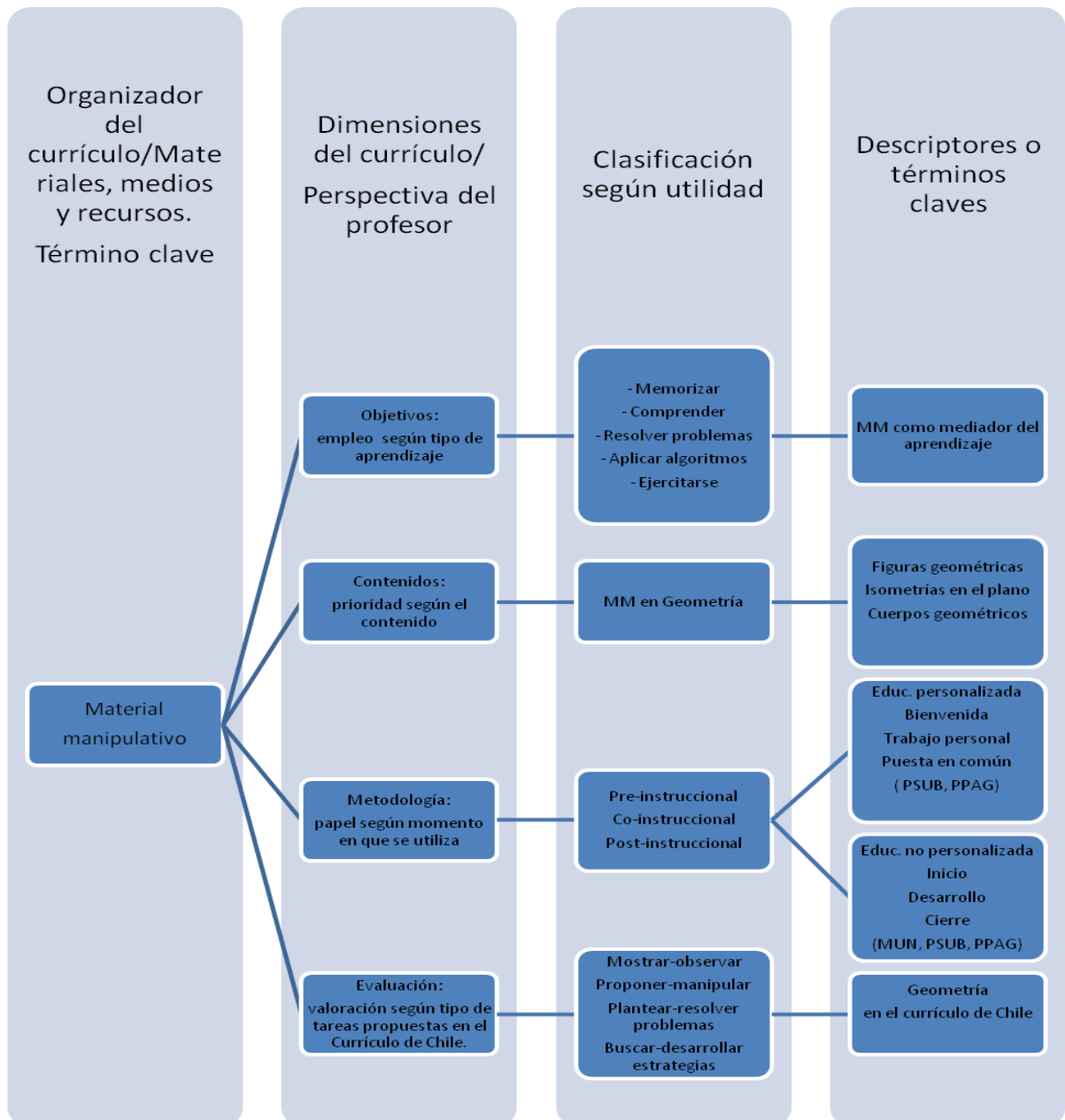


Figura 2: Esquema de la relación entre aspectos, que originan los descriptores y términos claves que sustentan nuestra investigación

Las dimensiones del currículo, las hemos relacionado con los criterios de clasificación propuestos por Flores y otros (2010), de la siguiente manera:

1. Los **objetivos** tienen en cuenta el **tipo de aprendizaje** que los materiales manipulativos pueden facilitar, entre estos aprendizajes están: **memorizar, comprender, resolver problemas, aplicar algoritmos o ejercitación**. Según esta relación, el material manipulativo es considerado como un medio por el cual se logra un tipo de aprendizaje.

2. El **contenido** define el tipo de material manipulativo que se debe utilizar, dependiendo de las competencias y habilidades que se pretende desarrollar con este material, el cual debe ser idóneo a la situación. Los contenidos considerados en nuestro estudio son: **figuras geométricas, isometrías en el plano y cuerpos geométricos**, ya que son los contenidos que siguen una secuencia en educación primaria en el currículo de Chile.

3. La **metodología** tiene que ver con aquella que se imparte en cada colegio, pues de ella depende el papel que cumple el material manipulativo en la clase. Nuestro enfoque está, por ende, en los momentos en que se utiliza el material manipulativo en el aula, que pueden ser: **pre-instruccional** si sirve para introducir un concepto, **co-instruccional** para trabajarlo o **post-instruccional** para repasar algo ya tratado (Corbalán, 1994).

En nuestro caso consideramos los tipos de colegios según dos criterios:

a) Según metodología de enseñanza: colegios con educación personalizada y colegios con educación no personalizada.

b) Según dependencia administrativa: colegios municipales (MUN), particulares subvencionados (PSUB) y particulares pagados (PPAG).

4. La **evaluación**, entendida como una herramienta que acompaña el proceso de aprendizaje, ayuda a recopilar información respecto de los logros, avances y dificultades que los alumnos tienen en distintos tipos de tarea o actividad que desempeñen (Mineduc, 2010). Por lo tanto, según lo que se espera que los alumnos logren en cada uno de los niveles, las tareas o actividades presentes en la evaluación pueden ser: mostrar-observar, proponer-manipular, plantear-resolver problemas y buscar-desarrollar estrategias, entre otras.

2.1.2 Materiales y recursos

➤ El material manipulativo como organizador del currículo

Asumimos la noción de currículo que ofrece Rico y Lupiáñez (2008), como un “*plan de formación en matemáticas, para lo niños, jóvenes y adultos que tiene lugar en el sistema educativo de un país*”

Según Rico (1997a), el currículo responde a cuatro cuestiones esenciales:

1. ¿Qué es el conocimiento matemático?
2. ¿Qué es el aprendizaje?
3. ¿Qué es la enseñanza?
4. ¿Para qué sirve el conocimiento?

Estas cuestiones se relacionan con cuatro dimensiones: cultural y conceptual, cognitiva o de desarrollo, ética o formativa y la dimensión social, que permiten organizar y relacionar la legislación educativa con la planificación del docente. Cada una de estas dimensiones se pueden concretar en diferentes niveles, que dependen de las personas o instituciones involucradas y el grado de currículo (Lupiáñez, 2009). Los niveles de reflexión propuestos por Rico (1997) son:

- Nivel teológico o de los fines
- Nivel de las disciplinas académicas
- Nivel del sistema educativo
- Nivel de planificación para los profesores

Gómez (2007), propone un quinto nivel llamado Nivel de análisis didáctico. Este nivel está centrado en la actividad del profesor, como responsable del diseño, implementación y evaluación de los contenidos matemáticos de las unidades propuestas a los alumnos.

Dos de los niveles de reflexión usuales en los estudios sobre el currículo según Rico (1997), son el nivel de planificación para los profesores y el nivel de planificación del sistema educativo. Nuestro estudio se sitúa por tanto, en el nivel de planificación del profesor, que concreta el currículo en los siguientes cuatro elementos: objetivos, contenidos, metodología y evaluación. Según Ruiz (2009), es necesario que los docentes reflexionen sobre su propia práctica para llevar a cabo una planificación y una reflexión que se sustente en una fundamentación disciplinar objetiva. Para ello, Rico (2007), introduce la noción de *organizadores del currículo* de matemáticas, definiéndolos como “aquellos conocimientos que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas”. Entre los organizadores se encuentran (Rico, 1997c; Segovia y Rico, 2001):

- *La estructura de los contenidos*
- *El análisis fenomenológico* de los conocimientos matemáticos
- *Las representaciones*
- *Los modelos matemáticos y los procesos de modelización*

- Los *errores, dificultades y obstáculos* asociados a conceptos y procedimientos de cada tema matemático
- Los *materiales y recursos*
- La *historia de las matemáticas*, o la dimensión cultural e histórica del conocimiento matemático
- Los *estudios sobre resolución de problemas*

Pretendemos estudiar, por tanto, los *materiales y recursos*, que puedan emplearse en la enseñanza ofreciendo modelos manipulativos y situaciones donde los estudiantes pueden trabajar los contenidos matemáticos de manera activa y significativa (Rico, 1997). Específicamente nos centraremos en los materiales manipulativos utilizados en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Para definir la noción de “materiales manipulativos” tomamos como referentes algunos autores que definen esta idea con anterioridad.

Alsina, Burgués y Fortuny (1988), consideran sólo la noción de *materiales*, indicando que *son todos los objetos, aparatos o medios de comunicación que pueden ayudar a describir, entender y consolidar conceptos matemáticos*. Por otra parte, Hernán y Carrillo (1988), consideran las nociones de *materiales y recursos*, aunque admiten que los recursos contemplan los materiales. Por el contrario, Coriat (1997) hace una distinción entre ambas nociones, cuyo campo semántico está en constante interacción. En Carretero, Coriat y Nieto (1995) diferencian los *recursos* de los *materiales didácticos*, indicando que los recursos son todos aquellos materiales no diseñados específicamente para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, como la tiza, el pizarrón, papel, diapositivas, entre otros; en cambio, el material didáctico es diseñado con un fin educativo, aunque un buen material didáctico trasciende la intención original y se le puede dar otros usos. Por estas razones vemos que no hay un límite claro entre un material y un recurso.

Área y otros (2010) se refieren a materiales didácticos, en algunos casos a las materiales que utilizan representaciones simbólicas y en otros casos a los referentes directos que serían los objetos. Una clasificación realizada de acuerdo con el soporte es:

- materiales en soporte papel,
- materiales en soporte tecnológico
- materiales en otros soportes (ejemplos: juguetes).

Cascallana (1988) clasifica los materiales en estructurados y no estructurados. Los materiales estructurados son aquellos diseñados especialmente para la enseñanza de las matemáticas. No son figurativos y suponen una mayor capacidad de abstracción, pero son previos al uso exclusivo de los signos numéricos. Los materiales no estructurados son todos los que el niño puede manipular, sin ser necesariamente creado con fines matemáticos, como por ejemplo juguetes. Además, Cascallana, se refiere a la palabra *manipulativa* como la primera fase para la adquisición de conceptos matemáticos, en donde el alumno debe observar diferentes materiales y tener la posibilidad de manipularlos, operar sobre ellos y comprobar por sí mismos el resultado de sus acciones.

Tomando como referente las definiciones anteriores, en nuestro estudio definimos los materiales manipulativos o manipulables como:

Todos aquellos objetos físicos tangibles diseñados con un fin didáctico (estructurado), que el alumno pueda tocar directamente con sus manos, además de tener la posibilidad de intervenir sobre ellos haciendo modificaciones.

➤ **Clasificación del material manipulativo**

Considerando la definición sobre materiales manipulativos dada anteriormente, corresponde hacer una clasificación de éstos, para determinar los que forman parte de nuestro estudio.

La clasificación de los materiales manipulativos se puede hacer de diversas formas y atendiendo a diversos criterios.

1. Según su funcionalidad (Alsina, 1987), pueden ser estructurados o no estructurados (Cascallana, 1988).
2. Atendiendo a su versatilidad o capacidad del material para ser empleado para el estudio de un mayor o menor número de conceptos o propiedades matemáticas distintas.
3. Distinguiendo materiales manipulativos y virtuales o no manipulativos (González, 2010),
4. Según su utilidad y según el formato (Flores y otros, 2010).

Coriat (1997) sostiene que, aunque todos los temas se pueden desarrollar con apoyo de material, no es necesario ni posible hacer tal desafío, pero es preciso seleccionar bien el material bajo dos criterios: versatilidad y no- exhaustividad.

5. según los momentos en que se puede utilizar el material manipulativo son tres, según Corbalán (1994):

1. Pre-instruccional, en el inicio de la clase, cuando se introduce un concepto.
2. Co-instruccional, durante el desarrollo de la clase, donde se trabaja un concepto
3. Post-instruccional, al cierre de la clase, cuando se repasa un concepto o contenido.

6. De acuerdo al tipo de tarea o actividad que se pretende que el alumno logre con el uso de materiales manipulativos, puede ser:

1. Mostrar-observar
2. Proponer-manipular
3. Plantear-Resolver problemas
4. Buscar-desarrollar estrategias

7. Finalmente se puede clasificar el material manipulativo, de acuerdo con el tipo de aprendizaje que se pretende desarrollar en los alumnos:

1. Memorizar, retener y recuperar información
2. Comprender, hacer relaciones
3. Resolver problemas
4. Aplicar algoritmos
5. Ejercitarse, dominar la técnica

A partir de estas clasificaciones, en nuestro estudio trabajamos con la clasificación dada por Flores y otros (2010), correspondiente a la utilidad del material manipulativo, como se explica en el punto anterior sobre términos claves y descriptores.

➤ **El material manipulativo para la enseñanza y aprendizaje de la geometría**

El material manipulativo facilita los procesos de enseñanza y aprendizaje de los alumnos, pues los alumnos experimentan situaciones de aprendizaje de forma manipulativa, que les permite conocer, comprender e interiorizar las nociones estudiadas, por medio de sensaciones (Área, 2010).

Los sentidos son el medio natural por el cual adquirimos conocimiento. La vista, el oído y el tacto permiten conocer el mundo e interpretarlo de manera personal y única. El profesor pasa a ser el mediador del aprendizaje. En este sentido, Área (2010) afirma:

En un proceso educativo, el educando o educanda construye su aprendizaje paso a paso, avanzando pero también con retrocesos. En la tarea de aprender nadie le puede sustituir: tiene que implicarse y

esforzarse y tiene que aprender a autorregular su propio proceso de aprendizaje (aprender a aprender). La función del docente es ayudarlo en este proceso de aprendizaje, acompañándolo y tomando las decisiones necesarias y poniendo todos los recursos posibles, entre ellos los materiales didácticos. (Área, 2010, 16)

El conocimiento humano se adquiere por medio de los sentidos, el conocimiento matemático específicamente utiliza el sentido del tacto, complementándolo con la audición y la visión. Según Castro y otros (1997) los modelos como esquemas o materiales estructurados, tales como materiales manipulativos, permiten la formación de conceptos y el desarrollo de procedimientos matemáticos.

En nuestra experiencia, hemos observado que los docentes le han dado más importancia a otros aspectos de las matemáticas y han relegado los contenidos geométricos a un segundo plano, dejándolos para ser tratados en las últimas unidades o simplemente no contemplarlos durante el curso, como manifiestan Pérez y Guillén (2009). Sin embargo, hay que hacer un esfuerzo por recuperar la enseñanza de la geometría en la educación obligatoria, para permitir al alumnado desarrollar las competencias necesarias para la vida, de acuerdo con el currículo obligatorio correspondiente a cada país. Otros autores, (Figuereas y otros, 2001; Guillén y Figueras, 2004 y 2005; Guillén et. Al., 2006; en Pérez S. y Guillén G., 2007) han realizado investigación sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría y sobre las posibles causas que explican la situación actual de la enseñanza de la geometría en primaria.

Para superar las dificultades que presenta la enseñanza de la geometría de manera estática y con el exclusivo uso del cuaderno y libro del texto, Chamorro (2003) fundamenta una “didáctica específica para la geometría”. En dichos fundamentos se justifica el uso de material didáctico en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Cascallana (1970) proporciona otra perspectiva sobre la enseñanza de la geometría al considerar que existe una heterogeneidad dentro de la sociedad y específicamente dentro de un mismo grupo curso, por lo tanto el uso de una única estrategia no considera las diferencias que existen entre ellos, y por tanto es necesario recurrir a otros medios como el uso de materiales. Además, sostiene que las explicaciones verbales a toda la clase y la realización individual de ejercicios, como único recurso, limita el aprendizaje a la mayoría de los alumnos. Aún así, en la educación tradicional, las explicaciones

verbales, los escritos en la pizarra y la ejercitación individual, son los elementos básicos y casi exclusivos de todos los días. Esto produce una gran brecha de aprendizaje entre el alumnado de un mismo curso, ya que aquellos alumnos y alumnas que tienen un bajo nivel, no alcanzan a comprender las explicaciones, mientras que aquellos con un alto nivel se aburren y sólo reciben la información los de nivel medio.

De acuerdo a lo anterior asumimos que el protagonista del proceso de enseñanza y aprendizaje es el alumnado, y por lo tanto su trabajo en las clases debe ser activo, partiendo de un pensamiento concreto en donde debe manipular objetos concretos y operar sobre ellos.

En este sentido estamos de acuerdo con Serrano (en Castro, 2007) cuando afirma que:

En la enseñanza de la geometría los materiales didácticos proporcionan al alumno la oportunidad de manipular, experimentar e investigar, ayudándole a desarrollar gradualmente la visualización espacial”

Alsina, Burgués y Fortuny (en Castro, 2007), sostienen que el material didáctico en geometría es muy importante en la adquisición de conceptos, relaciones y métodos geométricos, ya que posibilitan una enseñanza activa de acuerdo con la evolución intelectual del alumno.

Basados en los resultados de las referencias anteriores, hemos procedido a la selección de los materiales que forman parte de nuestro cuestionario, que básicamente responde a dos aspectos, recogidos en la clasificación de Flores (2010): contenido y nivel educativo, como recoge el esquema de la figura 3.

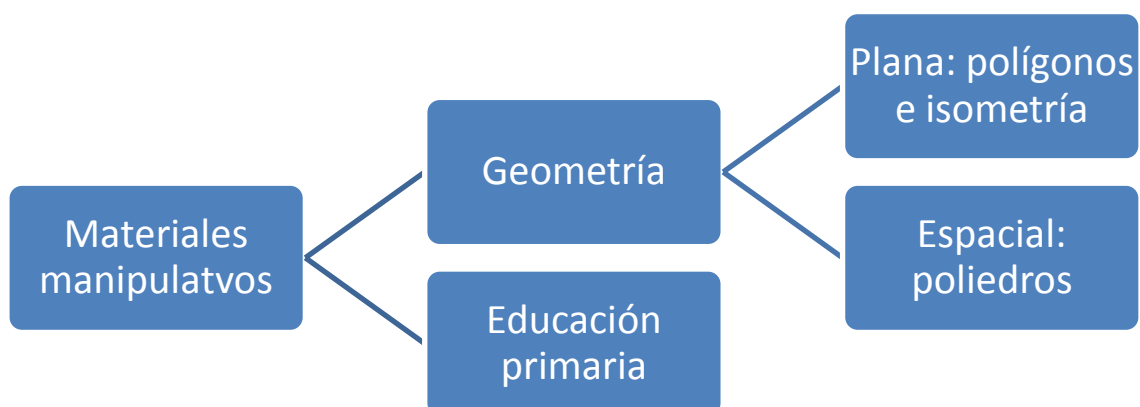


Figura 3: Esquema de clasificación de materiales manipulativos según Flores y otros (2010)

En primer lugar determinamos el contenido que sería objeto de nuestro estudio, en este caso Geometría, en la cual se observan dos elementos: geometría plana, en que sólo se cuestiona el uso de materiales para polígonos e isometría plana. El segundo elemento es geometría espacial, estudiando sólo el material manipulativo para poliedros. En segundo lugar determinamos el contexto según el nivel educativo, en nuestro caso el uso de materiales manipulativos en Educación primaria, en algunos colegios de la Región Metropolitana en Chile.

También se hace uso de otros aspectos de la clasificación dada por Flores y otros (2010), incluyendo una tabla (Tabla N° 2) en el cuestionario aplicado en este estudio, que permite obtener información sobre el uso de materiales manipulativos en diversos contextos de aula.

➤ **Dificultades y errores en el uso del material**

Coriat, Cañizares y Alsina (en Castro, 2007), incluyen una lista de errores y dificultades que aparecen a la hora de utilizar materiales manipulativos en la enseñanza de la geometría, entre los que destacamos los siguientes: sofisticación del material (complejidad del objeto), utilización del material por el docente y no por el alumno, poca cantidad de materiales, la no adecuación del concepto presentado por el material, creer que el material ya asegura la adquisición de un concepto, falta de recursos para obtener materiales. Estas dificultades dependen en gran medida del uso que el docente haga del material en cuestión.

2.1.3 Geometría en el currículo

No pretendemos dar una lista de razones que justifiquen la inclusión de la enseñanza de la geometría en el currículo escolar, pues dicha inclusión está sobradamente aceptada y justificada por la comunidad científica. No obstante queremos destacar la contribución que la enseñanza de esta materia proporciona para apreciar la belleza existente en nuestro entorno, en la naturaleza y el arte, y es por ello por lo que estamos de acuerdo con Alsina y otros (1987), cuando sostienen que es imperiosa una rehabilitación de la enseñanza de la geometría en los colegios, ya que:

La enseñanza de la geometría ha de ser un núcleo central en el currículo escolar. Se trata de una disciplina útil, deseable y bella que ofrece tanto resultados interesantes como razonamientos y metodologías de marcado carácter formativo.

Dado que la geometría tiene por objeto analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales, pasamos a continuación a describir algunos elementos de la geometría que tienen relación con nuestro estudio.

➤ **Geometría en el currículo de primaria de Chile**

En el currículo de matemáticas chileno se enfatiza que el alumno desarrolle competencias que le permitan comprender la realidad. Los aprendizajes y el conocimiento matemático que conforman los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios del sector de matemáticas, fueron distribuidos en cuatro ejes de forma progresiva: números, álgebra, datos y azar y geometría.

El eje de geometría se orienta, en los primeros años de enseñanza básica, al desarrollo de la imaginación espacial, el conocimiento de objetos geométricos básicos y algunas de sus propiedades. En particular propone relacionar formas geométricas en dos y tres dimensiones, la construcción de figuras y transformación de figuras. Además, se introduce la noción de medición de figuras planas.

La reflexión matemática permite aprender matemáticas haciendo matemáticas, por eso el Ministerio de Educación agrega que el “razonamiento matemático” es transversal a los cuatro ejes de la matemática, y debe ser tratado en forma integrada con cada uno de ellos.

Con el fin de mostrar la secuencia en que se desarrollan las diferentes áreas y dominios de cada eje, se confeccionan los Mapas del Progreso, en donde se escribe en forma concisa y sencilla el progreso del aprendizaje que deben tener los alumnos durante los 12 años de escolaridad obligatoria. Los mapas describen el aprendizaje en siete niveles, desde 1° básico a 4° medio. Cada nivel se asocia a lo que se espera que los estudiantes logren al finalizar ese nivel, que contempla dos años.

El Mapa de Progreso de Geometría describe el progreso de las competencias relacionadas con la comprensión, medición y el modelamiento de las formas, las transformaciones, la posición y el espacio. En él se desarrollan cuatro dimensiones de manera interrelacionada: comprensión de la forma, medición, descripción de posición y movimiento, y razonamiento matemático.

Nuestro interés en este estudio recae sobre los primeros tres niveles, puesto que cada uno de ellos considera dos años de estudios, comenzando en el Nivel 1, con alumnos de 6 años y terminando en el Nivel 3 con alumnos de 12 años aproximadamente.

Mapa de Progreso de Geometría

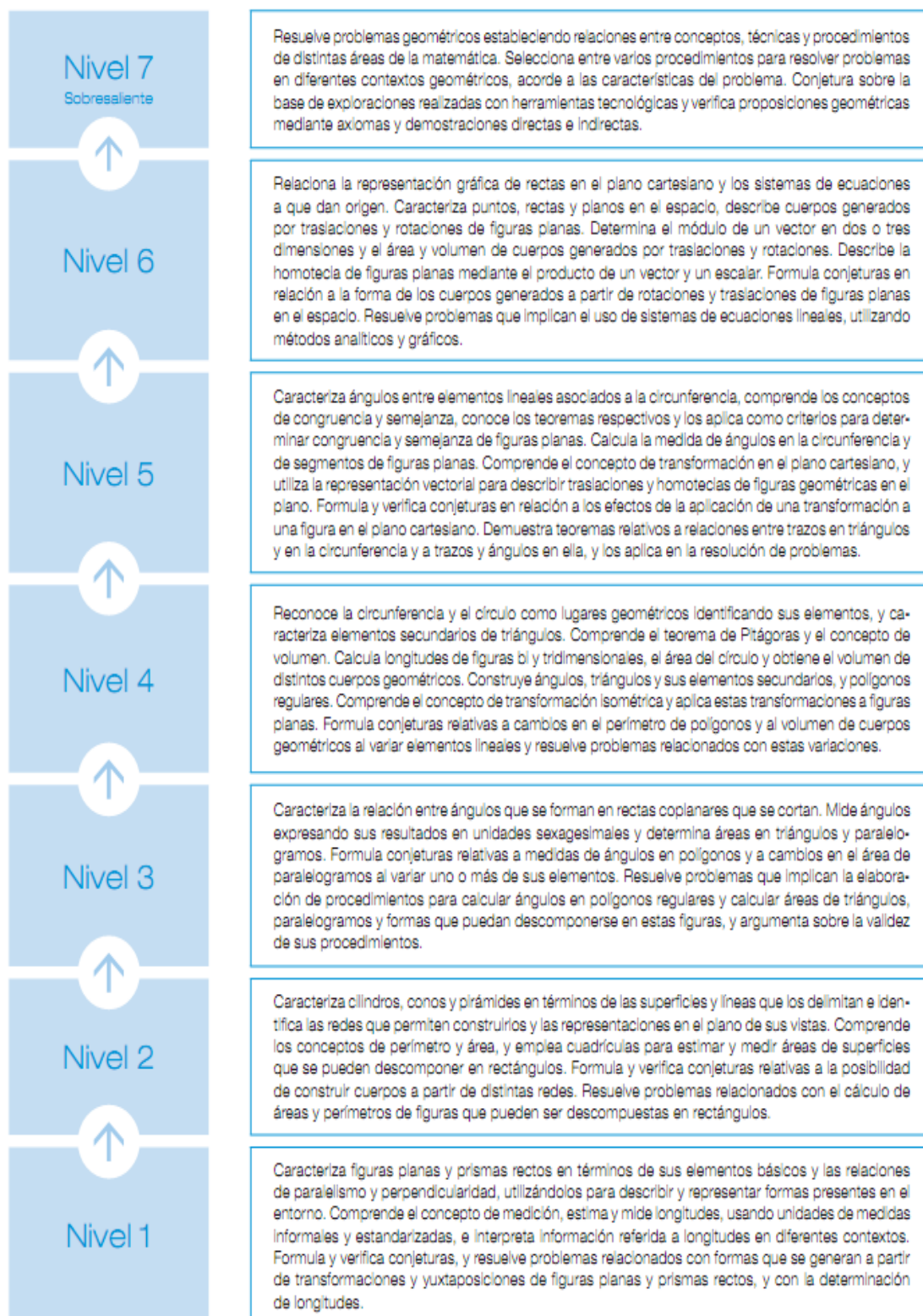


Figura 4: Mapas de progreso de geometría

➤ **Tipos de establecimientos educativos en Chile**

Si investigamos el material concreto presente en las escuelas, podríamos encontrarnos con diferentes filosofías, metodologías de enseñanza o diferentes estrategias de aprendizaje en la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Según Zsendrei (1996) estas filosofías educacionales también difieren en la forma de pensar el material concreto usado en el aula. Hay sistemas en que para enseñar matemáticas sólo se necesita una pizarra, tiza, papel, lápiz, regla, compás y mesa como material educativo. Otros sistemas prefieren objetos coloridos como chapitas, fichas y otros, como materiales manipulativos de acuerdo con la edad de los alumnos.

Clasificación de establecimiento según dependencia administrativa

Los colegios en los cuales estudiamos los indicadores del dominio y el grado de utilidad del material manipulativo, se clasifican según su dependencia administrativa en:

- Colegios municipales (MUN): son aquellos colegios administrados económicamente por las Municipalidades, que son organizaciones que se encargan de la administración local de un pueblo o ciudad.
- Colegios particulares subvencionados (PSUB): son colegios administrados por personas particulares o instituciones sin fines de lucro. La financiación de estos establecimientos es compartida entre el Estado y apoderados o instituciones sin fines de lucro.
- Colegios particulares pagados (PPAG): colegios administrados por instituciones privadas.

Clasificación de establecimientos según metodología utilizada

De acuerdo con el objetivo específico 3 de nuestro estudio, haremos una distinción entre tipos de establecimientos según la metodología implementada.

1. Educación Personalizada: tiene su origen en la Escuela Nueva⁴. Con posterioridad a la crisis de la educación tradicional hubo muchos intentos por renovar la educación. Desde ahí surge esta propuesta, centrada en la persona del alumno, convirtiéndolo en protagonista de sus propios aprendizajes.

El principal exponente es Pierre Faure, quien cuestiona la adquisición formal de conocimientos, pues cree que: La solución a esta crisis está en una formación

⁴ La Escuela Nueva es un conjunto de experiencias que se presentan como alternativa a la educación tradicional y que cambió profundamente las concepciones teóricas y prácticas de la institución educativa, ya que sitúa al alumnado en el centro del proceso educativo. Tiana Ferrer, A. y otros (2002)

personal, es decir, no aprender cosas, sino “aprender a aprender”. Hay que ayudar a discernir, a detectar lo esencial, a crear. (Pereira, 1981)

García de la Hoz (1988) cree que el sentido verdadero de la educación personalizada no es ser un método, al contrario, lo importante es rescatar el no directivismo en la educación, debe entenderse como sin imposiciones por parte del profesor.

La educación personalizada se basa en cuatro principios pedagógicos, que el Proyecto Educativo del Colegio Santa Cruz Santiago, define de la siguiente manera:

- a) Singularidad: el ser humano es singular, original y creativo. Esta potencialidad le da a la persona un lugar único y una perspectiva única en el mundo.
- b) Autonomía: es la posibilidad de ser libre, para hacerse libremente libre. Es poder actuar con autonomía y poder ser señor de sí y de la historia. Es libre de escoger los medios que le permitan tomar decisiones que lo conduzcan a la plenitud de su realización personal y comunitaria.
- c) Apertura: la persona es un ser social, encuentra su más plena realización con los demás. Lo que lo lleva a salir de sí. El hombre para ser tal, requiere de la mediación de los demás, a través de la palabra, de la obra concreta, del amor recíproco.
- d) Trascendencia: en un sentido antropológico, es el impulso de ser en plenitud; que favorece socialmente la experiencia humana de trascenderse más allá de sí misma. En el sentido teológico, el trascendente hacia el cual tiende todo el dinamismo de la persona humana, es Dios.

De acuerdo con estos principios la educación personalizada tiene instancias de aprendizaje bien definidas. Las más importantes son:

- *trabajo personal*, que favorece el trabajo individual y consiste en poner al niño o niña en actividad física y mental,
- *puesta en común*, que favorece el intercambio o relación social (apertura), y permite a los educandos expresarse, respetarse y compartir con otros,
- *clases colectivas*, que se realiza para introducir una unidad. Es dialogada entre profesor y alumno y favorece la comunicación con otros.

Dentro de los fundamentos de la enseñanza personalizada el alumno construye su propio conocimiento y se desarrolla progresivamente con ayuda del profesor y de los distintos materiales que están a su disposición. Como dice Pierre Faure: “cada persona aprende por sí misma a ser y a llegar a ser más de lo que es” Faure, 1981, en Pereira (1984).

Desde esta perspectiva del “saber hacer”, es que el trabajo manipulativo tiene mucho sentido para el alumno, tanto en su vida cotidiana como en lo intelectual. Como dice García de la Hoz (1988), el trabajo manual es la fuente de conocimiento, ya que los sentidos son la puerta de entrada de éste. Aunque el oído y la vista son la primera puerta de entrada, el tacto también permite integrar conocimientos en nuestra vida. Lo que más destaca García de la Hoz, es que todo lo que nuestro conocimiento ha de tener aplicación o proyección en la vida, tiene que necesariamente pasar por lo manipulativo.

Otro aspecto importante es que el uso de material en la educación personalizada se rige por el principio básico de facilitar el trabajo del alumno, sin que necesite la constante presencia del profesor.

2. Educación no personalizada: en esta categoría caen todos los colegios que no tiene educación personalizada. Siguiendo a Área y otros (2010) distinguimos tres etapas en el uso del material manipulativo en la clase.

En la fase inicial, pueden estar al servicio de reforzar la motivación, de introducir un tema o cuestión, o de ayudar a reflexionar sobre los conocimientos y las ideas previas del sujeto; en la fase de desarrollo pueden servir para proporcionar información, para practicar una habilidad, para autoevaluar el aprendizaje; en la fase de cierre, para reflexionar sobre el proceso seguido, para ayudar a construir las ideas clave o la síntesis o para evaluar el proceso de aprendizaje producido (Área y otros, 2010 p. 20).

De acuerdo con la cita anterior, existen tres momentos en una clase que corresponden al inicio, desarrollo y cierre. La utilización del material puede ser distinta, dependiendo de los objetivos que se pretenden en cada uno de estos momentos.

2.2 Antecedentes

A continuación se pretende dar una visión histórica sobre el uso de materiales concretos en la enseñanza de las matemáticas, señalando dos apartados que a continuación se describen.

2.2.1 La trayectoria histórica del uso de materiales

El uso de materiales concretos data de los tiempos antiguos, en donde los nudos en cuerdas, quemaduras en madera, piedras y otros objetos, permiten hacer operaciones matemáticas.

El ábaco hace posible la conexión entre la escritura de números y la operación, lo que conlleva una lucha entre los “abaquistas” (representado por Pitágoras) y los “logaristas” (representado por Boethius). Por tanto, el uso de las operaciones matemáticas como estrategia para resolver situaciones, reemplaza el uso del material, quedando fuera el uso del ábaco, las piedras y las cuentas.

Las ideas de filósofos empiristas como Comenius (1592 - 1670) y Rousseau (1712-1778), tienen gran influencia en la educación. Según Zsendrei (1996), Comenius sugiere usar las herramientas de la vida real o por lo menos las imágenes de éstas en la clase. Comenius, sostiene que el conocimiento tiene origen en los sentidos, por tanto, los objetos hay que mostrarlos, no describirlos (González, 2010). Rousseau, en su libro Emilio, publica las bases de lo que llama aprendizaje por experimentación y educación sensorial (González, 2010).

La regla geométrica y el compás están presentes en pinturas del siglo XVI, por el artista Jacopo Barbari, en que los modelos sólidos ya se usaban. (Zsendrei, 1996) En la pintura aparece Luca Pacioli (1495), demostrando un teorema de Euclides. Esta pintura es atribuida a Jacopo Barbari, en ella aparece una mesa llena de herramientas geométricas: pizarra, tiza, brújula, un modelo de dodecaedro, un rombicuboctaedro medio lleno de agua.

Pestalozzi (1746-1827), pedagogo suizo, reformador de la educación del siglo XVIII y uno de los más influyentes seguidores de Rosseau, propagó la enseñanza de las matemáticas por medio de los sentidos, creando tres tablas para enseñar la aritmética a sus pupilos (Zsendrei, 1996)

El alemán Fróebel (1782-1850), creador de la primera escuela infantil en Alemania en 1837, también influido por la filosofía de Rousseau, desarrolla un método educativo basado en el juego con un material didáctico distribuido en distintas cajas a las que les

llama dones (González, 2010). Sus teorías sobre juegos y aprendizajes revolucionan la enseñanza.

Además, es importante destacar la influencia de estos filósofos en la educación especial, en que médicos franceses como Itard (1774-1836) y Séguin (1812-1880) trabajaron con niños con dificultad, a través de un método basado en el uso de materiales didácticos, para lograr aprendizaje por medio de los sentidos (González, 2010).

Séguin crea escuelas para niños deficientes mentales en Europa y América, construyendo materiales para la enseñanza, tales como las tablas de Séguin. Sus trabajos fueron fuente de inspiración para la pedagoga Italiana María Montessori, quien da los cimientos de toda una metodología de enseñanza que lleva su nombre.

Decroly (1871-1932) y Montessori (1870-1952) ponen hincapié en que se deba partir de la respuesta de los sentidos, se debe partir de lo concreto y no de la facultad intelectual. Mientras que Decroly no propone material para construir, sino que sugiere los fenómenos adecuados que los conducen a observaciones analíticas, Montessori en cambio, sugiere el uso de material artificial, ya que trabaja con la idea de infinito, al contrario de Decroly, cuya propuesta es de carácter continuo (Castelnuovo, 1970).

Piaget (1896-1980), en su didáctica psicológica, también propicia el material como medio de aprendizaje, aunque destaca que: “el interés del niño no sea atraído por el material en sí, sino más bien por las operaciones sobre el objeto y sus entes” (Castelnuovo, 1970).

Ya en el siglo XX, Puig Adam (1900-1960), didacta español, perteneciente a la Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza Matemática (CIEAEM) en la cual participan varios profesionales interesados en remediar el fallo en la enseñanza de la matemática a nivel mundial. Este didacta español, escribe un documento basado en la 11ª Reunión en Madrid, en abril de 1957, bajo el tema: “El material de la enseñanza matemática”, con exposición simultánea de modelos y material didáctico matemático. Este certamen es recordado como el primer certamen de carácter internacional que la historia de las ciencias registra, sobre el material didáctico matemático.

Puig Adam recoge algunas ideas relevantes del profesor Servais como “el valor de los métodos intuitivos”, sobre la enseñanza tradicional, en donde profesores, textos, y programas, parecen estar en contra del alumno.

Servais (1958) destaca este método como una base psicológica firme a través de tres grados: la intuición sensible de lo concreto, la intuición mental de las representaciones y la intuición matemática.

“El papel de lo concreto en la matemática”, representa algo sustancial en su función educativa. Estructurado en forma de modelo, este material que se presenta abundantemente en la exposición, tiene la función de traducir ideas matemáticas, originarlas y sugerirlas. Se estudiará la mejor forma de llevarlas al aula, ya que la percepción y la acción son fundamentales en toda educación matemática (Puig, 1958).

Finalmente y como idea relevante, se espera crear situaciones activas de aprendizaje que sustituyan los clásicos modelos pasivos, en donde los alumnos manipulen diversos materiales que determinen una actividad sugeridora del conocimiento que se trate de adquirir.

A partir de este encuentro, durante los años 1950 a 1970 hubo una difusión de los materiales manipulativos estructurados. Investigadores matemáticos mostraron que mediante el uso de materiales manipulativos se pueden interiorizar propiedades y conceptos matemáticos. Por tanto, algunos materiales difundidos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas fueron: las regletas Cuisenarie, pentominós de Golomb, geoplano de Gategno, bloques lógicos y bloques multibase de Dienes, entre muchos otros.

2.2.2 Materiales didácticos manipulativos en los siglos XX y XXI

A continuación señalamos solo algunos autores que justifican el uso de materiales manipulativos en la enseñanza y aprendizaje de la geometría, en nuestros tiempos.

Szendrei (1996) hace un recorrido por la historia, del uso de materiales concretos en el aula. Comienza indicando la importancia en el uso de materiales concretos para resolver situaciones matemáticas en el diario vivir, en épocas antiguas, hecho que desaparece con el aprendizaje por algoritmos. Luego, hay un proceso de reintroducción del material, influido por Comenius y Pestalozzi. A partir de estos filósofos, Decroly y Montessori se inician en el uso de materiales concretos para la enseñanza de las matemáticas. Así muchos otros autores del siglo XX proponen nuevas razones y cientos de materiales manipulativos disponibles para la enseñanza de las matemáticas.

A continuación apuntamos algunas ideas propuestas por algunos autores que justifican el uso de materiales y recursos para la enseñanza de la matemática.

Castelnuovo (1970) propone una manera de enseñar las matemáticas, destacando el paso de lo concreto a lo abstracto, de la percepción a la representación abstracta, proponiendo un curso de geometría intuitiva, sustentada por las ideas antes expuestas. La autora justifica la necesidad de lo concreto, dando un ejemplo en geometría, demostrando que el dibujo es insuficiente para desarrollar las competencias de una geometría intuitiva. Se necesita de un material manipulable y movable, con el cual el alumno construya. Ella distingue entre materiales individuales y colectivos.

Coriat (1997) propone los materiales como campo de problemas en Educación Matemática y como tema de investigación. Plantea además, las dificultades que se pueden dar tanto a nivel de aula como a nivel de colegio. Indica a su vez las razones por las cuales es necesario utilizar estos materiales y recursos en el aula, y sostiene que el uso de materiales constituye un problema metodológico y cultural del centro, ya que “los materiales didácticos y recursos plantean dificultades curriculares tales como: nivel de diseño curricular e infraestructura, nivel de currículo planificado y nivel de currículo implementado.

Finalmente, Coriat destaca la idea de que los materiales aportan a la enseñanza y aprendizaje una variada ayuda potencial a los alumnos y profesores durante su interacción.

Cascallana (1988), justifica el uso de materiales y recursos en el aprendizaje matemático, resaltando la idea de que es necesario comenzar la enseñanza de conceptos matemáticos a través de materiales manipulativos, pero no es el único medio, pues se debe complementar con otros modos de enseñanza. El autor propone crear situaciones educativas que permitan enfrentar al alumno a problemas y a cómo resolverlos

Casacallana (1988) ante la pregunta ¿Cuál es el papel que desarrollan los materiales en la enseñanza de las matemáticas?, sostiene que debido a que el aprendizaje es una actividad interna del niño, el conocimiento no se puede obtener por transmisión verbal; la libre manipulación de objetos no es un medio para llegar al conocimiento. Este autor hace una diferencia entre el material estructurado y no estructurado.

Alsina (2005), estudia el uso de materiales educativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría y propone estrategias para su implementación. También describe algunas clasificaciones sobre el material de acuerdo a diferentes criterios.

El grupo PI (2005 y 2007), trabaja en el desarrollo de actividades para el aula utilizando el papel y la papiroflexia. Su objetivo es proporcionar al profesor un material didáctico (el papel), como un recurso que permite al alumno aproximarse a la geometría plana y espacial.

Los materiales didácticos cumplen una función mediadora, entre el profesor y el alumno, entre los contenidos y el aprendizaje, por lo tanto es importante escoger el material idóneo para los objetivos propuestos, según Área y otros (2010).

Según Área y otros (2010), ubicar los materiales en una secuencia educativa, trae consigo el uso en determinados momentos de la clase: inicio, desarrollo y cierre. Cumpliendo dentro de ellas varias funciones distintas como motivar, reflexionar, proporcionar información, sintetizar o evaluar, entre otras. Momentos de la clase que utilizaremos en el análisis de los datos de nuestro estudio.

CAPÍTULO 3

MARCO METODOLÓGICO

Características del estudio

Una vez definido el problema de investigación, planteados los objetivos y explicitado el marco teórico de nuestro trabajo, corresponde determinar las características sobre el tipo y el diseño de investigación, definición de las variables, la selección de los sujetos participantes y la recolección de datos.

El siguiente esquema expresa el orden seguido en las consideraciones necesarias para determinar las características del trabajo actual, las cuales son descritas a continuación.

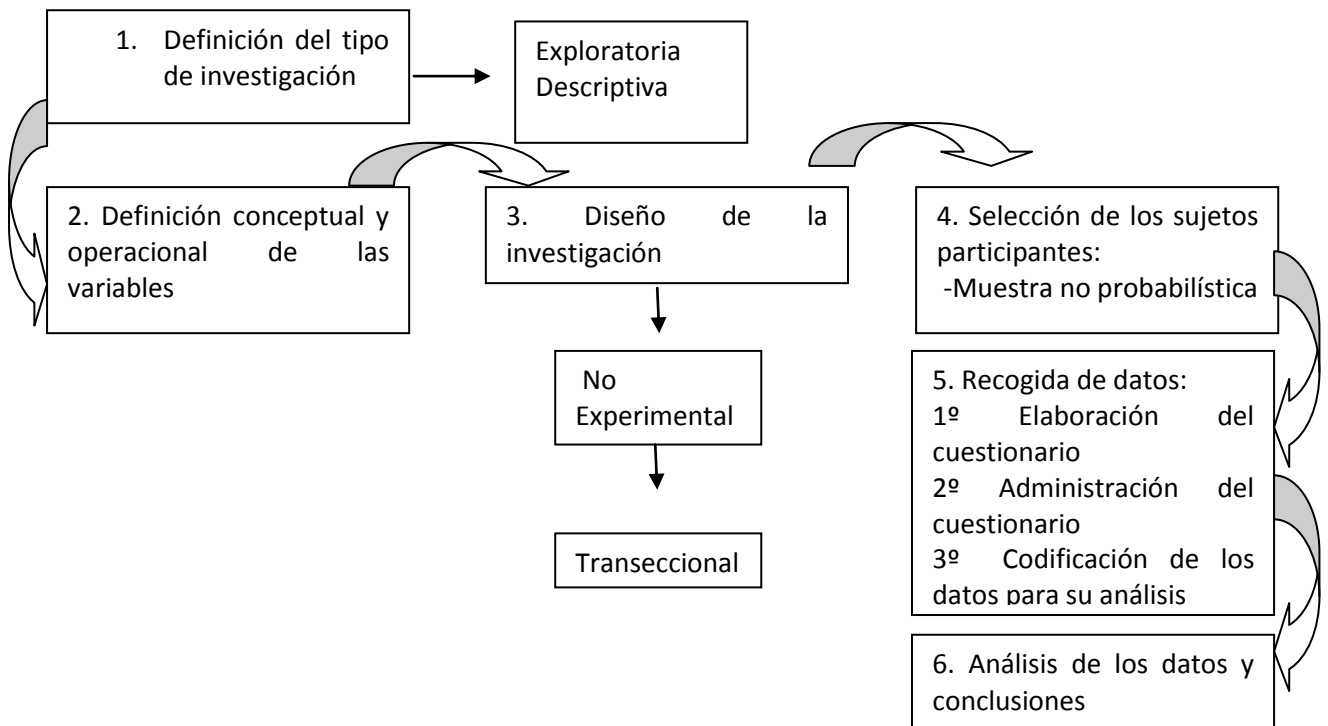


Figura 5: Esquema de etapas del marco metodológico

3.1 Definición del tipo de investigación

De acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2010), los estudios exploratorios se llevan a cabo para examinar un problema de investigación desconocido o poco estudiado con el objetivo de familiarizarse con el mismo, ya que los estudios exploratorios en pocas ocasiones constituyen un fin en sí mismos y generalmente determinan tendencias y relaciones potenciales entre variables, estableciendo una guía de ideas para una posterior investigación más rigurosa. Teniendo en cuenta los objetivos planteados, consideramos que este trabajo es de tipo exploratorio, ya que se trata solamente de una primera toma de contacto con profesores chilenos de primaria para saber el grado de conocimiento y utilización de materiales manipulativos para la enseñanza de la geometría. No se pretende profundizar en los modos de su utilización en el aula ni en la eficacia real que proporciona dicho material en relación con los objetivos de estos docentes, que serán objeto de posteriores investigaciones, así como un estudio más profundo sobre las dificultades que este uso provocan en el aula y las razones de la no utilización de algunos materiales por parte de profesores que realmente conocen el material en cuestión.

Nuestro estudio es asimismo descriptivo, porque pretende, de acuerdo de nuevo con Dankhe (1986), especificar las propiedades importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que sea sometido a análisis. En este estudio se pretende describir, en términos cuantitativos, en qué medida un colectivo de docentes chilenos conoce unos materiales manipulativos y hace uso de ellos en su aula de docencia.

3.2 Variables del estudio

Para obtener información sobre el dominio del material manipulativo de docentes chilenos de primaria, consideramos como la primera variable del estudio algunos **indicadores del dominio del material manipulativo**, tales como conocimiento de dicho material, instrucción recibida sobre su uso y la utilización de dichos materiales manipulativos para la enseñanza de la geometría,.

Además, con el fin de tener información sobre la utilidad de estos materiales en su aula correspondiente, hemos considerado como segunda variable el **grado de utilidad del material manipulativo**, en distintos momentos de la clase, considerando la

clasificación propuesta por Flores y otros (2010), sobre la utilidad del material manipulativo en el aula.

El grado de utilidad del material manipulativo, se refleja de menor a mayor grado de utilización de materiales en tres aspectos: distintos momentos de la clase, en distintos tipos de tarea o actividad y el tipo de aprendizaje que el docente pretende desarrollar. El grado de utilidad de cada aspecto considerando en el estudio es: 1. Nunca 2. Ocasionalmente 3. A veces 4. Generalmente 5. Siempre.

Los aspectos considerados en nuestro estudio se subdividen en:

- Momento en que se utiliza el material (Corbalán, 1994)
 - a. Pre-instruccional
 - b. Co-instruccional
 - c. Post-instruccional
- Tipo de tarea y actividad para la que se usa el material
 - a. Mostrar-observar
 - b. Proponer-manipular
 - c. Plantear-resolver problemas
 - d. Buscar-desarrollar estrategias
- Tipo de aprendizaje que el docente espera de éste uso
 - a. Memorizar
 - b. Comprender
 - c. Resolver problemas
 - d. Aplicar algoritmos
 - e. Ejemplificar

3.3 Definición del diseño de investigación

Según Hernández (1991), el diseño puede ser experimental y no experimental, dependiendo de si existe o no manipulación de variables. Nuestro estudio es no experimental, ya que no existe manipulación de variables. Se trata de un estudio sobre algunos docentes que imparten clases de matemáticas en primaria en distintos colegios de Santiago de Chile en la Región Metropolitana, en su contexto natural, ya que pertenecen a un grupo o nivel determinado y sin intervención alguna. Otros autores como Montero, I. y León, O. (2007) lo llaman estudios ex post facto e identifican en ellos el tipo retrospectivo y prospectivos. Nuestro estudio se sitúa en el retrospectivo de

un grupo simple, en donde el investigador elige un grupo de participantes con una o varias características en común

De acuerdo con los criterios de clasificación del tipo de diseño de investigación no experimental, por su dimensión temporal o el número de momentos o puntos en el tiempo en los cuales se recolectan datos, hemos adoptado la clasificación de Hernández y otros (1991), distinguiendo entre transeccional (transversal) y longitudinal. Dentro de esta clasificación ubicamos el estudio en el tipo transeccional-descriptivo, recogiendo datos a través de un cuestionario en un momento determinado y por una única vez, para conocer el estado actual y describir el conocimiento, utilización e instrucción en el uso de materiales manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría y su grado de utilidad en el aula. No observaremos la evolución o cambios en el tiempo de estas variables. Además hacemos descripciones comparativas de las mismas variables, en colegios con distinta dependencia administrativa: Municipales, Subvencionados y Particulares; y entre colegios con distinto método de enseñanza: Educación personalizada y no personalizada

3.4 Selección de los sujetos participantes

De acuerdo con los propósitos de la investigación, los sujetos participantes son docentes que imparten clases de matemática en primaria, en Santiago de Chile. Para realizar la selección de estos sujetos, tuvimos en cuenta tanto sus características profesionales como la facilidad de acceso a ellos por parte de la investigadora. Así nuestra población se ha obtenido de entre los docentes de matemáticas, de la región Metropolitana en Santiago de Chile, que imparten clases de matemáticas en primaria (1° a 6° de educación básica), en colegios con distinta dependencia administrativa (Municipales o Particulares subvencionados o Particulares pagados), y con distinto método de enseñanza (Educación personalizada o no personalizada).

Debido al tiempo, escasez de recursos, distancia y disponibilidad de sujetos, fue muy difícil lograr una muestra representativa de toda la población. La elección de los sujetos participantes fue más intencional que aleatoria, escogiendo 15 colegios de distinta dependencia administrativa y con distinto método de enseñanza, en los que hay 2 docentes por cada uno de los 6 niveles, desde 1° a 6° año de enseñanza primaria, que eran conocidos por la investigadora, ya sea por haber realizado prácticas docentes en sus estudios de pregrado, por conocer a docentes que trabajan en dichos colegios o por haber trabajado en alguno de ellos. Así pues, un factor determinante en esta selección

fue la libre voluntad de los participantes para colaborar en esta investigación, siendo finalmente el tamaño de la muestra de 16 docentes, que a su vez desempeñan su labor docente en 11 establecimientos educativos.

En la tabla 3.1 aparecen los sujetos que participaron en nuestra investigación, clasificados de acuerdo con el tipo de establecimiento educativo al que pertenecen.

Tabla 3.1

Sujetos participantes según tipo de colegio por dependencia administrativa y método de enseñanza

Administración	Municipal	Particular Subvencionada	Particular Pagada	Total
Educación no personalizada	7	5	0	12
Educación Personalizada	0	3	1	4
Total	7	8	1	16

Aunque el tamaño exiguo de la muestra estudiada no permite generalizar los resultados a toda la población de docentes de Santiago de Chile, sí pensamos que puede constituir una aproximación sobre la cuestión, que sirva de apoyo para investigaciones futuras.

3.5 Recogida de datos

Una vez escogida la muestra de participantes, corresponde ahora recolectar los datos necesarios para lograr nuestros objetivos de investigación. Para ello hemos diseñado una encuesta, con un cuestionario escrito, de acuerdo con los objetivos antes planteados.

Elaboración del cuestionario

El cuestionario diseñado para la investigación, presenta preguntas de respuestas cerradas y abiertas.

Para la elaboración de un instrumento fiable y válido para investigar, Hernández (1991) propone los siguientes elementos:

- a) Elaboración de un listado de variables. (aparecen a continuación en cada una de las tablas).
- b) Revisión de la definición conceptual de las variables y comprender su significado (Capítulo 2)
- c) Revisar cómo han sido definidas operacionalmente las variables (capítulo 2)
- d) Dimensión, indicador e ítems de cada variable (definido con anterioridad en este mismo capítulo)
- e) Indicar nivel de medición de los ítems y las variables
- f) Codificación de los datos, (apartado siguiente 3.3.3)
- g) Aplicación de una prueba piloto
- h) Modificación, ajuste y mejora del instrumento preliminar

A estos ocho puntos anteriores, añadimos uno más, la revisión del instrumento por expertos con el fin de mejorar nuestro diseño inicial.

Nuestro cuestionario consta finalmente de cinco documentos escritos, que son los siguientes:

1. Una carta de presentación para invitar a los docentes a responder el cuestionario y colaborar con nuestro estudio.
2. Una tabla de identificación del centro, con el fin de reclutar datos generales sobre el colegio: nivel de los alumnos, número de alumnos, años de docencia en matemáticas y tipo de establecimiento educativo según dependencia administrativa.

Dicha tabla es la siguiente:

(Por favor, complete o marque con una x, los datos solicitados)

Nombre del centro educativo						
Nivel por el que responde	1°	2°	3°	4°	5°	6°
N° de alumnos del nivel						
N° años de docencia en matemáticas	Mismo centro			En general		
Tipo de establecimiento	Municipal		Subvencionado		Particular	


3. Preguntas relacionadas con el uso del material didáctico.

Para el diseño de esta tabla se ha considerado el contenido geométrico de primaria en el currículo de Chile, organizando dicho contenido en dos bloques temáticos: geometría plana y geometría espacial.

En cada una de estos bloques se presenta una lista con el nombre y la imagen de los materiales manipulativos seleccionados por la investigadora para este cuestionario. En la selección de los materiales se ha tenido en cuenta por una parte, los contenidos del currículo chileno, y por otra la búsqueda de materiales considerados útiles para nuestro estudio y que se realiza en varias fuentes de información: libros de textos, páginas virtuales, revistas, bases de datos y laboratorio de materiales manipulativos del departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

En esta tabla se advierten tres secciones. La primera hace referencia al conocimiento o desconocimiento del material propuesto, la segunda se refiere a la posible instrucción recibida sobre ese material y a la utilización en su aula. Estas tres preguntas son cerradas dicotómicas, ya que sólo le damos las alternativas de respuestas sí o no. La pregunta que hace referencia a la utilización del material tiene además una pregunta abierta para recoger la cantidad de horas que lo utiliza por curso. Estas respuestas no serán objeto de estudio en nuestra investigación, al mismo tiempo que la tercera sección “procedencia”, que pide especificar de dónde proviene el material manipulativo (casero construido por el alumno o el docente; o comercial). A continuación se muestra tabla N°1 del cuestionario.

Complete la tabla con la información que se solicita de acuerdo a la experiencia en aula.

GEOMETRÍA PLANA		¿LO CONOCE?		IMPLEMENTACIÓN EN SU CLASE					PROCEDENCIA		
				¿FUE INSTRUÍDO EN EL MATERIAL?		¿LO UTILIZA?			CASERO (CONSTRUÍDO)		COMERCIAL
IMAGEN	MATERIAL MANIPULATIVO	SÍ	NO	SI	NO	SI	NO	Nº DE HORAS/ CURSO	ALUMNO	PROFESOR	
	Polígonos(cartulina, madera, plásticos) Otras figuras geométricas Bloques lógicos										

GEOMETRÍA PLANA		¿LO CONOCE?		IMPLEMENTACIÓN EN SU CLASE				PROCEDENCIA		
	Geoplano orto-isométrico									
	Polígonos encajables									
	Mecano									
	Tangram									
	Libro de espejos									
	Mira									
	Teselas y teselados									
	Pentaminós (u otros poliminoes)									
	Láminas de simetría									
	Geoplano orto-circular									

GEOMETRÍA ESPACIAL	¿LO CONOCE?	IMPLEMENTACIÓN EN SU CLASE		PROCEDENCIA	
		¿FUE CAPACITADO?	¿LO UTILIZA?	CASERO CONSTRUÍDO	COMERCIAL

IMAGEN	MATERIAL MANIPULATIVO	SÍ	NO	SI	NO	SÍ	NO	Nº DE HORAS A LA SEMANA	POR ALUMNO	POR PROFESOR	
	Cubos encajables Policubos										
	Papiroflexia										
	Cubo soma										
	Varillas para poliedros										
	Pentacubos										
	Cubos porex										
	Redes geométricas										
	Polígonos encajables para armar cuerpos (polidróon, plantillas de cartulina)										
	Cuerpos geométricos (madera, goma espuma o plástico)										
Otros Especifique											

4. Una tabla (Nº2) que pretende complementar la información obtenida por la anterior, que responde a la clasificación dada por Flores y otros (2010). Considera tres aspectos del uso del material en una clase, los que se mencionan en la página 38 de este documento.

Se agrega una pregunta abierta para obtener información sobre otro tipo de utilidad que el docente crea que se le puede dar a ese material manipulativo.

Para responder a estas preguntas se le ofrece a los docentes un orden de menor a mayor de 1 a 5, donde 1 significa “nunca”, hasta 5 que indica “siempre”.

A continuación se presenta la tabla Nº2:

Complete la siguiente tabla:

- a) Escriba el nombre de un material que utiliza.
- b) Marque de 1 a 5 el grado en que ha utilizado el material en cada una de las maneras de llevarlo al aula. Considerando la siguiente escala:
 - 1. Nunca 2. Ocasionalmente 3. A veces 4. Generalmente 5. Siempre

Nombre del material:.....

Según la utilidad		1	2	3	4	5
Momento en que se utiliza	Pre-instruccional (juego libre, motivación, ...)					
	Co-instruccional (desarrollo de conocimiento, conceptos, ...)					
	Post-instruccional (refuerzo, evaluación, ...)					
Tipo de tarea y actividad	Mostrar - observar					
	Proponer - Manipular					
	Plantear - Resolver problemas					
	Buscar - Desarrollar estrategias					
Tipo de aprendizaje	Memorizar (retener, recuperar)					
	Comprender (relacionar)					

	Resolver problemas					
	Aplicar algoritmos					
	Ejercitarse (dominar técnica)					
Otra utilidad (especifique)						

5. Una tabla (Nº3) que, a modo de complemento de la información anteriormente recogida, contiene una lista de consideraciones generales sobre lo que los maestros piensan acerca de la utilidad e importancia del uso del material manipulativo (MM) en su aula. Se presentan una serie de sentencias que el profesor debe valorar con un nivel de medición ordinal, de 1 a 5 (de menor a mayor importancia). Además se pide una pequeña explicación por cada sentencia, sobre la valoración otorgada y un comentario general sobre ellas.

Dicha tabla es la siguiente:

A continuación se presenta una lista de consideraciones con respecto al uso de material manipulativo, indique de 1 a 5, (grado de menor a mayor) según la importancia que usted le otorga por su experiencia, marque con una X.

*MM significa material manipulativo

Consideraciones generales	1	2	3	4	5	Breve explicación
Es importante el uso de MM en clases de geometría						
El MM construido por los alumnos es más útil que el comercial						
El MM construido por los alumnos es más útil que el construido por los docentes						
El MM no distrae la atención de los alumnos						
El MM construido por los profesores es más útil que el comercial						

El MM es útil para el entretenimiento de los alumnos						
El MM no es útil para enseñar matemáticas						
El MM casero no sirve para utilizarlo en clases						
El MM sirve para generar conocimiento						
El MM es de gran utilidad para trabajar con alumnos que tienen problemas de aprendizaje						
El MM comercial es más útil que el casero						
El MM sirve para distraer a los alumnos que ya terminan el trabajo en clases						
El MM es útil para los alumnos con mayor nivel de aprendizaje						
El MM no es necesario para el aprendizaje						
El MM sólo sirve para hacer clases entretenidas y motivadoras						
El MM es una herramienta necesaria para el aprendizaje matemático						
El MM sólo sirve para distraer a los alumnos						
Añada los comentarios que desee:						

Administración del instrumento

Según Hernández (1991), el cuestionario puede ser administrado de las siguientes maneras: autoadministrado, por entrevista personal, por entrevista telefónica, autoadministrado y enviado por correo electrónico. En una primera instancia el cuestionario de nuestra investigación es autoadministrado y enviado por correo electrónico. No hay una retroalimentación inmediata y no existe la opción de resolver dudas oportunamente.

Después de un mes de espera, se envió nuevamente el cuestionario a los docentes, ya que sólo uno de ellos lo devolvió debidamente cumplimentado en ese tiempo. Este seguimiento sistemático se realiza en dos oportunidades, y se les vuelve a enviar la encuesta por correo a los docentes, (Montero y León, 2007)

Aún así no fue suficiente la muestra obtenida, ya que sólo obtuvimos información de cinco docentes en total, que desempeñan su labor en un colegio Municipal, tres colegios Particulares Subvencionados y un colegio particular pagado, según su dependencia administrativa, de los cuales cuatro corresponden a colegios con Educación Personalizada y un colegio con Educación no personalizada.

Fue necesario entonces cambiar la estrategia y buscar otra forma de obtener datos. Así pues, la investigadora preparó a voluntarios de Chile que pudieran hacerse cargo de distribuir el cuestionario en algunos colegios más. De esta forma el cuestionario debía ser autoadministrado por los mismos docentes que lo responderían. Se les dio un tiempo máximo de 15 días para retirar el cuestionario, de aquellos que en forma voluntaria quisieran responderlo. Una vez que se retiran los cuestionarios de los colegios son escaneados y enviados por correo electrónico a la investigadora. De esta forma se pudo aumentar la muestra de 5 docentes a 16, que son los que recoge la tabla 3.2 de este capítulo, clasificados según dependencia administrativa y método de enseñanza.

Aunque el estudio tuvo algunos inconvenientes como el de recibir pocas muestras o no aclarar dudas, también tuvo sus ventajas tales como el poder ser respondido por los docentes en cualquier momento y lugar, responder con más sinceridad al no estar presente la investigadora (Montero y León, 2007)

Codificación de los datos para ser analizados

Una vez codificadas todas las categorías de nuestro estudio, construimos el libro de códigos que a continuación se muestra:

Tabla 3.2: Libro de códigos para identificar las variables del estudio

Libro de códigos para identificar las variables del estudio

Variable	Dimensiones de las categorías	Categoría	Codificación	
Indicadores del dominio del material manipulativo	Conocimiento del material manipulativo	¿Lo conoce?	Sí	1
			No	0
	Instrucción recibida sobre el uso de materiales manipulativos	¿Fue instruido?	Sí	1
			No	0
	Utilización del material	¿Lo utiliza?	Sí	1
			No	0
Grado de utilidad del material manipulativo	Momento en que se utiliza (Corbalán, 1994)	Pre-instruccional	Nunca	1
			Ocasionalmente	2
			A veces	3
			Generalmente	4
			Siempre	5
		Co-instruccional	Nunca	1
			Ocasionalmente	2
			A veces	3
			Generalmente	4
			Siempre	5
		Post-instruccional	Nunca	1
			Ocasionalmente	2
			A veces	3
			Generalmente	4
			Siempre	5
Tipo de tarea y actividad	Mostrar-observar	Nunca	1	
		Ocasionalmente	2	
		A veces	3	
		Generalmente	4	
		Siempre	5	
	Proponer-manipular	Nunca	1	
		Ocasionalmente	2	
		A veces	3	
		Generalmente	4	
		Siempre	5	

		Plantear-resolver problemas	A veces Generalmente Siempre	3 4 5
		Buscar-desarrollar estrategias	Nunca Ocasionalmente A veces Generalmente Siempre	1 2 3 4 5
Tipo de aprendizaje	Memorizar	Nunca Ocasionalmente A veces Generalmente Siempre	1 2 3 4 5	
	Comprender	Nunca Ocasionalmente A veces Generalmente Siempre	1 2 3 4 5	
	Resolver problemas	Nunca Ocasionalmente A veces Generalmente Siempre	1 2 3 4 5	
	Aplicar algoritmos	Nunca Ocasionalmente A veces Generalmente	1 2 3 4	

			Siempre	5
		Ejercitarse	Nunca	1
			Ocasionalmente	2
			A veces	3
			Generalmente	4
			Siempre	5

Las funciones de este libro son: guiar el proceso de codificación y guiar la localización de variables para interpretar los datos durante el análisis.

3.6 Análisis de los datos y conclusiones

Una vez que fueron recibidos los cuestionarios con las respuestas de los docentes, los datos son introducidos en tablas de la planilla Excel para su análisis cuantitativo, así como para la elaboración de los gráficos que faciliten la lectura de dicho análisis y sus conclusiones.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Es ahora cuando procede a realizar un análisis de las respuestas dadas por los encuestados para obtener unos resultados y conclusiones del trabajo. Dadas las características de los datos recogidos por las encuestas enviadas a los docentes chilenos, resulta suficiente realizar un análisis de los mismos por medio de una hoja de cálculo.

A continuación mostramos los resultados obtenidos en nuestro estudio, según la siguiente estructura:

4.1 Indicadores del dominio del material manipulativo

Presentamos a continuación los resultados obtenidos en la encuesta realizada, sobre el grado de conocimiento, instrucción previa y uso de los materiales seleccionados, como indicadores del dominio del material manipulativo que los docentes tienen, recogidos en la tabla 4.1. esta tabla recoge las frecuencias de respuestas positivas, negativas y no respondidas por los 16 docentes encuestados. A continuación comentamos los resultados de acuerdo con las tres preguntas que se formulan a los encuestados.

Tabla 4.1

Material manipulativo según experiencia

Geometría	Materiales	¿Lo conoce?			¿Fue instruido?			¿Lo utiliza?		
		No	Sí	No responde	No	Sí	No responde	No	Sí	No Responde
Geometría espacial: polígonos e isometrías en el plano.	Polígono (cartulina, madera, plástico)	0	16	0	7	9	0	4	12	0
	Geoplano ortoisométrico	3	13	0	3	10	3	4	9	3
	Polígonos encajables	9	7	0	9	3	4	8	3	5
	Mecano	3	13	0	13	2	1	13	1	2
	Tangram	0	16	0	2	14	0	0	16	0
	Libro de espejos	15	1	0	0	2	7	9	0	0
	Mira	13	3	0	10	0	6	9	0	1
	Teselas y teselados	10	6	0	9	3	4	9	2	5
	Pentaminó	10	6	0	8	4	4	9	3	4

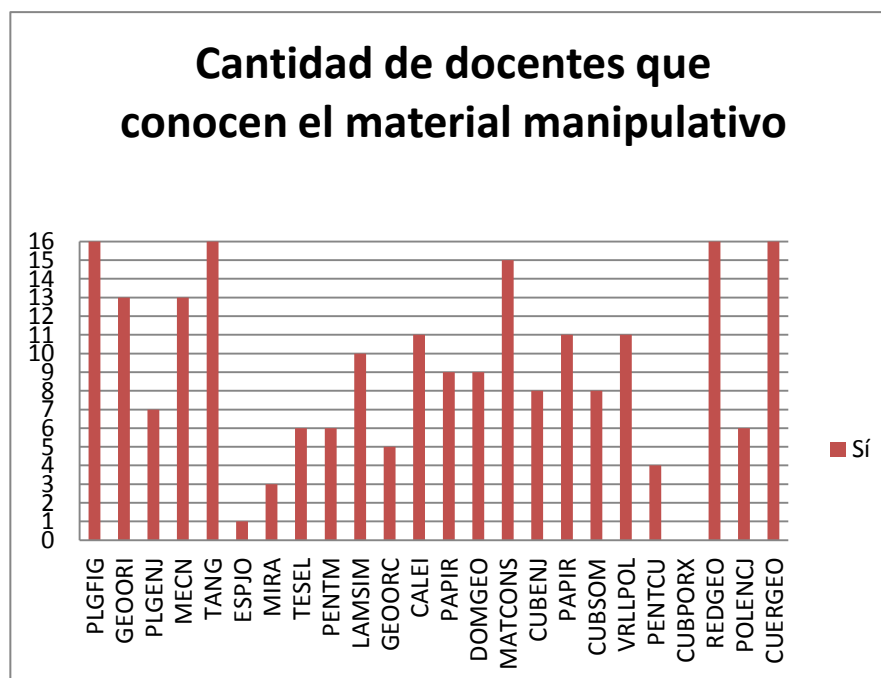
	Láminas de simetría	6	10	0	9	4	3	8	4	4
	Geoplano orto-circular	11	5	0	9	2	5	8	2	6
	Caleidoscopios	5	11	0	7	3	6	10	0	6
	Papiroflexia	6	9	1	4	7	4	4	7	5
	Dominó de formas	5	9	2	8	4	5	7	4	5
	Materiales de	0	15	0	2	14	0	1	14	1
Geometría espacial: poliedros	Cubos encajables	8	8	0	8	4	4	10	2	4
	Papiroflexia	5	11	0	5	8	3	8	5	3
	Cubo soma	8	8	0	10	3	3	11	1	4
	Varillas para poliedros	4	11	1	7	6	3	5	8	3
	Pentacubos	12	4	0	7	2	6	7	1	8
	Cubos porex	16	0	0	8	0	7	7	0	9
	Redes geométricas	0	16	0	2	14	0	1	15	0
	Polígonos encajables	10	6	0	4	5	7	5	5	6
	Cuerpos geométricos	0	16	0	3	13	0	2	13	1

Para comentar los resultados obtenidos incluimos un gráfico de barras correspondiente a la distribución de frecuencias referente a cada pregunta:

4.1.1 Pregunta N° 1: ¿Lo conoce?

Gráfico 4.1

Cantidad de docentes que conocen el material manipulativo



De acuerdo con este gráfico clasificamos los resultados en tres grupos, según sean los materiales más conocidos, medianamente conocidos o menos conocidos.

Materiales más conocidos

Podemos observar que el total de los 16 docentes encuestados (100%) conoce 4 del total de los 24 materiales presentados, que son: polígonos (cartón, plástico, etc.), tangram, redes geométricas y cuerpos geométricas. Además, 15 docentes (93,75%) conocen los materiales de construcción y 13 docentes (81,25%) conocen el geoplano orto-isométrico y el mecano.

El caleidoscopio, papiroflexia (geometría espacial) y varillas para poliedros son conocidos por 11 docentes (68,75%).

Materiales medianamente conocidos

En un rango intermedio podemos citar las láminas de simetría (conocidas por 10 docentes (62,50%), la papiroflexia (geometría plana) y el dominó geométrico (56,25%), los cubos encajables y cubo soma (50%).

Materiales menos conocidos

Entre los materiales manipulativos menos conocidos, están los polígonos encajables, que son conocidos por 7 docentes (43,75%), las teselas, los pentaminós y polígonos encajables que son conocidos por 6 docentes (37,5%). El pentacubo es conocido sólo por 4 docentes (25%), el mira sólo dicen conocerlo 3 docentes (18,75%), y el libro de espejos conocido solamente por 1 docente (6,25%).

El cubo porex no lo conoce ninguno de los docentes.

4.1.2 Pregunta N°2: ¿Fue instruido en el material manipulativo? (Gráfico 4.2)

Materiales en que los docentes han sido mayormente instruidos

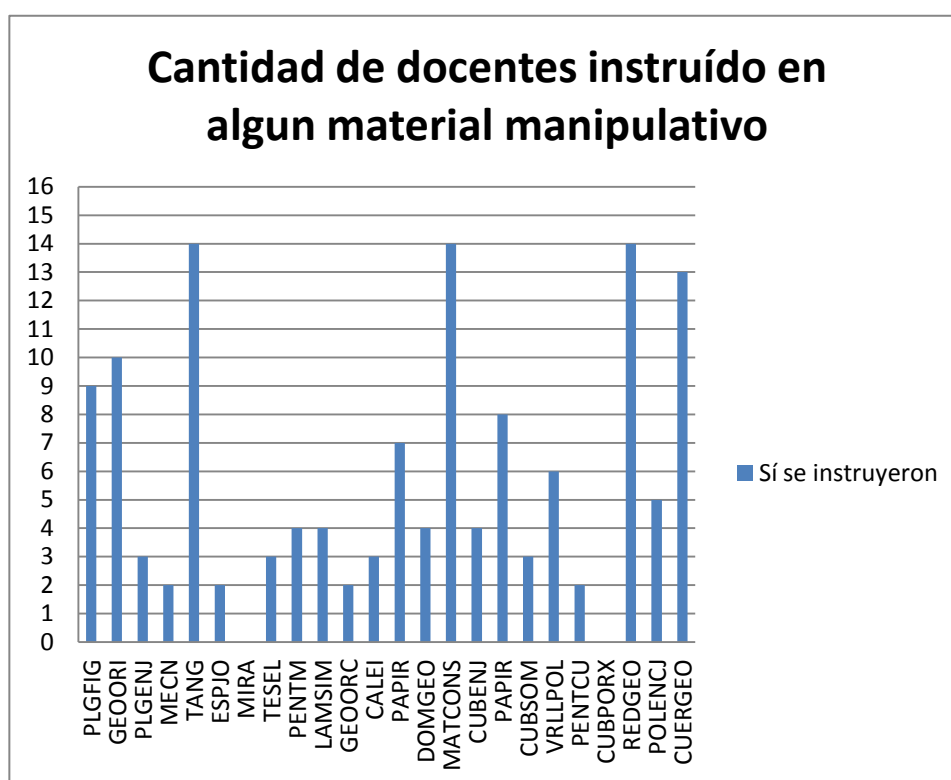
El tangram, los materiales de construcción y las redes geométricas son los materiales sobre los que han sido más instruidos los docentes, y asciende a un total de 14, lo que corresponde al 87,5%. Sobre los cuerpos geométricos han sido instruidos 13 docentes, es decir un 81,25% del total.

Materiales que han sido instruidos medianamente

Sobre los polígonos (cartón, plástico, etc.) han sido instruidos 9 docentes (56,25%), en la papiroflexia 8 docentes (50%) para geometría espacial y 7 docentes (43,75%), para geometría plana.

Gráfico 4.2

Cantidad de docentes instruidos en algún material manipulativo



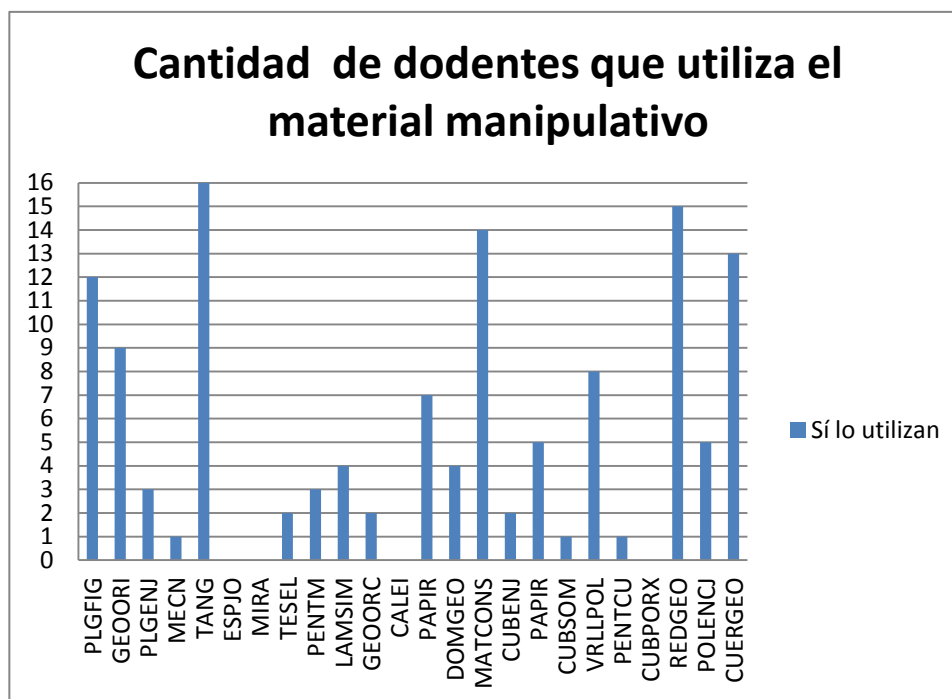
Materiales en que los docentes han sido menos instruidos

Sobre las varillas para poliedros han sido instruidos 6 docentes (37,5%), sobre polígonos encajables, 5 docentes (31,25%), sobre los pentaminós, láminas de geometría, dominó geométrico y cubos encajables, 4 docentes (25%). Sobre los teselados, caleidoscopio y el cubo soma, han sido instruidos 3 docentes lo que corresponde a un 18,75%. El mecano, el libro de espejos, el geoplano orto-circular y el pentacubo sólo presenta a 2 docentes (12,5%). La instrucción sobre mira y el cubo porex no la tiene ninguno de los docentes encuestados.

4.1.3 Pregunta N° 3: ¿Utiliza el material manipulativo?

Gráfico 4.3

Cantidad de docentes que utiliza el material manipulativo en el aula



Materiales más utilizados

Entre los materiales que más utilizan los docentes en el aula se encuentran el tangram, que es utilizado por los 16 docentes encuestados (100%). Los materiales de construcción son utilizados por 14 docentes (87,5%), los cuerpos geométricos por 13 docentes (81,25%) y los polígonos (cartón, plástico, etc.) por 12 docentes que corresponde a un 75% del total encuestado.

Materiales medianamente utilizados

Entre estos materiales se encuentran el geoplano orto-isométrico utilizado por 9 docentes (56,25%), las varillas de poliedros por 8 docentes (50%) y la papiroflexia en geometría plana usada por 7 docentes (43,75%).

Materiales menos utilizados

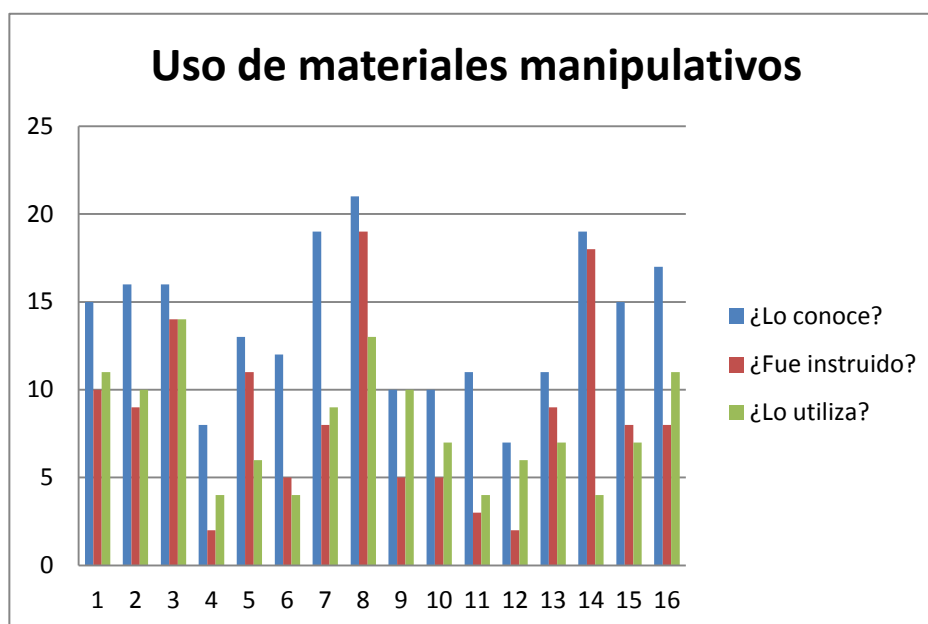
Entre los materiales que menos se utilizan en la sala de clase están los polígonos encajables y los pentaminós que son utilizados por 3 docentes (18,75%). Le siguen los Teselados, el geoplano orto-circular y los cubos encajables son usado por 2 docentes

(12,50%) y el mecano, cubo soma y el pentacubo que sólo son utilizados por un docente (6,25%). En cambio el libro de espejos, cubo soma y el pentacubo no es utilizado por ninguno de los docentes encuestados.

4.1.4 Relación entre las variables: ¿Lo conoce?, ¿Fue instruido?, y ¿Lo utiliza?

Gráfico 4.4

Algunos indicadores del dominio de los materiales manipulativos



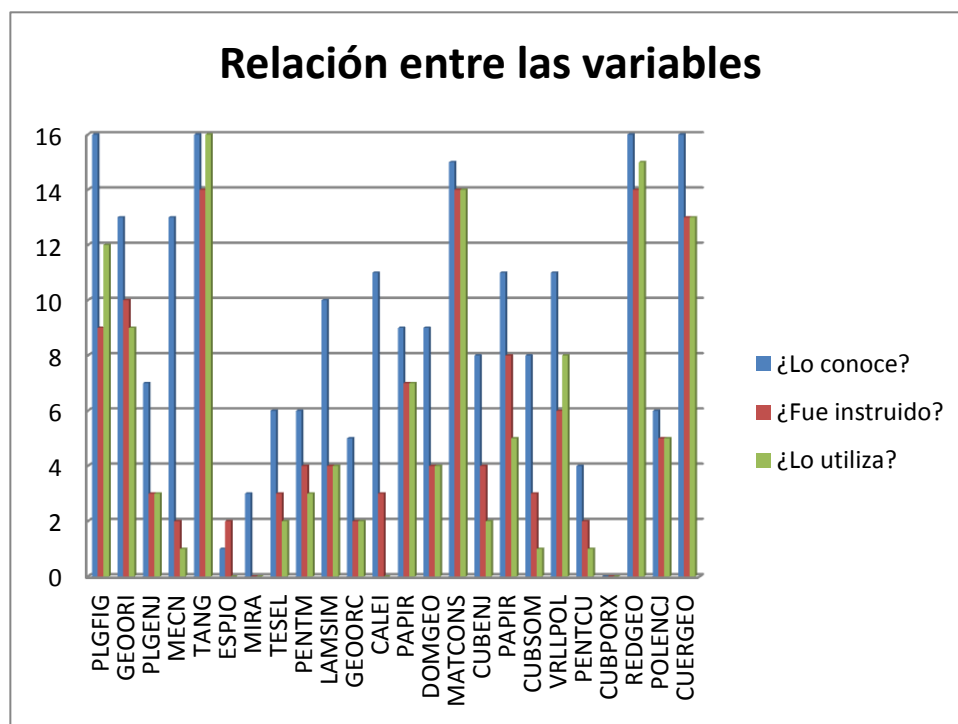
En el gráfico anterior se puede observar una comparación entre las respuestas a las tres preguntas formuladas. Se observa que, en promedio, los docentes conocen 14 de los 24 materiales manipulativos presentados en el cuestionario, que supone un 58,33 %. El docente que tiene mayor conocimiento sobre los materiales manipulativos, conoce un total de 21 materiales (87,5%), recibiendo una instrucción de 19 de ellos y utiliza sólo 13 materiales. El docente que tiene menos conocimiento de los materiales sólo conoce 7 de ellos (29,16%), recibió instrucción de 2 materiales y utiliza 6 materiales manipulativos.

Podemos decir que, en general, los docentes conocen más materiales de los que utilizan y para los cuales fueron instruidos. En promedio los docentes fueron instruidos para 8 materiales y utilizan un promedio de 9 materiales manipulativos. Además se observa

que no necesariamente los docentes utilizan los materiales manipulativos para los que fueron instruidos, sino que utilizan más de ellos.

Gráfico 4.5

Relación de las variables respecto a cada uno de los materiales manipulativos referidos en la encuesta.



El gráfico 4.5, recoge las frecuencias absolutas de las tres variables conjuntamente, del que obtenemos las siguientes observaciones generales:

- 20 materiales manipulativos de los 24 presentados en la encuesta (un 83,3%) tienen mayor frecuencia en la variable “*conocidos*” que en las otras variables, lo que quiere decir que los docentes conocen más materiales manipulativos de los que utilizan y de los que recibieron instrucción.
- Hay materiales manipulativos sobre los que los docentes no fueron instruidos, sin embargo son utilizados en la enseñanza de la geometría, tales como: polígonos (cartón, plástico, etc.), el tangram, las varillas para poliedros y las redes geométricas.
- Hay materiales manipulativos que tienen la misma frecuencia tanto en la variable “*fue instruido*” como en la variable “*lo utilizan*”, como polígonos encajables, láminas de simetría, papiroflexia (geometría plana), dominó

geométrico, materiales de construcción, poliedros encajables y cuerpos geométricos, lo que nos indica que esos profesores utilizaron todos los materiales sobre los que recibieron instrucción previa.

- El libro de espejos, conocido por 1 docente y el caleidoscopio por 11 docentes, no son utilizados.
- Aunque el libro de espejos es conocido por 1 docente, en cambio 2 docentes dicen haber sido instruidos para su uso, lo que se explica solamente por un error al responder la encuesta.
- El mira es conocido por 3 docentes, los cuales no fueron instruidos en su aplicación y además no lo utilizan.

- **Conclusiones**

Los materiales que utilizan los docentes no son todos los que conocen, además en alguno de los materiales manipulativos que utilizan no han recibido instrucción alguna, lo que podría indicar que utilizan materiales de los cuales no tienen absoluto dominio.

De acuerdo con la clasificación de los materiales manipulativos utilizados para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, que fueron presentados en el cuestionario, los materiales utilizados para geometría plana y geometría espacial, son igualmente conocidos. Aunque sí existe un bajo conocimiento del mira y el libro de espejos, que es utilizado en la enseñanza y aprendizaje de las isometrías.

4.2 Grado de utilidad del material manipulativo.

Este análisis responde a nuestro objetivo específico N° 2.

Para presentar los resultados nos apoyamos en algunos gráficos y tablas. La tabla N° 2, recoge los resultados sobre la utilidad del material manipulativo en el aula. La primera columna presenta los aspectos de la clase según la clasificación de Flores y otros (2010). Las columnas segunda a sexta recogen el resumen en las frecuencias de cada valor (de 1 a 5), otorgado por los docentes a cada aspecto de la clase. La última columna muestra el promedio de los valores otorgados.

Tabla 4.2

Utilidad del material manipulativo para distintos aspectos de la clase

Materiales	1	2	3	4	5	Promedio
MU-PRI	1	6	2	2	3	3,00
MU-COI	0	0	1	5	10	4,56
MU-POI	0	2	2	4	6	4,00
TT-MO	1	0	3	4	6	4,00
TT-PM	0	0	0	6	8	4,57
TT-PRP	0	2	0	4	10	4,38
TT-BDE	0	0	1	3	11	4,67
TA-MM	1	3	0	5	4	3,62
TA-CM	0	1	0	4	10	4,53
TA-RP	0	2	0	6	7	4,20
TA-AA	2	5	1	2	4	3,07
TA-EJ	0	0	4	3	7	4,21

De acuerdo con esta clasificación, distinguimos tres aspectos de la clase, subdivididos en otros, que son:

- a. Momentos en que se utiliza (MU):
 - Pre-instruccional: PRI
 - Co-instruccional: COI
 - Post-instruccional: POI
- b. Tipo de tarea y actividad (TT):
 - Mostrar-observar: MO
 - Proponer-manipular: PM
 - Plantear-resolver problemas: PRP
 - Buscar-desarrollar estrategias: BDE
- c. Tipo de aprendizaje (TA):
 - Memorizar: MM
 - Comprender: CM
 - Resolver problemas: RP
 - Aplicar algoritmos: AA

- Ejemplificar: EJ

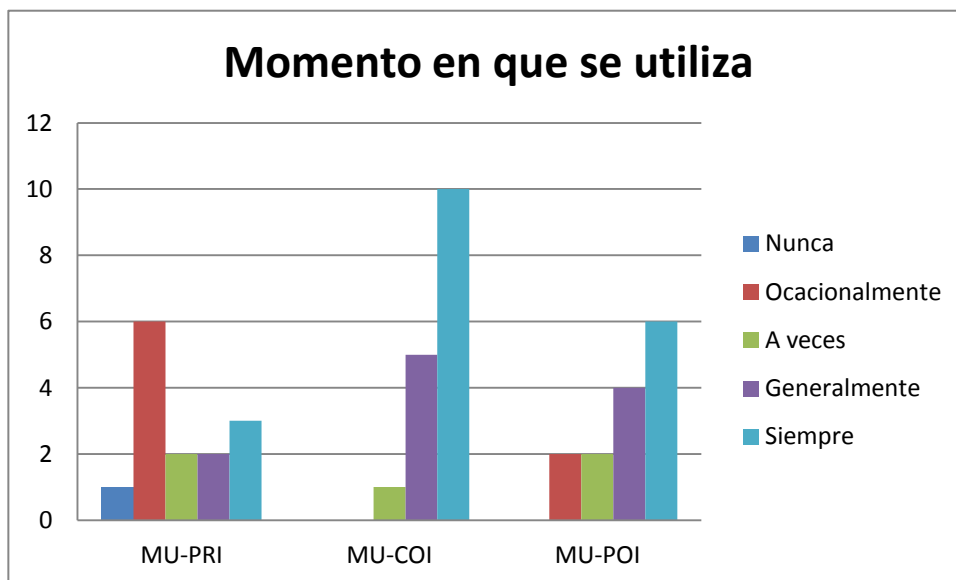
Cada uno de estos aspectos fue valorado por los docentes encuestados, según su propia experiencia. Se les pide que asignen una puntuación de 1 a 5, de menor a mayor grado de utilidad con la que han experimentado el uso de material manipulativo en la enseñanza de la geometría.

A continuación mostramos tres gráficos, que detallan los resultados obtenidos por cada uno de los tres aspectos antes mencionados.

4.2.1 Momento en que se utiliza el material en la clase

Gráfico 4.6

Momento en que se utiliza el material manipulativo



Del gráfico 4.6 se desprende que hay bastante diversidad en cuanto a la frecuencia de uso de los materiales manipulativos en la clase, pues los docentes han usado el material en todos los momentos indicados, aunque en algunos de ellos se han utilizado con mayor frecuencia que en otros.

Así por ejemplo, se aprecia que, en el momento co-instruccional, es decir el momento conocido como el desarrollo de la clase, 10 docentes (62,5 %) dicen usar “siempre” el material manipulativo. En el momento post-instruccional, momento de cierre de la clase, también es frecuente el uso del material manipulativo, con 6 docentes (37,50%) que manifiestan utilizarlo “siempre”. Sin embargo, la frecuencia más notable en el

momento pre-instruccional o inicio de la clase, es “ocasionalmente”, con una frecuencia de 6 docentes, que representa un 37,50%.

Para cada uno de los momentos podemos hacer las siguientes consideraciones:

- En el momento pre-instruccional (MU PRI), no es utilizado con mucha regularidad el material manipulativo, ya que si bien predomina la frecuencia de “ocasionalmente”.
- En el momento co-instruccional (MU COI) a diferencia del pre-instruccional, sólo ha sido valorado el uso de materiales manipulativos en los tres mayores grados: “a veces”, “generalmente” y “siempre”, aunque 10 docentes (62,5 %) selecciona la opción “siempre”.
- En el momento post-instruccional (MU POI) ninguno de los docentes marcó la opción “nunca”, pues las frecuencias se dispersan desde el “ocasionalmente” a “siempre”, obteniendo la mayor frecuencia “siempre”, con un total de 6 docentes que representa un 37,5 %.

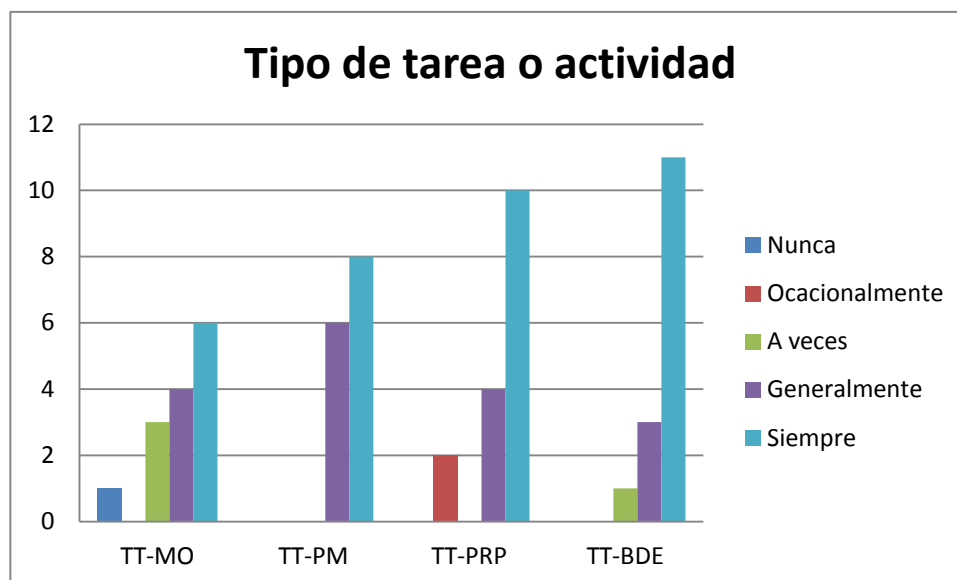
Del gráfico anterior se deduce que, tanto en el momento co-instruccional como en el post-instruccional, el valor de mayor frecuencia corresponde a “siempre”, y además existe el mismo orden en las preferencias que va de mayor frecuencia a menor frecuencia de utilización del material. Es decir, “siempre” tiene más frecuencia, le sigue “generalmente”, continúa “a veces” y prosigue “ocasionalmente”.

En cambio, en el momento pre-instruccional no se aprecia un orden en la frecuencia de uso y además, nadie manifiesta utilizarlo “siempre”.

4.2.2 Tipo de tarea o actividad

Gráfico 4.7

Tipo de tarea o actividad en que es utilizado el material manipulativo



Según los cuatro Tipos de tareas y actividades (TT) (Mostrar-observar (MO), Proponer-manipular (PM), Plantear-resolver problemas (PRP) y Buscar-desarrollar estrategias (BDE)), la frecuencia más alta para todas ellas es “siempre”, siguiéndole “generalmente”, lo que indica que existe una opinión general similar al del uso de materiales manipulativos.

Para cada uno de los tipos de tarea y actividad, podemos hacer las siguientes consideraciones:

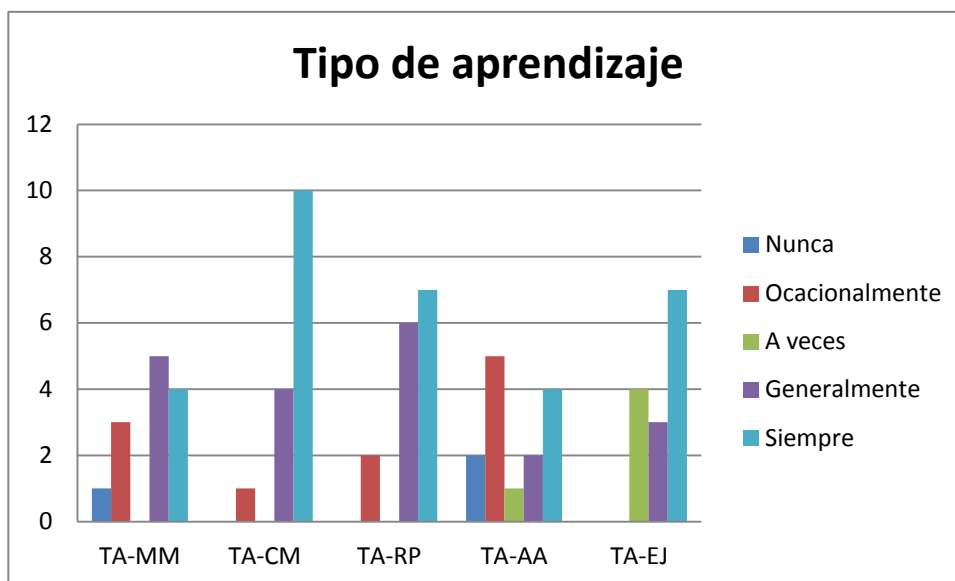
- Para las tareas de mostrar y observar (MO), la frecuencia se mueve entre “a veces” y “siempre”, aunque solo un docente no lo ha utilizado “nunca” para esta actividad. Ninguno de los docentes declara utilizar el material para esta tarea “ocasionalmente”.
- Los materiales manipulativos son utilizados por estos profesores para la tarea de proponer y manipular (PM), “generalmente” y “siempre”, sin que haya docentes que declaren utilizarlos con otras frecuencias.
- Los docentes indican haber utilizado el material manipulativo para la enseñanza de la geometría “generalmente” y “siempre” para *Plantear y Resolver Problemas* (PRP), aunque dos de ellos escogieron la opción “ocasionalmente”.

- “Siempre” en mayor medida, pero también “generalmente” y “a veces” utilizan los docentes este material para buscar o desarrollar estrategias (BDE).

4.2.3 Tipo de aprendizaje

Gráfico 4.8

Tipo de aprendizaje



El gráfico 4.8, recoge el Tipo de aprendizaje (TA), subcategorizado en: Memorizar (MM), Comprender (CM), Resolver problemas (RP), Aplicar algoritmos (AA) y Ejemplificar (EJ), y de estos resultados realizamos las siguientes consideraciones:

El aprendizaje que más se pretende lograr con el uso de materiales es la *comprensión* (CM), ya que 10 docentes (62,5%) marcaron la opción “siempre” y 4 docentes (25%) ”generalmente”, lo que significa que el 77,5% de los docentes utiliza un material manipulativo con el propósito de que el alumno comprenda geometría, cualquiera sea el material que pretenda utilizar.

Existen dos tipos de aprendizajes, *memorizar* (MM) y *aplicar algoritmos* (AA), en que la opción “siempre” fue escogida por 4 docentes (25%) y que además es la que presenta una menor frecuencia con respecto a los otros tipos de aprendizajes. Estas dos categorías son las únicas que algunos docentes (6,25% en memorizar y 12.5% en aplicar algoritmos), señalan como que “nunca” la tienen como objetivo en sus clases. Podemos

pues considerar que ambas categorías son las menos consideradas a la hora de utilizar un material manipulativo.

- **Conclusiones**

Entendemos que el docente tiene claro que la comprensión de un tipo de actividad o tarea matemática se puede mejorar con materiales manipulativos, y es por ello por lo que la mayoría de los docentes valoraron más el uso de materiales manipulativos para la comprensión de un aprendizaje que para los otros elementos.

4.3 Indicadores del dominio del material manipulativo en distintos colegios

4.3.1 Dependencia administrativa: MUN, PSUB y PPAG

Como explicamos anteriormente, en Chile existen tres tipos de establecimientos según la dependencia administrativa: municipal (MUN), particular subvencionado (PSUB) y particular pagado (PPAG), y es sabido que existen diferencias significativas en los logros de aprendizaje en la asignatura de matemática de los alumnos, según SIMCE 2010. Esta diferencia en el aprendizaje, conlleva una serie de dificultades a la hora de evaluar el desempeño docente, ya que no se sabe cual de todos los factores que existen puede influir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los alumnos. Por lo tanto, queremos conocer si existen diferencias entre las respuestas entregadas por los docentes de estos establecimientos en la encuesta realizada, de acuerdo con el objetivo N° 3 del estudio.

La cantidad de docentes encuestados en cada uno de los establecimientos es la siguiente: 7 docentes corresponden a municipal (MUN), en el particular subvencionado (PSUB) son 8 docentes y en particular pagado (PPAG) es sólo 1 docente. Debido a la gran diferencia que existe entre el número de docentes encuestados del PPAG y el de los otros dos tipos de establecimientos, omitiremos los datos del docente de PPAG en el análisis.

A continuación presentamos los resultados de las tres preguntas incluidas en la tabla N°1 del cuestionario, con respecto al material manipulativo: ¿Lo conoce?, ¿Fue instruido?, ¿Lo utiliza? Estas preguntas son clasificadas en dos categorías según el tipo de colegio por dependencia administrativa: colegios municipales (MUN) y colegio particular subvencionado (PSUB), que se muestran a continuación en tablas independientes.

➤ ***Docentes de colegios municipales***

Tabla 4.3

Promedio en la cantidad de materiales manipulativos

	Mun1	Mun2	Mun3	Mun4	Mun5	Mun6	Mun7	Promedio
¿Lo conoce?	15	16	16	8	13	12	19	14
¿Fue instruido?	10	9	14	2	11	5	8	8
¿Lo utiliza?	11	10	14	4	6	4	9	8

En la tabla anterior aparece la cantidad de materiales manipulativos que cada docente conoce, ha sido instruido y utiliza en su aula en un colegio municipal, de acuerdo con la lista presentada en el cuestionario.

➤ ***Docentes de colegios particulares subvencionados***

Tabla 4.4

Promedio de cantidad de materiales manipulativos

	Sub1	Sub2	Sub3	Sub4	Sub5	Sub6	Sub7	Sub8	Promedio
¿Lo conoce?	21	10	10	11	7	11	19	15	11
¿Fue instruido?	19	5	5	3	2	9	18	8	9
¿Lo utiliza?	13	10	7	4	6	7	4	7	7

En la tabla anterior aparece la cantidad de materiales manipulativos que cada docente conoce, ha sido instruido y utiliza en su aula en un colegio particular subvencionado, de acuerdo con la lista presentada en el cuestionario.

➤ ***Síntesis de datos de ambos tipos de colegios***

A continuación incluimos una tabla con el resumen de promedios de ambos tipos de colegios, según su dependencia administrativa.

Tabla 4.5

*Resumen de promedios: colegios municipales
y particulares subvencionados*

	Promedio	Promedio
	MUN	PSUB
¿Lo conoce?	14	11
¿Fue instruido?	8	9
¿Lo utiliza?	8	7

Como podemos observar en la tabla, los docentes de colegios municipales conocen en promedio más materiales manipulativos (14) que los docentes de colegios particulares subvencionados (11), con una diferencia de 3 materiales manipulativos.

Los docentes de colegios municipales fueron instruidos en 8 materiales en promedio y los docentes de colegios particulares subvencionados recibieron instrucción para un promedio de 9 materiales manipulativos. Vemos entonces, que no existe gran diferencia entre ambos tipo de colegios, ya que los docentes de colegios particulares subvencionados fueron instruidos solo en 1 material más que el otro tipo de colegio.

La cantidad de materiales utilizados por los docentes en colegios municipales es un promedio de 8, en cambio en el colegio particular subvencionados hay un promedio de 7 materiales utilizados en la enseñanza de la geometría. Así mismo que en la instrucción la diferencia también es de 1, positivo para el colegio particular subvencionado.

- **Conclusiones**

En consecuencia, podemos afirmar que el material que cada docente conoce no depende en gran medida del tipo de colegio en el cual se desempeña como docente, ya que las diferencias entre la instrucción y la utilización de materiales manipulativos para la enseñanza de la geometría es de 1. Sin embargo, la diferencia en la cantidad de materiales que conoce cada docente en distinto tipo de colegio (Municipal o particular subvencionado) es de 3, superando los colegios municipalizados.

Por lo tanto, se deduce que no hay diferencias destacables en los indicadores del dominio de materiales manipulativos entre los docentes de distinto tipo de colegios según dependencia administrativa

4.3.2 Metodología utilizada: Personalizada y no personalizada

También realizamos una distinción en los resultados según la metodología utilizada en los establecimientos a los cuales pertenecen los docentes encuestados, ya que se tiene conocimiento de establecimientos con Educación personalizada y no personalizada.

Nuestro análisis hace referencia al objetivo N° 3 del estudio.

A continuación se expresan los resultados para ambos tipos de colegios, desde dos perspectivas.

➤ *Docentes de colegios con Educación Personalizada*

Tabla 4.6

Docentes de colegios con Educación Personalizada

	Per1	Per2	Per3	Per4	Promedio
¿Lo conoce?	11	19	15	17	16
¿Fue instruido?	9	18	8	8	11
¿Lo utiliza?	7	4	7	11	7

Los docentes de Educación Personalizada conocen 16 materiales en promedio, han sido instruidos en una media de 11 materiales manipulativos y en promedio utilizan 7 materiales en el aula, de un total de 24 presentados en el cuestionario.

➤ *Docentes de colegios con Educación no Personalizada*

Tabla 4.7

Docentes de colegios con educación no personalizada

	NP1	NP2	NP3	NP4	NP5	NP6	NP7	NP8	NP9	NP10	NP11	NP12	Prom
¿Lo conoce?	15	16	16	8	13	12	19	21	10	10	11	7	13
¿Fue instruido?	10	9	14	2	11	5	8	19	5	5	3	2	8
¿Lo utiliza?	11	10	14	4	6	4	9	13	10	7	4	6	8

En educación no personalizada los docentes conocen en promedio 13 materiales manipulativos de la lista presentada en el cuestionario, han sido instruidos en una media de 8 materiales manipulativos y utilizan en promedio 8 materiales en el aula.

➤ *Síntesis de tipos de colegios según educación personalizada y no personalizada*

A continuación mostramos una tabla con el resumen de los promedios de ambos tipos de colegios: con Educación Personalizada y no Personalizada.

Tabla 4.8

Resumen de promedios para establecimientos de educación personalizada y no personalizada

	Educación Personalizada	Educación no Personalizada
¿Lo conoce?	16	13
¿Fue instruido?	11	8
¿Lo utiliza	7	8

Los docentes que pertenecen a colegios con Educación Personalizada conocen más materiales que los docentes de colegios con Educación no Personalizada, existiendo una diferencia de 3 materiales manipulativos.

Los docentes de colegios con educación Personalizada han recibido instrucción en un promedio de 11 materiales manipulativos de la lista entregada, 3 más que los docentes de colegios no Personalizados, los cuales en promedio recibieron instrucción para 8 materiales.

- **Conclusiones**

En la utilización del material los docentes de colegios con educación no personalizada utilizan 8 materiales y los otros docentes utilizan 7 materiales manipulativos de los presentados en la lista del cuestionario.

De acuerdo con lo anterior, se puede decir que no hay grandes diferencias en el conocimiento, instrucción y utilización de los materiales manipulativos de docentes que trabajan en colegios con educación personalizada y no personalizada. Aunque existe una tendencia en los docentes de educación personalizada a conocer más materiales y ser preparados para el uso de materiales manipulativos.

Por tanto concluimos que el conocimiento, instrucción y utilización de los materiales manipulativos para la enseñanza de la geometría, según los docentes encuestados, depende del dominio docente y no del tipo de colegio en el cual se desempeñan, por lo tanto se podría creer que el uso de materiales manipulativos en el aula es un organizador del currículo que depende de la formación profesional de los docentes y de la profesionalización que cada uno desarrolle a lo largo de su vida.

4.4 Grado de utilidad del material manipulativo en colegios con distinta metodología de enseñanza

En este análisis incluimos los resultados que dan respuesta al objetivo específico N° 4 del estudio, que trata sobre la distinción del grado de utilidad del material manipulativo en los tres momentos de la clase: pre-instruccional, co-instruccional y post-instruccional.

A continuación mostramos los resultados según colegios con distinta metodología de enseñanza.

4.4.1 Colegios con educación personalizada

Tabla 4.9

Docentes de colegios con Educación Personalizada

	Per1	Per2	Per3	Per4	Promedio
MU-PRI	4	3	2	1	3
MU-COI	5	5	5	4	5
MU-POI	5	4	3	4	4

Para los docentes de colegios con Educación Personalizada, algunos materiales son utilizados siempre (5 aprox.) para el momento co-instruccional. Sin embargo suelen utilizarlo a veces (3 aprox.) para el momento pre-instruccional y generalmente (4 aprox.) para el momento post-instruccional.

4.4.2 Colegios con educación no personalizada

Tabla 4.10

Docentes de colegios con educación no personalizada

	NP1	NP2	NP3	NP4	NP5	NP6	NP7	NP8	NP9	NP10	NP11	NP12	Prom
MU-PRI	2	2	4	5		5	2	5		2	2	3	3
MU-COI	5	3	4	5	5	5	4	5	4	5	4	5	5
MU-POI	5	3	5	5		5	2	4		2	4	5	4

En los colegios con educación No Personalizada, los docentes utilizan los materiales en los distintos momentos de la clase, en la misma medida que los docentes de colegios con Educación Personalizada.

4.4.3 Síntesis de resultados de colegios con y sin educación personalizada

Tabla 4.11

Resumen de promedios para establecimientos de educación personalizada y no personalizada

	Educación Personalizada	Educación no Personalizada
MU-PRI	3	3
MU-COI	5	5
MU-POI	4	4

Como se puede observar en la tabla 4.10, no existen diferencias con respecto al grado de utilidad en el material manipulativo, en los distintos momentos de la clase mencionados por Corbalán.

- **Conclusiones**

En ambos tipos de colegios, existe un mayor uso de los materiales en el momento co-instruccional, es decir durante el desarrollo de la clase, para conducir a la interiorización de un aprendizaje, conociendo o desarrollando ciertos conceptos.

En menor grado, es utilizado el material manipulativo para introducir un concepto, o como elemento motivador, ya que a veces (3) es utilizado para el momento pre-instruccional.

Generalmente el material manipulativo es utilizado para reforzar o para evaluar un concepto o conocimiento, es decir en el momento post-instruccional.

Este resultado puede indicar, que los docentes están más preparados para desarrollar conceptos o conocimientos, por medio del uso de materiales manipulativos. Sin embargo, se puede observar que el promedio del momento co-instruccional difiere sólo en 1 grado con respecto al post-instruccional.

Finalmente, podemos decir que, “*ocasionalmente*” sólo aparece en los momentos pre-instruccional y post-instruccional, como dato de docentes en particular y no como promedio de ellos. En cambio “*nunca*”, sólo aparece en el momento pre-instruccional en colegios con Educación Personalizada.

4.5 Otros análisis

Tabla 4.12

Importancia que los docentes le dan al uso del material manipulativo en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática

Consideraciones generales	1	2	3	4	5	Promedio	DT	Moda
Es importante el uso de MM en clases de geometría	0	0	0	1	15	4,94	0,24	5
El MM construido por los alumnos es más útil que el comercial	0	1	1	8	5	3,94	1,09	4
El MM construido por los alumnos es más útil que el construido por los docentes	1	1	4	9	1	3,50	0,94	4
El MM no distrae la atención de los alumnos	2	2	4	3	4	3,33	1,35	5
El MM construido por los profesores es más útil que el comercial	3	1	6	2	4	3,19	1,38	3
El MM es útil para el entretenimiento de los alumnos	2	1	6	1	6	3,50	1,37	3
El MM no es útil para enseñar matemáticas	13	1	0	0	2	1,56	1,32	1
El MM casero no sirve para	12	0	0	3	1	1,81	1,42	1

utilizarlo en clases									
El MM sirve para generar conocimiento	0	0	1	1	14	4,81	0,53	5	
El MM es de gran utilidad para trabajar con alumnos que tienen problemas de aprendizaje	0	0	0	1	14	4,93	0,25	5	
El MM comercial es más útil que el casero	4	2	6	3	1	2,69	1,21	3	
El MM sirve para distraer a los alumnos que ya terminan el trabajo en clases	3	3	7	1	2	2,75	1,20	3	
El MM es útil para los alumnos con mayor nivel de aprendizaje	2	4	2	3	5	3,31	1,45	5	
El MM no es necesario para el aprendizaje	12	1	0	0	2	1,60	1,36	1	
El MM sólo sirve para hacer clases entretenidas y motivadoras	8	3	4	1	0	1,88	0,99	1	
El MM es una herramienta necesaria para el aprendizaje matemático	0	0	0	3	13	4,81	0,39	5	
El MM sólo sirve para distraer a los alumnos	14	1	1	0	0	1,19	0,53	1	

De la tabla anterior podemos destacar las siguientes consideraciones:

- 15 docentes (93,75%) están “totalmente de acuerdo” en que es importante el uso de materiales manipulativos en las clases de geometría.
- 14 docentes (87,5%) están “totalmente en desacuerdo” con que: el material manipulativo sirve sólo para distraer a los alumnos.
- 14 docentes (87,5%) están “totalmente de acuerdo” con que: el material manipulativo sirve para generar conocimiento y también, con que el material manipulativo es de gran utilidad para trabajar con alumnos que tienen problemas de aprendizaje.

4.6 Conclusiones generales y cuestiones abiertas

Hemos realizado un estudio exploratorio con objeto de identificar en qué estado se encuentra el dominio de materiales manipulativos y el grado de utilidad que demuestran algunos docentes chilenos. De esta forma obtuvimos información que nos permitirá continuar estudiando los materiales manipulativos y sus incidencias en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

De acuerdo con nuestros objetivos de estudio, se desprenden las siguientes conclusiones:

Objetivo 1

Los docentes encuestados sí conocen la mayor parte de los materiales manipulativos de los presentados en el cuestionario, lo que no supone una instrucción sobre el material o el uso de éste en el aula. Este hecho no influye en la calidad de la enseñanza y aprendizaje de la geometría, ya que conocer el material no indica que mejore el aprendizaje del alumno. Sin embargo, este organizador es una herramienta útil y necesaria a la hora del diseño, planificación y evaluación de unidades didácticas de un docente.

Objetivo 2

El grado de utilidad del material manipulativo de los docentes encuestados, no depende del tipo de establecimiento al cual pertenece, sino más bien a la enseñanza que han recibido en pre-grado o depende de los perfeccionamientos y profesionalización docentes que ellos han tenido. Así se desprende entonces, que lo importante no es el tipo de establecimiento, sino el nivel de conocimiento y preparación de los docentes en el material manipulativo.

Objetivo 3

No existen diferencias significativas en los indicadores del dominio del material manipulativo, en docentes que se desempeñan en distintos tipos de establecimientos, lo que complementa el objetivo anterior. La mayor diferencia se encuentra en el conocimiento del material manipulativo, en donde los docentes de colegios municipales sobrepasan a los docentes de colegios subvencionados.

Objetivo 4

No existen diferencias significativas en el grado de utilidad del material manipulativo, en docentes que se desempeñan en distintos tipos de establecimientos. La mayoría de los docentes encuestados dicen utilizar el material manipulativo en mayor grado en el momento co-instruccional y pos-instruccional y en menor grado en el pre-instruccional.

En síntesis, los materiales manipulativos forman parte del organizador del currículo denominado, *medios, materiales y recursos*, y debe ser una herramienta presente en la formación de docentes, tanto en su formación inicial, como en su profesionalización. Cuando decimos que debe estar presente en la profesionalización de un docente, nos referimos a que también los colegios, como parte importante en la formación continua de sus docentes, debe prepararlos continuamente, reforzando, incentivando y procurando el uso de todos los organizadores del currículo, así como los contenidos que deben ser objeto de estudio de cada nivel.

Por consiguiente, las universidades y los establecimientos educacionales que forma a los docentes, deben preocuparse por propiciar instancias de aprendizaje en que los alumnos interioricen conocimientos sobre los materiales manipulativos, ya que al mismo tiempo que la historia, la fenomenología, y otros organizadores del currículo, es necesario su dominio para el diseño, planificación y evaluación de unidades didácticas.

Debido a la sesgada muestra que hemos obtenido, es imposible generalizar los resultados a toda la población de docentes en Chile, pero como es un estudio de tipo exploratorio, la información es útil para seguir investigando en el tema y mejorar el cuestionario y los objetivos del estudio. También se pudo haber entrevistado a los docentes, para obtener datos cualitativos y complementar la información obtenida.

Por tal motivo se puede ampliar la investigación y seguir otras líneas como el manejo del material manipulativo en la sala de clase por un docente, por ejemplo: ¿De qué manera es utilizado el material en los distintos momentos de la clase?, ¿Cómo interviene el docente en sus clases con material manipulativo?, ¿Son sus objetivos de aprendizajes logrados por medio del material manipulativo?, entre muchos otros.

También se pueden estudiar las planificaciones reales de los docentes con materiales manipulativos, evidenciando lo que está diseñado con lo que realmente se hace en la sala de clases.

Otra línea de investigación puede ser centrada en el alumno, específicamente en el logro de aprendizaje por medio del material manipulativo, haciendo grabaciones de clases, observando la manipulación del material, comparando clases de un mismo contenido con y sin material manipulativo y luego evaluando los resultados, etc.

En un aspecto más cognitivo se puede poner el foco en el alumnado, preguntándonos cómo piensa, cómo observa, qué relaciones matemáticas descubre, qué formas de manipular tiene, que creencias y concepciones tiene sobre el material manipulativo y otros elementos cognitivos.

Finalmente, este estudio pone de manifiesto algunas debilidades, tales como el poco uso del material manipulativo en la enseñanza de la geometría, la falta de instrucción a los docentes sobre el material manipulativo como un organizador del currículo, o como parte fundamental en el diseño, planificación y evaluación de unidades didácticas. El estudio destaca también puntos fuertes como el conocimiento que tienen los docentes de la mayoría de los materiales presentados y el uso en un alto grado de los materiales manipulativos en los momentos co-instruccional y pos-instruccional de una clase.

Si bien podemos emprender otros estudios que permitan profundizar en la temática sobre el uso de materiales manipulativos, es importante destacar a la luz de las conclusiones de este estudio que el problema tratado requiere una mayor preocupación tanto por parte de los docentes como de los investigadores en Educación Matemática.

Referencias

- Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J. M^a. (1987). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Editorial Síntesis S.A.
- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. M^a. (1988). *Materiales para construir la geometría*. Editorial Síntesis S.A.
- Área, M., Parcerisa, A. y Rodríguez, J. (Coords) (2010). *Materiales y recursos didácticos en contextos comunitarios*. Ed: Grao.
- Arriagada, M^a. D. (1977). *Proyecto educativo colegio santa Cruz Santiago*. Hermana Dora María Arriagada Fernández.
- Canals, M. A. (1997). *La geometría en las primeras edades escolares*, Suma 25, pp. 31-44.
- Cañadas, María C.; Crisóstomo, E.; Gallardo, S.a; Molina, M.; Martínez-Santaolalla, M.J.; Peñas, M. (2005). *El papel como material didáctico en la construcción de la geometría plana*. En Sales, P.; da Veiga, C.; Balbuena, L.; García, S.; García, J. E.; Guerrero, S.; Moya, J. A. (Eds.), *Actas de las XII Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 973-977). Albacete: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.
- Cañadas, María C.; Crisóstomo, Edson; Gallardo, Silvia; Martínez-Santaolalla, Manuel José; Molina, Marta; Peñas, María (2007). *Construcción de un cubo con papel*. En FESPM, (Ed.), *Actas de las XII jornadas para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. XII JAEM* (pp. 707-712). Albacete: Servicio de Publicaciones de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.
- Carretero, Coriat y Nieto (1995). *Secuenciación, organización de contenidos y actividades de aula. Materiales curriculares para la ESO*, Junta de Andalucía, Consejería de Educación. Sevilla.
- Cascallana, M. T. (1988). *Iniciación de la Matemática. Materiales y recursos didácticos*. Madrid, Santillana.

- Castelnuovo, E. (1970). *Didáctica de la Matemática Moderna*. Madrid, Trillas.
Comisión Internacional para el estudio y mejora de la enseñanza de las matemáticas (1964). *El Material para la Enseñanza de las Matemáticas*. Madrid, Aguilar.
- Castro, E. y Castro, E. (1997). *Capítulo IV: Representaciones y modelización*, en La educación matemática en la enseñanza secundaria. Luis rico (coord.) Barcelona 1997.
- Castro, E. (2008). Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. Actas de la XII SEIEM. Badajoz. 113-140.
- Castro, E. (2009). *Didáctica de la matemática en la educación primaria*. Síntesis.
- Corbalán, (1994). *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Madrid, Síntesis.
- Coriat, M. (1997) Materiales, Recursos y Actividades: Un panorama. En Luis Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona, Horsori. pp. 155-178.
- Chamorro, M. C. (2003) *Didáctica de las matemáticas*. Pearson Prentice Hall. Madrid.
- Dankhe, G.L. (1986). Investigación y comunicación. En C. Fernández-Collado y G.L. Dankhe (eds), *La comunicación humana ciencia social* (pp. 385-454). México: McGraw-Hill.
- Faure, P. (1984). *Educación Personalizada*. En Nieves Pereira. (Ed.) Trillas, México 1984. P. 27.
- Figueras, O., Buenrostro, A., García, F., López, G. y Sáiz, M. (2001). *Diseño del proyecto: "Procesos de transferencia de los resultados de investigación al aula: el caso de bajo rendimiento escolar en matemática. Proyecto de investigación, modalidad grupal, co-financiado por el Colegio Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) (con clave G37301-S)*.
- Flores, P., Lupiáñez, J. y Marín, A. (2010). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas de secundaria y bachillerato*. Universidad de Granada. Thales-Cica 2007. Sin editar.
- González Marí, J.L. (2010) Recursos, material didáctico y juegos y pasatiempos: consideraciones generales. Revista *UMA, Didáctica de la Matemática*. En: <http://www.kindsein.com/es/2/80/147/>

- Gallardo, J., Quintanilla, V. y Mendoza, L. *Recursos y materiales didácticos para la enseñanza de las matemáticas.*
- García Hoz, V. (1988). *Educación Personalizada.* Grupo editor quinto centenario S.A. Bogotá.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemática de secundaria.* Universidad de Granada.
- Guillen, G., Figueras, O. y Corberán, R.M. (2006). Algunos resultados sobre la enseñanza de la geometría en primaria. Un estudio exploratorio en Aymerich, J.V y Vives, S.M. . (Eds.) (2006) *Matemáticas para el siglo XXI.* Castellón, Universitat Jaume I.
- Guillén, G. y Figueras, O. (2004). Estudio exploratorio sobre la enseñanza de la geometría en primaria. Elaboración de una encuesta, en Castro, E.; De la Torre, E. (eds.) (2004). *Investigación en Educación Matemática. Octavo Simposio de la Sociedad española de la Investigación en educación Matemática (S.E.I.E.M).* (pp. 219-228) A Coruña: Universidad de Coruña.
- Guillén, g. y Figueras, O. (2005). Estudio exploratorio sobre la enseñanza de la geometría en primaria. Curso taller como técnica para la obtención de datos, en Maz, A., Gómez, B., Torralbo, M. (eds) (2004). *Investigación en Educación Matemática. Noveno Simposio de la Sociedad Española de la Investigación en Educación Matemática (S.E.I.E.M),* (pp. 227-234) Córdoba, España.
- Hernán, F. y Carrillo, E. (1988) Recursos en el aula de matemáticas (nº 34) Síntesis. Madrid.
- Hernández, R. (1991) *Metodología de la investigación.* México, McGraw-Hill.
- Hernández, R., Fernández C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación.* México, McGraw-Hill.
- Lupiáñez, J.L. (2009). *Expectativas de Aprendizaje y Planificación Curricular en un Programa de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas de Secundaria.* Tesis doctoral. Universidad de Granada, España. Disponible en: <http://0-hera.ugr.es.adrastea.ugr.es/tesisugr/18504188.pdf>

Ministerio de Educación. *Bases curriculares 2012 matemática*. Disponible en:
http://www.mineduc.cl/index5_int.php?id_portal=47&id_contenido=13293&id_seccion=3264&c=10

Ministerio de educación, *Mapas del progreso educación básica y media*, Geometría.
Disponible en:

http://www.mineduc.cl/index5_int.php?id_portal=47&id_contenido=13293&id_seccion=3264&c=10

Ministerio de Educación. *Programas de Estudio*. Primaria (de 1° a 6° básica).

Disponible en:

http://www.mineduc.cl/index5_int.php?id_portal=47&id_contenido=13293&id_seccion=3264&c=10

Ministerio de Educación (SIMCE) (2010) *Resultados nacionales SIMCE (2010)*, disponible en octubre del 2011 en:
http://www.simce.cl/fileadmin/Documentos_y_archivos_SIMCE/Informes_2010/IN_2010_web_baja.pdf,

Montero, I. y León, O. (2007) *International journal of clinical and health psychology*, ISSN 1697-2600, [Vol. 7, N°. 3, 2007](#) , págs. 847-862.

Pereira, M.N (1981). *Educación Personalizada: Un proyecto pedagógico en Pierre faure*. México, Trillas.

Pérez, S. y Guillén, G. (2007). Estudio exploratorio sobre creencias y concepciones de profesores de secundaria en relación con la geometría y su enseñanza. En Bolea, P., Camacho, M. y Flores, P. (Eds), *Investigación en Educación Matemática. XI Simposio de la SEIEM* , pp. 295-305. Universidad de La Laguna. Tenerife.

Pérez, S. y Guillén, G (2009) *Planteamiento de un proyecto de investigación sobre la enseñanza de la geometría en secundaria a través de diferentes enfoques*. Utilización de un curso taller para la obtención de datos. Universidad de Valencia. España.

Prada M^a D., De Velasco, M^a. E. y Cabello, M^a. T. (1979) *El juego y el material didáctico en el aprendizaje de la matemática*. Departamento de Matemáticas y Ciencias de la Educación del I.E.P.S. Narcea, S.A. de ediciones Madrid.

- Puig Adam, P. (1958). El Material Didáctico Matemático Actual. Madrid, en *Revista de Enseñanza Media*, Ministerio de Educación Nacional.
- Rico (1997). *Bases teóricas del currículo de matemáticas de educación secundaria*. Síntesis.
- Rico (1997a). Los organizadores del currículo de matemáticas, en Rico, L. (coord.). La educación matemática en la enseñanza secundaria, pp. 39-59. Barcelona: Horsori.
- Rico, L.(1997c). Dimensiones y componentes de la noción de currículo. En L. Rico, (Ed.), *Bases teóricas del currículo de matemática en enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Barcelona: ice-Horsori.
- Rico, L. y Lupiáñez, J. (2008) Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular. Madrid, Alianza Editorial.
- Ruiz, N. (2009) Medios y recursos para la enseñanza de la geometría en la educación obligatoria. *Revista Electrónica de Didácticas Específicas*, nº3, (pp. Cv-cv)
- Segovia, I., Rico, L. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. En E. Castro (Ed.) (2001a). *Didáctica de la matemática en educación primaria* (pp. 83-104). Madrid: Síntesis.
- Szendrei, J. (1996). *Concrete Materials in the Classroom*. En A. J. Bishop et al. (Eds.) *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 411-434). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Tiana Ferre, A. y otros (2002). Historia de la educación (Edad contemporánea). Madrid: UNED.
- Yáñez J. M. y Valladolid V. (2011). *Materiales manipulativos en matemáticas, glosario para maestros sobre recursos y su didáctica*. Disponible el 11 de junio del 2011 en: <http://jomyanez.galeon.com/grz28glos.htm>.
http://joomla.bemal.es/index.php?option=com_easygallery&act=categories&cid=24&Itemid=82, junio 2011.

Índice de tablas y figuras

Índice de tablas

<i>Tabla</i>	<i>Página</i>
1.1 <i>Variación de resultados de 4° básico en 2010 en matemática, respecto a la evaluación anterior, según grupos socioeconómicos y dependencia administrativa</i>	12
1.2 <i>Porcentaje de estudiantes en cada categoría de Nivel de Logros en Geometría en el SIMCE del año 2010 y la descripción de cada Nivel</i>	13
3.1 <i>Sujetos participantes según tipo de colegio por dependencia administrativa y método de enseñanza</i>	44
3.2 <i>Libro de códigos para identificar las variables del estudio</i>	53
4.1 <i>Material manipulativo según experiencia.....</i>	56
4.2 <i>Utilidad del material manipulativo para distintos aspectos de la clase</i>	64
4.3 <i>Docentes de colegios municipales</i>	70
4.4 <i>Docentes de colegios particulares subvencionados</i>	70
4.5 <i>Resumen de promedios: colegios municipales y particulares subvencionados</i>	71
4.6 <i>Docentes de colegios con Educación Personalizada</i>	72
4.7 <i>Docentes de colegios con educación no personalizada</i>	72
4.8 <i>Resumen de promedios para establecimientos de educación personalizada y no personalizada</i>	73
4.9 <i>Colegios con educación personalizada</i>	74
4.10 <i>Docentes de colegios con educación no personalizada</i>	75
4.11 <i>Resumen de promedios para establecimientos de educación personalizada y no personalizada</i>	75
4.12 <i>Importancia que los docentes le dan al uso del material manipulativo en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática</i>	76

Índice de Figuras

<i>Figura 1: Esquema del extracto de clasificación de materiales, propuesta por Flores y otros (2010), de acuerdo a las necesidades de nuestro estudio</i>	19
<i>Figura 2: Esquema de la relación entre aspectos, que originan los descriptores y términos claves que sustentan nuestra investigación</i>	20
<i>Figura 3: Esquema de clasificación de materiales manipulativos según Flores y otros (2010)</i>	27
<i>Figura 4: Mapas del progreso de geometría</i>	31
<i>Figura 5: Esquema de etapas del marco metodológico</i>	40

Índice de Gráficos

<i>4.1 Cantidad de docentes que conocen el material manipulativo</i>	57
<i>4.3 Cantidad de docentes instruidos en algún material manipulativo</i>	59
<i>4.4 Cantidad de docentes que utiliza el material manipulativo en el aula</i>	60
<i>4.5 Relación de las variables con respecto a cada uno de los materiales manipulativos presentes en la encuesta.</i>	62
<i>4.6 Momento en que se utiliza el material manipulativo</i>	65
<i>4.7 Tipo de tarea o actividad en que es utilizado el material manipulativo</i>	67
<i>4.8 Tipo de aprendizaje</i>	68

