

UNIVERSIDAD DE GRANADA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA



*EL PROYECTO PISA EN LA INVESTIGACIÓN EN
EDUCACIÓN MATEMÁTICA. UN ANÁLISIS EN LA BASE DE
DATOS SCOPUS*

Trabajo Fin de Máster

Natividad Adamuz Povedano

Dirigido por los doctores

Isidoro Segovia Alex, José Luis Lupiáñez Gómez y Alexander Maz Machado

GRANADA, 2011

DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

EL PROYECTO PISA EN LA INVESTIGACIÓN EN
EDUCACIÓN MATEMÁTICA. UN ANÁLISIS EN LA BASE
DE DATOS SCOPUS

Trabajo Fin de Máster presentado por Natividad Adamuz Povedano para su
aprobación por el Departamento de Didáctica de la Matemática de la
Universidad de Granada.

Vo. Bo. de los Directores

Dr. D. Isidoro Segovia Alex

Dr. D. José Luis Lupiáñez Gómez

Dr. D. Alexander Maz Machado

Granada, Julio de 2011

A Juan, por ser el 50% de todo esto,
sin él hubiera sido imposible.

Y, por supuesto, a mis mayores
tesoros Juan y Javier.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado bajo la tutela de los doctores Isidoro Segovia Alex, José Luis Lupiáñez Gómez y Alexander Maz Machado, a quienes les agradezco su colaboración desde aquella primera vez que llamé a su puerta.

Agradezco enormemente a los doctores Alexander Maz Machado y Rafael Bracho López haber despertado en mí el gusanillo por la Didáctica de la Matemática, de su mano he descubierto mi gran pasión.

Agradezco a mi amiga Noelia su compañía, su apoyo y sus enseñanzas desde que empezamos el Máster de Secundaria, seguro que sin ti no hubiera sido lo mismo. En la recta final de este trabajo Alexander y tú habéis estado ahí de forma incondicional.

Agradezco a mis compañeros del Máster en Didáctica de la Matemática, en especial a Vero y Emilse, haberme dado unos meses estupendos en Granada, a pesar de tantos kilómetros, mereció la pena solo por haberos conocido.

Gracias Lourdes por tantas y tantas tardes con mis niños para que yo pudiera realizar un sueño.

Gracias tita Juani por tu respuesta inmediata a cada llamada de “te necesito”.

Baena, Julio de 2011.

Contenido

1	Introducción.....	11
1.1	Planteamiento del Problema.....	12
2	Marco Teórico y Conceptual	13
2.1	La visión de la Educación Matemática en PISA	13
2.2	La evaluación de la investigación	18
2.2.1	Marco general	18
2.2.2	Educación Matemática.....	20
2.3	Cienciometría	21
2.3.1	Leyes bibliométricas	23
3	Objetivos de la investigación.....	25
4	Metodología.....	25
4.1	Diseño de la investigación.....	25
4.1.1	Base de datos SCOPUS	26
4.1.2	Fases de la investigación.....	27
4.1.3	Definición de términos clave	29
4.2	Población y Muestra.....	30
4.2.1	Elaboración del listado de descriptores de Educación Matemática.....	31
4.2.2	Prueba piloto	37
4.2.3	Obtención de la muestra final de estudio.....	41
4.3	Variables utilizadas y procedimiento de medición.....	43
4.4	Instrumentos de recogida de datos	45
4.5	Tipo de Análisis de datos.....	46
5	Resultados.....	46
5.1	Bibliométricos	46
5.1.1	Producción diacrónica.....	46
5.1.2	Autores.....	48
5.1.3	Citaciones.....	48
5.1.4	Revistas	51
5.1.5	Idioma	54
5.1.6	Universidades.....	55
5.1.7	Palabras clave de los autores.....	56
5.1.8	Países.....	57
5.2	Leyes e indicadores bibliométricos	58

5.2.1 Ley de Lotka	58
5.2.2 Ley de Bradford	61
5.2.3 Grado de colaboración	65
5.3 Redes de colaboración.....	66
5.3.1 Universidades.....	66
5.3.2 Países.....	68
5.3.3 Autores.....	68
5.3.4 Descriptores	72
6 Conclusiones.....	78
6.1 Comprobación de los objetivos de investigación.....	78
6.2 Conclusiones generales, Limitaciones del estudio y posibles vías de continuación.....	80
7 Referencias bibliográficas	81
8 Anexos.....	86

Índice de Figuras

<i>Figura 1.</i> Técnica de muestreo empleada.....	31
<i>Figura 2.</i> Proceso de elaboración del listado de descriptores	32
<i>Figura 3.</i> Parámetros de búsqueda en SCOPUS	35
<i>Figura 4.</i> Clasificación artículos EMA en muestra piloto.....	38
<i>Figura 5.</i> Elección de la muestra definitiva (1980-2009)	43
<i>Figura 6.</i> Evolución de los artículos publicados por año (1980-2009).....	47
<i>Figura 7.</i> Distribución de citaciones	49
<i>Figura 8.</i> Distribución del número de citas por año.....	50
<i>Figura 9.</i> Ranking de citas vs ranking SJR, 2009	54
<i>Figura 10.</i> Distribuciones de las frecuencias observadas y esperadas tras la aplicación de la Ley de Lotka de poder inverso generalizado	60
<i>Figura 11.</i> Distribución Bradford de revistas Educación Matemática que publican sobre PISA	63
<i>Figura 12.</i> Red de colaboración entre Universidades	67
<i>Figura 13.</i> Red de colaboración entre países	69
<i>Figura 14.</i> Mapa de subredes de colaboración entre autores	70
<i>Figura 15.</i> Red de colaboración entre autores podada	71
<i>Figura 16.</i> Red cocitación de mathematic literacy.....	73
<i>Figura 17.</i> Red de cocitación de competence.....	74
<i>Figura 18.</i> Red de cocitación de competence agrupada por temáticas	75
<i>Figura 19.</i> Fuentes disciplinares del currículo	76
<i>Figura 20.</i> Red de cocitación Problem solving	77

Índice de tablas

Tabla 1 <i>Consulta inicial enviada a expertos (consulta inicial #1)</i>	33
Tabla 2 <i>Nuevos descriptores de EMA añadidos</i>	33
Tabla 3 <i>Consulta base</i>	34
Tabla 4 <i>Consulta base #2</i>	36
Tabla 5 <i>Nueva consulta base (consulta #3)</i>	36
Tabla 6 <i>Nueva consulta base (consulta #3)</i>	37
Tabla 7 <i>Las 15 primeras revistas que publican exclusivamente artículos “no EMA”</i> ...	39
Tabla 8 <i>Las 15 primeras revistas con mayor porcentaje de artículos “no EMA” publicados</i>	39
Tabla 9 <i>Porcentajes de registros de EMA y no EMA en artículos aceptados tras el filtrado</i>	40
Tabla 10 <i>Porcentajes de registros de EMA y no EMA en artículos rechazados tras el filtrado</i>	40
Tabla 11 <i>Listado de descriptores de Educación Matemática</i>	41
Tabla 12 <i>Descriptores PISA obtenidos por triangulación con expertos</i>	42
Tabla 13 <i>Descriptores PISA medidos en la base ad hoc</i>	42
Tabla 14 <i>Variables definidas</i>	44
Tabla 15 <i>Producción diacrónica (1980-2009) de los 418 artículos</i>	47
Tabla 16 <i>Número de artículos por autor</i>	48
Tabla 17 <i>Número de citas por año</i>	50
Tabla 18 <i>Revistas con más artículos publicados</i>	51
Tabla 19 <i>Ranking de citación y ranking de factor de impacto de las revistas</i>	52
Tabla 20 <i>Idioma de los artículos</i>	54
Tabla 21 <i>Ranking de las 25 universidades más productivas</i>	55
Tabla 22 <i>Palabras clave de los autores de la muestra de estudio</i>	56
Tabla 23 <i>Producción científica por países</i>	58
Tabla 24 <i>Número de autores según el número de artículos publicados</i>	59
Tabla 25 <i>Distribución de los mínimos cuadrados de los datos observados</i>	59

Tabla 26 <i>Datos obtenidos mediante aplicación de la Ley de Lotka de poder inverso generalizado</i>	59
Tabla 27 <i>Prueba de ajuste Kolmogorov-Smirnov de la distribución de la producción de los autores</i>	61
Tabla 28 <i>Distribución en orden de productividad decreciente de artículos de revistas periódicas sobre PISA (Según modelo de Bradford)</i>	62
Tabla 29 <i>Distribución de las zonas Bradford</i>	63
Tabla 30 <i>Porcentajes del número de revistas y de artículos publicacados de cada zona de Bradford</i>	64
Tabla 31 <i>Nombre de las publicaciones de la zona 0 o núcleo de Bradford</i>	64
Tabla 32 <i>Nombre de las publicaciones de la zona 1 de Bradford</i>	65
Tabla 33 <i>Distribución del número de artículos según el número de firmas</i>	65
Tabla 34 <i>Listado de descriptores de cocitación de problem solving</i>	86

1 INTRODUCCIÓN

En los últimos años, diversos proyectos de evaluación han mostrado indicadores del rendimiento en matemáticas de los escolares, poniendo de manifiesto, en muchos casos, unas importantes carencias formativas. Entre estos proyectos se encuentran el estudio TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) de la *International Association for the Evaluation of Educational Achievement* (IEA), o a partir del año 2000, el proyecto PISA (*Programme for International Student Assessment*), que consiste en un conjunto de pruebas estandarizadas que se realizan cada tres años en las que se evalúa la competencia lingüística, la matemática y la científica en los estudiantes de 15 años de los países miembros de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), que es el organismo encargado de realizar dicho estudio.

Los resultados que genera el proyecto PISA, que tienen un notable impacto mediático (Recio y Rico, 2005), deberían tener un reflejo en la investigación en Educación Matemática, ya que su principal finalidad es dar a conocer unos indicadores de calidad de los sistemas educativos (Blanco y Rico, 2011; Rico y Blanco, 2011), que se tendría que traducir en una mejora del rendimiento de los estudiantes en Matemáticas. Para ello, sería conveniente realizar investigaciones en Educación Matemática en los campos de interés encaminados a solventar las carencias que se ponen de relieve en las conclusiones de los sucesivos estudios PISA. Además, el propio desarrollo del marco teórico del proyecto, ha enfatizado una revisión de la finalidad de la educación matemática, un modo de entender las matemáticas escolares y una forma de concebir y mostrar el aprendizaje que han tenido un fuerte impacto en varios currículos internacionales, incluyendo el caso español (Rico, Díez, Castro y Lupiáñez, 2011; Rico y Lupiáñez, 2008).

La finalidad de este trabajo es explorar, analizar y describir los posibles vínculos entre los resultados de las evaluaciones PISA y la investigación en Educación

Matemática. No se trata únicamente de comprobar si existe un aumento en el número de investigaciones en Educación Matemática relacionadas con el marco teórico o los resultados de PISA, sino también de valorar otros factores relacionados con las mismas además de verificar si éstos constituían ya un foco prioritario para la investigación en Educación Matemática antes de la aparición de dicho estudio.

El análisis y la evaluación de la investigación científica son aspectos que se utilizan para apreciar resultados tanto individuales como colectivos, para determinar la calidad y eficacia de los programas de investigación o para precisar los resultados de los organismos encargados de ello, como son las universidades. No en vano, en los últimos tiempos, existe un interés creciente por conocer la producción científica en diversas áreas de conocimiento y entre ellas, está la Educación Matemática. Este hecho enfatiza el interés de esta investigación.

Para analizar y evaluar la investigación científica, es precisamente la Cienciometría uno de los campos disciplinares que brinda los métodos que ayudan en esta difícil tarea, y la Bibliometría la herramienta que posibilita el estudio, análisis y evaluación de la ciencia a través de sus publicaciones. La Bibliometría utiliza determinadas técnicas cuantitativas que permiten obtener unos indicadores bibliométricos de un campo científico o institucional y posibilitan la evaluación de la productividad de los investigadores, los grupos de investigación y las propias instituciones de investigación, entre otros (Maz, Torralbo, Vallejo y Fernández Cano, 2007).

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se pretende determinar cuál es la investigación internacional en Educación Matemática relacionada con los aspectos que engloba PISA a través de un análisis cuantitativo mediante la revisión de los artículos científicos indexados en la base de datos SCOPUS durante un periodo de 30 años, de 1980 a 2009 y determinar el impacto de los resultados de PISA en el posible aumento de la producción científica en los temas relacionados con dicho estudio.

Por tanto, el problema se centrará en responder a cuestiones como:

¿Cuáles son los indicadores cuantitativos y conceptuales que caracterizan a los artículos científicos sobre Educación Matemática? ¿Existen vínculos entre los campos o áreas de investigaciones en Educación Matemática y los aspectos evaluados

en las pruebas PISA? ¿Se ha incrementado la investigación científica internacional en Educación Matemática en los aspectos relacionados con PISA en el periodo comprendido entre 1980 y 2009? ¿Responde, en definitiva, la producción científica analizada a los patrones establecidos por la cienciometría?

2 MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

En el desarrollo del marco teórico se presentan los tres pilares en los que se fundamenta nuestro trabajo, a saber: la visión de la educación matemática en PISA, la importancia y necesidad de la evaluación en la investigación y de la Cienciometría, como nuestra principal herramienta de trabajo.

2.1 LA VISIÓN DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN PISA

La OCDE es una organización internacional compuesta, actualmente, por 34 países cuyos fines son apoyar el desarrollo económico sostenible, incrementar el empleo, elevar los niveles de vida, apoyar el desarrollo económico de otros países y contribuir al crecimiento del comercio mundial, entre otros.

Una de las estrategias que pone en juego la OCDE para llevar a cabo estos fines es la de recoger información y promover estudios comparativos entre los países miembros, uno de estos estudios es el proyecto PISA. Con este estudio se pretende mostrar una serie de indicadores que muestran la calidad de los sistemas educativos de los países miembros, a través de la medición del rendimiento de los escolares en comprensión lectora, competencia matemática y competencia científica; esto se conoce como alfabetización de los escolares. Este término se elige para destacar el carácter funcional sobre el que se sustenta el marco curricular de PISA (Rico, 2006).

Es importante destacar que estos indicadores educativos proporcionan información sobre los conocimientos y destrezas necesarias para participar en la construcción activa del proyecto de vida de los escolares y no en términos del currículo convencional.

PISA pretende medir el grado de alfabetización matemática de los estudiantes al finalizar la etapa de educación obligatoria. Según la OCDE por alfabetización matemática se entiende:

La aptitud de un individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, alcanzar razonamientos bien fundados

y utilizar y participar en las matemáticas en función de las necesidades de su vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (OCDE, 2004, p. 28).

El marco matemático del proyecto PISA se sustenta en el hecho de que el objetivo básico de los sistemas educativos de cada país es que todos los estudiantes aprendan a *matematizar*. Este proceso de matematización se lleva a cabo en tres fases: *matematización horizontal* o proceso de trasladar el mundo real al matemático y *matematización vertical* o emplear herramientas matemáticas para resolver el problema y en una tercera fase se debe reflexionar para interpretar los resultados y validar el proceso (Rico y Lupiáñez, 2008). En el proyecto PISA esta actividad se asocia a la resolución de problemas (Pajares, Sanz y Rico, 2004; Rico, 2004). Hay que destacar que el marco de PISA ha tenido una gran relevancia en las matemáticas curriculares de cada país, en concreto, en España, en el trabajo de Caraballo, Rico y Lupiáñez (En prensa), se pone de manifiesto la presencia de este marco en el currículo español y en las pruebas de diagnóstico.

El objetivo de la evaluación PISA consiste en conocer en qué medida los estudiantes de 15 años activan sus conocimientos y competencias para resolver los problemas que se le exponen en las pruebas. Conscientes de la dificultad de realizar esto en una prueba escrita, los responsables del estudio han elaborado un conjunto de ítems que evalúan diferentes partes de este proceso, teniendo en cuenta tres variables o dimensiones:

- El *contenido matemático* al que se refieren los problemas o tareas propuestas.
- Las *competencias* o *procesos* que deben activarse para conectar el mundo real, de donde surge el problema, con las matemáticas que se deben utilizar para su resolución.
- Las *situaciones* y los *contextos* utilizados como fuente de materiales y de estímulos y en los que se localiza el problema.

En todos los ítems del proyecto PISA están presentes estas tres variables (Rico, 2007).

Contenido matemático

Al igual que otras disciplinas, las matemáticas tienen una forma de agrupar sus contenidos. Tradicionalmente, en la escuela se ha organizado en grandes tópicos: álgebra, aritmética, geometría y otros, de modo que esta clasificación facilita un

desarrollo estructurado de los programas escolares. Pero los fenómenos del mundo real son difíciles de encuadrar en uno de esos tópicos, es por ello que el proyecto PISA, después de barajar distintas posibilidades de organización del contenido matemático se decanta por agruparlo en cuatro grandes ideas (OCDE, 2004) que cumple con las premisas de respetar el desarrollo histórico, cubrir el dominio y contribuir a la reflexión. Estas categorías son:

- *Cantidad*: Destaca la necesidad de cuantificar el mundo, abarca los fenómenos numéricos, relaciones, patrones cuantitativos y sobre todo el razonamiento cuantitativo.
- *Espacio y forma*: Es muy importante ser conscientes de cómo vemos las cosas y por qué las vemos así, ello implica buscar similitudes y diferencias en los componentes de las formas, entender las relaciones entre las formas y las representaciones visuales y comprender las posiciones de los objetos y sus posiciones relativas.
- *Cambios y relaciones*: En nuestro entorno hay infinidad de relaciones temporales y permanentes entre los fenómenos, algunos de estos procesos de cambio se pueden describir y modelar mediante funciones matemáticas. Al igual que las relaciones que pueden representarse con diversidad de sistemas, símbolos, gráficas, tablas y dibujos geométricos.
- *Incertidumbre*: Incluye los tópicos de tratamiento de datos y azar. En este bloque destacan por su importancia la recolección de datos, el análisis de datos y sus representaciones, la probabilidad y la inferencia.

Con estas cuatro categorías el contenido de matemáticas se organiza en un número de áreas suficiente, que aseguran que las tareas utilizadas para la evaluación tienen un tratamiento suficiente a lo largo del currículo pero, al mismo tiempo, en número no muy amplio que evite una división excesiva (Rico y Lupiáñez, 2008, p. 132).

Competencias

En las traducciones de los informes PISA se distinguen cuatro significados distintos sobre la noción de competencia, hecho que pone de manifiesto, según Rico (2007) la cantidad de matices con los que se está trabajando y la precaución que hay que

tener a la hora de interpretar los resultados en función de esos matices precisamente. Así podemos distinguir:

- I. Competencia como dominio de estudio, que es lo que equivale a alfabetización matemática.
- II. Competencias (en plural) como conjunto de procesos generales que deben ponerse en práctica al resolver problemas matemáticos. Establece ocho competencias matemáticas propias del proceso de matematizar que son: pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas, representar y, por último, utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.
- III. Competencias refiriéndose a la forma en que se ponen de manifiesto para responder a distintos tipos y niveles de demandas cognitivas ante diversos problemas matemáticos, estableciéndose tres niveles: un primer nivel de reproducción, un segundo nivel de conexiones y un tercer nivel de reflexión.
- IV. Nivel de competencia de los estudiantes que se determina empíricamente y se representa en una escala.

Pero si se analiza la versión inglesa del informe PISA (OECD, 2003) nos encontramos con que no hay cuatro significados para el término “competence” que sería la traducción literal de competencia (Puig, 2008), veamos cada uno de los cuatro casos:

- a. Lo que la versión castellana denomina competencia matemática en la versión original se llama “mathematical literacy”. Según Puig el término literacy implica algo más que la traducción literal de alfabetizado (capacidad de leer y escribir), de hecho en los sucesivos documentos de PISA se ha ido pasando del término de alfabetización matemática a competencia matemática (Rico, 2006), pero Puig piensa que una traducción más acertada hubiera sido “cultura matemática” de modo que se hubiera evitado acumular otro significado más en el término competencia.
- b. El segundo significado aparece en inglés como “competencies” y se usa en el mismo sentido que la traducción castellana; elementos de la competencia matemática o competencias matemáticas.
- c. La versión inglesa agrupa ese conjunto de ocho competencias en tres conjuntos de acuerdo a la demanda cognitiva exigida al resolutor: “reproduction clusters”,

“connections cluster” y “reflection cluster”, que tienen el mismo sentido que se le da en la traducción castellana.

- d. En la versión inglesa no se usa el término “competence” cuando se habla de lo que se evalúa sino que usa “performance”, ni para los niveles en que se clasifica a los estudiantes en función de sus respuestas para lo que usa “proficiency”. Según afirma Puig, aunque una de las acepciones del diccionario para la palabra “proficiency” es competencia, en el texto inglés del informe PISA han procurado distinguir conceptualmente entre “proficiency” y “competence”. Puig sugiere otras traducciones, que a su entender, son más apropiadas:

Si adoptamos la palabra castellana “pericia” para traducir “proficiency”, podemos conservar esa diferencia conceptual entre “competence” y “proficiency”, y decir, como en el texto inglés, que la agrupación de las actuaciones (performances) en niveles de pericia (proficiency) se hizo sobre la base de las competencias (competencies) subyacentes, o que la competencia (competence) se actualiza en un conjunto de actuaciones (performances), que se evalúan y permiten establecer niveles de pericia (proficiency) en las actuaciones (performances) (Puig, 2008, p. 96).

Puig quiere destacar que las distintas palabras subrayan la diferencia conceptual y el uso de la palabra competencia en la expresión nivel de competencia, por ejemplo, borra la diferencia. Y afirma que esta cuestión de la traducción de los términos no es algo exclusivo de la castellana, sino que se observan también en la versión francesa y en la alemana.

Nos ha parecido interesante mostrar este análisis de los términos ingleses porque de este modo podremos entender mejor posteriormente el porqué del listado de descriptores específicos de PISA que nos han dado los expertos en la materia. Aunque, más allá de su significado e interpretación, es innegable que la noción de competencia es central en el marco PISA.

Situaciones y contextos

La situación es la parte del mundo del estudiante en la que se sitúa la tarea; dependiendo de la distancia que haya entre el problema y las matemáticas implicadas en el mismo podemos decir que el contexto de la tarea es *intra-matemático*, cuando la tarea se refiere sólo a objetos matemáticos, es lo que podríamos definir como un problema

científico puro y diremos que es *extra-matemático* cuando las matemáticas son el medio, es decir, influyen en la solución y en la interpretación de la tarea, pero hay implícito algo más con la interpretación. En el proyecto PISA se prefiere utilizar este segundo tipo de problemas para la evaluación ya que son más fáciles de encontrar en la vida cotidiana de los estudiantes.

Aunque los responsables del proyecto PISA no mencionan la fenomenología como un organizador relevante en el diseño y selección de las tareas, está claro que la situación es una de las variables que se utiliza para dar significado a dicha tarea, luego podemos decir que el análisis fenomenológico está incluido en el marco teórico de PISA. Se distinguen tres tipos de situaciones:

- *Situaciones personales*, relacionadas con la actividad diaria de los estudiantes
- *Situaciones educativas* o laborales que encuentran los estudiantes en su entorno escolar o laboral
- *Situaciones públicas* que se refieren a una comunidad más amplia y que permite a los estudiantes observar algún aspecto concreto de su entorno

El marco teórico expuesto tiene su validación empírica con el análisis de los datos de la aplicación de las pruebas, a la vez que se extraen importantes conclusiones ya que nos muestran hechos como las desigualdades internas dentro de cada país lo que nos lleva al fin último de estos informes que, como dijimos al principio, era obtener unos indicadores que nos informen sobre equidad e igualdad de oportunidades en cada caso, entre otros.

2.2 LA EVALUACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

2.2.1 Marco general

La actividad científica es algo inherente a la existencia de los centros modernos de investigación. Tal situación hace que el análisis y la evaluación de la investigación científica sean aspectos que se practican para apreciar resultados individuales y para determinar la calidad y eficacia de los programas de investigación o para precisar los resultados de los organismos encargados de ello, como son las universidades. Según el *Joint Committee on Standards for Educational Evaluation* (citado en Fernández-Cano, 1995) se entiende por evaluación de la investigación el enjuiciamiento sistemático de la valía o el mérito de sus resultados.

La evaluación de la investigación se ha convertido en el punto de partida de cualquier cambio de programa o asignación de recursos a los centros de investigación o departamentos que se quiera hacer.

Según el momento en el que se realice esta evaluación puede ser (Bracho, 2010):

- *Ex-ante*, que permite acercarse a la realidad económica, social, científica y tecnológica del objeto que se quiere analizar. Está indicada para los proyectos que se van a aprobar, por ejemplo.
- *Ex-post*, permite el análisis y la discusión de los resultados científicos y tecnológicos. Es el caso de una revisión por pares.
- *Proceso*, permite informar durante el proceso de implementación de un programa de investigación, esto hace que se puedan realizar cambios en función de los resultados de esta evaluación.

Dependiendo de la finalidad de la evaluación de la investigación (Vallejo, 2005) podemos considerar cuatro tipos de evaluación:

- *Evaluación por rendimiento de cuentas*, su objetivo es demostrar la calidad y validez de los resultados obtenidos para las entidades y organismos que las financian.
- *Evaluación como pauta de mejora*, pretende detectar aspectos de mejora e identificar logros.
- *Revisión por pares*, se basa en la opinión de expertos en la materia, por tanto son los que deciden si la investigación cumple los requisitos de calidad e interés en función de su finalidad.
- *Evaluación de la Ciencia*, pretende reflexionar sobre sí misma.

Según Moya-Anegón (2003) la visibilidad internacional de los trabajos científicos publicados es otro elemento esencial en los procesos de evaluación de la investigación que llevan a cabo organismos como la Agencia Nacional de Evaluación de la Calidad y Acreditación (ANECA), a nivel estatal, o la Agencia Andaluza de Evaluación (AGAE) a nivel autonómico, entre otros. Este hecho lleva consigo la idea de que visibilidad internacional y calidad del conocimiento científico son dos aspectos que van de la mano, de modo que al medir la visibilidad se está midiendo la calidad.

La importancia que se da en España a la evaluación de la producción científica en las revistas, queda manifiesta con la existencia de un grupo de investigación en el Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC) llamado “Grupo de Indicadores para la Evaluación de Publicaciones Científicas”. Los resultados obtenidos por este grupo a lo largo de los años han permitido realizar, a partir del análisis de citas, estudios sobre la estructura y los comportamientos de las distintas disciplinas científicas.

A nivel internacional basta mencionar al “Centre for Science and Technology Studies” de la Universidad de Leiden (Holanda), el cuál aplica diversas metodologías de evaluación a los resultados de investigación y determina criterios que constituyen un objeto de valor tanto de la reflexión teórica como para la investigación empírica. Los informes que emite este centro son tenidos en cuenta en los procesos evaluadores de instituciones científicas.

A modo de conclusión podemos decir que el uso que se hace de la evaluación de la investigación varía mucho en función de los autores, intereses o necesidades, en cualquier caso no es fácil elegir el tiempo y modo adecuados para hacerlo. Lo que sí queda claro es que la principal fuente de documentación para llevarla a cabo son la publicaciones en sus diferentes formatos sobre los que se pueden aplicar procedimientos métricos que se centren en los aspectos comunicativos de los resultados de la investigación más que en el contenido propio de la misma.

2.2.2 Educación Matemática

Según Rico y Sierra (citado en Rico, Sierra y Castro, 1999), la Educación Matemática es un conjunto de ideas, conocimientos, procesos, actitudes y, en general, de actividades implicadas en la construcción, representación, transmisión y valoración del conocimiento matemático que tienen lugar con carácter intencional.

La Educación Matemática es una parte esencial de los individuos como parte integrante de una sociedad, comprende desde la noción más elemental de cantidad hasta los procesos de deducción más complicados que pueden enseñarse en estudios superiores.

Podemos justificar la necesidad de la evaluación en Educación Matemática, además de por el interés que puede suscitar como disciplina científica, por el carácter social de la misma. Es lógico pensar que ya que la evaluación es una de las partes más

importantes de cualquier proceso educativo, la Educación Matemática también será susceptible de ser evaluada.

La preocupación por la calidad de la investigación en Educación Matemática ha sido una constante desde la aparición de este campo de investigación, pero uno de los problemas que se detectan al evaluar la calidad de una investigación es que no existen un consenso sobre el modo de establecer la calidad de dicha investigación en Educación Matemática (Maz y Torralbo, 2007). Otro problema es el hecho de que no existe un listado de descriptores específicos de Educación Matemática que permitan detectar con relativa facilidad la investigación en este campo. Por ambas razones pensamos que está justificada la pertinencia de este estudio.

2.3 CIENCIOMETRÍA

El gran ritmo de crecimiento que se está produciendo actualmente en el mundo de la investigación ha hecho que el interés de los países desarrollados en estas cuestiones vaya también en aumento. Es tal el volumen de información, y por tanto de conocimiento, que se genera que es necesario establecer como prioridad la estructuración de dicho conocimiento. Es en este hecho donde se encuentra el origen de la Cienciometría, en la necesidad de establecer metodologías adecuadas orientadas a favorecer esta labor.

La línea de investigación emprendida por la Cienciometría está desarrollando nuevos métodos y técnicas de investigación que permiten analizar sistemática y objetivamente muchos aspectos del pasado y del presente de la Ciencia dentro de cualquier campo disciplinar.

A través del análisis cuantitativo, se obtienen indicadores útiles para conocer el nivel de la actividad científica en determinadas instituciones o en ciertas disciplinas. Esto permite identificar tanto los puntos fuertes de un centro de investigación o un área científica, así como aquellos aspectos que requieren de medidas para su desarrollo y mejora. Es un hecho indiscutible que cada año el volumen de producción de la literatura científica se incrementa como resultado de la publicación de nuevos artículos, libros, tesis, normas e informes (Maz, Torralbo, Vallejo y Fernández-Cano, 2007).

En España existen trabajos previos que realizan esta evaluación de la ciencia mediante técnicas bibliométricas y que avalan el uso de las mismas como un referente objetivo para tal fin. Entre estos trabajos podemos mencionar el de (Bordons y Ariza,

2007) quienes realizan un análisis bibliométrico de la investigación española en el campo de las Matemáticas durante un periodo de seis años. Asimismo, la investigación odontológica española ha sido objeto de análisis tomando como base el *Science Citation Index* de 1974 a 2006 (Medina-Casabon, Fernández-Guerrero, Gil-Montoya y Fernández-Cano, 2008).

En el campo de la Educación, dentro del cual se enmarca la Educación Matemática, se han realizado análisis bibliométricos, para caracterizar la investigación española en trabajos como el de Fernández-Cano y Bueno (1999) en el que se hace un análisis de clústers de 41 estudios bibliométricos en educación, o el artículo en el que se estudian las principales publicaciones españolas en educación (Fernández-Cano y Bueno, 2002). También encontramos trabajos centrados en revistas de pedagogía como es el caso del trabajo de Gutierrez, Maz, Torralbo e Hidalgo (2011) de la revista *Bordón*.

En el ámbito internacional los estudios cuantitativos han sido utilizados para investigar aspectos relacionados con la Educación Matemática. En Brasil, (Fiorentini, 1993) analizó la producción científica de los postgrados en Educación Matemática durante los años 1971 a 1990 y en los Estados Unidos se han venido utilizando indicadores cuantitativos para estudiar los programas de doctorado en Educación Matemática (Reys y Kilpatrick, 2001, 2008) relacionándolos con aspectos sociales y educativos.

En España se han realizado diversos estudios centrados en las tesis doctorales españolas elaboradas en esta área de conocimiento (Torralbo, 2002; Vallejo, Fernández-Cano, Torralbo y Maz, 2007), así como trabajos centrados en revistas españolas de Educación Matemática (Bracho-López, Maz-Machado, Jiménez-Fanjul et al., 2011) o en los simposios de la SEIEM (Maz-Machado, Bracho-López, Torralbo-Rodriguez, Guitiérrez-Arenas y Hidalgo-Ariza, 2011). Por tanto, consideramos necesario, realizar el presente estudio centrándonos en la producción en investigación en Educación Matemática a través de las publicaciones en revistas científicas indexadas en una base de datos de reconocido prestigio internacional, como es SCOPUS para, por un lado, detectar la visibilidad de esta investigación y, por otro, cubrir esta deficiencia (no hay estudios previos realizados exclusivamente sobre esta temática).

Cabe destacar, que la Educación Matemática, es una ciencia social y como tal se deben utilizar las técnicas bibliométricas para la evaluación de su investigación con

prudencia. En este sentido, el trabajo de Rodríguez-Yunta y Abejón-Peña (2010) aporta sugerencias para mejorar este punto.

La investigación en Educación Matemática debería traducirse en un impacto en la mejora de los resultados académicos de los estudiantes en materias de matemáticas. Es por ello que este estudio pretende ver si existe un vínculo entre los resultados de las evaluaciones PISA en España y la investigación en Educación Matemática que se realiza en el mismo. Se trata de ver la relación entre la investigación educativa y la innovación en la práctica docente (Blanco y Rico, 2011; Rico y Blanco, 2011).

2.3.1 Leyes bibliométricas

Entre las leyes bibliométricas más usuales destacan la Ley de Lotka y la Ley de Bradford, las cuales describimos a continuación.

Ley de Lotka

La Ley de Lotka es una distribución de probabilidades discretas que describe el comportamiento de la productividad de los autores en determinados campos científicos del conocimiento. El significado de esta ley es que la mayoría de autores publican un número reducido de trabajos, mientras que la mayoría de los artículos son publicados por un número muy limitado de investigadores. Esta ley fue enunciada por primera vez por (Lotka, 1926).

Para verificar de la Ley de Lotka generalmente se aplica el modelo del poder inverso generalizado utilizando el método de los mínimos cuadrados propuesto por (Pao, 1985) y aplicando el test de ajuste Kolmogorov-Smirnov (K-S), como sugiere Urbizagástegui (2004) y ya aplicado en otros estudios sobre producción en Educación Matemática (Bracho-López, Maz-Machado, Jiménez-Fanjul et al., 2011; Bracho-López, Maz-Machado, Torralbo-Rodríguez et al., 2011; Maz-Machado, Bracho-López, Torralbo-Rodríguez et al., 2011).

La formulación del modelo es la siguiente

$$y_x = Cx^{-n} \text{ con } x = 1, 2, 3, \dots, x_{\max}$$

donde y_x es la probabilidad de que un autor publique x trabajos y C y n son los dos parámetros que han sido extraídos de nuestros datos y cuyas expresiones generales son:

$$n = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}, \text{ donde}$$

El valor absoluto de n se sustituye en la siguiente expresión para obtener el valor de C:

$$C = \frac{1}{\sum_{x=1}^{P-1} \frac{1}{x^n} + \frac{1}{(n-1)P^{n-1}} + \frac{1}{2P^n} + \frac{n}{24(P-1)^{n+1}}}$$

siendo, N= pares de datos observados; X= logaritmo decimal de x; Y = logaritmo decimal de y. Se toma a P = 20, siguiendo a Pao (1985), quien comprobó que el error residual es insignificante para este valor de P.

Ley de Bradford

La ley de Bradford es una de las principales leyes cuantitativas y pretende describir la distribución de la producción científica sobre un tema dado o materia. Bradford enunció su ley en 1948 y viene a decir que si dispusiéramos las revistas científicas en orden decreciente de productividad de artículos, podemos distinguir un ‘núcleo’ de revistas más específicas y consagradas, y varios grupos o zonas que contienen aproximadamente el mismo número de artículos que el núcleo, quedando definida la relación entre el número de revistas de cada zona y el núcleo como $1:n^1:n^2:n^3:\dots$, donde n es el llamado multiplicador de Bradford.

De esta manera, si dividiéramos el número total de revistas, ordenadas según lo comentado anteriormente, en zonas que contuvieran aproximadamente el mismo número de artículos (progresión aritmética de artículos), veríamos que el número de revistas de cada zona consecutiva aumenta en progresión geométrica (Bradford, 1948; Ruiz de Osma, 2006). El núcleo pues lo constituyen las revistas más prolíficas en la materia.

Al representar los datos gráficamente, se observará una zona curva correspondiente al núcleo y una zona lineal, ya que representamos el logaritmo decimal del número de revistas acumulado, que se corresponde con las sucesivas zonas Bradford (Pontigo y Quijano, 1977).

3 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

El objetivo general de esta investigación es analizar la presencia de investigaciones internacionales en los tópicos que evalúa PISA en el periodo comprendido entre 1980-2009 y el impacto que el proyecto PISA tiene en la misma, a través del estudio cuantitativo de las publicaciones en revistas indexadas en la base de datos SCOPUS. Para ello proponemos los siguientes objetivos específicos relacionados con la Educación Matemática:

- O1. Establecer un listado de descriptores que caractericen a un artículo científico como de investigación en Educación Matemática.
- O2. Comprobar si existe y, en su caso, cuantificar la producción científica relacionada o motivada por el proyecto PISA
- O3. Si existe, comprobar si la producción científica en Educación Matemática relacionada con PISA verifica las principales leyes bibliométricas.
- O4. Identificar y describir las redes de colaboración a nivel institucional y personal.
- O5. Identificar los investigadores más productivos del campo disciplinar en temas PISA
- O6. Identificar las instituciones más productivas en relación a PISA.

4 METODOLOGÍA

4.1 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

Esta investigación supone un estudio descriptivo-retrospectivo de la visibilidad de la producción científica en Educación Matemática, aunque en un principio será de carácter exploratorio. Nuestro estudio utilizará la metodología científica propia de los estudios cuantitativos, *metodología cuantitativa*, orientada a obtener información general a partir del análisis de casos individuales. Para ello se emplearán técnicas bibliométricas y análisis de redes sociales.

Podemos entender esta investigación como de tipo *inductivo* (Bizquera, 1989), tratando de obtener conclusiones generales sobre la investigación matemática a partir de las publicaciones en revistas científicas indexadas en SCOPUS.

Atendiendo a la naturaleza de los datos y su tratamiento estadístico, el estudio puede considerarse un estudio muestral basado en metodología cuantitativa propia de las ciencias físico-naturales.

El presente estudio puede entenderse como *ex post facto* (León y Montero, 1997), ya que por un lado, no permite el contraste de relaciones causales de manera determinista por no poder manipular la variable independiente, y por el otro, pone a prueba relaciones entre variables en una situación ya pasada.

4.1.1 Base de datos SCOPUS

SCOPUS es una base de datos multidisciplinar que aparece en el año 2004 distribuida por el Grupo Elsevier llamando la atención en el mundo de la información científica (Elsevier, 2004). El gran éxito de SCOPUS, en el relativamente corto tiempo de existencia, reside en que a través de una interfaz unificada proporciona consulta y acceso a referencias bibliográficas, bases de datos de patentes y consulta de contenidos científicos en la web. Es decir, en una misma consulta de SCOPUS nos da resultados de los tres principales tipos de fuentes de información que se utilizan actualmente en el mundo de la investigación (Codina, 2005).

Según los datos actualizados en abril de 2011, SCOPUS ofrece:

- Más de 18.500 títulos, de los cuales:
 - 17.500 títulos de revistas "peer-reviewed" de más de 5.000 editores.
 - Más de 1.800 títulos de revistas en acceso abierto.
 - 400 publicaciones comerciales.
 - 300 colecciones de libros.
- 44,4 millones de registros, de los cuales:
 - 23 millones incluyen referencias con cobertura temporal desde 1996.
 - 21 millones anteriores a 1996 que se remontan a 1823.
- 4,4 millones de comunicaciones de conferencias.
- 315 millones de páginas web científicas indexadas a través de Scirus (motor de búsqueda de contenidos científicos y académicos "For Scientific Information only").
- 24,4 millones de registros de cinco oficinas de patentes.
- Artículos aceptados, pendientes de publicación, de más de 3750 revistas.

Sus características y funcionalidad están diseñadas para apoyar y facilitar el trabajo de los investigadores, de entre ellas podemos destacar:

- Una interfaz sencilla e intuitiva.
- Enlaces a artículos de texto completo y otros recursos de la biblioteca.
- Identificador de autor de forma automática para que coincida con la investigación publicada del autor, incluyendo el índice h.
- Exportación de datos a través de administradores bibliográficos como RefWorks, EndNote y BibTeX.
- Identificador de afiliación para identificar de forma automática.
- Un sistema de seguimiento de las citas a tiempo real.
- Definir alertas.
- Guardar resultados de búsquedas y combinar esos resultados.

Podemos decir, entonces, que SCOPUS es algo más que una base de datos de texto completo con datos bibliográficos, como resúmenes e información de citas, que además integra resultados de la web. Para definirla de forma compacta podemos citar las palabras de sus creadores: “nueva herramienta multidisciplinar de navegación a través de la información científica”(Elsevier, 2004).

4.1.2 Fases de la investigación

Podemos resumir la metodología seguida en 5 fases de investigación:

(1º) acciones de *documentación*, (2º) consulta a expertos para la elaboración del listado de descriptores, (3º) obtención y organización de la información, (4º) análisis de la información y (5º) elaboración y difusión del trabajo final.

1ª FASE: Acciones de documentación

Supone la búsqueda de documentación bibliográfica de investigaciones sobre Educación Matemática, así como sobre producción científica tanto a nivel nacional como internacional, para ver el estado actual de la cuestión.

2ª FASE: Consulta a expertos para crear el listado de descriptores

Como se ha expresado antes, una de las principales tareas es determinar qué publicaciones son consideradas de investigación en Educación Matemática y para ello previamente se debe establecer un listado de descriptores de Educación Matemática que nos permita seleccionar los artículos que conciernen a nuestro ámbito de trabajo. A este respecto, y siguiendo la metodología propuesta por (Fernández-Cano y Bueno, 2002), se

realiza una consulta a expertos del área a través de correo electrónico para delimitar cuáles son estos descriptores. Se realizarán pruebas piloto con combinaciones de estos descriptores para validar su utilización o rechazarlos en su caso, obteniendo una consulta que nos permita recuperar los artículos de investigación en Educación Matemática.

3ª FASE: Obtención y organización de la información

Se utilizarán los descriptores definidos en la fase 2, para realizar las búsquedas en la base de datos SCOPUS.

Para su correcta depuración, esto es, que no incluyamos en el trabajo ninguna publicación que no sea de Educación Matemática, se procederá a un filtrado manual de los datos. Para este menester se recuperan las referencias completas (fichas completas) de cada uno de los registros seleccionados a un fichero plano para su tratamiento en una base de datos *ad hoc*.

Para obtener la muestra de artículos relacionados con PISA se hará una consulta a expertos españoles sobre los descriptores PISA, de modo que obtengamos un listado para aplicar sobre la muestra de artículos de Educación Matemática.

4ª FASE: Análisis de la información

Se aplicarán técnicas bibliométricas realizando un análisis cuantitativo con toda la información numérica resultante de la investigación.

Se establecerán varios niveles de análisis cuantitativo: productividad, grado de cumplimiento de la ley de Lotka (Bracho et al., 2010), índice de colaboración, distribución de autores por áreas, que se conoce como zonas Bradford (Gorbea, 1996), productividad por revistas y productividad a nivel institucional (Subramanyan, 1983).

Se tendrán en cuenta las variables operacionales y el procedimiento de medición que se detallan en el apartado “Variables utilizadas y procedimiento de medición”, así como los instrumentos de recogida del apartado “Instrumentos de recogida de datos”.

5ª FASE: Elaboración y difusión del informe final.

Redacción de un informe de síntesis enunciando los hallazgos obtenidos, las dificultades encontradas y las conclusiones generales del estudio.

4.1.3 Definición de términos clave

En este apartado definiremos algunos de los principales términos utilizados en el trabajo a saber:

Investigación educativa: Considerada como cualquier trabajo que, partiendo de unos objetivos o hipótesis y, recogiendo informaciones y datos mediante procedimientos válidos y fiables, permite obtener unas conclusiones tras el análisis exhaustivo de esos datos. Las investigaciones centradas en el ámbito específico de la educación poseen características que las inscriben en el campo general de las ciencias sociales o de las humanidades (Bracho, 2010).

Educación matemática: Es considerada por Rico, Sierra y Castro (Rico et al., 1999) como un conjunto de ideas, conocimientos, procesos y, en general, de actividades implicadas en la construcción, representación, transmisión y valoración del conocimiento matemático que tiene lugar con carácter intencional.

Bibliometría: Desde que se acuñó el término “bibliometrics” hace 30 años, son muy numerosas las definiciones que se pueden encontrar de este término sin posibilidad de llegar a un consenso tal y como explica Jiménez-Contreras (2000), aunque podemos estar de acuerdo en que es un conjunto de técnicas cuantitativas aplicadas al análisis de conjuntos documentales, sus productores y consumidores.

Cienciometría: Disciplina que utiliza técnicas de medición para evaluar el progreso de la Ciencia y su nivel de desarrollo, su impacto y relevancia en la sociedad. El término fue definido por Dobrov & Karennoi (citado por Jiménez-Contreras, 2005) como “medición de los procesos informáticos”, entendiendo por informática el estudio de la estructura y propiedades de la información científica y las leyes de los procesos de la comunicación científica

Análisis cuantitativo: Análisis para el estudio de la producción científica sobre un tópico determinado, basado en una serie de indicadores de producción y citación, como por ejemplo: nombre y número de autores, género de los autores, nombre y número de instituciones, número de citas, antigüedad de las citas, tipología de las citas, etc (Bracho, 2010).

Redes de colaboración científica: Trabajo en equipo de investigadores para lograr el objetivo común de producir nuevo conocimiento. Observando el aumento de los artículos cofirmados entre científicos e instituciones se llega a la conclusión de que

la colaboración es un prerequisite de la ciencia moderna (Perianes-Rodríguez, Olmeda-Gómez y Moya-Anegón, 2010).

4.2 POBLACIÓN Y MUESTRA

La población objeto de nuestro estudio está formada por todas las publicaciones sobre investigación en Educación Matemática publicadas en revistas científicas entre enero de 1980 y diciembre de 2009. Se ha tomado este rango de años con la intención de cubrir una distancia de tiempo suficientemente amplio antes y después del primer proyecto PISA, de modo que podamos detectar tendencias o patrones en la investigación internacional asociada con el marco del proyecto PISA.

Dado que es imposible considerar todas las publicaciones científicas que versen sobre Educación Matemática, se tomará una muestra representativa de las mismas.

Los motivos de esta imposibilidad son entre otros:

- Excesivo número de revistas científicas que podrían publicar artículos de Educación Matemática, en parte debido a que la Educación Matemática como ciencia tiene origen en disciplinas muy diversas recibiendo aportes de todas ellas. Lo que hace inmanejable tal volumen de información.
- La no existencia de un tesoro (lista cerrada de descriptores) específico de Educación Matemática.
- La subjetividad que siempre se dará al categorizar las publicaciones científicas como de Educación Matemática.

De modo que nuestra muestra la obtendremos de la descarga de la base de datos SCOPUS de todos los artículos de investigación consideramos como de Educación Matemática publicados en revistas indexadas en dicha base de datos, para ello utilizaremos el listado de descriptores de Educación Matemática que hemos elaborado tal y como se describe en el apartado 4.2.1. Una vez obtenida esa muestra, se realizará un filtrado sobre la misma utilizando una base *ad hoc*, con el que se pretende descartar los artículos que no sean de Educación Matemática. Y sobre esa muestra de artículos se aplicará el listado de descriptores específicos de PISA, facilitado por expertos en la materia, para determinar los artículos que tratan aspectos relacionados con el proyecto.

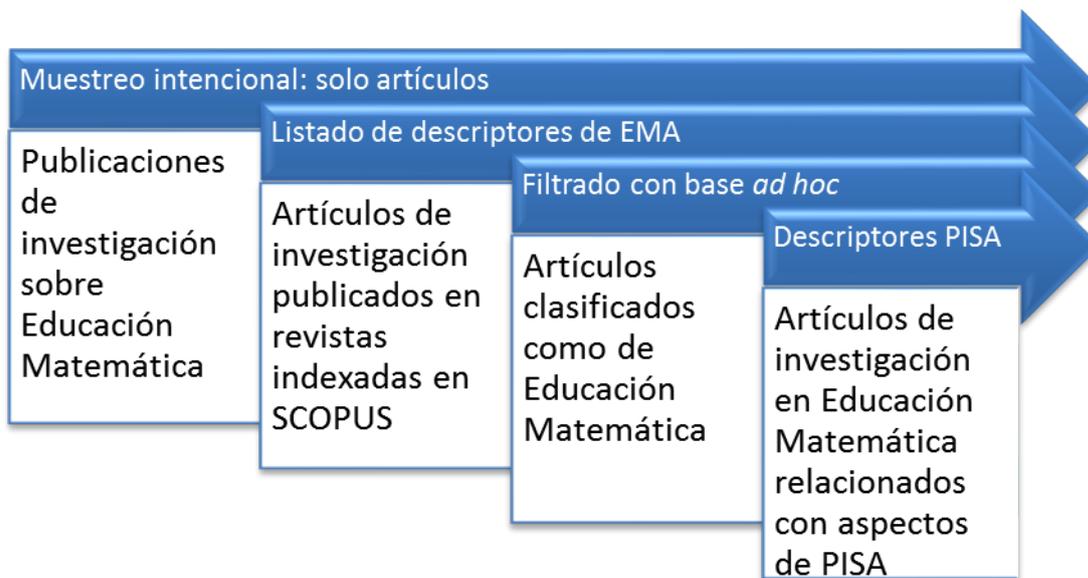


Figura 1. Técnica de muestreo empleada

4.2.1 Elaboración del listado de descriptores de Educación Matemática

Como comentábamos con anterioridad, uno de los principales inconvenientes a la hora de recuperar los artículos de investigación en Educación Matemática es caracterizarlos, esto es, establecer un conjunto de términos clave o descriptores que conjugados en consultas determinadas nos permita recuperar dichos artículos de cualquier base de datos, en nuestro caso SCOPUS. Además la recuperación deberá cumplir el requisito de recuperar prácticamente la totalidad de los artículos de Educación Matemática a la vez que introducir pocos artículos que no son de Educación Matemática.

Para ello seguiremos el esquema propuesto por Medina-López, Marín-García y Alfalla-Luque (2010), quienes desglosan el proceso de búsqueda de bibliografía en 5 fases, que concretadas a nuestro estudio serían:

1. Identificación del campo de estudio y periodo a analizar: Investigación en Educación Matemática, 1980-2009.
2. Selección de las fuentes: artículos de investigación.

3. Realización de la búsqueda: Búsqueda automática (SCOPUS) con los descriptores finales definidos en el proceso que detallamos a lo largo de este apartado.
4. Gestión y depuración de los resultados:
 - a. Prueba piloto para el filtrado de los resultados.
 - b. Recuperación de los artículos de Educación Matemática en nuestro periodo de estudio.
5. Análisis de los resultados.

Los puntos o fases 1 y 2, están concretadas y justificadas en la Introducción y Objetivos de la investigación. Dentro de la fase 3, realizamos la selección del tipo de búsqueda, en nuestro caso la base de datos SCOPUS que justificamos en apartados precedentes. En esta fase también se enmarca el proceso de selección de los descriptores que nos permitan recuperar los artículos de investigación en Educación Matemática a nivel internacional, y cuyo proceso detallamos con el diagrama de flujo mostrado en la Figura 2.

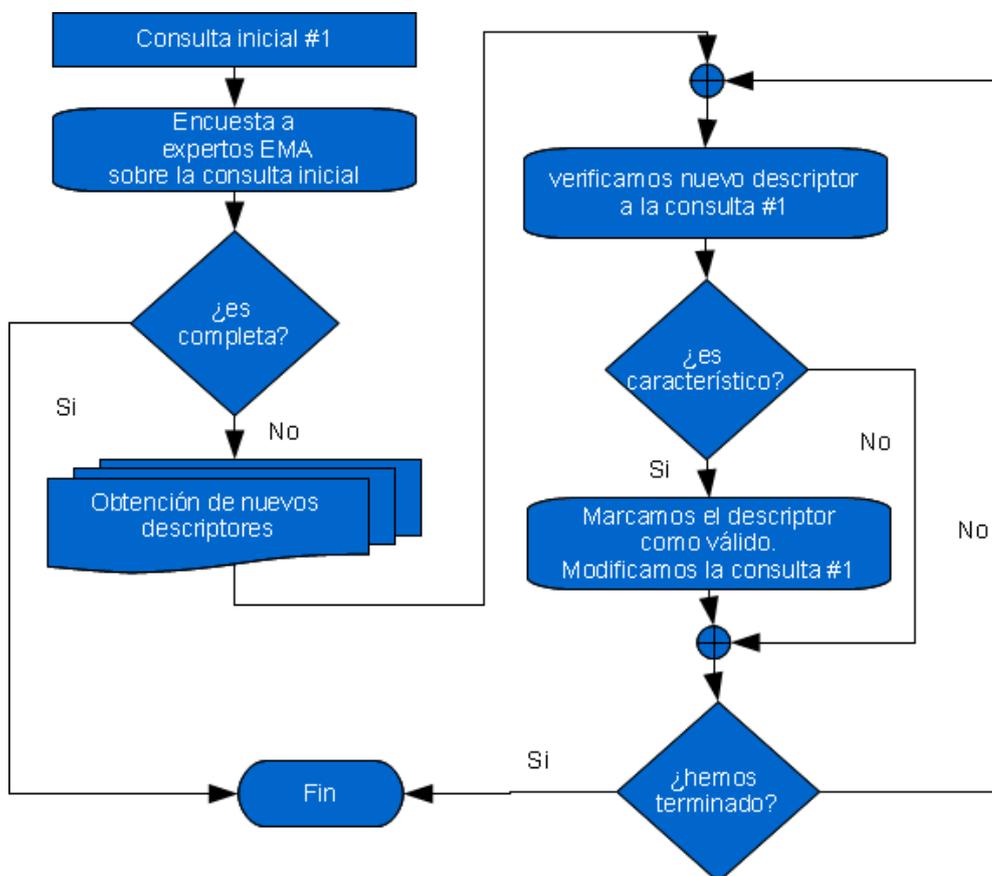


Figura 2. Proceso de elaboración del listado de descriptores

En primer lugar se presentan los descriptores propuestos en la consulta realizada a expertos del área para su evaluación y posterior modificación y/o ampliación (Tabla 1).

Tabla 1

Consulta inicial enviada a expertos (consulta inicial #1)

*Mathematic**

ligada a alguna de las siguientes palabras clave:

curricul, instruc*, history, educ*, learn*, textbooks, teach*, Assessment, Didactics, School, AIDS, student**

Los expertos consultados indicaron que la consulta inicial #1 era válida y cada uno sugirió algunos términos más. Todos estos términos añadidos se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2

Nuevos descriptores de EMA añadidos

Descriptores		
Problem solving	Calculus	number
Technology	CAS	opportunities to learn
Attitudes	Cognition and Affect	procedures
Class	communication	professional knowledge
classroom behaviour	competence	Proof
Cognitive	conceptions	Qualitative
Epistemology	learning difficulties	Research
Geometry	Manipulatives	Secondary
Primary	Manuales	Secondary prospective
Achievement	mathematical goals	mathamtics teacher
affective domain	mathematical knowledge	Skills
Algebra	mathematical modelling	Standars
Arithmetic	Methodology	Theory
Believes	Motivation	Understanding
		University

Se establecieron dos grandes grupos de categorías para organizar las combinaciones de los mismos en consultas y así poder evaluar su pertinencia, a saber:

- **Descriptores propios de Matemáticas:** mathemat*, Algebra, Analysis, Arithmetic, Calculus, Discrete mathematic, Geometry, Number, Probability, Statistic, Topology, Applied mathematic
- **Descriptores propios de Educación**

- curricul*, instruc*, history, educ*, learn*, teach*, Assessment, Didactics, School, student*, class, methodology
- Primary, secondary, university, Preschool, kindergarden
- Attitudes, classroom behaviour, cognitive, affective domain, believes, Cognition and Affect, communication, conceptions, learning difficulties, motivation, Epistemology, competence, Achievement
- opportunities to learn, procedures, professional knowledge, proof, qualitative, research, Secondary prospective mathematics teacher, skills, standars, theory, understanding
- technology, CAS, manipulatives, manuales, aids, textbooks
- problem solving, mathematical goals, mathematical knowlodge, mathematical modelling

Para la validación de los descriptores, se comenzó por una combinación pequeña de los mismos constituida por la consulta inicial #1 más algunos de los descriptores sugeridos (consulta base, ver Tabla 3).

Tabla 3
Consulta base

(mathemat* OR algebra OR Analysis OR arithmetic OR calculus OR Discrete mathematic OR geometry OR number OR Probability OR statistic OR Topology OR Applied mathematic)

AND

(curricul* OR instruc* OR history OR educ* OR learn* OR textbooks OR teach*OR Assessment OR Didactics OR School OR AIDS OR student*)

Esta consulta base se fue ampliando progresivamente, de forma sistemática y cíclica, añadiendo descriptores nuevos y analizando las nuevas aportaciones debidas exclusivamente a dichos descriptores, siguiendo el diagrama de flujo de la Figura 2.

Este proceso se lleva a cabo de la siguiente forma:

1. Se accede a la base de datos SCOPUS a través del portal de la universidad.
2. Se introducen las combinaciones de las palabras clave o descriptores en los campos de título, resumen y palabras clave. Esto es, el campo "TITLE-ABS-

KEY". Los operadores booleanos utilizados para combinar las palabras clave son: AND, OR y NOT.

3. No se establece rango de tiempo para la validación de los descriptores, aunque sí para las consultas piloto y para la descarga de la muestra. Esto es debido a que queremos obtener un listado de descriptores que nos caractericen cualquier artículo de investigación Educación Matemática independientemente del año de publicación.
4. Se selecciona como restricción que el tipo de documento sea artículo y que pertenezca al área de Ciencias Sociales, por ser éstos nuestro objeto de estudio.

Se muestra a continuación una captura de la interfaz de la base de datos SCOPUS con estos parámetros de búsqueda (Figura 3).

The screenshot shows the SCOPUS search interface with the following details:

- Search for:** (mathemat* OR algebra OR arithmetic OR geometry OR T in Article Title, Abstract, Keywords
- Limit to:**
 - Date Range (inclusive):** Published (selected) All years to Present
 - Added to Scopus in the last 7 days
 - Document Type:** Article
 - Subject Areas:**
 - Life Sciences (> 4,300 titles)
 - Physical Sciences (> 7,200 titles)
 - Health Sciences (> 6,800 titles. 100% Medline coverage)
 - Social Sciences & Humanities (> 5,300 titles) (checked)

Figura 3. Parámetros de búsqueda en SCOPUS

Como se observa la consulta (Tabla 3) liga la aparición de cualquiera de los descriptores propuestos propios de Matemáticas (primera fila) a cualquier descriptor propio de Educación (segunda fila).

La primera consulta arrojó más de 100.000 registros. Se detectó mucho ruido, realizando diferentes filtrados con la opción *refine results* de SCOPUS, lo que permitió identificar los términos sospechosos de introducir ruido. Posteriormente, se realizó una consulta exclusiva de estos términos (#A) que combinada con la consulta inicial (#B) determinó cuáles eran los artículos que introduce este término sospechoso. Esta consulta combinada (#A NOT #B) nos permite evaluar si esas aportaciones nuevas son realmente artículos de Educación Matemática o no, esto es, si el término sospechoso introduce

ruido y por lo tanto debe ser descartado. Este proceso descartar tres descriptores propios de Matemáticas, a saber: *analysis*, *calculus*, *number*. Estos términos son muy genéricos y por tanto ligados a cualquier término clave propio de educación, nos introduce en los resultados artículos que no son de Educación Matemática.

Mediante este mismo procedimiento, se excluyeron los siguientes términos por los motivos que a continuación se indican.

- *Discrete mathematic* y *Applied mathematic*. Por estar incluidos en el descriptor genérico *mathemat**
- *Statistic* y *Probability*. Debido a que el campo de la Educación en Estadística utiliza otros descriptores específicos distintos a los usualmente utilizados para Educación Matemática, como se pone de manifiesto en Ortiz (2010).

De esta forma, queda configurada la nueva consulta base que se muestra en la Tabla 4, que arrojó un total de 20.069 artículos.

Tabla 4
Consulta base #2

(*mathemat** OR *algebra* OR *arithmetic* OR *geometry* OR *Topology*)

AND

(*curricul** OR *instruc** OR *history* OR *educ** OR *learn** OR *textbooks* OR *teach** OR *Assessment* OR *Didactics* OR *School* OR *AIDS* OR *student**)

Tras un proceso similar al realizado anteriormente se detecta el descriptor que introduce el ruido, este es, **AIDS**.

De igual forma se procede con el término *school*, pero con resultados diferentes puesto que a pesar de introducir ruido, aproximadamente un 50% de un total de 615, este término caracteriza, además de manera exclusiva, a numerosos artículos de Educación Matemática que de otra forma no serían detectados.

Se comenzó a añadir a la segunda tanda de descriptores de la consulta base (Tabla 5), descriptores específicos de Educación, nuevos términos para su validación.

Tabla 5
Nueva consulta base (consulta #3)

(mathemat* OR algebra OR arithmetic OR geometry OR Topology)

AND

(curricul* OR instruc* OR history OR educ* OR learn* OR textbooks OR teach* OR
Assessment OR Didactics OR School OR student*)

Un caso de especial interés es el del descriptor *textbooks* que no introduce ningún artículo nuevo de Educación Matemática, es decir, constituye un término superfluo debido a que en todos los artículos en los que aparece, lo hace ligado a otros descriptores ya tenidos en cuenta. Se decide por tanto su exclusión.

Se continuó probando otros descriptores, de los cuales unos fueron rechazados o excluidos de la consulta, tal es el caso de *mathematical modelling*, *classroom behaviour*, *kindergarten*; y otros aceptados, como por ejemplo *assessment*, *class*. Así, se obtuvo la consulta base sobre la que se realizó la prueba piloto:

Tabla 6

Nueva consulta base (consulta #3)

(mathemat* OR algebra OR arithmetic OR geometry OR Topology)

AND

(curricul* OR instruc* OR history OR educ* OR learn* OR teach* OR Assessment
OR Didactic* OR School* OR student* OR goal* OR knowledge* OR classroom*
OR achievement OR competen* OR "problem solving" OR skill* OR PISA OR
TIMSS OR dyscalculia)

4.2.2 Prueba piloto

Una vez obtenido nuestra tentativa del listado definitivo de descriptores, el siguiente paso fue realizar una prueba piloto en un periodo de años reducido de nuestro rango de estudio. Para ello se decide escoger cuatro años repartidos dentro del rango de nuestro estudio para que esta muestra sea representativa de la población a lo largo del periodo de años estudiado. Así, los años escogidos para la prueba piloto son: 1980, 1989, 1999 y 2009.

Esto nos arrojó un total de 3641 artículos, como nos pareció una muestra demasiado amplia para revisar uno a uno, decidimos tomar, de forma aleatoria, la mitad

de registros de cada año. De esta forma nuestra prueba piloto la conforman 1820 artículos.

El análisis de los resultados arrojados por la base de datos en esta prueba piloto fue manual, analizando los artículos (Título, palabras clave y resumen), clasificando dichos artículos como de Educación Matemática, no Educación Matemática o dudosos. Para la clasificación final de los artículos dudosos se realizó un análisis más exhaustivo acudiendo a la fuente completa en la mayoría de los casos y clasificación por pares ciegos.

De este análisis se obtuvieron los datos reflejados en la Figura 4.



Figura 4. Clasificación artículos EMA en muestra piloto

De esta clasificación se observa que el porcentaje de ruido o falsos positivos, siguiendo la nomenclatura de Medina-López, Marín-García y Alfalla-Luque (2010), introducido asciende al 53,41% por lo que podemos optar por dos soluciones:

- a. Modificar la estrategia de búsqueda. Esto es, ver la conveniencia de modificar nuestro listado de descriptores EMA y/o la combinación de los mismos.
- b. Filtrar la muestra descargada en base a unos criterios establecidos.

Tras diversas pruebas mediante la modificación de la estrategia de búsqueda, descartamos esta opción debido al aumento de falsos negativos, esto es, artículos que conocemos como de Educación Matemática y son excluidos de la búsqueda. Debido a esto, nos decantamos por la opción b, dando por válida la estrategia de búsqueda y por tanto nuestro listado tentativo de descriptores de Educación Matemática.

Se trata de obtener un filtrado óptimo, que reduzca el ruido a un porcentaje asumible, de manera que no excluya prácticamente artículos de Educación Matemática y elimine prácticamente todos los artículos que no son de Educación Matemática. Una vez tengamos los criterios de filtrado bien definidos, se aplicaran a la muestra completa.

Para el filtrado, realizamos un análisis de los nombres de las publicaciones que tienen artículos que habíamos catalogado como de Educación Matemática, por un lado, y por otro los títulos de las publicaciones que tienen artículos que no son de Educación matemática. Calculamos la frecuencia de artículos en ambos casos.

Cruzando ambas tablas obtenemos 369 publicaciones (revistas) que exclusivamente publican artículos no clasificados como de Educación Matemática en nuestra muestra piloto (Tabla 7). Estas publicaciones las marcamos e incluimos en el listado de revistas a excluir. Del cruce de tablas anterior obtenemos un listado de títulos de revistas que publican tanto artículos EMA como no EMA, indicando la frecuencia de los mismos. Aplicamos el siguiente criterio, marcar como revistas a excluir las revistas que publiquen más o igual número de artículos no EMA que EMA, 66 en total (Tabla 8). De este proceso obtenemos un listado de 435 títulos de publicaciones a excluir.

Tabla 7

Las 15 primeras revistas que publican exclusivamente artículos “no EMA”

Nombre de la Publicación	Nº artículos
<i>European Journal of Operational Research</i>	65
<i>International Journal of Production Research</i>	16
<i>Information sciences</i>	15
<i>Risk Análisis</i>	13
<i>International Journal of Production Economics</i>	12
<i>Mathematics and Computers in Simulation</i>	11
<i>Building and Environment</i>	9
<i>Operations Research</i>	9
<i>Computers and Industrial Engineering</i>	8
<i>International Journal of Systems Science</i>	8
<i>Nature</i>	8
<i>Production Planning and Control</i>	8
<i>Management Science</i>	6
<i>Safety Science</i>	6
<i>Speech Communication</i>	6

Tabla 8

Las 15 primeras revistas con mayor porcentaje de artículos “no EMA” publicados

Nombre de la Publicación	Nº Artículos		% No EMA
	EMA	no EMA	

<i>Computers and Operations Research</i>	1	19	95,00%
<i>Journal of the Operational Research Society</i>	1	14	93,33%
<i>Mathematical and Computer Modelling</i>	1	9	90,00%
<i>Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America</i>	3	22	88,00%
<i>Accident Analysis and Prevention</i>	1	7	87,50%
<i>Journal of Statistics Education</i>	1	6	85,71%
<i>Synthese</i>	1	6	85,71%
<i>Psychonomic Bulletin and Review</i>	1	5	83,33%
<i>IEEE Transactions on Education</i>	3	14	82,35%
<i>Cognitive Systems Research</i>	1	4	80,00%
<i>Foundations of Science</i>	1	4	80,00%
<i>Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology</i>	1	4	80,00%
<i>Journal of Studies on Alcohol and Drugs</i>	1	3	75,00%
<i>International Journal of Electrical Engineering Education</i>	2	5	71,43%
<i>Computers in Human Behavior</i>	2	4	66,67%

En nuestra base de datos *ad hoc*, se eliminan los artículos que pertenecen a las revistas incluidas en el listado de revistas a excluir, obteniendo 823 registros. De los cuales

Tabla 9

Porcentajes de registros de EMA y no EMA en artículos aceptados tras el filtrado

	Número de Artículos	Porcentaje
no EMA	59	7,1689%
EMA	764	92,8311%

Detallamos en la Tabla 10 los artículos descartados (997) en el filtrado:

Tabla 10

Porcentajes de registros de EMA y no EMA en artículos rechazados tras el filtrado

	Número de Artículos	Porcentaje
No EMA	913	91,5747%
EMAs	84	8,4253%

En vista de los resultados, podemos considerar que el filtrado realizado es pertinente y nos depura la muestra, tal y como pretendíamos. De modo que el listado definitivo de descriptores que nos van a definir un artículo como de Educación Matemática se muestra en la Tabla 11.

Tabla 11
Listado de descriptores de Educación Matemática

Descriptores de Educación Matemática

	Curricul*
	Instruc*
	History
	Educ*
	Learn*
	Teach*
	Assessment
Mathemat*	Didactic*
Algebra	School*
Arithmetic	student*
Geometry	Goal*
Topology	Knowledge*
	classroom*
	Achievement
	Competen*
	"Problem solving"
	Skill*
	PISA
	TIMSS
	Dyscalculia

4.2.3 Obtención de la muestra final de estudio

Una vez validada la prueba piloto, ya estamos en condiciones de aplicar el filtrado realizado a nuestra muestra total de artículos descargados de SCOPUS.

La descarga se realizó el día 13 de mayo de 2011. De la misma resultaron 26805 artículos sobre los que hicimos el filtrado de títulos de revistas en nuestra base *ad hoc*. Así, la muestra se redujo a 13405 artículos.

El listado de descriptores específicos de PISA facilitado por los expertos fue el que se muestra en la Tabla 12.

Tabla 12

Descriptores PISA obtenidos por triangulación con expertos

DESCRIPTORES DE PISA	
✓ assessing competencies	✓ mathematical competencies: thinking and reasoning, argumentation;
✓ competencies	communication; modelling; problem posing and solving; representation;
✓ overarching ideas: quantity, space and shape, changes and relationships, uncertainty	using symbols, formal and theoretical language and operations; use of aids and tools
✓ competency clusters: reproduction, connections, reflection	✓ PISA (Programme for International Student Assessment)
✓ cross-curricular competencies	✓ problems (set) in real-world situations
✓ functional (use of) mathematics	✓ contexts and situations: personal, educational, public, scientific
✓ mathematisation (process)	
✓ mathematical literacy	
✓ (levels of) student performance (in mathematics)	
✓ pencil-and-paper tasks	
✓ PISA items/tests	

De este listado se obtuvo la tabla de descriptores que metimos en nuestra base de datos (Tabla 13). Con este listado y nuestra muestra de artículos realizamos dos búsquedas:

#A → Alguno de estos descriptores contenidos en TITLE

#B → Alguno de estos descriptores contenidos en KEYWORDS (Autor e Index)

Combinamos ambas búsquedas de manera que seleccionamos la intersección de ambos conjuntos #A AND #B, obteniendo 761 artículos de EMA, que en principio tratan de PISA.

Tabla 13

Descriptores PISA metidos en la base ad hoc

Descriptores PISA	
assessing competenc	mathematical competenc
competenc	Thinking and reasoning
content cluster	argumentation

content dimension	communication
Quantity	modelling
space and shape	Problem posing
changes and relationships	Problem solving
uncertainty	representation
competency cluster	Symbol
reproduction	language and operation
connection	Tool
reflection	Literacy
functional mathematic	mathematical literacy
mathematisation	student performance
cross-curricular competenc	performance
performance in math	PISA item
pencil-and-paper task	PISA test
pencil-and-paper	Problem in real-world situation
PISA	real-world situation
context	

Posteriormente se precedió a realizar una clasificación manual de estos registros mediante la lectura de los resúmenes de cada uno de los artículos, obteniendo una muestra efectiva total de 418 artículos EMA relacionados con el proyecto PISA.

Expresamos este proceso en el diagrama mostrado en la *Figura 5*.

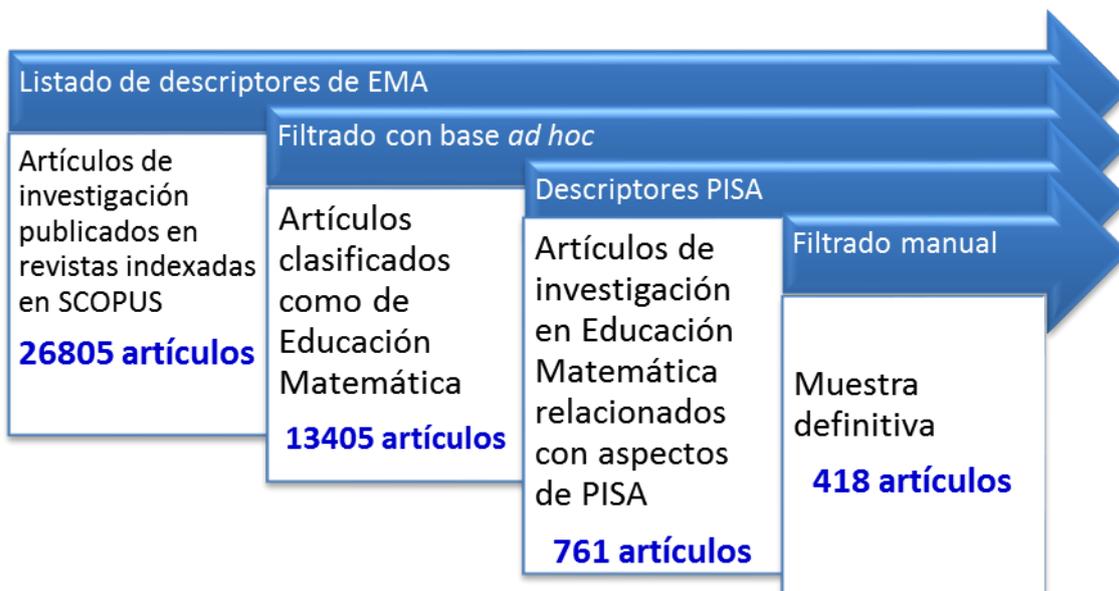


Figura 5. Elección de la muestra definitiva (1980-2009)

4.3 VARIABLES UTILIZADAS Y PROCEDIMIENTO DE MEDICIÓN

La determinación de variables e indicadores se basa en la técnica de análisis de contenido que tiene como objetivo cuantificar el material narrativo y cualitativo para lo

que deben identificarse las unidades de análisis y luego desarrollar un método de clasificación de la información (Polit y Hungler, 1995). Las variables cuantitativas a registrar son las que siguen:

Tabla 14
Variables definidas

Variable	Descripción	Carácter	Rango
Año de publicación	Dato numérico de 4 cifras	Discreta	[1980, 2009]
Número de autores	Número de autores en cifra	Discreta	[1, n]
Identidad de los autores	Nombre de cada autor	Nominal	[1, n]
Autores con más artículos	Nombre de los autores con mayor número de artículos firmados	Nominal	[1, n]
Revistas citadas	Número total de veces que se citan artículos de revistas, no hay referencia al nombre de la publicación	Discreta	[0, n]
Nombre de las revistas citadas	Nombre de las revistas científicas que aparecen citadas en cada artículo	Nominal	[1, n]
Número de países	Número total de nacionalidades de los autores que firman el artículo. Si existen más de un autor de un mismo país, éste se contará una sola vez	Discreta	[0, n]
Países	Nombre de los países de referencia de los autores que firman el artículo. El nombre de cada país se registrará una sola vez	Nominal	[1, n]
Número de artículos por país	Esta variable contendrá varias subvariables, tantas como países de origen de los autores. A cada subvariable país se le asignará el número de artículos escritos por autores de dicha nacionalidad. Estas subvariables, en su conjunto, serán indicativas de las nacionalidades de los autores	Discreta	[1, n]
Instituciones Universitarias	Nombre de las instituciones universitarias de referencia de los autores que firman el artículo	Nominal	[1, n]
Número de instituciones universitarias	Número total de instituciones de referencia de los autores que firman el artículo. Si existe más de un autor de una misma institución, ésta se contará una sola vez	Discreta	[1, n]

4.4 INSTRUMENTOS DE RECOGIDA DE DATOS

El instrumento de recogida de datos que se ha empleado para este estudio, ha sido empleado con anterioridad en varios trabajos similares que nos han servido como marco de referencia (Buela-Casal, Zych, Sierra y Bermúdez, 2007; Moya-Anegón y Solís-Cabrera, 2008).

El instrumento se basa en el análisis automático de contenido ya que mediante él transformamos un documento escrito no cuantitativo (publicación científica) en datos cuantitativos que se infieren del propio documento.

Este análisis automático de contenido se realiza mediante la exportación de consultas realizadas en SCOPUS. Más tarde, dichos datos son transferidos a una base de datos relacional propia para su tratamiento informático, depuración y asignación de valores a las variables de tipo cuantitativo.

Para este tratamiento informático se utilizará una base de datos *ad hoc* programada en *MySQL*, y el programa informático *SPSS*, para el tratamiento estadístico de los datos, y los programas *Ucinet 6* y *Pajek*, para el estudio de las posibles redes de colaboración entre autores e instituciones se ha seguido el modelo que ya hemos aplicado al estudio de las redes académicas generadas por la producción de tesis doctorales en Educación matemática en España (Maz-Machado, Bracho-López, Torralbo-Rodríguez et al., 2011).

Para el análisis de redes se construyó una matriz de adyacencia cuadrada sobre la coparticipación de autores, países, universidades y descriptores en los artículos relacionados con el marco de PISA. Se tuvo en cuenta que varios de estos elementos pueden figurar en un mismo artículo. Los datos están representados por una matriz de afiliación en la que los valores de cada una de las celdas X_{ij} pueden ser 1 ó 0 en función de si se aparece el elemento de análisis o no. Para elaborar esta matriz y su posterior análisis se tomó un conjunto de nodos N (autores, países, universidades y descriptores) y un conjunto de aristas R (relaciones). Se consideró el grafo $M = (N, R)$. Es por lo tanto M , un grafo conexo, acíclico, sin pesos y no dirigido, que representa la red de estos elementos. Definimos la matriz de adyacencia A como:

$$A_{ij} \begin{cases} 1 & \text{si } (i, j) \in R \\ 0 & \text{si } (i, j) \notin R \end{cases}$$

donde $(i, j) \in R$ significa que existe una arista que conecta los nodos i y j de N . De la definición se sigue que A es una matriz cuadrada de orden $|N|$, siendo $|N|$ el tamaño o cardinalidad del conjunto N .

4.5 TIPO DE ANÁLISIS DE DATOS

Nuestro estudio es de tipo exploratorio descriptivo-explicativo y en él se utilizarán técnicas bibliométricas cuantitativas y cualitativas en concordancia con el análisis de redes sociales (ARS).

Además de datos cuantitativos como frecuencias, porcentajes de valores, medidas de centralización y de dispersión y estadísticos inferenciales con significación estadística y correlacionales e interpretaciones de los mismos (análisis correlacional), se utilizarán técnicas propias de la cienciometría como las empleadas en la verificación de patrones y leyes, como la distribución del poder inverso generalizado para la Ley de Lotka y el test de Kolmogorov-Smirnov para el contraste de su ajuste, y la aplicación de la Ley de Bradford (Bracho-López, Maz-Machado, Jiménez-Fanjul et al., 2011; Bracho-López, Maz-Machado, Torralbo-Rodríguez et al., 2011; Maz-Machado, Bracho-López, Torralbo-Rodríguez et al., 2011; Torralbo, Fernández-Cano, Rico, Maz y Gutiérrez, 2003).

5 RESULTADOS

La muestra de trabajo, esto es, artículos de Educación Matemática que tratan aspectos relacionados con el Proyecto PISA asciende a un total de 418 artículos, como se detalla en el apartado 4.2. A continuación presentamos los resultados agrupados en tres bloques; resultados bibliométricos, cumplimiento de las leyes de bibliométricas y las redes de colaboración.

5.1 BIBLIOMÉTRICOS

5.1.1 Producción diacrónica

Se observa que ya desde la década de los años 80 los tópicos que el proyecto PISA evalúa ya están presentes en las agendas de investigación de la comunidad internacional aunque de manera muy exigua, representando el 16.28% del total de la producción sobre Educación Matemática y PISA (Tabla 15).

Tabla 15

Producción diacrónica (1980-2009) de los 418 artículos

Año	Nº de artículos	%	Año	Nº de artículos	%
1980	1	0.24	1995	1	0.24
1981	4	0.96	1996	6	1.44
1982	1	0.24	1997	9	2.15
1983	1	0.24	1998	9	2.15
1984	3	0.72	1999	10	2.39
1985	1	0.24	2000	14	3.35
1986	2	0.48	2001	11	2.63
1987	0	0.00	2002	23	5.50
1988	0	0.00	2003	23	5.50
1989	2	0.48	2004	27	6.46
1990	4	0.96	2005	30	7.18
1991	6	1.43	2006	37	8.85
1992	1	0.24	2007	47	11.24
1993	3	0.72	2008	60	14.35
1994	4	0.96	2009	78	18.66

Es a partir del año 2000 cuando se empieza a producir un crecimiento exponencial del número de artículos (*Figura 6*), si bien, estas cifras parecen favorables y marcan diferencias entre el periodo 1980-1999 y 2000-2009, las mismas deben tomarse con cautela porque hay otros factores que pueden afectar a estos resultados. Esto tiene que ver con el aumento de revistas científicas de Educación Matemática en los últimos diez años.

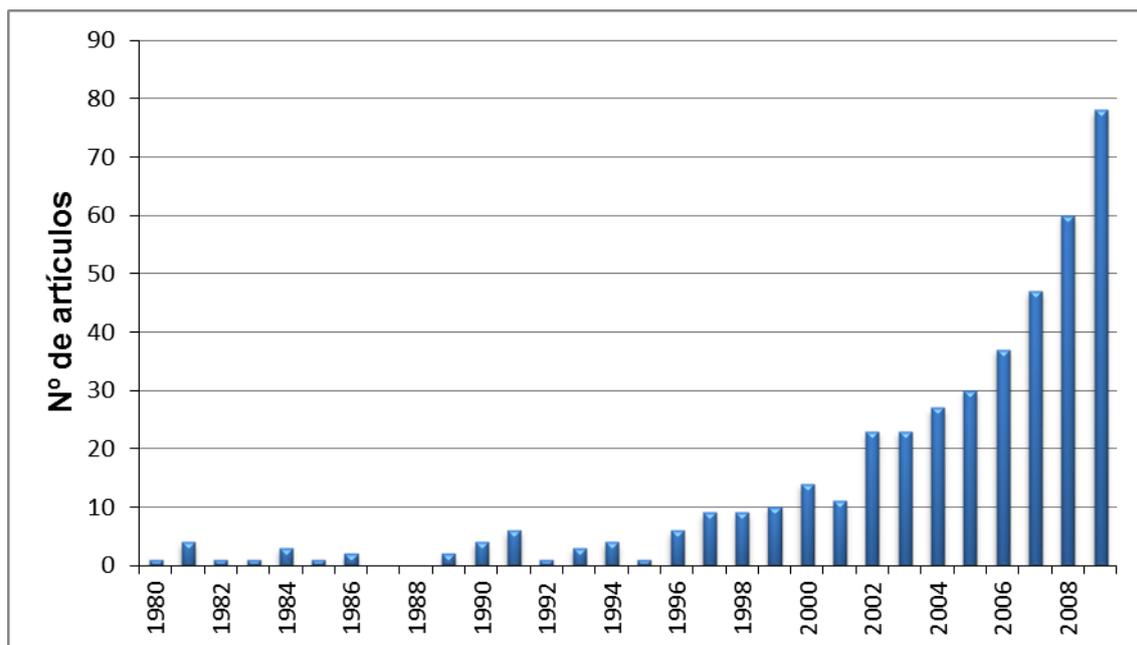


Figura 6. Evolución de los artículos publicados por año (1980-2009)

5.1.2 Autores

A partir del número de publicaciones por autor (n), los indicadores de producción señalan si hay pequeños productores ($n=1$), medianos productores ($2 \leq n \leq 9$) o grandes productores ($n \geq 10$).

Del total de la muestra de nuestro estudio se encuentran 857 autores. Los datos de la Tabla 16 indican que no hay grandes productores, 776 autores son pequeños productores (90.54%) y 81 autores son medianos productores (9.46%). El autor con mayor número de artículos publicados relacionados con PISA es Barrouillet, con 5 artículos.

Tabla 16
Número de artículos por autor

Autor	Nº Artículos (n)	%
Barrouillet P.	5	1.20
Ansari D.	4	0.96
Swanson H.L.	4	0.96
Bull R.	3	0.72
Cai J.	3	0.72
Desoete A.	3	0.72
Fayol M.	3	0.72
Fias W.	3	0.72
Geary D.C.	3	0.72
Jitendra A.K.	3	0.72
Jordan N.C.	3	0.72
Mazzocco M.M.M.	3	0.72
Nunokawa K.	3	0.72
Opfer J.E.	3	0.72
Roeyers H.	3	0.72
Siegler R.S.	3	0.72
Spelke E.S.	3	0.72
Thevenot C.	3	0.72
Verschaffel L.	3	0.72
Aldous C.R.	2	0.48

5.1.3 Citaciones

Los artículos relacionados con el proyecto PISA recibieron un total de 4951 citas con una media de 165 por año, lo que indica que tienen una baja citación si se compara

por ejemplo con la citación de la Psicología educativa que recibe una media de 19945 por año (Liu, 2007), sin embargo, los artículos de Hyde, Fennema y Lamon del año 1990 con 384 citaciones y el de Bandura y Schunk del año 1981 con 310 citaciones, incumplen esta tendencia. En el extremo opuesto se encuentran 85 artículos (20.33%) que no han recibido ninguna citación (*Figura 7*).

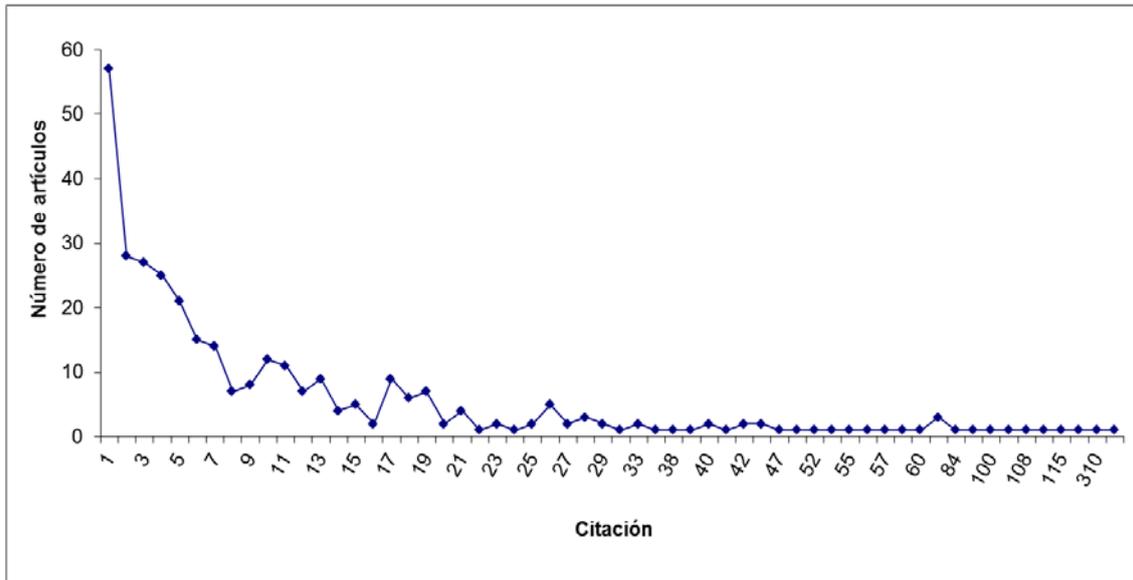


Figura 7. Distribución de citaciones

La *Figura 8* muestra que a partir del año 2000 el total de citaciones a artículos relacionados con PISA se ido incrementando paulatinamente, aunque se manifiestan algunos picos puntuales, la tónica general es que se produce un aumento respecto a periodo 1980-1999, aunque en los dos últimos años analizados se apreció una disminución considerable alcanzándose casi los mismos volúmenes de producción del año 2000.

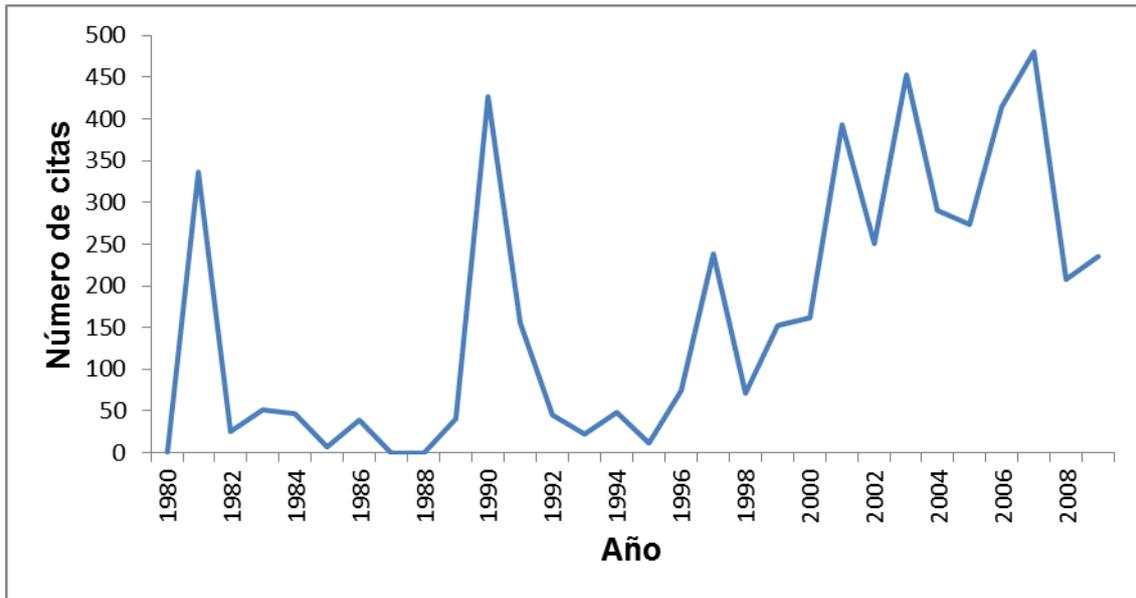


Figura 8. Distribución del número de citas por año

La Tabla 17 revela que durante los primeros veinte años analizados (1980-1999) tan solo se acumulaba el 36.39% del total de las citas, mientras que en la última década se alcanza el 63.29%, esto es en la mitad de tiempo casi se duplica la citación.

Tabla 17
Número de citas por año

Año	Nº Citas	Año	Nº Citas
1980	1	1995	11
1981	336	1996	74
1982	26	1997	239
1983	52	1998	71
1984	47	1999	153
1985	7	2000	161
1986	39	2001	393
1987	0	2002	250
1988	0	2003	453
1989	41	2004	290
1990	426	2005	273
1991	155	2006	415
1992	45	2007	480
1993	22	2008	207
1994	48	2009	236

5.1.4 Revistas

Los artículos que tratan temáticas relacionadas con PISA se publicaron en 166 revistas, de las que sobresalen el *Journal of Mathematical Behavior* y *Educational Studies in Mathematics*. La Tabla 18 presenta las revistas con más artículos publicados observándose que de estas primeras 27 solamente 5 están relacionadas con las matemáticas, lo que da indicios de que las investigaciones sobre competencia matemática en el marco general de PISA se difunden prioritariamente en revistas generales de educación o de algunas ramas de la Psicología.

Otro aspecto que merece una reflexión es el que si bien SCOPUS indexa un buen número de revistas educativas Iberoamericanas, en estas prácticamente no se encuentran artículos que traten aspectos de PISA.

Tabla 18
Revistas con más artículos publicados

Título de Revistas	Nº Artículos	%
<i>Journal of Mathematical Behavior</i>	32	7.66
<i>Educational Studies in Mathematics</i>	25	5.98
<i>Journal of Experimental Child Psychology</i>	14	3.35
<i>Cognition</i>	13	3.11
<i>Journal of learning disabilities</i>	12	2.87
<i>Computers and Education</i>	12	2.87
<i>International Journal of Science and Mathematics Education</i>	10	2.39
<i>Learning and Instruction</i>	9	2.15
<i>Journal for Research in Mathematics Education</i>	9	2.15
<i>Instructional Science</i>	8	1.91
<i>European Journal of Psychology of Education</i>	7	1.67
<i>Journal of Mathematics Teacher Education</i>	7	1.67
<i>International Education Journal</i>	7	1.67
<i>Journal of Experimental Psychology: Learning Memory and Cognition</i>	6	1.44
<i>Child development</i>	6	1.44
<i>Developmental Neuropsychology</i>	6	1.44
<i>Journal of Educational Psychology</i>	6	1.44
<i>Zeitschrift fur Padagogische Psychologie</i>	6	1.44
<i>Journal of Chemical Education</i>	5	1.20
<i>Procedia - Social and Behavioral Sciences</i>	5	1.20
<i>Neuropsychologia</i>	4	0.96
<i>Developmental Psychology</i>	4	0.96
<i>British Journal of Educational Psychology</i>	4	0.96
<i>Journal of Computer Assisted Learning</i>	4	0.96

<i>Perceptual and Motor Skills</i>	4	0.96
<i>Psychological Reports</i>	4	0.96
<i>Journal of Educational Research</i>	4	0.96
<i>International Journal of Mathematical Education in Science and Technology</i>	4	0.96

Una creencia extendida en ciertos círculos que evalúan la investigación es asignar a un artículo una relevancia heredada del factor de impacto de la revista en que se publica, pero los datos empíricos demuestran que eso no es así. En el tema que investigamos este hecho se hace evidente cuando observamos la citación recibida por las revistas que han publicado artículos concernientes a PISA y lo comparamos con el factor de impacto (FI) atribuido a la revista según el SCImago Journal & Country Rank del año 2009 (Tabla 19). Se han ordenado en forma ascendente las revistas según su citación. Se observa como la revista que más citaciones recibe, ocupa el puesto 24 de FI de las halladas en el estudio, mientras que la revista con el segundo mayor FI sólo ocupa el lugar 13 en cuanto a las citas recibidas. Es significativo constatar que las revistas más citadas por los artículos asociados a temas PISA son revistas de Psicología, mientras que las primeras relacionadas con las matemáticas están en el lugar 10 y 11 y juntas no llegan al porcentaje de citación individual de las ocho primeras.

Tabla 19
Ranking de citación y ranking de factor de impacto de las revistas

Ranking de citas	Citación (%)	Citación acumulada (%)	Título de la revista	Factor de Impacto SJR (2009)	Ranking SJR
1	9.35	7.64	<i>Journal of Experimental Child Psychology</i>	0.12	24
2	9.03	16.67	<i>Cognition</i>	0.231	9
3	7.64	24.31	<i>Psychological Bulletin</i>	0.683	1
4	6.78	31.10	<i>Journal of Learning Disabilities</i>	0.064	50
5	6.17	37.27	<i>Journal of Personality and Social Psychology</i>	0.228	10
6	4.83	42.10	<i>Child Development</i>	0.193	15
7	4.66	46.76	<i>Journal of Experimental Psychology: General</i>	0.306	4
8	4.38	51.13	<i>Journal of Experimental Psychology: Learning Memory and Cognition</i>	0.197	14
9	2.55	53.68	<i>Neuropsychologia</i>	0.363	3
10	2.25	55.93	<i>Journal of Mathematical</i>	0.032	103

			<i>Behavior</i>		
11	2.19	58.12	<i>Educational Studies in Mathematics</i>	0.033	99
12	1.93	60.05	<i>Computers and Education</i>	0.057	59
13	1.91	61.96	<i>Journal of Cognitive Neuroscience</i>	0.497	2
14	1.87	63.83	<i>Journal of Applied Developmental Psychology</i>	0.06	56
15	1.67	65.50	<i>Developmental Neuropsychology</i>	0.165	17
16	1.65	67.15	<i>Journal for Research in Mathematics Education</i>	0.041	81
17	1.65	68.80	<i>Journal of Educational Psychology</i>	0.109	31
18	1.53	70.33	<i>Personality and Social Psychology Bulletin</i>	0.12	25
19	1.49	71.83	<i>Journal of applied behavior analysis</i>	0.052	63
20	1.49	73.32	<i>Learning and Instruction</i>	0.065	49
21	1.23	74.55	<i>Information Society</i>	0.04	84
22	0.90	75.45	<i>Journal of School Psychology</i>	0.112	30
23	0.90	76.34	<i>Zeitschrift fur Padagogische Psychologie</i>	0.033	100
24	0.88	77.22	<i>Learning and Individual Differences</i>	0.061	55
25	0.88	78.09	<i>Instructional Science</i>	0.042	78
26	0.80	78.89	<i>Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance</i>	0.185	16
27	0.80	79.69	<i>Child Neuropsychology</i>	0.129	23
28	0.80	80.48	<i>British Journal of Educational Psychology</i>	0.075	44

La Figura 9 muestra cómo no hay correlación entre las citas recibidas por las revistas y el factor de impacto de las mismas. Esto significa que la investigación de temas PISA debe buscarse en revistas secundarias y no en las de mayor FI.

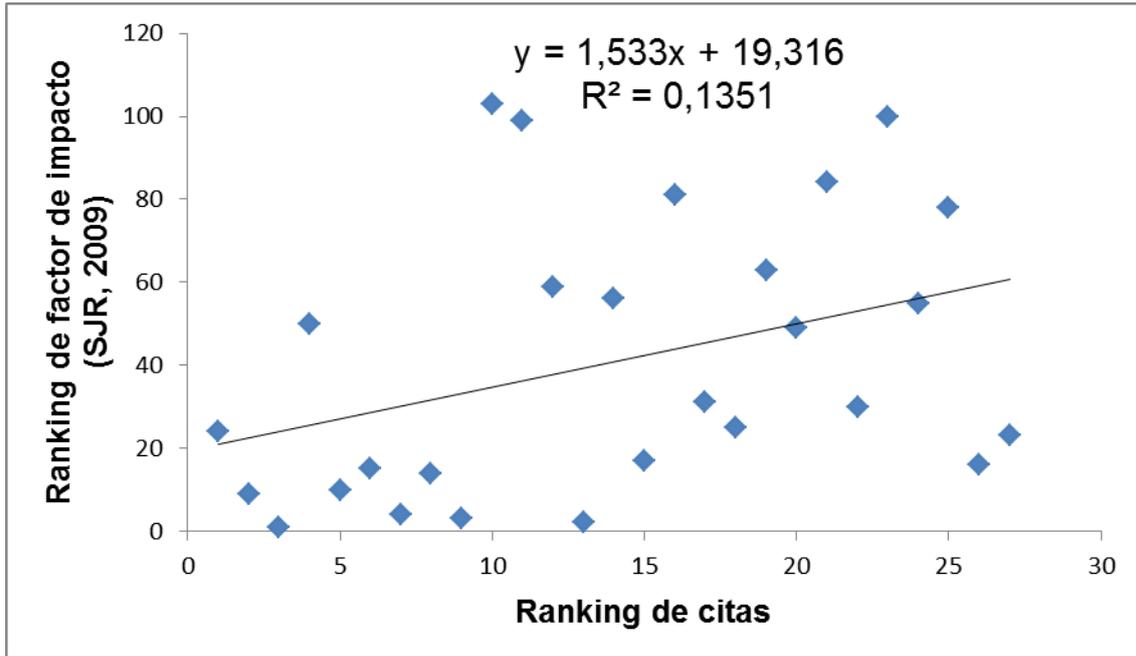


Figura 9. Ranking de citas vs ranking SJR, 2009

5.1.5 Idioma

El inglés es el idioma del conocimiento científico y esto también se verifica en la producción relacionada con el marco de PISA (Tabla 21). Los otros ocho idiomas aparecen casi de forma anecdótica y en algunos casos se debe a que la revista publica en los artículos en dos idiomas.

Tabla 20
Idioma de los artículos

Idioma	Nº de artículos	Porcentaje
English	388	92.16
German	9	2.14
Spanish	7	1.66
French	5	1.19
Portuguese	5	1.19
Turkish	2	0.48
Croatian	1	0.24
Japanese	1	0.24
Russian	1	0.24

Serbian	1	0.24
Slovenian	1	0.24
Total	421	100.00

5.1.6 Universidades

Por la forma en que la base de datos SCOPUS incorpora los registros de filiación institucional sólo podemos extraer información sobre las universidades, esto no representa inconveniente alguno, por cuanto las universidades son los centros de investigación por excelencia en el ámbito educativo.

Los autores que firman los artículos de la muestra de estudio pertenecen a 336 universidades, destacando la norteamericana Vanderbilt University de Nashville, Tennessee y la Ghent University de Bélgica. Las 7 primeras universidades aglutinan más del 25% de los artículos publicados. Destacamos que la primera universidad Iberoamericana que aparece es la Universidad de Salamanca.

Tabla 21
Ranking de las 25 universidades más productivas

Universidad	Nº de artículos	%
Vanderbilt University	16	4.76
Ghent University	15	4.46
Harvard University	13	3.87
University of Padova	13	3.87
University of California	10	2.98
University of Delaware	10	2.98
Carnegie Mellon University	9	2.68
Ohio State University	9	2.68
University of Cyprus	8	2.38
University of Texas	8	2.38
University of Wisconsin	8	2.38
Flinders University	7	2.08
Lehigh University	7	2.08
National Taiwan Normal University	7	2.08
Purdue University	7	2.08
University of Melbourne	7	2.08
University of Missouri	7	2.08
University of Piraeus	7	2.08
University of Victoria	7	2.08
Ben-Gurion University of the Negev	6	1.79
Johns Hopkins University	6	1.79

Rutgers University	6	1.79
Universidad de Salamanca	6	1.79
University of Jyväskylä	6	1.79
University of North Carolina at Chapel Hill	6	1.79
TOTAL	336	100

5.1.7 Palabras clave de los autores

Como los datos se han obtenido a partir de los descriptores asociados a PISA que se obtuvieron por la triangulación con expertos, interesa conocer cuáles de éstos coinciden con las palabras clave de los autores que firman los artículos de la muestra de estudio.

De las 1632 palabras clave de autor la más utilizada es *problem solving* (3.74%), seguida de *mathematics* (1.90%) como podemos ver en la Tabla 22.

En el listado de los 45 términos más utilizados, solamente encontramos 9 descriptores PISA de los 38 que utilizamos para la búsqueda de nuestra muestra (aparecen sombreados).

Un aspecto destacado es el caso de descriptores que no están relacionados únicamente con matemáticas, sino que son de tipo general como *gender* o *creativity*. Más adelante, cuando presentemos los resultados de redes de colaboración podrá apreciarse la relación entre algunos de estos descriptores.

Tabla 22
Palabras clave de los autores de la muestra de estudio

Término	Frecuencia	%
Problem solving	61	3.74
Mathematics	31	1.90
Representations	14	0.86
Mathematical problem solving	13	0.80
Mathematics education	12	0.74
Representation	12	0.74
Literacy	10	0.61
Working memory	9	0.55
Assessment	8	0.49
Mathematical literacy	8	0.49
Algebra	7	0.43
Metacognition	7	0.43
Numeracy	7	0.43
Cognitive development	6	0.37

Gender differences	6	0.37
Mathematics achievement	6	0.37
Modelling	6	0.37
Multiple representations	6	0.37
Numerical cognition	6	0.37
Transfer	6	0.37
Argumentation	5	0.31
Beliefs	5	0.31
Competence	5	0.31
Mathematics learning	5	0.31
PISA	5	0.31
Proof	5	0.31
School performance	5	0.31
Secondary education	5	0.31
Arithmetic	4	0.25
College students	4	0.25
Creativity	4	0.25
Distance effect	4	0.25
Education	4	0.25
Elementary education	4	0.25
Fractions	4	0.25
Gender	4	0.25
Geometry	4	0.25
High school	4	0.25
Mathematics performance	4	0.25
Performance	4	0.25
Problem posing	4	0.25
Stereotype threat	4	0.25
Word problem solving	4	0.25
Achievement	3	0.18
Arithmetic problem solving	3	0.18

5.1.8 Países

Si bien Estados Unidos es responsable del 39.71% de los artículos relacionados con PISA, en total participan autores de 48 países en la producción de estos artículos, (Tabla 23), también se observa la presencia de países de los 5 continentes. Los países europeos publican el 45.83% del total de artículos relacionados con PISA. Si excluimos Europa y Estados Unidos, el resto de países solo publican el 14.46%.

Hay que destacar el hecho de que hay artículos de países muy dispares tanto en aspectos educativos como culturales o de investigación, como pueden ser los del primer mundo y Botswana o Bangladesh, por mencionar algunos.

Tabla 23
Producción científica por países

País	Nº de artículos	%	País	Nº de artículos	%
USA	166	39.71	Switzerland	3	0.72
Australia	31	7.42	Denmark	2	0.48
UK	27	6.46	Argentina	1	0.24
Canada	23	5.50	Bangladesh	1	0.24
Germany	22	5.26	Bosnia and Herzegovina	1	0.24
France	20	4.78	Botswana	1	0.24
Israel	18	4.31	Colombia	1	0.24
Spain	16	3.83	Hong Kong	1	0.24
China	14	3.35	Iceland	1	0.24
Belgium	12	2.87	Ireland	1	0.24
Turkey	12	2.87	Jamaica	1	0.24
Greece	11	2.63	Lebanon	1	0.24
Japan	8	1.91	Malaysia	1	0.24
Italy	7	1.67	Nigeria	1	0.24
Singapore	6	1.44	Norway	1	0.24
Brazil	5	1.20	Philippines	1	0.24
Finland	5	1.20	Portugal	1	0.24
Netherlands	5	1.20	Puerto Rico	1	0.24
South Africa	5	1.20	Russia	1	0.24
Sweden	5	1.20	Serbia	1	0.24
Mexico	4	0.96	Slovenia	1	0.24
New Zealand	4	0.96	United Arab Emirates	1	0.24
Austria	3	0.72	Uruguay	1	0.24
Cyprus	3	0.72	Venezuela	1	0.24

5.2 LEYES E INDICADORES BIBLIOMÉTRICOS

A continuación presentamos los resultados de las principales leyes e indicadores aplicados en bibliometría,

5.2.1 Ley de Lotka

Como se explica en el apartado 2.3.1, la ley de Lotka se formula como

$$y_x = Cx^{-n} \quad x = 1, 2, 3, \dots, x_{\max}$$

Para hallar C y n aplicamos la distribución de mínimos cuadrados a partir de los datos obtenidos en las tablas Tabla 24 y Tabla 25

Tabla 24

Número de autores según el número de artículos publicados

Nº de contribuciones por autor	Nº de autores	Total de artículos	% de autores		% de artículos		
x	y	x,y	$\sum x,y$	%y	$\sum \%y$	%x,y	$\sum \%x,y$
1	776	776	776	90.65%	90.65%	59.60%	59.60%
2	61	122	898	7.13%	97.78%	9.37%	68.97%
3	16	48	946	1.87%	99.65%	3.69%	72.66%
4	2	8	954	0.23%	99.88%	0.61%	73.27%
5	1	5	959	0.12%	100.00%	0.38%	73.66%
856		1302					

Tabla 25

Distribución de los mínimos cuadrados de los datos observados

x	y	X = log x	Y = log y	X·Y = log x·log y	
				y	X ² = (log x) ²
1	776	0.0000	2.8899	0.0000	0.0000
2	61	0.3010	1.7853	0.5374	0.0906
3	16	0.4771	1.2041	0.5745	0.2276
4	2	0.6021	0.3010	0.1812	0.3625
5	1	0.6990	0.0000	0.0000	0.4886
Total	856	2.0792	6.1803	1.2932	1.1693

Para nuestro caso se ha obtenido C= 0.9343 y n = 4.1904 de modo que

$$y_x = 0.9343 x^{-4.1904}$$

A partir de ahí se pudieron conseguir los valores teóricos esperados para nuestro estudio mediante aplicación de la Ley de Lotka de poder inverso generalizado, ya que esta ley proporciona un buen ajuste de la distribución de la productividad científica de autores. Los valores teóricos o esperados obtenidos mediante la aplicación del modelo descrito para nuestra muestra se pueden observar en la Tabla 26.

Tabla 26

Datos obtenidos mediante aplicación de la Ley de Lotka de poder inverso generalizado

x	y	$y_x = C \cdot x^{-n}$	Valores de y esperados ($y_x \cdot \sum y$)
1	776	0.934316	799.774365
2	61	0.051174	43.80503174

3	16	0.009357	8.009895804
4	2	0.002803	2.399277709
5	1	0.001100	0.941860151
Total	856		

En la Figura 10 podemos comparar la gráfica que obtenemos al representar nuestros datos reales con la de la gráfica obtenida de la Ley de Lotka de poder inverso generalizado.

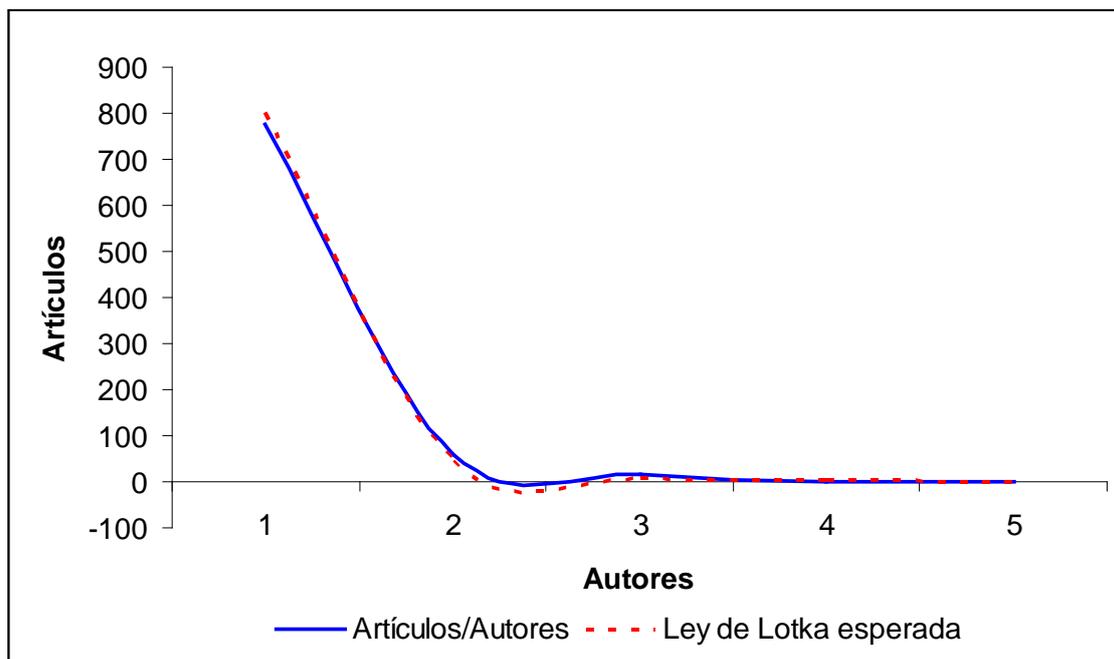


Figura 10. Distribuciones de las frecuencias observadas y esperadas tras la aplicación de la Ley de Lotka de poder inverso generalizado

En la Figura 10 se puede ver que ambas curvas, la distribución de frecuencias de la productividad de los autores observadas y esperadas (según modelo Lotka del poder inverso generalizado), se aproximan bastante. Esto queda además corroborado mediante la comprobación de la homogeneidad del ajuste mediante la prueba de ajuste Kolmogorov-Smirnov (K-S). Es decir, tratamos aquí de comprobar que todos los puntos de nuestro diagrama de dispersión se acercan bastante al modelo del poder inverso generalizado de Lotka y que además esa “cercanía” o distancia de cada punto al modelo es homogénea en toda la distribución.

La prueba de contraste de ajuste K-S es un procedimiento de no-paramétrico que permite verificar si hay diferencias significativas entre las frecuencias observadas y las frecuencias teóricas o esperadas de una distribución. Para nuestro caso aplicaremos un

nivel de significación α de 0.01. A este valor de significación le corresponde, según la tabla de valores críticos de la prueba K-S, una diferencia máxima admisible igual a $\frac{1,63}{\sqrt{n}}$ (Pao, 1986), Este valor se establece para valores de $n > 40$, siendo n , el número de pares observados. En particular tenemos que $\frac{1,63}{\sqrt{856}} \approx 0.055712$.

Para aplicar esta prueba K-S, construimos a partir de los datos de nuestro estudio la Tabla 27.

Tabla 27

Prueba de ajuste Kolmogorov-Smirnov de la distribución de la producción de los autores

x	y	$y_x / \Sigma y_x$	$\Sigma(y_x / \Sigma y_x)$	$y_x = C \cdot x^{-n}$	$\Sigma y_x = \Sigma(C \cdot x^{-n})$	D_{máx}
1	776	0.906542	0.906542	0.934316	0.934316	0.027774
2	61	0.071262	0.977804	0.051174	0.985490	0.007686
3	16	0.018692	0.996495	0.009357	0.994847	0.001648
4	2	0.002336	0.998832	0.002803	0.997650	0.001182
5	1	0.001168	1.000000	0.001100	0.998751	0.001249
Total	856					

Como puede observarse, la desviación máxima producida es 0.027774, que es inferior al valor crítico de la prueba K-S con el nivel de significación indicado anteriormente. Luego podemos deducir que se cumple la hipótesis de homogeneidad y ajuste de la distribución real al modelo definido por la Ley de Lotka, con el nivel de significación especificado anteriormente.

5.2.2 Ley de Bradford

Para la aplicación de la ley de Bradford y el cálculo de las zonas seguiremos el procedimiento para hallar el núcleo propuesto por Pontigo y Quijano (1977) y la metodología utilizada por Ruiz de Osma (2006), Chiroque (2003) y Gorbea (1996). A partir del número de revistas y de artículos publicados por cada una construimos la Tabla 28.

Tabla 28

Distribución en orden de productividad decreciente de artículos de revistas periódicas sobre PISA (Según modelo de Bradford)

A	B	C	D	E	F	G	H = E - G	I
Num. Rev	Num. Art	Total artíc. A*B	Rev Acum r	Art Acum R(r)	log(r)	Art. Acum. Calculados Rc(r)	Residuos R(r) - Rc(r)	% Residuos H/E
1	32	32	1	32	0.0000	-75.9450	107.9450	337.33%
1	25	25	2	57	0.3010	-10.0074	67.0074	117.56%
1	14	14	3	71	0.4771	28.5636	42.4364	59.77%
1	13	13	4	84	0.6021	55.9302	28.0698	33.42%
2	12	24	6	108	0.7782	94.5012	13.4988	12.50%
1	10	10	7	118	0.8451	109.1653	8.8347	7.49%
2	9	18	9	136	0.9542	133.0723	2.9277	2.15%
1	8	8	10	144	1.0000	143.0950	0.9050	0.63%
3	7	21	13	165	1.1139	168.0532	-3.0532	-1.85%
5	6	30	18	195	1.2553	199.0099	-4.0099	-2.06%
2	5	10	20	205	1.3010	209.0326	-4.0326	-1.97%
8	4	32	28	237	1.4472	241.0405	-4.0405	-1.70%
10	3	30	38	267	1.5798	270.0908	-3.0908	-1.16%
23	2	46	61	313	1.7853	315.1136	-2.1136	-0.68%
105	1	105	166	418	2.2201	410.3475	7.6525	1.83%

La columna G constituye el cálculo del modelo Bradford, mediante una regresión lineal aplicada en la gráfica semi-logarítmica (eje X escala logarítmica decimal, eje Y escala natural). Cada valor calculado responde a la ecuación $Y = a + bX$, donde:

$Y=Rc(r)$ es la cantidad acumulada calculada de artículos, a es el intercepto u ordenada en el origen, b es la pendiente de la recta y X es el logaritmo decimal de la cantidad acumulada de revistas: $Log(r)$

Así pues, tenemos que

$$Rc(r) = a + b*Log(r)$$

En la *Figura 11* mostramos el diagrama de dispersión de los datos de partida, esto es, la cantidad acumulada de artículos por revista.

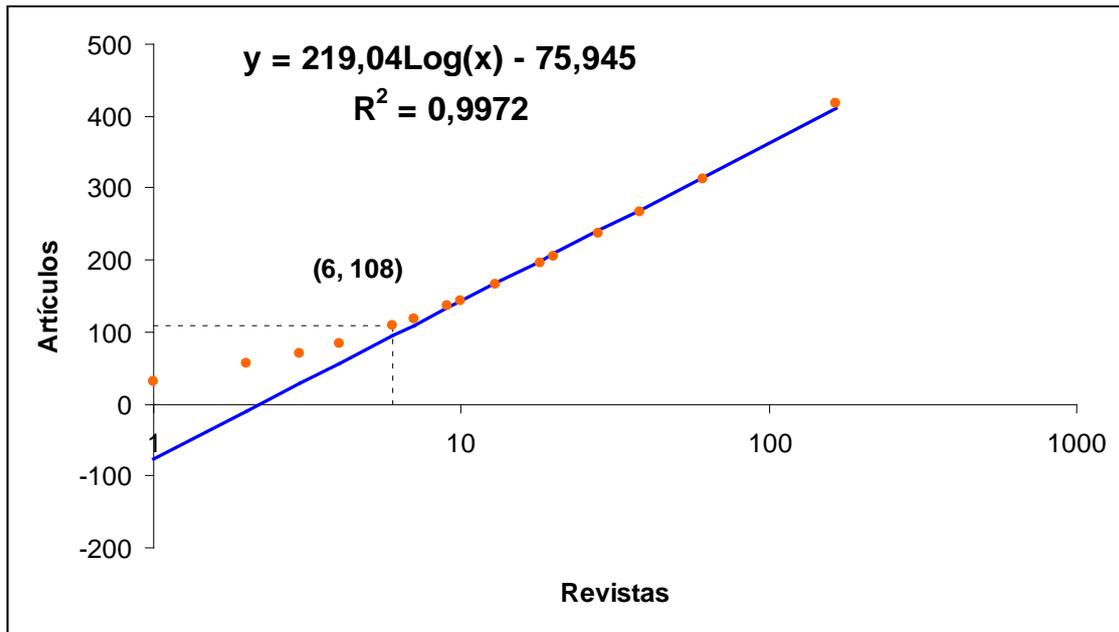


Figura 11. Distribución Bradford de revistas Educación Matemática que publican sobre PISA

La determinación del núcleo o zona 0 según el modelo Bradford corresponde al punto (6.108), que indica que las 6 primeras revistas más productivas han publicado un total de 108 artículos relacionados con PISA. Se observa además que el núcleo se corresponde con la parte curva del modelo Bradford, y se observa también que está seguido por otra parte lineal (diagrama semilogarítmico) que se corresponde con las sucesivas zonas Bradford. Calculando la recta de regresión por el método de los mínimos cuadrados de esta parte lineal obtenemos el modelo Bradford, lo que en nuestro caso resulta como sigue:

$$y = 219.04 \cdot \text{Log}(x) - 75.945$$

con un coeficiente de determinación de $R^2 = 0.9972$.

Al dividir los datos en zonas consecutivas al núcleo que aporten en conjunto un número de artículos similar al aportado por el núcleo, estamos hallando las zonas Bradford cuya densidad de artículos podemos observar en la Tabla 29.

Tabla 29
Distribución de las zonas Bradford

	Zona	Número de Revistas	Número de Artículos	Densidad de artículos por Revista (d)
Núcleo	0	6	108	18
	1	14	97	6.92857143

2	41	108	2.63414634
3	105	105	1
Total	166	418	

La densidad de artículos por revistas nos permite calcular el multiplicador de Bradford para la distribución geométrica de revistas por zona, lo que en nuestro caso de estudio, nos resulta $n=2.62$. De esta manera obtenemos la siguiente distribución

$$1 : n : n^2 : n^3 \Rightarrow 2.62^0 : 2.62^1 : 2.62^2 : 2.62^3$$

lo que expresado en forma de tabla se expresa a continuación en la Tabla 30.

Tabla 30
Porcentajes del número de revistas y de artículos publicados de cada zona de Bradford

	Zona	Número de Revistas	Número de Artículos	% Revistas	% Artículos
Núcleo	0	6	108	3.61%	25.84%
	1	14	97	8.43%	23.21%
	2	41	108	24.70%	25.84%
	3	105	105	63.25%	25.12%
	Total	166	418	100.00%	100.00%

De los datos podemos ver que sólo 6 revistas son responsables del 25.84% de los artículos de Educación Matemática relacionados con PISA.

Los títulos de las publicaciones (revistas) de las dos primeras zonas se muestran en las tablas Tabla 31 y Tabla 32.

Tabla 31
Nombre de las publicaciones de la zona 0 o núcleo de Bradford

Revistas núcleo	% Revistas	% Artículos
<i>Journal of Mathematical Behavior</i>		
<i>Educational Studies in Mathematics</i>		
<i>Journal of Experimental Child Psychology</i>		
<i>Cognition</i>		
<i>Computers and Education</i>		
<i>Journal of learning disabilities</i>	3.61%	25.84%

Tabla 32
Nombre de las publicaciones de la zona 1 de Bradford

Revistas zona 1	%	%
	Revistas	Artículos
<i>International Journal of Science and Mathematics Education</i>		
<i>Journal for Research in Mathematics Education</i>		
<i>Learning and Instruction</i>		
<i>Instructional Science</i>		
<i>European Journal of Psychology of Education</i>		
<i>International Education Journal</i>		
<i>Journal of Mathematics Teacher Education</i>		
<i>Child development</i>		
<i>Developmental Neuropsychology</i>		
<i>Journal of Educational Psychology</i>		
<i>Journal of Experimental Psychology: Learning Memory and Cognition</i>		
<i>Zeitschrift fur Padagogische Psychologie</i>		
<i>Journal of Chemical Education</i>		
<i>Procedia - Social and Behavioral Sciences</i>	8.43%	23.21%

5.2.3 Grado de colaboración

Para hallar el grado de colaboración emplearemos la fórmula propuesta por Subramanyan (1983), que se enuncia de la siguiente forma:

$$GC = \frac{N_m}{N_m + N_s}$$

Donde N_m es el número de artículos en coautoría y N_s es el número de artículos con un solo autor.

Tomando los datos de la Tabla 33, se obtiene un grado de colaboración de 0.7296, lo que indica que solo poco más del 27% de artículos publicados lo son por autores aislados.

Tabla 33
Distribución del número de artículos según el número de firmas

Nº	Nº	%	%
Firmas	Artículos	%	acumulado
1	113	27.03	27.03
2	164	39.23	66.26
3	89	21.29	87.55
4	31	7.42	94.97
5	9	2.15	97.12
6	7	1.67	98.79
7	2	0.48	99.27
8	2	0.48	99.75

	10	1	0.24	99.99
Total	418			

5.3 REDES DE COLABORACIÓN

La producción científica y su divulgación por medio de artículos genera una serie de contactos entre investigadores e instituciones de manera que conforman redes de colaboración.

El conocimiento de las redes es importante porque permite visualizar grupos, identifica cuáles son los centros y países que intercambian información, métodos y experiencias. También estas redes posibilitan identificar los vínculos o asociaciones de co-palabras en títulos o palabras clave de un trabajo o artículo determinado. A continuación se presentan algunas de las redes obtenidas a partir de la muestra de estudio.

5.3.1 Universidades

La *Figura 12* presenta las universidades que tienen una mayor cantidad de vínculos de colaboración. La mayor subred tiene como núcleo la Vandervilt University, formada por universidades norteamericanas y algunas francesas. En ella se integran algunos de los mayores productores tal y como indica el tamaño del nodo.

También se observa otra subred integrada sólo por universidades alemanas, lo que indica que estas universidades no tienen vínculos de colaboración, en temas relacionados con PISA, con universidades de otros países.

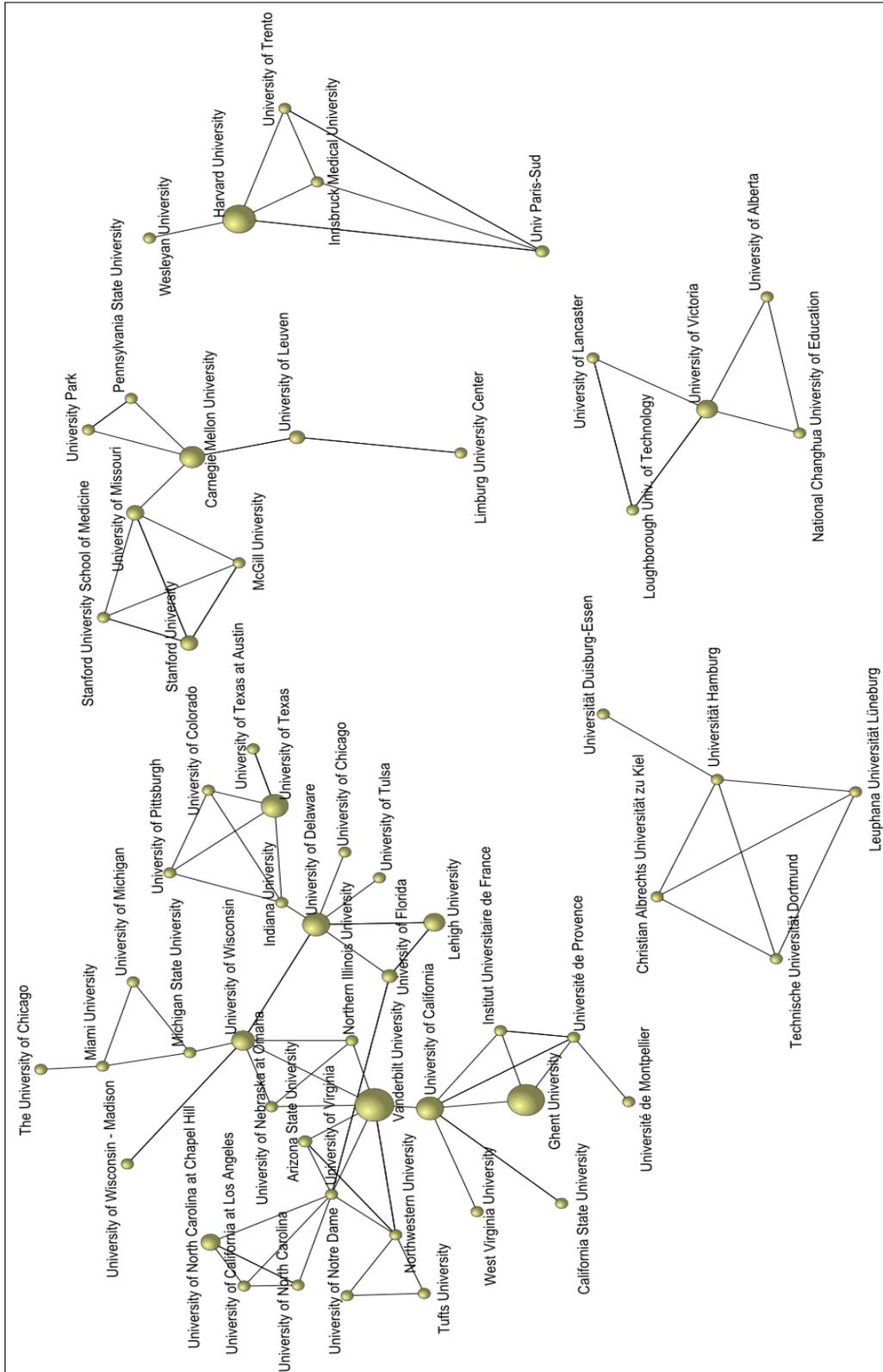


Figura 12. Red de colaboración entre Universidades

5.3.2 Países

En la Figura 13 se observa que gran parte de los artículos fueron escritos por investigadores procedentes de países sin colaboración internacional para este tema. El tamaño del nodo indica el volumen de la producción (número de artículos) y el grosor de la línea, el mayor o menor vínculo de colaboración. Por lo tanto, se tiene que la mayor colaboración se da entre Estados Unidos, Francia, Canadá y el Reino Unido. También hay un fuerte vínculo entre Austria-Canadá y Austria-Suiza. Los vínculos de España se dan con cuatro países, a saber: Alemania, Bélgica, Estados Unidos y Venezuela.

5.3.3 Autores

Los datos revelan que de los 856 autores, el 12.4% no realizaron colaboración de coautoría mientras que el 25.7% lo hicieron con otro investigador. En la *Figura 14* se muestra el mapa de subredes de colaboración entre autores, en la que se puede observar este hecho.

Hemos realizado una serie de reducciones sobre esta red, quitando los nodos aislados que no estaban enlazados con nadie, y las subredes más pequeñas, es decir, los que estaban enlazados a uno o dos autores más, así obtenemos la red mostrada en la *Figura 15*. En este caso, los nodos no representan la producción de los autores, sólo estamos representado los lazos de colaboración, porque al haber tan poca diferencia de producción entre ellos, recordemos que el mayor productor era Barrouillet con 5 artículos, no se percibían diferencias en el tamaño de los mismos.

La mayor subred consta de 21 integrantes, dentro de los cuales se encuentran dos investigadores españoles, De Corte y Chamoso.

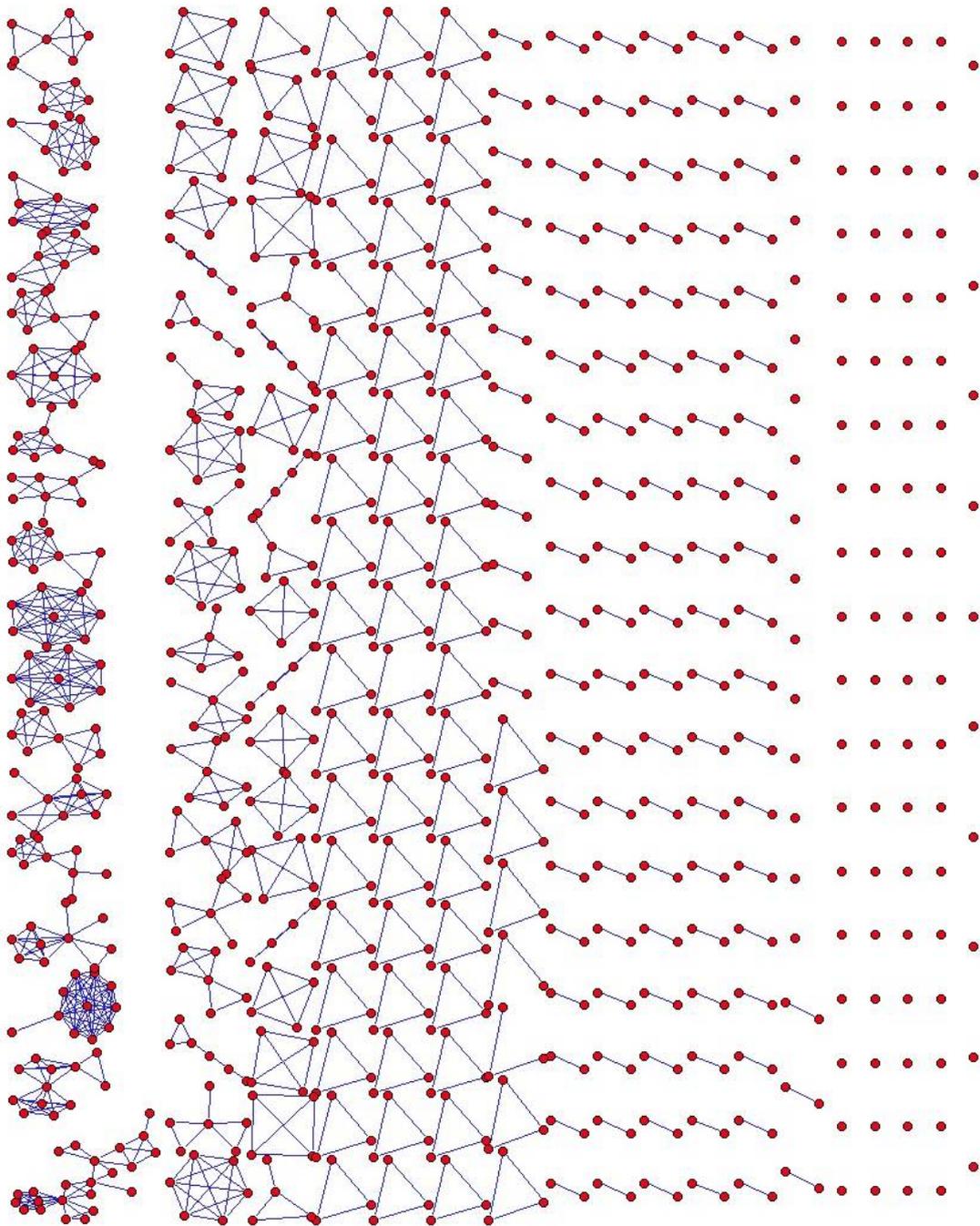


Figura 14. Mapa de subredes de colaboración entre autores

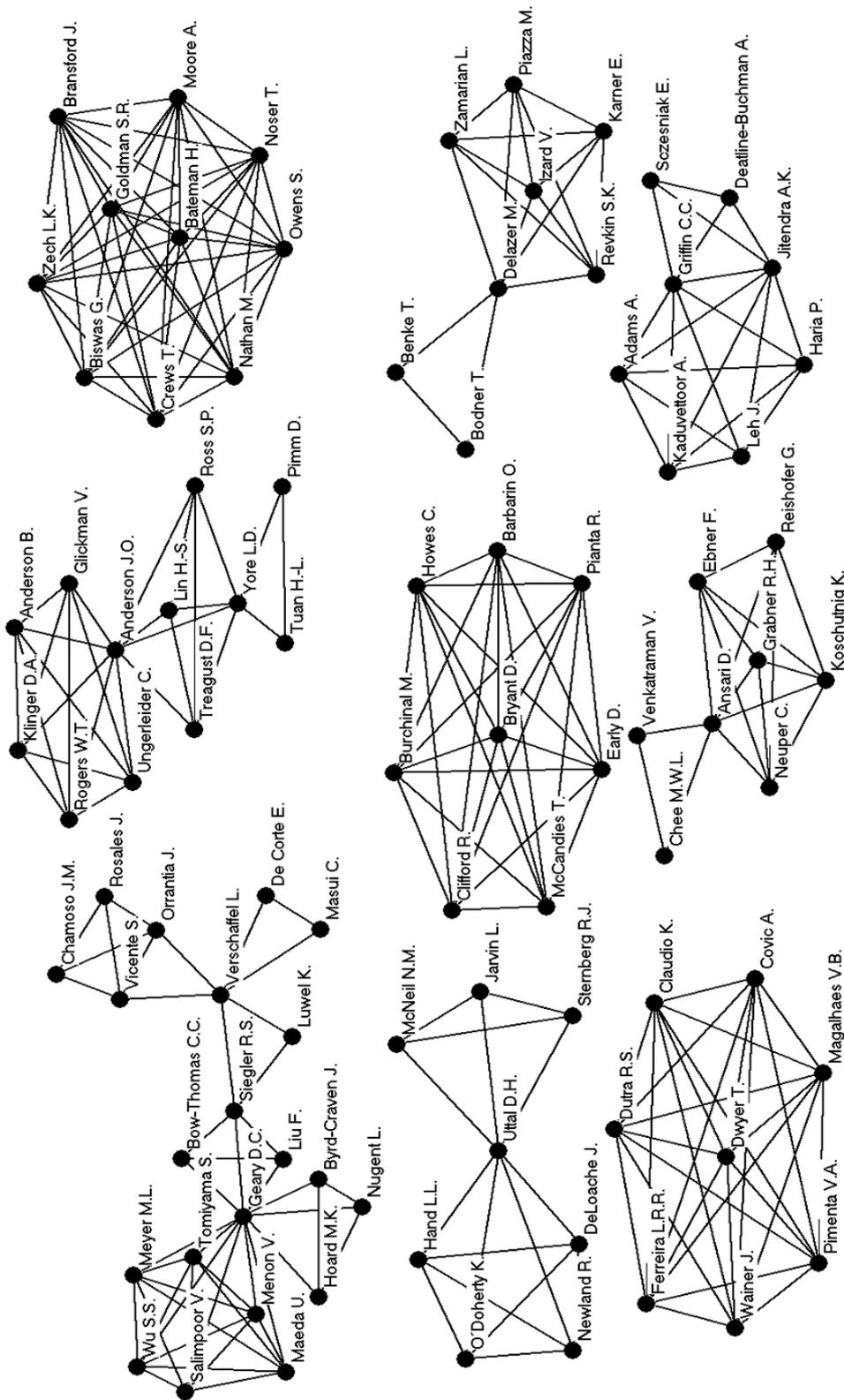


Figura 15. Red de colaboración entre autores podada

5.3.4 Descriptores

Como hemos dicho al principio de este apartado, el análisis de redes también nos permite ver la relación entre las palabras clave de los autores. A continuación presentamos algunas relaciones de descriptores incluidos en el listado de los expertos (Tabla 12).

En la Figura 16 se muestra la red del término *mathematic literacy*. En esta red se distinguen dos subredes, una de ellas bastante más numerosa que la otra. Se observa que este descriptor sirve de nexo entre varios núcleos temáticos, como son *mathematical thinking*, *argumentation*, *literacy*, *gender* y *PISA*.

De manera general podemos decir que este descriptor está más asociado a términos educativos en general que a términos específicos de educación matemática. Esto nos da idea del carácter competencial y globalizador de los aspectos que recoge PISA y de los cambios en los modelos de enseñanza que pretende este proyecto.

En la Figura 17 hemos generado todas las posibles subredes del descriptor *competence*. Se tenían 12 términos que generaron 8 subredes, que hemos agrupado por componentes (Figura 18). Cada una de estas subredes denota una temática clara; en la subred cuyo núcleo central es *diagnostic competence* se ven los niveles educativos, en la de *numerical competence* se ven aspectos psicológicos, la de *algebraic competence* se identifica con conocimiento matemático, las de *communication competence* y *communicative competence* tienen que ver con la difusión y expresión del conocimiento matemático y en la subred más grande, se aprecian las fuentes disciplinares del currículo (Rico, 1998), como puede observarse en la Figura 19.

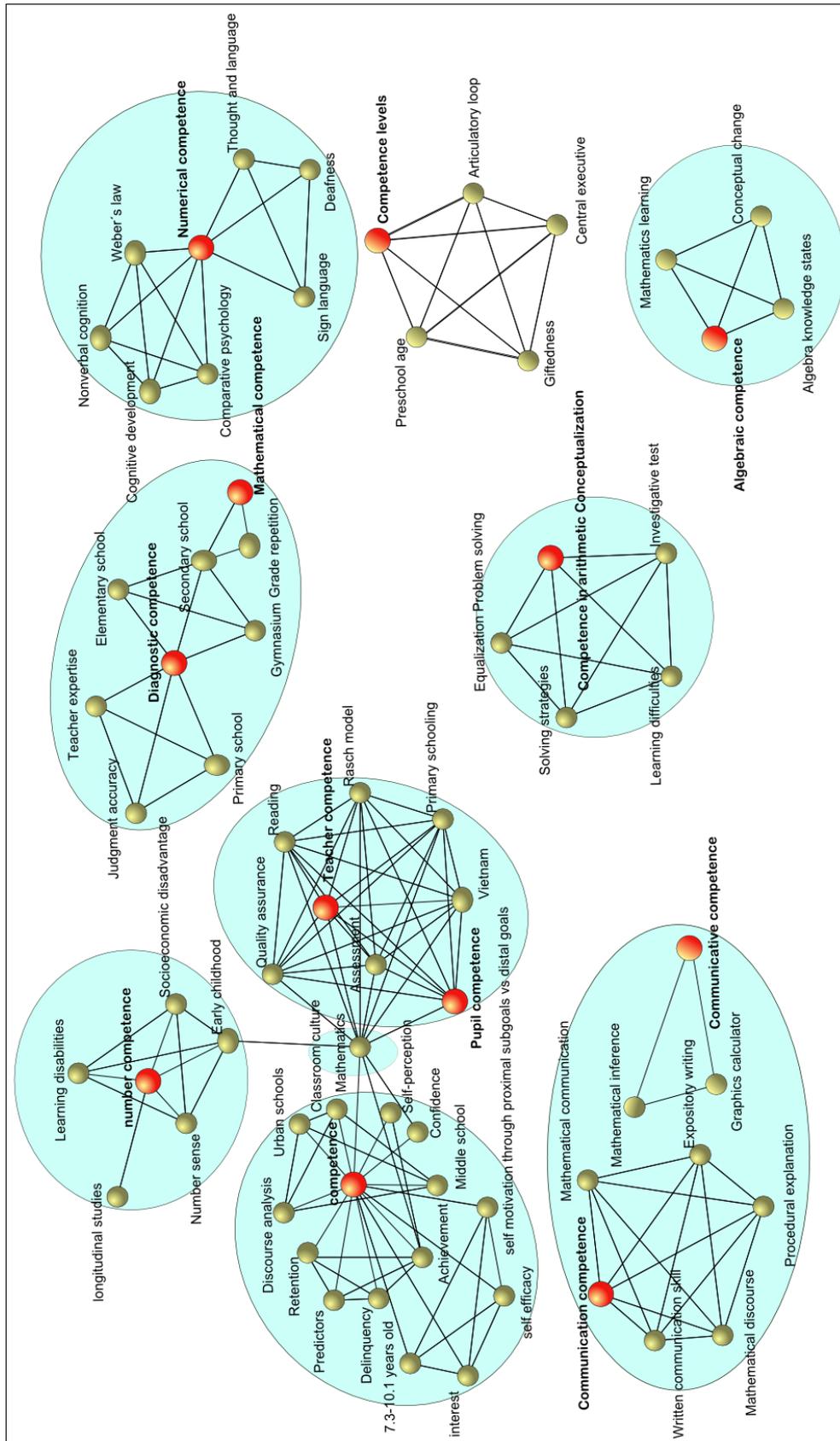


Figura 18. Red de cocitación de competencia agrupada por temáticas

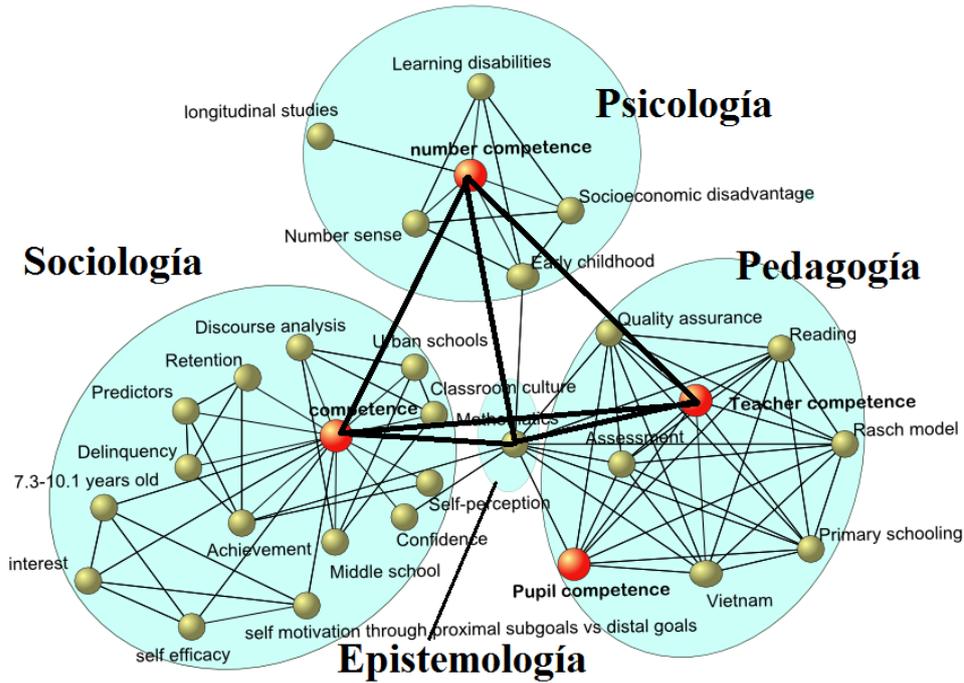


Figura 19. Fuentes disciplinares del currículo

El descriptor *problem solving* es el que tiene mayor número de vínculos con otros descriptores, en total 340 conexiones. Como puede verse en la *Figura 20* la red se convierte en una nube de puntos, esto nos da muestra del carácter transversal del término.

En la tabla 34 de los anexos se pueden ver todos los términos asociados a cada etiqueta numérica de la red anterior.

6 CONCLUSIONES

En este apartado se recogen las principales conclusiones que se extraen de los resultados obtenidos, se ponen de manifiesto las limitaciones del estudio y se perfilan vías de continuidad para el mismo.

6.1 COMPROBACIÓN DE LOS OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

Después de haber analizado los resultados obtenidos, debemos preguntarnos hasta qué punto se cumplieron los objetivos que nos habíamos propuesto:

O1. Establecer un listado de descriptores que caractericen a un artículo científico como de investigación en Educación Matemática.

Hemos hallado una serie de descriptores que caracterizan cualquier artículo de investigación en Educación Matemática (Tabla 11). Este logro nos ha permitido rescatar de una base de datos como es SCOPUS, prácticamente todos los artículos de investigación en Educación Matemática que tiene, y por supuesto, la gran importancia de este listado es que te va a permitir esto mismo en cualquier base de datos.

O2. Comprobar si existe y, en su caso, cuantificar la producción científica relacionada o motivada por el proyecto PISA

Se ha verificado y se ha podido cuantificar la producción de artículos de Educación Matemática relacionados con el proyecto PISA, hallándose un notorio incremento de artículos a partir del primer estudio PISA en el año 2000. Aunque hemos observado que ese aumento también coincide con el aumento general que se ha producido en los últimos años en el número de revistas que publican artículos de investigación en Educación Matemática.

Se ha detectado que los descriptores de PISA con más presencia han sido *problem solving*, con mucha diferencia respecto al resto (Tabla 22), *literacy*, *mathematical literacy*, *modelling* y *competence*.

Con respecto a los gráficos de cocitación, queda como una línea abierta de investigación analizar el significado que en las investigaciones se atribuye a los descriptores con los que está relacionado cada uno.

O3. Si existe, comprobar si la producción científica en Educación Matemática relacionada con PISA verifica las principales leyes bibliométricas.

Se ha comprobado que se verifica la ley de Lotka para la distribución de la producción de los autores en el periodo estudiado (1980-2009), mediante la prueba de contraste de ajuste Kolmogorov-Smirnov, con un nivel de significación de 0.01.

Con respecto a la ley de Bradford, se halló que el núcleo de revistas que publican artículos de investigación en Educación Matemática relacionados con PISA está constituido por 6 revistas que son responsables del 25.12% de la producción. Además se encontró que la distribución de revistas cumple la ley de Bradford, pudiéndose determinar, además del núcleo, otras tres zonas Bradford con aproximadamente un 25% de artículos cada una, siendo el número de revistas que las integran muy superior en comparación con el núcleo.

Se constató que los artículos se han publicado mayoritariamente en coautoría, como lo pone de manifestó el grado de colaboración obtenido, 0.7296.

O4. Identificar y describir las redes de colaboración a nivel institucional y personal.

A nivel institucional, se halló la tendencia, casi generalizada, de colaboración entre instituciones dentro de un mismo país, como es el caso de Estados Unidos y Alemania. También se constató la existencia de cierta colaboración internacional, como es el caso de la colaboración existente entre ciertas universidades europeas francófonas (*Ghent University, Université Provence y Université de Montpellier*) con Estados Unidos a través de la *University of California*, o la colaboración entre universidades de habla inglesa pertenecientes a la Commonwealth (*Figura 12*).

En cuanto a autores, no existe una red única de colaboración en la autoría sino que se han encontrado múltiples pequeñas subredes, lo que indica que no hay ningún grupo a nivel internacional dominante en esta materia, en parte debido a que el proyecto PISA es algo que va estrechamente ligado a los currículos y sistemas educativos de cada país como afirman Rico y Lupiañez (2008).

O5. Identificar los investigadores más productivos del campo disciplinar en temas PISA

Tras el análisis realizado, se ha podido constatar que no existe ningún gran productor sino pequeños y medianos productores, lo que reafirma lo expuesto en las

conclusiones del objetivo O4. Este hecho puede deberse a lo que hemos comentado anteriormente de que la producción científica relacionada con PISA tiene otros cauces de difusión.

O6. Identificar las instituciones más productivas en relación a PISA

Al contrario de lo que ocurre con los investigadores, sí se ha podido constatar el hecho de que hay instituciones más productivas, ya que las 7 primeras universidades en volumen de producción acumulan el 25% del total de artículos de la muestra de estudio.

El mayor número de universidades a las que pertenecen los autores de los artículos PISA son norteamericanas, aunque si atendemos al número de producción por instituciones de manera individual, se destacan algunas europeas como las universidades de Ghent University (Bélgica), University of Padova (Italia) y University of Cyprus (Chipre).

6.2 CONCLUSIONES GENERALES, LIMITACIONES DEL ESTUDIO Y POSIBLES VÍAS DE CONTINUACIÓN

Partiendo de una caracterización validada por expertos de los principales elementos del marco teórico sobre matemáticas del proyecto PISA, una de las principales conclusiones que se extraen de este estudio es que esta caracterización no tiene una presencia notable en las revistas indexadas en la base de datos SCOPUS con un alto factor de impacto (Tabla 19, subapartado 5.1.4). Esta presencia tiene lugar, fundamentalmente, en otros cauces de difusión científica como libros, conferencias y comunicaciones en congresos, reuniones de expertos y revistas con una visibilidad menos extendida. En estas fuentes se pone de manifiesto que tanto los resultados como el propio desarrollo teórico de PISA es objeto de discusión y debate en un gran número de foros, lo que constata la preocupación y el interés de la comunidad internacional de Educación Matemática por los diferentes elementos que considera este proyecto. Por tanto, una posible vía de continuación de este estudio es centrar el análisis en esas otras fuentes de información, si bien aquí hemos justificado que las publicaciones de prestigio del área no abordan, de manera explícita, la mayor parte de estos elementos.

Otra de las conclusiones que se ha podido extraer de este estudio es el hecho de que los autores de los artículos que constituyen nuestra muestra de estudio no utilizan habitualmente los descriptores PISA aportados por los expertos. Creemos que esto puede deberse a dos motivos principalmente: por un lado, es posible que no sean

compartidos cuáles son los descriptores que caracterizan a un artículo de Educación Matemática relacionado con PISA. Por otro, existe una pérdida de pluralidad de significados en las sucesivas traducciones que se van haciendo en las diferentes etapas de las investigaciones, es decir, un investigador que trabaje en temas relacionados con PISA, que no sea de habla inglesa, es posible que lleve a cabo sus propias reflexiones y aportaciones en su lengua materna, volviendo después a traducir al inglés sus resultados.

De esta manera, otra posible vía de continuación es buscar una muestra de investigadores en aspectos relacionados con PISA de lengua materna inglesa y comprobar si se sigue cumpliendo esta tendencia, de modo que podríamos verificar si realmente esta no coincidencia con nuestro listado es debida a esa pérdida de riqueza léxica.

Dentro de las limitaciones del estudio hemos encontrado que aunque nuestra prueba piloto nos ha permitido filtrar la muestra original descartando muchos artículos que no eran de investigación en Educación Matemática, deberíamos en próximas investigaciones, hacer una prueba piloto para detectar falsos positivos (Medina-López et al., 2010), es decir, detectar artículos que se han clasificado como de investigación en Educación Matemática que realmente no lo son.

Además de estos resultados, consideramos que otra aportación de este estudio al área de investigación en Educación Matemática ha sido el listado de descriptores que caracterizan un artículo como de Educación Matemática.

7 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bizquera, R. (1989). *Métodos de investigación educativa. Guía práctica*. Barcelona: Promociones Publicaciones Universitarias.
- Blanco, L. J. y Rico, L. (2011). ¿Qué hacer con los datos de PISA? Dos aspectos importantes (y 2). *El País*. Recuperado de http://www.elpais.com/articulo/sociedad/hacer/datos/PISA/elpepusoc/20110117elpepusoc_2/Tes el 17/01/2011
- Bordons, M. y Ariza, M. (2007). La investigación matemática española de difusión internacional: estudio bibliométrico (1996-2001).
- Bracho-López, R., Maz-Machado, A., Jiménez-Fanjul, N., Adamuz-Povedano, N., Gutiérrez-Arenas, M. P. y Torralbo-Rodríguez, M. (2011). La investigación en Educación Matemática en la revista Epsilon. Análisis cuantitativo y temático (2000-2009). *Epsilon*, 27(2), 9-25.
- Bracho-López, R., Maz-Machado, A., Torralbo-Rodríguez, M., Gutiérrez-Arenas, M. P., Hidalgo-Ariza, M. D. y Jiménez-Fanjul, N. (2011). La ley de Lotka aplicada a la

- producción de artículos científicos de Educación Matemática en revistas españolas. *Biblios: Revista de Bibliotecología y Ciencias de la Información*(39).
- Bracho, R. (2010). *Visibilidad de la Investigación en Educación Matemática en España. Análisis cuantitativo y conceptual de la producción de artículos científicos (1999-2008)*. Tesis Doctoral, Universidad de Córdoba, Córdoba.
- Bracho, R., Maz, A., Torralbo, M., Gutiérrez, M. P., Jiménez, N. y Hidalgo, M. D. (2010). La ley de Lotka aplicada a la producción de artículos científicos de Educación Matemática en Revistas españolas. *Biblios*.
- Bradford, S. C. (1948). *Documentation*. London: Crosby Lockwood.
- Buela-Casal, G., Zych, I., Sierra, J. C. y Bermúdez, M. P. (2007). The Internationality Index of the Spanish Psychology journals. *International Journal of Clinical and Health Psychology*, 3, 899-910.
- Caraballo, R. M., Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (En prensa). Análisis de los ítems de las evaluaciones autonómicas de diagnóstico en España: 2008-2009. *Unión*.
- Codina, L. (2005). Scopus: el mayor navegador científico de la web. *El Profesional de la información*, 14(1), 44-49.
- Chiroque, R. y Medina, A. (2003). El SIDA y su productividad científica en la base de datos SciELO entre 1997-2003: estudio bibliométrico. *Biblios*, 4(16), 81-91.
- Elsevier, B. V. (2004). SCOPUS. Recuperado de <http://info.scopus.com> el 17 de Mayo de 2011
- Fernández-Cano, A. (1995). *Métodos para evaluar la investigación en Psicopedagogía*. Madrid: Síntesis.
- Fernández-Cano, A. y Bueno, A. (1999). Synthesizing scientometric patterns in Spanish educational research. *Scientometrics*, 46(2), 349-367.
- Fernández-Cano, A. y Bueno, A. (2002). Multivariate evaluation of Spanish educational research journals. *Scientometrics*, 55(1), 87-102.
- Fiorentini, D. (1993). Memoria e análise da pesquisa acadêmica em educação matemática no Brasil: O banco de teses do CEMPEM/FEUNICAMP. *Zetetiké*, 1(1), 55-76.
- Gorbea, P. S. (1996). *El modelo matemático de Bradford: su aplicación a las revistas latinoamericanas de las ciencias bibliotecológicas y de la información*. México: UNAM.
- Gutiérrez, M. P., Maz, A., Bracho, R., Torralbo, M. y Hidalgo, M. D. (2011). Clasificación temática en revistas de Pedagogía: el caso de la revista *Bordón* (1984-2008). *EDUCO*, 5, 177-191.
- Jiménez-Contreras, E. (2000). Los métodos bibliométricos. Estado de la cuestión y aplicaciones. *Cuadernos de Documentación Multimedia*, 10. Recuperado de <http://www.ucm.es/info/multidoc/multidoc/revista/num10/index.htm> el 19 de Junio de 2011
- Jiménez-Contreras, E. (2005). *Bases para un concepto de las "-metrías"*. Departamento de Biblioteconomía y Documentación. Universidad de Granada. Granada. Recuperado de www.ugr.es/local/rruizb/cognosfera
- León, O. G. y Montero, I. (1997). *Diseño de Investigaciones. Introducción a la lógica de la investigación en Psicología y Educación*. Madrid: McGraw-Hill.
- Liu, Z. (2007). Scholarly communication in educational psychology: a journals citation analysis. *Collection Building*, 26(4), 112-118.
- Lotka, A. J. (1926). The frequency distribution of scientific productivity. *Journal of the Washington Academy of Science*, 16(12), 317-323.

- Maz-Machado, A., Bracho-López, R., Torralbo-Rodríguez, M., Guitiérrez-Arenas, M. P. y Hidalgo-Ariza, M. D. (2011). La investigación en Educación Matemática en España: los simposios de la SEIEM. *PNA*, 5(4), 163-184.
- Maz-Machado, A., Bracho-López, R., Torralbo-Rodríguez, M., Gutiérrez-Arenas, M. P., Jiménez-Fanjul, N. y Adamuz-Povedano, N. (2011). Redes académicas generadas por las tesis doctorales en Educación Matemática en España. *Revista de Investigación Educativa*, En prensa.
- Maz, A. y Torralbo, M. (2007). Cienciometría en Educación Matemática. En E. Castro y J. L. Lupiañez (Eds.), *Investigaciones en Educación Matemática: Pensamiento Numérico. Libro homenaje a Jorge Cázares Solórzano*. Granada: Editorial Universidad de Granada.
- Maz, A., Torralbo, M., Vallejo, M. y Fernández-Cano, A. (2007). La producción bibliográfica: un criterio evaluador del rendimiento científico universitario. *Revista Tumbaga*, 2, 95-105.
- Maz, A., Torralbo, M., Vallejo, M. y Fernández Cano, A. (2007). La producción bibliográfica. Un criterio evaluador del rendimiento científico universitario. *Revista Tumbaga*, 1(2), 95-105.
- Medina-Casaubon, J. M., Fernández-Guerrero, I. M., Gil-Montoya, J. A. y Fernández-Cano, A. (2008). La investigación odontológica española en la base Science Citation Index: un estudio cienciométrico (1974-2006). *Revista Española de Investigación Científica*, 31(2), 169-189.
- Medina-López, C., Marín-García, J. A. y Alfalla-Luque, R. (2010). Una propuesta metodológica para la realización de búsquedas sistemáticas de bibliografía (A methodological proposal for the systematic literature review). *WPOM-Working Papers on Operations Management*, 1(2), 13-30.
- Moya-Anegón, F. (2003). Visibilidad internacional de la investigación española en Ciencias de la Educación. El caso de la Didáctica de la Matemática. En E. Castro (Ed.), *Investigación en educación matemática: séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Granada: Universidad de Granada.
- Moya-Anegón, F. y Solís-Cabrera, F. M. (2008). *Indicadores Bibliométricos de la Producción Científica de Andalucía 2003-2005*. Sevilla: Consejería de Innovación, Ciencia y Empresa.
- OCDE. (2004). *Marcos teóricos de PISA 2003 : la medida de los conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y resolución de problemas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo.
- OECD. (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*: OECD Publishing.
- Ortiz, J. J. (2010). La educación estadística en los Simposios de la SEIEM (1997-2009). En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 475-486). Lleida: SEIEM.
- Pajares, R., Sanz, A. y Rico, L. (2004). *Aproximación a un modelo de evaluación: el Proyecto PISA 2000* Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Instituto de Evaluación Calidad del Sistema Educativo.
- Pao, M. L. (1985). Lotka's law: a testing procedure. *Information Processing & Management*, 21(4), 305-320.
- Pao, M. L. (1986). An empirical examination of Lotka's law. *Journal of the American Society for Information Science*, 37(1), 26-33.

- Perianes-Rodríguez, A., Olmeda-Gómez, C. y Moya-Anegón, F. (2010). *Redes de colaboración científica. Análisis y visualización de patrones de coautoría*. Valencia: Tirant lo blanch.
- Polit, D. E. y Hungler, B. P. (1995). *Nursing Research Principles and Methods*. Philadelphia: Lippincott-Raven Publishers.
- Pontigo, J. y Quijano, A. (1977). La ley de Bradford: Aspectos teóricos y prácticos. *La problemática de las Bibliotecas en México y sus soluciones. VIII Jornadas Mexicanas de Biblioteconomía, del 1º al 6 de mayo de 1977, Guadalajara, Jal. México. Asociación mexicana de bibliotecarios* (pp. 241-263).
- Puig, L. (2008). Sentido y elaboración del componente de competencia de los modelos teóricos locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos. *PNA*, 2(3), 87-107.
- Recio, T. y Rico, L. (2005). El Informe PISA 2003 y las matemáticas, lunes 24 de enero de 2005, *El País*, p. 33.
- Reys, R. E. y Kilpatrick, J. (2001). *One field, many paths: U.S. Doctoral programs in Mathematics Education* (Vol. 9). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Reys, R. E. y Kilpatrick, J. (2008). *U.S. Doctorates in Mathematics Education*. Washington, D. C: American Mathematical Society - Mathematical Association of America.
- Rico, L. (1998). Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. *Relime*, 1(1), 22-39.
- Rico, L. (2004). Evaluación de competencias matemáticas: proyecto PISA/OCDE 2003. En E. Castro y E. de la Torre (Eds.), *Actas VIII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 89-102). La Coruña: Universidad de A Coruña.
- Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación, extraordinario 2006*, 275-294.
- Rico, L. (2007). La Competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66.
- Rico, L. y Blanco, L. J. (2011). ¿Qué hacer con los datos de PISA? Algunos aspectos generales 1. *El País*. Recuperado de http://www.elpais.com/articulo/sociedad/hacer/datos/PISA/elpepusoc/20110108elpepusoc_9/Tes el 08/01/2011
- Rico, L., Díez, A., Castro, E. y Lupiáñez, J. L. (2011). Currículo de matemáticas para la educación obligatoria en España durante el periodo 1945-2010. *Educatio Siglo XXI*, 29(2), 139-172.
- Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.
- Rico, L., Sierra, M. y Castro, E. (1999). Didáctica de la Matemática. En L. Rico y D. Madrid (Eds.), *Las Disciplinas Didácticas entre las Ciencias de la Educación y las Áreas Curriculares*. Madrid: Síntesis.
- Rodríguez Yunta, L. y Abejón Peña, T. (2010). El análisis bibliométrico de la producción española en Ciencias Sociales y Humanas. ¿Contamos con las fuentes necesarias? *Revista española de documentación científica*, 33(1).
- Ruiz de Osmá, E. (2006). Aplicación del modelo Bradford en la producción científica del área biomédica de la Universidad de Granada (1988-1996). *Encontros Bibli: revista eletrônica de biblioteconomia e ciência da informação*(Especial 2/2006), 1-23.

- Subramanyan, K. (1983). Bibliometrics studies of research collaboration: A review. *Journal of Information Science*, 6, 33-39.
- Torralbo, M. (2002). *Análisis cientimétrico, conceptual y metodológico de las tesis doctorales españolas en educación matemática*. Doctorado, Universidad de Granada, Granada.
- Torralbo, M., Fernández-Cano, A., Rico, L., Maz , A. y Gutiérrez, M. P. (2003). Tesis doctorales españolas en educación matemática. *Ensenanza De Las Ciencias*, 21(2), 295.
- Urbizagástegui, R. (2004). La productividad científica de los autores. Un modelo de aplicación de la ley de Lotka por el método del poder inverso generalizado. *Información, cultura y sociedad*, 12, 51-73.
- Vallejo, M. (2005). *Estudio longitudinal de la producción española de tesis doctorales en Educación Matemática*. Granada: Universidad de Granada.
- Vallejo, M., Fernández-Cano, A., Torralbo, M. y Maz, A. (2007). La investigación española en Educación Matemática desde el enfoque conceptual inserto en sus tesis doctorales. *Ensenanza De Las Ciencias*, 25(259), 266.

8 ANEXOS

Tabla 34

Listado de descriptores de cocitación de problem solving

Cocitaciones de problem Solving	
1 "9-12 years old vs mathematics graduates"	2 "Achievement"
3 "Affect"	4 "Affect and cognition"
5 "Affective structures"	6 "Algebra"
7 "Algebra readiness"	8 "Algebraic reasoning"
9 "Algebraic thinking"	10 "Analogical problem solving"
11 "Angular gyrus"	12 "Application"
13 "Application of knowledge"	14 "Arithmetic"
15 "Assessment"	16 "Assistance in representation"
17 "Assisted assessment"	18 "Attitudes"
19 "Authentic tasks"	20 "Authoring tools"
21 "Behaviours"	22 "Beliefs"
23 "bijections"	24 "Bilinguals"
25 "Brainstorming"	26 "CAL"
27 "calculation"	28 "Case studies"
29 "Case study"	30 "Change"
31 "Class inclusion"	32 "Classroom experiment"
33 "Classroom instruction"	34 "Classroom interaction analysis"
35 "Classroom practices"	36 "Cognition"
37 "Cognitive"	38 "Cognitive activity"
39 "Cognitive development"	40 "Cognitive models"
41 "Cognitive processes"	42 "Cognitive psychology"
43 "Cognitive strategy"	44 "Cognitive strategy training"
45 "Cognitive tools"	46 "Cognitive variables"
47 "Collaboration"	48 "Collaborative small groups"
49 "College students"	50 "Communication"
51 "Competence in arithmetic Conceptualization"	52 "Complexity theory"
53 "Computer"	54 "Computer microworld"
55 "Computer support"	56 "Computer tools"
57 "Computer use"	58 "Computer-assisted learning"
59 "Computers"	60 "Conceptual knowledge"
61 "Conceptual model-based problem solving"	62 "Conceptualization"
63 "Conditional probability"	64 "Conservation of area"
65 "constructivism"	66 "Constructivist curricula"
67 "Control"	68 "Control group"
69 "Correspondences"	70 "Creative thinking"
71 "Creativity"	72 "Cross-national comparison"
73 "Cross-national perspective"	74 "Cross-national study"
75 "Cumulative practice"	76 "Curriculum"
77 "Deafness"	78 "Degree of field dependence-independence"

79 "development of expertise"	80 "Developmental level"
81 "Developmental psychology"	82 "Diagrams"
83 "Dialog"	84 "Dialogical approach"
85 "Didactic contract"	86 "Didactical contract"
87 "Digital tools"	88 "Directing/correcting feedback"
89 "Discourse"	90 "Distance learning"
91 "Drawings and Problem solving"	92 "Duality"
93 "Early algebra"	94 "Early childhood"
95 "Early rational number knowledge"	96 "Educational research"
97 "educational tecnology"	98 "Elementary"
99 "Elementary education"	100 "Elementary grade students"
101 "Elementary mathematics instruction"	102 "Elementary school mathematics"
103 "Elementary students"	104 "Emotions"
105 "Engineering design"	106 "Engineering system analysis"
107 "Enrichment"	108 "enumeration"
109 "Epistemic profiles"	110 "Equalization Problem solving"
111 "Equation presentation format"	112 "Equations"
113 "Equity/diversity"	114 "Executive functions"
115 "Executive processing"	116 "Expertise reversal effect"
117 "Exploration"	118 "Facilitation"
119 "fMRI"	120 "Fractional division"
121 "Gender differences"	122 "Gender issues"
123 "Generalized thinking"	124 "Generative thinking"
125 "Geometry"	126 "Gifted"
127 "Graph representations"	128 "Graph theory"
129 "Graphing of rational functions"	130 "Group support systems"
131 "Heuristic literacy"	132 "Heuristic strategies"
133 "Heuristics"	134 "Heuristics in mathematics"
135 "High school students"	136 "Hong Kong"
137 "Idea generation"	138 "Ideation"
139 "Imitative problem solving"	140 "Influence of learning opportunities"
141 "In-service and pre-service teachers"	142 "Instructional design"
143 "Instructional tasks"	144 "Intellectual disability"
145 "Intelligent tutoring systems"	146 "Interaction"
147 "Interactive teaching-learning strategies"	148 "Interest"
149 "Interface design"	150 "Interlocutory logic"
151 "Inter-relating theory and practice"	152 "Intersubjective knowledge"
153 "Intervention studies"	154 "Investigative test"
155 "Justification"	156 "Knowledge"
157 "Knowledge acquisition"	158 "Knowledge transformation"
159 "Language"	160 "Learning"
161 "Learning difficulties"	162 "Learning disabilities"
163 "Learning environments"	164 "Learning of algebra"
165 "Liberal arts mathematics"	166 "LOGO"
167 "Longitudinal study"	168 "Long-term memory"
169 "Low achievers"	170 "male vs female college students"
171 "math disabilities"	172 "Math word problems"

173 "Mathematical ability"	174 "Mathematical achievement"
175 "Mathematical achievements"	176 "Mathematical behavior"
177 "Mathematical cognition"	178 "Mathematical culture"
179 "mathematical difficulties"	180 "Mathematical discourse"
181 "Mathematical integrity"	182 "Mathematical intimacy"
183 "Mathematical knowledge"	184 "Mathematical problem solving"
185 "Mathematical problem solving patterns"	186 "Mathematical reasoning"
187 "Mathematical representation"	188 "Mathematical thinking"
189 "Mathematics"	190 "Mathematics achievement"
191 "Mathematics disabilities"	192 "Mathematics education"
193 "Mathematics instruction"	194 "Mathematics learning"
195 "Mathematics practices"	196 "Mathematics teacher development"
197 "Mathematics teaching anxiety"	198 "Mathematics/Numbers"
199 "Medium state solvers"	200 "Memory updating"
201 "Mental models"	202 "Mental representation"
203 "Meta-affect"	204 "Metacognition"
205 "Microgenetic method"	206 "Middle school students with learning disabilities"
207 "Mobility-fixity dimension"	208 "Morphisms"
209 "Multimedia tools"	210 "Multimedia whiteboard"
211 "Multi-representative construction model"	212 "Neuroscience"
213 "Non-cognitive"	214 "Nonlinear methods"
215 "Novel behavior"	216 "Numerical competence"
217 "Open-ended problems"	218 "Open-ended tasks"
219 "Operating premises"	220 "Optimization problems"
221 "Oral explanation"	222 "Patterns"
223 "Patterns of action"	224 "Pedagogical representation"
225 "Performance"	226 "Phonological processing"
227 "Physics teacher"	228 "PISA"
229 "Planning ability"	230 "Powerful learning environments"
231 "Pragmatics"	232 "Pre-school education"
233 "Pre-service mathematics teachers"	234 "Pre-service teacher education"
235 "Pre-service teachers"	236 "pressure"
237 "Primary"	238 "primary school students"
239 "Problem posing"	240 "Problem situation"
241 "Problem solving"	242 "Problem solving (mathematics)"
243 "Problem solving and posing"	244 "Problem solving processes"
245 "Problem solving skills"	246 "Problem solving strategies"
247 "Problematic problems"	248 "Procedural knowledge"
249 "Process"	250 "Product"
251 "Professional development"	252 "Proof"
253 "Prospective teachers"	254 "Quantitative skills"
255 "Race/ethnicity/SES"	256 "Ratio concept"
257 "Rational number perspectives"	258 "Reading comprehension"
259 "reading difficulties"	260 "Reading mathematical text"
261 "Realistic thinking"	262 "Reasoning"

263 "Reasoning paths"	264 "Reflection"
265 "Reflections"	266 "Reflections on learning"
267 "Reform in mathematics education"	268 "Representation"
269 "Representational systems"	270 "Representations"
271 "Research in mathematics education"	272 "Rewording"
273 "Role theory"	274 "Scaffolding"
275 "Schema-based instruction"	276 "Schemas"
277 "School students"	278 "science and technology teaching"
279 "Secondary education"	280 "Secondary mathematics"
281 "Self-constructed diagrams"	282 "Self-efficacy"
283 "Self-explanation"	284 "Self-regulated learning"
285 "Self-regulation"	286 "sex"
287 "Sex differences"	288 "Sharing porcesses"
289 "Short-term memory"	290 "Sign language"
291 "Social and cultural issues"	292 "Social cognition"
293 "Solution representation"	294 "Solution strategies"
295 "Solving strategies"	296 "Spatial reasoning"
297 "Standard problems"	298 "Strategic behavior"
299 "Strategies"	300 "Strategy"
301 "Strategy instruction"	302 "Strategy selection"
303 "stress"	304 "Structured problems"
305 "Student strategy use"	306 "Student talk"
307 "Student teachers"	308 "Students with learning disabilities or problems"
309 "Students´ belief systems"	310 "Subgoal"
311 "Symbols"	312 "Task analysis"
313 "Teacher education"	314 "Teacher educators"
315 "Teacher learning"	316 "Teacher roles"
317 "Teacher training"	318 "Teacher´s responsibilities"
319 "Teachers´ pedagogies"	320 "Teaching"
321 "Teaching knowledg"	322 "Teaching methods"
323 "Teaching practice"	324 "Teaching role"
325 "teaching sequence"	326 "Teaching style"
327 "technically similar tasks"	328 "techniques"
329 "Technology"	330 "Technology-rich contexts"
331 "telling time"	332 "Thinking-aloud interviews"
333 "ThinkLets"	334 "Third-grade students"
335 "Thought and language"	336 "Thought process"
337 "Transfer"	338 "Two-phase design"
339 "U.S. And Chinese mathematics textbooks"	340 "Understanding"
341 "Use of drawings"	342 "Validation study"
343 "Values"	344 "Verification"
345 "Video-coding"	346 "Virtual manipulatives"
347 "Visual representations"	348 "Web3D"
349 "Word problem solving"	350 "Word problem story grammar"
351 "Word problems"	352 "Word-problem solving"
353 "Worked example"	354 "Working memory"

355 "Working-memory capacity"

356 "Writing"
