

**DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE GRANADA**



**PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO EN ALUMNOS DE 6-7 AÑOS EN
TAREAS DE SERIACIONES**

Trabajo Fin de Master presentado por
D. Rodolfo Morales Merino

Dirigido por la doctora

D^a. María C. Cañadas

GRANADA, 2013

Morales, R. (2013). *Pensamiento lógico matemático en alumnos de 6-7 años en tareas de seriaciones*. Trabajo Fin de Master. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática.

DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE GRANADA



PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO EN ALUMNOS DE 6-7 AÑOS EN
TAREAS DE SERIACIONES

Trabajo de fin de master realizado bajo la dirección de la Dra. D^a. María Consuelo Cañadas Santiago del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada que presenta el estudiante Rodolfo Morales Merino para optar al master de Didáctica de la Matemática impartido por el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Rodolfo Morales Merino

Tutora:

Dra. D^a. María C. Cañadas Santiago

Granada, 2013

Agradecimientos

Agradecer a Dios por guiar cada uno de mis pasos que doy en la vida.

Agradecer a la profesora María C. Cañadas, por toda su amabilidad, paciencia, entrega, disposición y dedicación para orientar con todo su conocimiento el logro de este trabajo que presento a continuación y, que de la cual he aprendido mucho.

Agradecer a la profesora Encarnación Castro, por su toda colaboración en el momento en que postulé a este master, por compartir sus conocimientos en la asignatura de Pensamiento Número I que me han ayudado a crecer profesionalmente y, por su orientación en este trabajo que gracias a su conocimiento y experiencia pudimos encaminarlo.

Agradecer a todos los profesores del Master de Didáctica de la Matemática por su cercanía y amabilidad y, sobre todo por compartir sus conocimientos.

A los compañeros del Master en Didáctica de la Matemática por compartir gratos momentos de discusión durante las clases.

A las alumnas y sus padres que autorizaron para que fuesen partícipes de esta investigación.

A los compañeros de Chile por los gratos momentos de reunión.

A Becas Chile por darme la oportunidad de crecer personal y profesionalmente al estudiar este master.

A los profesores Juan Mansilla y Marcial Valenzuela por su apoyo en la postulación a este master.

A mis padres, hermanas, familia y amigos por su apoyo desde siempre.

Agradecer especialmente a Guiselle, mi esposa, por su comprensión, su amor y, por todo el apoyo en cada uno de los pasos que doy junto a ella.

ÍNDICE

ÍNDICE	1
PRESENTACIÓN	1
CAPÍTULO 1. MOTIVACIÓN Y ENUNCIADO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	3
Motivación personal y profesional	3
Motivación curricular	4
Estándares curriculares del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)	4
Currículo español	4
Currículo chileno	5
Motivación investigadora	6
Planteamiento del problema de investigación	7
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN	9
Pensamiento lógico matemático	9
Aproximaciones al pensamiento lógico matemático	9
Capacidades asociadas al pensamiento lógico matemático	10
Estructuras lógico matemáticas	12
Clasificaciones	12
Ordenaciones	13
Seriaciones	13
Patrones	15
Tipos de patrones	16
Bloques lógicos de dienes	18
Antecedentes	19
Estudios realizados en el contexto español	20
Estudios realizados en el contexto internacional	23
Dificultades en la identificación de patrones	25
Objetivos de investigación	27
CAPÍTULO 3. MÉTODO	29
Sujetos	29
Entrevista piloto	30
Diseño de tareas	30

Tareas para la entrevista piloto.....	35
Recogida de información	35
Categorías preliminares.....	36
Resultados de la entrevista piloto.....	37
Decisiones metodológicas tras la entrevista piloto	38
Entrevistas definitivas	39
Diseño definitivo de tareas	39
Tareas	42
Recogida de información	42
Categorías para el análisis	43
Organización de datos para el análisis	45
CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS.....	47
Análisis del trabajo de la alumna 2	47
Tarea 1.....	47
Tarea 2.....	49
Tarea 3.....	51
Tarea 4.....	53
Tarea 5.....	53
Tarea 6.....	55
Tarea 7.....	56
Tarea 8.....	57
Tarea 9.....	58
Tarea 10.....	60
Tarea 11.....	60
Tarea 12.....	62
Tarea 13.....	63
Tarea 14.....	64
Análisis del trabajo de la alumna 3	65
Tarea 5.....	65
Tarea 7.....	66
Tarea 8.....	67
Tarea 9.....	68
Tarea 10.....	69
Tarea 11.....	70

Tarea 12.....	70
Tarea 13.....	72
Tarea 14.....	74
Dificultades en el trabajo de las alumnas 2 y 3	75
Comparación de resultados de las alumnas 2 y 3.....	76
Aspectos comunes en el trabajo de las alumnas 2 y 3.....	76
Aspectos diferentes en el trabajo de las alumnas 2 y 3	79
CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES.....	81
Respuesta a objetivos de investigación	81
Implicaciones para la enseñanza	84
Limitaciones de la investigación	85
Líneas de continuación.....	86
REFERENCIAS	87
ANEXO A.....	93
ANEXO B.....	95
ANEXO C.....	97
ANEXO D.....	119
ANEXO E.....	151

PRESENTACIÓN

La investigación que aquí presentamos corresponde a un Trabajo de Fin de Master realizado durante el curso académico 2012-2013 en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, realizado por el estudiante Rodolfo Morales Merino y bajo la conducción de la Doctora D^a. María C. Cañadas.

Nuestro estudio se ha centrado en explorar y describir el pensamiento lógico matemático en alumnos de primeros niveles de educación primaria cuando estos realizan tareas de seriaciones. Para ello, presentamos el marco teórico apoyándonos en las ideas claves identificadas de la revisión de literatura realizada: capacidades asociadas al pensamiento lógico matemático, atributos, patrones, estructuras lógicas básicas (clasificaciones, seriaciones y ordenaciones) son las más destacadas.

Seleccionamos por conveniencia a tres alumnas de 6-7 años para realizar entrevistas semiestructuradas en las que les planteamos trabajar en algunas tareas. Construimos las tareas con base en las siguientes variables de tarea: (a) cantidad de elementos en el núcleo; (b) atributos y, (c) variación de atributos entre núcleos. Realizamos un análisis cualitativo de las producciones a las tareas de seriaciones propuestas.

Realizamos tres entrevistas, que tuvieron lugar en la sala de Seminario de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. La primera fue una entrevista piloto, donde participó una de las alumnas (alumna 1). Le aplicamos tareas de seriaciones con uno, dos y tres elementos en el núcleo, utilizando el material manipulativo de los bloques lógicos de Dienes por contar con los atributos válidos para esta investigación¹. El objetivo principal de esta entrevista fue hacer una primera aproximación al pensamiento lógico matemático en alumnos de 6-7 años de edad en tareas de seriaciones con uno, dos y tres elementos en el núcleo². Utilizamos los resultados de esta entrevista para tomar decisiones metodológicas con vistas a las entrevistas definitivas.

En las entrevistas definitivas, utilizamos 14 tareas³. Analizamos la información teniendo en cuenta las siguientes categorías, construidas con base en el marco teórico y a la información obtenida en un análisis preliminar de los datos: (a) relación de atributos: diferencias y semejanzas de atributos; (b) identificación de patrones: número de elementos en el núcleo, atributos que cambian y que mantienen; (c) construcción de series: reiterativas y no

¹ Los atributos utilizados en esta investigación fueron: color, forma, tamaño y textura, ver capítulo 4 con mayor detalle.

² Detallamos estas tareas en el capítulo 4.

³ Detallamos estas tareas en el capítulo 4.

reiterativas; (d) explicaciones atendiendo a: número de elementos en el núcleo, atributos que cambian y, atributos que mantienen y, (e) dificultades.

Utilizamos estas categorías para presentar los resultados y, finalmente, concluimos cómo esos resultados abordan los objetivos propuestos en la investigación.

La estructura de este informe de investigación está compuesta por los 5 capítulos siguientes.

- Capítulo 1: Motivación y enunciado de investigación. En este capítulo mostramos la motivación de la investigación con base en tres aspectos: (a) motivación personal y profesional; (b) motivación curricular y, (c) motivación investigadora. Por último mostramos el enunciado de nuestro problema de investigación.
- Capítulo 2: Marco teórico, antecedentes y objetivos de investigación. En este capítulo mostramos el marco teórico. Damos a conocer todas aquellas concepciones teóricas que sustentan nuestro estudio. Además, hacemos referencias a los antecedentes y por último exponemos los objetivos de investigación.
- Capítulo 3: Método. En este capítulo nos referimos a las características de la investigación. Describimos el tipo de investigación, las características de los sujetos, las características de las tareas construidas, detallamos el proceso de las entrevistas piloto y definitivas y, por último mostramos las categorías que utilizamos para analizar la información.
- Capítulo 4: Análisis de datos y resultados. Este capítulo está dedicado a presentar los resultados de investigación y la comparación de los trabajos realizados de las alumnas 2 y 3.
- Capítulo 5: Conclusiones. En este último capítulo presentamos las conclusiones a las que hemos llegado en esta investigación. Damos respuesta a nuestros objetivos de investigación, exponemos las implicaciones que tiene esta investigación para la enseñanza, las limitaciones que tuvimos durante el proceso de la investigación y, por último mostramos las líneas de continuidad.
- Referencias. Aquí se presenta en listado de referencias que se citan a lo largo de la memoria de investigación.
- Finalmente incluimos un apartado de anexos. En este apartado mostramos las tablas que sintetizan los resultados de las alumnas 1 y 2, así como las transcripciones de las entrevistas a las alumnas 1, 2 y 3.

CAPÍTULO 1. MOTIVACIÓN Y ENUNCIADO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo justificamos esta investigación sobre el pensamiento lógico matemático que ponen de manifiesto estudiantes de los primeros niveles del sistema educativo en tareas de seriaciones de acuerdo a tres aspectos. El primero tiene que ver con la motivación tanto personal como profesional. El segundo aspecto es el curricular, en el que destacamos elementos explícitos de los currículos estadounidenses, español y chileno, en relación al pensamiento lógico matemático, seriaciones y patrones. El tercer aspecto es el investigador, en el que presentamos estudios que justifican el interés por el desarrollo del pensamiento lógico matemático, tareas de seriaciones con atributos cualitativos y patrones en los primeros niveles escolares. Por último, a partir de los elementos que subyacen de estas justificaciones y que están relacionados con el pensamiento lógico matemático, las estructuras lógicas básicas (clasificaciones, seriaciones y ordenaciones) y patrones, por ser elementos centrales del estudio, presentamos el problema de investigación.

MOTIVACIÓN PERSONAL Y PROFESIONAL

Mi afán por la enseñanza de las matemáticas empezó desde muy temprano. Desde los primeros niveles de escolaridad, empecé a forjar mi vocación de ser profesor. Actualmente soy profesor de educación básica con especialización en matemáticas en Chile, país donde me he formado académicamente hasta la actualidad. En mis estudios universitarios, en la Universidad Católica de Temuco de dicho país, incrementé mis conocimientos matemáticos y didácticos de las matemáticas, que fueron útiles en mi práctica docente. En esa etapa sentí un gran interés por las series o secuencias numéricas, principalmente por las habilidades que se ponen en juego para descubrir los patrones existentes en ellas. Estos contenidos eran prácticamente nuevos para mí, dada la escasa formación escolar recibida previamente en estos temas.

En 2010, me incorporé como profesor guía a nivel comunal⁴ en un programa en Chile denominado “Talleres Comunales”, dado por el Centro de Perfeccionamiento y Experimentaciones Pedagógicas (CPEIP). Esto permitió potenciar mis estrategias en el aula, destacando situaciones sobre cómo los estudiantes razonan o utilizan diversas estrategias frente a determinadas tareas de series o secuencias numéricas, a pesar de esta formación sentía la inquietud de seguir profundizando sobre estos temas.

⁴ En Chile una comuna es la unidad territorial en que se divide una provincia (unidad territorial mayor que una comuna) para efectos de su administración local.

Desde mi experiencia docente también se suma la motivación de profundizar aun más sobre el tema de las seriaciones y patrones considerando que los últimos años en Chile a nivel curricular se le ha dado gran énfasis a estos temas, principalmente en los primeros niveles educativos.

Todas estas razones personales y profesionales, me llevaron a estudiar el Master en Didáctica de la Matemática en la Universidad de Granada que me encuentro cursando. Mi expectativa en estos estudios es seguir profundizando sobre los temas de series, secuencias numéricas y patrones en Educación Matemática y, sobre todo, poder enmarcar una investigación de acuerdo a estos intereses. Los contenidos tratados en este master, principalmente los relativos a pensamiento numérico (en el curso Pensamiento Numérico I), y las profesoras Encarnación Castro y María C. Cañadas, me ayudaron a concretar un tema de estudio de acuerdo a mis intereses y a los temas que ellas estarían dispuestas a trabajar, relacionado con las series y el pensamiento lógico matemático que ponen de manifiesto los alumnos en los primeros cursos.

MOTIVACIÓN CURRICULAR

A continuación, describimos cómo abordan los documentos curriculares de diferentes países el pensamiento lógico matemático, las seriaciones y los patrones en los primeros cursos (5-7 años): (a) los estándares de Estados Unidos, como referente internacional; (b) el currículo español, por ser donde se lleva a cabo este estudio; y (c) Chile, por ser el país de procedencia del investigador.

Estándares curriculares del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)

Con respecto a los patrones en los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000) en los primeros niveles de escolaridad, en el estándar de contenido de Álgebra, se pretende que los estudiantes puedan reconocer, describir y ampliar patrones como secuencias de sonidos y formas o sencillos patrones numéricos. Además, se plantea que el reconocimiento, la comparación y el análisis de patrones son componentes importantes del desarrollo intelectual de los alumnos. Por último señala que los patrones son importantes en todos los aspectos de la matemática ya que permiten a los estudiantes, sobre todo en estos niveles, reconocer, ordenar y organizar el mundo.

Currículo español

En este apartado hacemos referencia al currículo español para hablar de los contenidos de educación infantil y de educación primaria.

En el currículo de educación infantil con respecto al pensamiento lógico matemático se plantea que los niños deben conocer y comprender de cómo funciona la realidad, por lo que se hace necesario que el niño indague sobre las propiedades de los objetos y establezca relaciones detectando diferencias y semejanzas entre ellos. Uno de los objetivos que se propone es que los niños puedan manipular funcionalmente objetos identificando atributos y cualidades y estableciendo relaciones de agrupamientos, clasificaciones, orden y cuantificación. Específicamente se espera que los niños puedan percibir los atributos y cualidades de los objetos y que actúen sobre ellos. Los niños se deben interesar por explorar los objetos mediante actividades manipulativas, estableciendo relaciones entre sus atributos (forma, color, tamaño, peso entre otros) con la idea de agrupar, clasificar y ordenar elementos y colecciones según semejanzas y diferencias. (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006).

En general, en todos los cursos de educación primaria, existe poca alusión a contenidos específicos que involucren seriaciones y patrones. Sin embargo, en el apartado de números y operaciones, específicamente en los cursos de primero y segundo de educación primaria (6-7 años), encontramos algunos contenidos que se refieren a la identificación de regularidades y aproximación a las propiedades de la suma y la resta. También en el bloque de geometría se propone la búsqueda de regularidades en figuras y cuerpos a partir de la manipulación de objetos (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007).

Currículo chileno

En el currículo chileno de educación parvularia (3-6 años) en el nivel de transición 2 (NT2)⁵ existe un eje temático (bloque) denominado razonamiento lógico matemático. Entre los aprendizajes esperados se destacan: (a) el establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la comparación de sus diferentes atributos (forma, color, tamaño, uso, longitud, grosor, peso, capacidad para contener) y, (b) que identifiquen los atributos estables y variables de sencillos patrones al reproducir secuencias de tres elementos y secuencias de un elemento que varía en más de una característica (Ministerio de Educación de Chile, 2005).

En los dos primeros cursos de educación básica (6-8 años) hay un eje temático denominado patrones y álgebra. En primero básico, se pretende que los alumnos reconozcan, describan, creen y continúen patrones repetitivos (sonidos, figuras, ritmos, entre otros) y patrones numéricos hasta el 20, crecientes y decrecientes, usando material concreto, pictórico y simbólico, de manera manual y/o por medio de software educativo. En segundo básico se pretende que los estudiantes expliquen y describan relaciones entre números, formas, objetos

⁵ Nivel de transición 2, corresponde al segundo año de educación prebásica en Chile, los alumnos en este nivel tienen una edad de 5 a 6 años aproximadamente.

y conceptos. Los patrones pueden ser representados en formas concretas, pictóricas y simbólicas, y los estudiantes deben ser capaces de transportarlos de una forma de representación a otra. La percepción de los patrones les permite predecir y fundamentar su razonamiento al momento de resolver problemas (Ministerio de Educación de Chile, 2012).

MOTIVACIÓN INVESTIGADORA

Diversos autores mencionan la necesidad de desarrollar el pensamiento lógico matemático en alumnos de las primeras edades escolares (Alsina, 2004, 2006, 2011; Canals, 1980; Cascallana 1988; Castro, Castro y del Olmo, 2002; Dienes y Golding, 1971; Fernández, 2008). Alsina (2006) destaca un conjunto de necesidades para que el niño pueda aprender y adquirir el pensamiento lógico matemático: “manipular, experimentar, favorecer la acción sobre los objetos, dado que es a partir de la acción sobre los objetos cuando el niño puede ir creando esquemas mentales de conocimiento” (p. 32). Castro, Castro y del Olmo (2002) plantean que el desarrollo del pensamiento matemático infantil se debe fundamentar en las estructuras lógicas básicas. Entre estas estructuras, están las clasificaciones, las seriaciones y las ordenaciones.

Con respecto al uso de patrones en la enseñanza escolar, Castro, Rico y Castro (1995) destacan que nuestro entorno está lleno de patrones y regularidades, y que son especialmente frecuentes en matemáticas. Los autores defienden que la habilidad para reconocer patrones matemáticos puede ayudar a llegar intuitivamente a fórmulas y relaciones que pueden ser usadas en estudios posteriores de matemáticas.

Threlfall (1999) le atribuye una gran importancia a los patrones en los primeros niveles educativos, señalando que el trabajo con los mismos puede ser una actividad gratificante. Además, considera que el uso de patrones sobre todo los reiterativos contribuye al desarrollo de las matemáticas como un elemento pre-algebraico que se describe en términos de generalización.

En diversos estudios realizados en edades más avanzadas a las consideradas en este trabajo, se observan diferentes dificultades en los estudiantes cuando se les propone tareas de búsqueda de regularidades, patrones y generalizaciones (Cañadas, 2007; Castro, 1994; Merino 2012; Trujillo, Castro y Molina, 2009) es por esto que se hace necesario el trabajo en estos temas en alumnos de edades tempranas. Esta constituye una de las razones que nos llevó a centrarnos en el pensamiento lógico matemático en tareas de seriaciones y patrones en los primeros niveles educativos, ya que puede ayudar a solucionar problemas futuros cuando los estudiantes se enfrentan a tareas de búsqueda de regularidades, patrones y generalizaciones, como también puede contribuir a potenciar el trabajo en alumnos de primeros cursos de

educación primaria, como recogen los estudios citados. Dado que, a pesar de la importancia atribuida a las tareas de búsqueda de patrones, en particular, de seriaciones en los primeros niveles escolares, y, en tareas donde se describa las características generales del pensamiento matemático en niños, existe una escasez de investigaciones en estos niveles orientadas a trabajar con estos tipos de tareas (Mulligan y Vergnaud 2006; Threlfell, 1999). Es por ello que surge la necesidad de realizar investigaciones enfocadas a la búsqueda de patrones (Waters, 2004), por lo que decidimos plantear el problema de investigación en los términos que describimos en el siguiente apartado.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Debido a la importancia reconocida del pensamiento lógico matemático y los patrones en los primeros cursos del sistema educativo, desde los aspectos personales, curriculares e investigador, y a la necesidad reconocida por indagar sobre el pensamiento lógico matemático, el trabajo con estructuras lógicas básicas y la identificación de patrones, consideramos relevante realizar una investigación centrada en analizar el pensamiento lógico matemático de niños de 6-7 años. Debido a los conocimientos previos que se les suponen a los niños de estas edades, según reflejan los documentos curriculares, y a los pocos estudios que se centran en el pensamiento lógico matemático de estos alumnos, nos centramos en tareas que tienen que ver con una de las estructuras lógicas básicas: las seriaciones. Nuestro problema de investigación se centra en describir el pensamiento lógico matemático que utilizan estudiantes de 6-7 años de edad al realizar tareas de seriaciones.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo presentamos el marco teórico, los antecedentes y los objetivos de investigación. En primer lugar presentamos las concepciones teóricas básicas que sustentan nuestra investigación. Mostramos algunas ideas sobre el pensamiento lógico matemático, enfatizando en sus elementos clave. Presentamos las estructuras lógicas que se consideran en el pensamiento lógico matemático, describiendo con mayor detalle las seriaciones y diferentes tipos de atributos. Además, distinguimos entre distintos tipos patrones, diferenciando entre reiterativos y no reiterativos. Por último, en este apartado, describimos los bloques lógicos de Dienes, recurso didáctico útil para abordar el trabajo con las estructuras lógicas básicas del pensamiento lógico matemático. En segundo lugar, damos a conocer los estudios relacionados con nuestra investigación. Finalmente, presentamos los objetivos de investigación general y específicos.

PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO

Diversos autores utilizan las expresiones pensamiento lógico matemático o razonamiento lógico matemático para hacer referencia a un mismo constructo cognitivo. En este trabajo lo llamaremos pensamiento lógico matemático. En primer lugar presentamos las aproximaciones de diferentes autores al pensamiento lógico matemático y, después, las capacidades que lo constituyen.

Aproximaciones al pensamiento lógico matemático

Castro, Castro y del Olmo (2002), con base en los trabajos de Piaget expresan que “el conocimiento se vuelve virtualmente sinónimo del proceso del pensamiento lógico que es la función esencial de la inteligencia” (p. 35-36). El pensamiento lógico matemático es un conjunto de procesos mentales a través de los cuales se establecen relaciones entre objetos, situaciones y conceptos que permiten estructurar la realidad (Soriano, 2008). El Ministerio de Educación de Chile (2005) considera que el pensamiento lógico matemático es la capacidad de descubrir, describir y comprender gradualmente la realidad, mediante el establecimiento de relaciones lógico-matemáticas y la resolución de problemas simples.

Alsina (2006), centrándose en el trabajo con los alumnos de primeros cursos de escolarización, hace referencia al contenido sobre el que se aplica el pensamiento lógico matemático, mencionando cualidades sensoriales (color, forma, textura, olor, tamaño, entre otros) de objetos. Usualmente, se suele distinguir entre dos tipos de atributos de los objetos: (a) atributos cuantitativos y (b) atributos cualitativos. Los primeros son propiedades de los

objetos cuantificables, a los que se les puede asignar una cantidad y, por tanto, se pueden medir. Por ejemplo, la longitud y la superficie son atributos cuantitativos. Los atributos cualitativos no se pueden cuantificar. Por ejemplo, el color o la forma son ejemplos de atributos cualitativos. Para las primeras edades, se recomienda comenzar el trabajo con los atributos cualitativos para después incluir los cuantitativos. Por esta razón, a partir de aquí, nos centramos en los atributos cualitativos.

El reconocimiento de diferencias entre objetos a través de la observación de sus atributos es un ejemplo de los fundamentos del conocimiento lógico matemático (Kamii, 1993). Esta autora señala que el individuo debe realizar una construcción mental propia para establecer estas diferencias. Esto permite dar cuenta de la relación entre dos objetos, estableciendo si son diferentes o similares.

El pensamiento lógico matemático es importante porque aporta las bases necesarias para poder adquirir conocimientos matemáticos (Canals, 1992, citado por Alsina, 2004). Además, permite desarrollar competencias que se refieren a la habilidad de solucionar situaciones nuevas de las que no se conoce de antemano un método de resolución (Alsina, 2004). Esto es reconocido por los currículos consultados (NCTM, 2000; Ministerio de Educación y Ciencia, 2006, 2007; Ministerio de Educación de Chile, 2005, 2011), donde observamos que el pensamiento lógico matemático aparece de forma transversal a todos los ejes temáticos o bloques de contenidos de los primeros niveles educativos. .

Capacidades asociadas al pensamiento lógico matemático

Alsina (2006, 2011) presenta tres capacidades que se desarrollan y que, a la vez, pone en juego y caracterizan al pensamiento lógico matemático: (a) identificar, reconocer y analizar cualidades sensoriales; (b) relacionar cualidades sensoriales y (c) operar cualidades sensoriales.

La primera capacidad⁶ que propone el autor se refiere a la identificación de atributos se corresponde con el descubrimiento y con saber decir si un atributo (cualitativo) está presente o no en un objeto. Esta capacidad va ligada a los sentidos, a través de los cuales se perciben las propiedades de los objetos. La segunda capacidad, sobre la relación entre atributos, se refiere a la comparación entre atributos de objetos a partir de un criterio preestablecido. El autor plantea que cuando los alumnos relacionan atributos cualitativos, se analizan las diferencias y semejanzas, estableciendo de esta forma una comparación entre los objetos. Se

⁶ Decidimos adaptar la terminología empleada por el autor y, en lugar de hablar de “cualidades sensoriales”, haremos referencia a los atributos cualitativos. Esta decisión se toma porque en el trabajo nos referiremos mayoritariamente a las cualidades o características de los objetos como atributos o atributos cualitativos.

pueden realizar diversos tipos de relaciones: (a) de equivalencia (clasificaciones), (b) de orden (ordenaciones), (c) correspondencias cualitativas y, (d) seriaciones. La tercera capacidad, sobre la operación, está asociada a que los niños observen y realicen cambios o transformaciones de atributos en situaciones u objetos.

También el pensamiento lógico matemático se expresa a través de capacidades de comunicación de las ideas matemáticas (Soriano, 2008). Esta autora argumenta que tener la capacidad de leer, escribir, pensar de forma creativa y de comunicarse acerca de problemas contribuirá a desarrollar la comprensión de las matemáticas. Cuando se comunica una idea matemática en algunas ocasiones estamos tratando de explicar esa idea. En este sentido Balacheff (2000) se refiere a la explicación como aquel discurso que pretende ser inteligible a los espectadores de la verdad de una proposición ya adquirida por el locutor. El locutor es quien garantiza la validez de la proposición, se arraiga en sus propios conocimientos y en sus propias reglas de decisión de la verdad para hacerlo.

Alsina (2006) argumenta que existen diferentes tipos de operaciones matemáticas según el contenido con el que se opera: operaciones lógicas, operaciones matemáticas y operaciones geométricas son algunas de ellas. Dado que nos centramos en las capacidades asociadas a los atributos cualitativos de los objetos, nuestro interés se relaciona con las operaciones lógicas. El autor también considera diferentes tipos de operadores y, como consecuencia, diferentes tipos de tareas que se pueden diseñar para su trabajo. A continuación, ejemplificamos algunas de ellas utilizando los bloques lógicos de Dienes como material didáctico. Más adelante describiremos este material con mayor detalle porque los utilizamos en esta investigación. Por el momento, nos centramos en sus atributos cualitativos (color, forma, textura y tamaño) para presentar los ejemplos con los operadores.

- Operadores directos: se desconoce la situación final, luego de una situación inicial y su transformación. Por ejemplo, se propone un elemento (pieza de bloques lógicos de Dienes) y se plantea un cambio de atributo, el alumno debe ubicar otro elemento siguiente que cumpla con ese cambio de atributo.
- Operadores inversos: se desconoce la situación de cambio, dado un elemento con una situación inicial y un elemento con una situación final, o dada solamente la situación inicial buscar la situación de cambio y final. Por lo tanto, se hace necesario establecer los cambios que se ha producido entre los elementos.
- Operadores neutros: tipo de operación en donde no cambian en ningún atributo los elementos. Se debe indicar la situación de cambio que se ha producido entre ellos (ningún cambio) dada la situación inicial y final.

ESTRUCTURAS LÓGICO MATEMÁTICAS

Perraudau (1999) presenta una idea general de estructura, señalando que “es un sistema que presenta leyes de organización que reúnen las conductas en un nivel de desarrollo dado. Se elabora en la interacción entre el sujeto y el objeto” (p. 210).

Para Piaget (1977) una estructura es un sistema que presenta leyes o propiedades de totalidad. “Estas leyes de totalidad son, por consiguiente, diferentes de las leyes o propiedades de los elementos mismos del sistema” (p. 205). Un ejemplo de estructura lógico matemática es la conservación de la materia.

Las estructuras lógico matemáticas se consideran elementos centrales para el pensamiento lógico matemático. En esta investigación entendemos como estructura lógico matemática a una organización de elementos que atiende a atributos que se mantienen o se diferencian entre ellos. Existen diferentes formas de organizar un mismo conjunto de elementos. Se dice que la primera estructura que construye un individuo y la más elemental de todas es el agrupamiento o clasificación simple (Castro, Castro y del Olmo, 2002). En los estudios de Piaget e Inhelder (1976) encontramos dos estructuras lógico matemáticas básicas: las clasificaciones y las seriaciones. Castro, Castro y del Olmo (2002) incluyen otra estructura lógico matemática: las ordenaciones, que consisten en organizar los objetos atendiendo a atributos cuantitativos. Describimos estas tres estructuras lógico matemáticas básicas a continuación, con una especial atención a las seriaciones, por ser objeto de esta investigación.

Clasificaciones

Una clasificación simple es

un sistema cuyos elementos son o bien clases disyuntas o bien clases que guarde en sí una relación de inclusión jerárquica. Las clases son disyuntas cuando no tienen elementos comunes entre sí y están relacionadas mediante una relación de inclusión jerárquica si dada una clase se puede construir otra de orden superior que la incluya. Por ejemplo, la clase B (vertebrados) es disyunta de la clase B' (invertebrados). Es jerárquica porque la clase A (mamíferos) y la clase A' (no mamíferos) están incluidas en la clase superior B (vertebrados) (Castorina y Palau, 1982, p. 20).

Fernández (2008) señala que clasificar es establecer particiones según un criterio dado. Por ejemplo, si se quiere clasificar un conjunto de formas cuadradas, circulares o triangulares, de acuerdo al criterio “tener la misma forma”, la distribución o la partición quedaría en tres grupos: uno con cuadrados, otro con círculos y otro con triángulos.

Castro, Castro y del Olmo (2002) señalan que la acción de clasificar está asociada a varias actuaciones cotidianas como las siguientes:

- Nombrar un objeto. Decir la palabra “mesa” supone hacer referencia a una gran variedad de objetos todos ellos con una serie de características y de funciones similares.
- Definir un objeto. Así se llega a conocer la función del mismo y permitirá conocer cómo conducirnos respecto a él.
- Reconocer un objeto. Como “uno que hemos visto antes”, aunque no hay dos ocasiones en que los datos sensoriales sean exactamente iguales (p. 38).

Ordenaciones

De acuerdo a Alsina (2006),

las relaciones de orden son una relación binaria R , en una agrupación de elementos A que posee las propiedades antirreflexivas (ningún elemento de la agrupación puede estar relacionado con el mismo); antisimétrica (si un elemento a de la agrupación está con el elemento b , entonces b no está relacionado con a y transitiva (si un elemento a de la agrupación está relacionado con un elemento b , y este elemento b está relacionado con un elemento c , entonces el elemento a también está relacionado con el c : aRb y $bRc \Rightarrow aRc$ (p. 62-63).

De acuerdo a Fernández (2008), ordenar es establecer una secuencia según un criterio dado. En el caso de ordenar ciertos elementos un criterio puede ser la longitud de diferentes personas, de mayor a menor, o viceversa. Por lo tanto las ordenaciones se pueden realizar solo con atributos cuantitativos.

En los estudios de Piaget e Inhelder (1976) apreciamos esta idea de ordenación. Los autores muestran diferentes tipos de ordenaciones como la ordenación visual y la seriación táctil. Estas tienen que ver cómo el niño puede anticipar una seriación de longitud con el solo hecho de visualizar o de tocar los elementos para luego ordenarlos utilizando dibujos de forma creciente o decreciente de los elementos. Piaget e Inhelder utilizan atributos cuantitativos como la longitud, para ordenar ciertos objetos de mayor a menor o viceversa, en estos trabajos se evidencian que los niños alcanzan un método sistemático para realizar seriaciones de longitud alrededor de los 7 a 8 años de edad.

Seriaciones

Una seriación es “aquella correspondencia por copia, en que se repite n veces un mismo modelo o patrón” (Alsina, 2006, p. 63). Introduciendo la idea de atributo, Fernández (2008) define las seriaciones como “las secuencias lógicas que se establecen mediante un criterio dado, o, de igualdad o diferencias de atributos” (p. 189).

En esta investigación utilizamos la definición de seriación de Castro, Castro y del Olmo (2002), quienes señalan que “seriar es ordenar colecciones de objetos manteniendo constante

unos atributos de los objetos a excepción de otros (uno o varios) que sirven de comparación” (p. 44). Las seriaciones se consideran un conocimiento necesario para la adquisición de otros conceptos matemáticos.

Las seriaciones se pueden formar de acuerdo a los diferentes atributos que tienen los elementos a seriar. Estos autores plantean que existen diversos tipos de seriaciones de acuerdo al tipo de atributos que se tengan en cuenta para la organización. Estas seriaciones pueden ser:

- Cualitativas o reiterativas. Se ordenan diferentes valores de una misma cualidad. Suele reiterarse un trozo de seriación.
- Cuantitativas. Se ordenan tamaños de una magnitud.
- Mixtas. Se ordenan cantidades y valores.
- Prenuméricas. Hacen referencia al número.
- Seriación visual La seriación visual comienza a partir de los 4-5 años. Antes de esa edad los niños fracasan si intentamos con ellos estas tareas. Inicialmente, los niños suelen realizar seriaciones figurales, en las que distribuyen los elementos según una figura con una forma que les resulte familiar (por ejemplo, con forma de montaña, de tobogán, animal, escalera etc.). Se suelen dar desde los 4-5 años hasta los 6-7.

Por otro lado, Fernández (2008) distingue los siguientes tipos de seriaciones:

- Reiterativas, en las que es necesario fijar la secuencia de repetición.
- Constantes, donde cada pieza, objeto o elemento, es igual que el anterior.
- Seriaciones con un número fijo de diferencias, con una sola diferencia (en forma, en color, en tamaño, entre otras) o más (usualmente, dos o tres diferencias).

En las seriaciones existe un núcleo, que son los objetos donde se observan las regularidades que nos permiten continuarla o completarla. El núcleo puede estar constituido por uno o más elementos. A continuación, mostramos dos ejemplos, uno en donde aparece una seriación con un elemento en el núcleo o seriación no reiterativa (Figura 2.1) y otro con dos elementos en el núcleo o seriación reiterativa (Figura 2.2).



Figura 2.1. Seriación no reiterativa de un elemento en el núcleo

La seriación de la Figura 2.1 es cualitativa y, como se puede observar, de un elemento a otro cambia la forma y se mantienen fijos el color, el tamaño y la textura⁷.

En la Figura 2.2 mostramos una seriación compuesta por dos elementos en el núcleo.

⁷ Los atributos utilizados en esta descripción y en la construcción de las tareas de seriaciones de nuestra investigación, corresponden al material manipulativo de los bloques lógicos de Dienes que mostramos en los apartados posteriores.

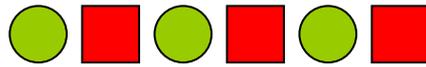


Figura 2.2. Seriación reiterativa de dos elementos en el núcleo

Como observamos en la Figura 2.2 esta seriación avanza solo con repetir las dos piezas iniciales que, en este caso, constituyen el núcleo. Se mantienen fijos los cuatro atributos (color, forma, tamaño y textura) de estas dos piezas iniciales. Se pueden construir diversos tipos de seriaciones de acuerdo a la cantidad de elementos que tenga el núcleo o unidad de repetición.

A continuación damos a conocer la idea de patrón que se desprende de las ideas de las seriaciones antes comentadas.

PATRONES

Diferentes autores como Castro (1994) o Steen (1998) señalan que la Matemática es la ciencia de los patrones y las regularidades. “[La Matemática] se ha convertido en la ciencia de los patrones, con la teoría construida sobre las relaciones entre patrones y en las aplicaciones derivadas del ajuste entre el modelo y la observación” (Steen, 1998, p. 611). Zazquis y Liljedahl (2002), desde un contexto numérico, señalan que los patrones son el corazón y el alma de las matemáticas.

La noción de patrón viene de la palabra inglesa *pattern* y se define como aquella situación repetida con regularidad, esta situación da lugar a un patrón. El patrón se suele formar partiendo de un núcleo que lo genera, en algunos casos el núcleo crece de forma regular (Castro, 1994).

Por tanto, identificar un patrón consiste en ver lo común, lo repetido con regularidad en diferentes hechos o situaciones y que se prevé que puede volver a repetirse (Castro, Cañadas y Molina, 2010).

Diversos autores resaltan el trabajo con patrones en diferentes niveles educativos, dadas las variadas aplicaciones y utilidades que tienen dentro y fuera de la disciplina matemática. Mason (1999) defiende un enfoque que apele a las capacidades de los estudiantes para detectar patrones y expresar generalidades no es solamente buena Matemática, sino que contiene las semillas de la demostración, pues la naturaleza inductiva de los patrones es la base para una demostración inductiva de las relaciones.

El reconocimiento de patrones es un elemento que ayuda a resolver problemas matemáticos, tal y como pone de manifiesto Pólya (1945). Este autor utiliza diversas tareas asociadas con el razonamiento inductivo tales como: el trabajo con casos particulares, la búsqueda de patrones,

la generalización y la justificación de conjeturas con la finalidad de cumplir con los principales compromisos de la matemática.

Reid (2002) y Cañadas (2007) consideran la identificación de patrones como un paso clave del razonamiento inductivo, mediante el cual se pasa del trabajo con casos particulares hasta la generalización, un proceso clave para la adquisición de conocimiento y, en particular, del conocimiento matemático (Castro, Cañadas y Molina, 2010). Cañadas (2007) argumenta que los patrones tienen un lugar destacado dentro del razonamiento inductivo no tan solo en matemáticas sino que en cualquier ciencia si se tiene en cuenta que el reconocimiento de patrones puede ayudar a alcanzar fórmulas y relaciones generales.

Además, Castro (2004) defiende que para resolver problemas es necesario crear o reconocer un patrón. Para ello se puede seguir la siguiente estrategia: partir de casos particulares, organizar los datos sistemáticamente, identificar un patrón y utilizarlo para dar respuesta al problema.

Tipos de patrones

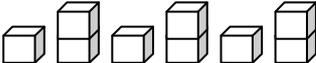
Existen distintas clasificaciones de patrones. Por ejemplo, Zazquis y Liljedahl (2002) distinguen entre patrones numéricos, pictóricos, geométricos, patrones en los procedimientos de cálculo, modelos lineales y cuadráticos, y patrones repetitivos. Owen (1995) diferencia tres tipos de patrones: patrones de repetición, patrones estructurales y secuencias numéricas.

Como hemos mencionado anteriormente, las seriaciones están constituidas por núcleos, que es el que contiene la información necesaria para poder continuar o completar la seriación. En este sentido y centrándonos en el núcleo que da origen a un patrón y que este patrón permite construir una seriación, encontramos otra clasificación de patrones que denominamos patrones no reiterativos, que se relacionan con las seriaciones no reiterativas que mencionamos en el apartado anterior. A continuación describimos los patrones de repetición o reiterativos y los patrones no reiterativos.

Patrones de repetición o reiterativos

De acuerdo a Owen (1995), el concepto de patrón tiene un significado de ciclo en los patrones reiterativos. Los patrones reiterativos se distinguen de otros patrones porque tienen un ciclo de elementos que se repiten tal cual. El número de elementos puede ser cualquier número natural. Estos autores distinguen tres tipos de patrones reiterativos: patrones numéricos, de forma y de color. Mostramos un ejemplo de cada uno en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Tipos de patrones de repetición o reiterativos

Patrones numéricos	Patrones de forma	Patrones de color
		

Los patrones son reconocibles con un ciclo de repetición de elementos, conocidos como unidad de repetición o núcleo. También nos podemos fijar en otros atributos de los objetos presentes en el patrón. Por ejemplo, *abcabcabc...*, puede ser visto como un patrón reiterativo con tres atributos y un ciclo de repetición, o núcleo, de longitud tres; *ABCabABCabABCab* puede ser visto como un patrón más complejo de repetición, con tres atributos y un ciclo de longitud cinco. Variando algunos atributos de los elementos (tales como tamaño, color, orientación, etc.), manteniendo constantes otros atributos se añade complejidad a un patrón reiterativo (Threlfall, 1999; Zazquis y Liljedahl, 2002).

Otros autores como Berdonneau (2008) denominan a este tipo de patrones sucesiones repetitivas. “Cuando en una sucesión se constata una repetición regular de su idéntica dentro de una secuencia de valores, se dice que la sucesión es repetitiva” (p.118).

Owen (1995) plantea que las actividades con patrones reiterativos introducen en los niños elementos del pensamiento matemático que no están disponibles para ellos a través de cualquier otro medio en matemáticas, como es el reconocimiento de la comunicación de la regla que contiene estos tipos de patrones. La autora continua argumentando de que un niño que todavía no tiene una comprensión de número más allá de cinco años, por ejemplo, no pueden experimentar estos conceptos a través del trabajo con números, por lo que los patrones reiterativos constituyen un medio ideal.

Patrones no reiterativos

El patrón no reiterativo es aquel en donde los núcleos que conforman la seriación no se repiten tal cuál. Se siguen el patrón de acuerdo a las diferencias y semejanzas de atributos⁸ que existen entre núcleos en una seriación. El núcleo de estos patrones puede estar compuesto de un solo elemento. Un elemento debe tener, al menos, una diferencia de atributo de aquel elemento que le sucede. En la Figura 2.3 mostramos un patrón con un elemento en el núcleo y que además coincide con una seriación no reiterativa.



Figura 2.3. Seriación no reiterativa: núcleo de un elemento, variación de un atributo

⁸ Los atributos trabajados en esta investigación corresponde aquellos incorporados en los bloques lógicos de Dienes utilizados en esta investigación que corresponden a: color, forma, tamaño y textura.

Como vemos en la Figura 2.3 un elemento se diferencia de otro en un atributo (forma) y otros atributos como el color y el tamaño se mantienen fijos. El patrón consiste en identificar esos atributos que se mantienen fijos y aquellos que cambian entre los elementos. Para continuar la seriación en la sexta posición se puede ubicar un círculo rojo o un cuadrado rojo.

En la Figura 2.4 mostramos un patrón de un elemento en el núcleo correspondiente con una seriación no reiterativa en el que varían dos atributos entre dos elementos consecutivos.

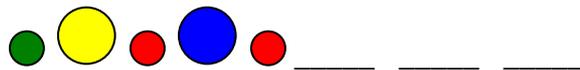


Figura 2.4. Seriación no reiterativa: núcleo de un elemento, variación de dos atributos

Como vemos en la Figura 2.4 un elemento varía de otro consecutivo de acuerdo a dos atributos (tamaño y color) y se mantienen otros dos (forma y textura). Para poder continuar la seriación, es necesario identificar que atributos se mantienen y cuáles varían, para lograr detectar el patrón. Por ejemplo, se puede continuar la seriación ubicando en la sexta posición un círculo grande y liso, de color tanto azul, verde o amarillo.

BLOQUES LÓGICOS DE DIENES

Los bloques lógicos de Dienes son un material manipulativo creado por el matemático Zoltan Dienes. Se trata de un material estructurado que se utiliza para desarrollar el pensamiento lógico matemático en los estudiantes. Los bloques lógicos están constituidos por piezas⁹ que tienen distintos tipos de atributos: forma geométrica, color, tamaño y textura. Existen diferentes tipos de piezas según los valores de los atributos mencionados. Por ejemplo, podemos encontrar piezas con atributos: de forma cuadrada, rectangular, triangular o circular; de color rojo, amarillo y azul; de tamaño grande o pequeño, y de grosor grueso o delgado. Cada combinación de atributos corresponde a una pieza diferente y se pueden generar 48 piezas distintas. La Figura 2.5 muestra una imagen de este tipo de material.



Figura 2.5. Ejemplo material bloques lógicos de Dienes

⁹ En esta investigación en algunas ocasiones le llamamos elementos.

Muchos autores recomiendan el trabajo con este material, sobre todo en estudiantes en edades de 3 a 6 años y primeros niveles de educación primaria. Canals (1980) señala que es un material indispensable para iniciar los juegos lógicos en las primeras edades. Sirven para poner a los niños ante una serie de situaciones tales que les permita llegar a adquirir determinados conceptos matemáticos y además que contribuyen al desarrollo de su pensamiento lógico (Cascallana, 1988). Alsina (2004; 2006) y Castro, Castro y del Olmo (2002) los proponen como recursos para realizar una amplia gama de tareas y juegos, con la finalidad de desarrollar el pensamiento lógico matemático, ya que involucran conceptos y relaciones lógicas de forma implícita. De acuerdo con Alsina (2004), con este material se pueden realizar actividades en donde los niños, en especial de 6 a 12 años, puedan identificar, reconocer, relacionar y operar cualidades sensoriales.

Dienes y Golding (1971) proponen una serie de juegos lógicos aplicables a alumnos de primeros niveles de escolaridad entre ellos se destaca el juego con una diferencia, en donde un primer alumno coloca una pieza cualquiera sobre una mesa, el alumno siguiente elegirá una pieza que difiera de la primera solamente por un atributo, otro alumno o el primero deberá elegir una tercera pieza que se diferencie de la segunda igualmente por un atributo, de esta forma siguiendo la seriación de acuerdo al patrón de la diferencia de un atributo.

Para nuestra investigación y orientándonos por algunas ideas de los juegos lógicos que proponen estos autores, utilizamos unos bloques lógicos de Dienes para el trabajo sobre el pensamiento lógico matemático de alumnas de 6-7 años. En particular, utilizamos los que tienen piezas con los atributos que mostramos a continuación.

- Forma: cuadrado, círculo, triángulo.
- Tamaño: grande, pequeño.
- Color: azul, rojo, amarillo, verde.
- Textura: liso, rugoso.

ANTECEDENTES

En este apartado describimos algunos estudios previos relacionados con nuestra investigación. Para identificar estos estudios, aparte de la utilización de los referentes más cercanos a nuestro entorno investigador, realizamos un proceso de búsqueda más general, a través de diferentes medios como la base de datos de la biblioteca de la Universidad de Granada específicamente, consultamos en libros y revistas nacionales e internacionales. Utilizamos buscadores electrónicos como el Google Scholar y un repositorio digital específico de la disciplina: Funes. Hicimos una búsqueda en las siguientes bases de datos: ISOC (del Ministerio de Educación), Dialnet, ERIC, MathEduc, Wok of Knowledge (WOK) y Scopus, que se

consideran las más relevantes para nuestra disciplina. También revisamos las actas de los principales congresos en Educación Matemática de los últimos años, como son el de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), el de la *European Research on Mathematics Education* (CERME) o el del *International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME).

Para las búsquedas realizadas utilizamos las siguientes palabras clave: pensamiento lógico matemático, estructuras lógico matemática, seriaciones, secuencias y patrones en educación matemática, lógica, pensamiento lógico, razonamiento lógico matemático, bloques lógicos de Dienes, tareas de seriaciones; y su equivalentes en inglés para las búsquedas que lo requirieron en este idioma Además, consultamos en algunas revistas electrónicas como PNA. Las investigaciones encontradas las clasificamos en dos grupos que tienen relación con nuestra investigación. Un grupo tiene que ver con las tareas y las edades de los sujetos y un segundo grupo tiene ver con la idea de patrones en educación matemática.

Comenzamos por revisar los antecedentes de nuestro grupo de investigación: “Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico” y continuamos con otros trabajos realizados a nivel nacional e internacional, y que tienen cercanía con nuestro tema de investigación.

Estudios realizados en el contexto español

Un referente clave de investigación sobre patrones es el trabajo de Castro (1994) donde el principal objetivo es

poner de manifiesto, analizar e interpretar la comprensión que muestran los escolares de 13 y 14 años de edad sobre las nociones de estructura de un número, patrones y relaciones numéricas, sucesiones y término general de una sucesión cuando se incorpora un sistema ampliado de simbolización para los números naturales. (pp. 4-5)

Además, esta investigación tiene como propuesta los siguientes aspectos:

- Integrar el sistema de representación de los números naturales, denominado configuración puntual, con el sistema decimal de numeración y con el desarrollo aritmético de estos números;
 - Trabajar con secuencias numéricas lineales y cuadráticas, analizando el patrón que las define mediante los modelos puntuales y los desarrollos operatorios.
 - Trabajar los procedimientos de continuar una secuencia, extrapolar términos, generalizar y expresar el término general y utilizar el término general en la obtención de términos concretos
- En este estudio se les propone a estudiantes de 12-14 años tareas de seriaciones numéricas expresadas mediante configuraciones puntuales, que son utilizadas para representar geoméricamente ciertos números. En la Figura 2.6 se aprecian los tres primeros números

cuadrados expresados mediante una configuración puntual. Entre las tareas que la autora propone a los estudiantes, están aquellas en las que se pedía a los alumnos que buscaran números que tuviesen forma de triángulos, cuadrados y rectángulos y, que además, lograsen establecer el patrón de formación de la seriación de estos números, estableciendo también el término general que los presentan.

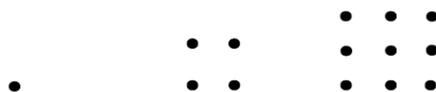


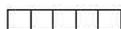
Figura 2.6. Representación geométrica de tres números cuadrados

También hubo diversas tareas actividades en las que se pedía a los alumnos continuar una seriación utilizando una configuración puntual. Se pretendía que los alumnos descubrieran ese patrón de formación, bien numéricamente o guiados por la forma de situar los puntos.

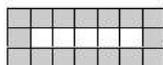
Entre las principales conclusiones, destacamos que el trabajo con las configuraciones puntuales constituye un recurso informal o innato, donde el alumno puede ponerlas en curso sin la necesidad de una enseñanza previa.

Cañadas (2007) continúa en la misma línea de trabajo de la doctora Castro, sobre patrones. El objetivo principal es “describir y caracterizar el razonamiento inductivo empleado por estudiantes de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria, al resolver problemas que pueden ser modelizados mediante una progresión aritmética de números naturales cuyo orden sea 1 o 2” (p. 29). Trabajó con 359 estudiantes de 13-14 años. La identificación de patrones se considera como un paso clave en el proceso de razonamiento inductivo y en la generalización. Se presentaron seis problemas a los estudiantes, que tuvieron que resolver de forma individual. En Cañadas, Castro y Castro (2008) se muestra parte de este estudio, prestando atención al patrón identificado y en la generalización en el problema de las baldosas (ver Figura 2.7). Entre los resultados, destacamos que identificaron diferentes tipos de patrones que detectan los estudiantes y si estos son o no adecuados para el problema planteado.

Imagina que tienes unas baldosas cuadradas blancas y otras baldosas cuadradas grises. Las baldosas blancas y las baldosas grises son del mismo tamaño. Hacemos una fila con las baldosas blancas:



Rodeamos las baldosas blancas con baldosas grises, tal y como muestra el dibujo:



- ¿Cuántas baldosas grises necesitarías si tuvieras 1320 baldosas blancas y quisieras rodearlas de la forma que lo hemos hecho en el dibujo?

- Justifica tu respuesta.

Figura 2.7. Problema de baldosas

Como resultados también se tiene que el 40,7% de los estudiantes que respondieron al problema llegan a identificar un patrón válido para el problema y, para ello, utilizan una variedad de patrones que tienen que ver con: el número de baldosas grises, que necesitan en función del número de baldosas blancas. Para esto utilizan en algunos casos el desarrollo numérico de 16 y la representación gráfica. En la Figura 2.8 se muestra un ejemplo extraído que muestra este tipo de patrón.

$$5 \times 2 + 6 \dots (1320 \times 2 + 6 = 2646)$$

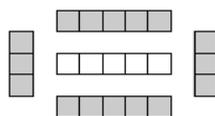


Figura 2.8. Patrón válido para el problema

Otros patrones utilizados por los alumnos y que dan solución al problema son los siguientes.

- $5 \times 2 + 2 + 4 \dots (1320 \times 2 + 2 + 4 = 2646)$
- $(5 \times 2 + 2 + 4) \dots (1322 + 1322 + 2 + 2 = 2646)$
- $7 + 7 + 1 + 1 \dots (1322 + 1322 + 1 + 1 = 2646)$
- $7 \times 2 + 2 \dots (1322 \times 2 + 2 = 2646)$
- $3 \times 2 + 10 \dots (1318 \times 2 + 10 = 2646)$

Trujillo, Castro y Molina (2010) presentan un trabajo cuyo objetivo es analizar la generalización de futuros profesores de educación primaria cuando trabajan expresiones aritméticas que permiten la generalización. Este estudio corresponde a un estudio de casos en el que realizan entrevistas a dos estudiantes de primero de magisterio. En los resultados, presentan una comparación entre ambas producciones. En general se evidencia, que ambos alumnos presentaron poca dificultad para describir un patrón de forma verbal. Sin embargo, presentaron dificultades en expresar relaciones numéricas generales mediante el simbolismo algebraico.

Merino (2012) realiza un estudio exploratorio y descriptivo sobre patrones y representaciones en un grupo de 20 alumnos de 10-11 años. Uno de los objetivos específicos de investigación consistió en identificar y describir las estrategias utilizadas por los alumnos, prestando especial atención al uso de patrones. Se diseñaron diferentes cuestiones sobre una situación de generalización (de acuerdo a una cierta de mesas se necesita una cierta cantidad de sillas) para la que los estudiantes debían identificar y aplicar un patrón. Entre los resultados, destacamos que los alumnos utilizan diversas estrategias para resolver a las cuestiones planteadas sobre la tarea presentada, entre ellas se destaca los diversos tipos de patrones que utilizan: apropiados y completos, apropiados pero incompletos, e inapropiados. Entre los patrones apropiados y completos se dieron tres tipos de patrones y el más usado por los alumnos fue $M \times 2 + 2$,

donde M es el número de mesa en la situación planteada. Finalmente el autor concluye que se encontraron más de 20 tipos de patrones (apropiados y completos; apropiados pero incompletos e inapropiados) entre las producciones de los alumnos a las diversas cuestiones planteadas sobre la situación de generalización.

Estudios realizados en el contexto internacional

En este apartado, ordenamos cronológicamente los antecedentes más próximos en el contexto internacional.

Uno de los estudios pioneros que se enfocan en las estructuras lógico matemáticas con niños son los trabajos de Piaget e Inhelder (1976). Estos autores se centraron en los mecanismos de formación de clasificaciones y seriaciones, a través de las siguientes hipótesis.

- Son impuestas por el lenguaje o dependen de operaciones subyacentes al lenguaje.
- Proviene de coordinaciones debidas a emergencias independientes del medio.
- El origen debe ser buscado en las estructuras perceptivas.
- Resultan de una diferenciación de esquemas sensomotrices.

Para abordar estas hipótesis, realizan diversos estudios con más de 2000 niños. Para las seriaciones, utilizan materiales con atributos cuantitativos, como la longitud. Algunas tareas tienen que ver con ordenaciones de un grupo de objetos. Uno de los resultados es que la percepción no constituye un dato primero de que las seriaciones pudiesen ser abstraídas, si no que también esta operación está influenciada por las actividades del sujeto. Es decir, por una parte están influenciadas por una actividad perceptiva pero, por otra, también por actividades sensomotrices o acciones de ordenar los objetos. Los autores señalan que el origen de las seriaciones habría que buscarlas en los esquemas sensomotrices.

Debido al carácter tardío que tiene la seriación operatoria¹⁰ existen intermediarios entre esta operación y las configuraciones seriales perceptivas¹¹. Frente a esta conclusión los autores tratan de buscar una explicación y para ello hacen referencia a los estudios de Piaget y Szeminska (1941). En este estudio los autores utilizan un material de 10 regletas de 9 a 16,2 cm y un juego de regletas de dimensiones intermediarias para intercalar en la serie constituida, para apreciar el desarrollo de las conductas de seriación de los niños. Descubren tres estadios con respecto a las seriaciones. Los autores destacan que las seriación operatoria

¹⁰ La seriación operatoria implica, transitividad, manipulaciones y transformaciones (relativas al orden que originan las relaciones de asimétricas transitivas y que lo engendran de manera reversible) (Piaget e Inhelder, 1967).

¹¹ “Se refiere a las transformaciones consideradas como desplazamientos visibles de elementos, pero no integra las transformaciones y sus resultados en un sistema único de composición” (Piaget e Inhelder, 1967, p. 22)

de longitudes, en los niños aparecen entre los 7-8 años de edad. Los niños de estas edades utilizan la reversibilidad operatoria e intercalan (sin tanteos) los elementos suplementarios.

Con respecto a los patrones Papić y Mulligan (2005) realizan un estudio donde se hace un seguimiento al desarrollo de las habilidades para identificar patrones en 53 niños de edades de 3 años y 6 meses a 5 años, de dos centros educativos en Sydney (Australia). Específicamente, muestran una intervención durante 6 meses que tiene como objetivo promover la identificación y el uso de patrones en estos niños. Para la recogida de la información realizaron entrevistas antes y después de la intervención a un grupo de control y a otro experimental. Las autoras se orientan en dos preguntas de investigación:

- ¿Existe relación entre la habilidad de los niños para los patrones y el desarrollo de sus habilidades prealgebraicas y de razonamiento?
- ¿Puede un programa de intervención centrado en la identificación y aplicación de patrones, mostrar los beneficios a largo plazo para el desarrollo matemático general de los niños?

Se proponen diferentes tipos de tareas relativas a patrones que fueron diseñadas para obtener ideas intuitivas de los niños acerca de éstos y evaluar su capacidad de crear, identificar, extender y copiar patrones simples en formas variadas. Una de las tareas que proponen las autoras tiene alusión con los patrones reiterativos, donde se les pide a los niños que copien un patrón ABABAB con 6 bloques de colores, y que además lo continúen.

Entre los resultados se obtiene que la tarea de copiar un patrón ABABAB con 6 bloques de colores y luego continuarlo, los niños intervenidos en la entrevista inicial obtuvieron un 48%, de logro mientras que después de la intervención obtuvieron un 95%. Los niños no intervenidos en esta tarea, inicialmente obtuvieron un 62% de logro mientras que en la entrevista final obtuvieron 64%. En general, el grupo no intervenido en la entrevista inicial tuvo mejor éxito en casi todas las tareas. Sin embargo, después de la última entrevista los niños de la intervención tuvieron más éxito que los niños que no fueron intervenidos. Las autoras concluyen que existe una fuerte relación entre la capacidad de los niños para los patrones y el desarrollo de sus habilidades prealgebraicas y de razonamiento.

Da Ponte y Velez (2011) muestran las respuestas y representaciones de dos estudiantes (una alumna y un alumno) de 7-8 años de una escuela en Lisboa (Portugal) cuando se les proponen tareas que permiten desarrollar el pensamiento algebraico. Presentamos un ejemplo de seriación con figuras geométricas en la Figura 2.9.



Figura 2.9. Secuencia con figuras geométricas

Con base en la Figura 2.9 los autores proponen a los alumnos las siguientes actividades.

1. Describe la secuencia.
2. ¿Cuántos elementos tiene la secuencia de apertura?
3. Completar la secuencia.
4. ¿Cómo será el 20º elemento de la secuencia?
5. En treinta elementos, ¿cuántas veces aparecerá el 1º y el 4º Elemento?
6. En 60 elementos, ¿cuántas veces aparece: el 2º y 5º elemento? ¿El 3º y 6º elemento?

Entre los resultados, destacamos que los alumnos lograron dar respuesta con facilidad a las tres primeras preguntas. Fueron capaces de reconocer los elementos de la secuencia, aludiendo a las formas y colores, identificaron el número de elementos en el núcleo (3 y 6 elementos en el núcleo) y lograron completar la secuencia. Sin embargo las preguntas 4, 5 y 6 tuvieron dificultades para dar solución. Entre las respuestas la alumna logró identificar un patrón pictórico pero no así numérico. Dibujo en una hoja toda la secuencia y en voz alta llegó a la vigésima posición, nombrando la figura que corresponde a esa posición, de esta forma dio respuesta a la pregunta 4. Esta alumna no logró identificar un número de secuencia asociado a este que le permita responder a preguntas que involucren términos distantes, por lo que tiene que completar la secuencia, aprovechando todos los elementos de esta, solo responde a términos cercanos. Mientras que el alumno utilizó la representación pictórica y simbólica, fue capaz de relacionarlas para responder las preguntas 4 y 5, descubriendo una forma de generalizar para dar respuesta a cualquier pregunta de términos distantes. Sin embargo, no pudo responder a la sexta pregunta debido a su limitado conocimiento en números y operaciones.

Otros estudios realizados en primeros niveles educativos, apreciamos la propuesta de tareas de seriaciones numéricas o atributos cuantitativos, no así con atributos cualitativos (Lüken, 2012; Mulligan y Mitchelmore, 2009; Warren y Cooper, 2008).

En cuanto a las tareas propuestas sobre patrones según los niveles educativos, observamos que para cursos superiores a los 7 años, se proponen patrones numéricos y algebraicos. Para estudiantes de educación infantil, se proponen tareas de patrones reiterativos, como en el caso de Papić y Mulligan (2005); patrones con atributos cualitativos, como ocurre en el estudio de Da Ponte y Velez (2011).

DIFICULTADES EN LA IDENTIFICACIÓN DE PATRONES

En varios de los estudios que constituyen los principales antecedentes de esta investigación, se mencionan las dificultades que tienen los sujetos en la identificación de patrones (Da Ponte y Velez, 2011; Trujillo, Castro y Molina, 2010). “Una dificultad de aprendizaje es una

circunstancia que impide o entorpece la consecución de los objetivos de aprendizaje previstos” (González y Gómez, 2013, p. 25). Estos autores argumentan sobre la importancia de identificar y conocer los factores responsables de que emerjan las dificultades como una forma de saber como superarlas. Además, permite al profesor identificar aquellas rutas de aprendizaje que un estudiante no tendrá éxito, por no haber desarrollado las capacidades necesarias. Desde el punto de vista de los factores que son responsables de que emerjan las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, Castro (1994) señala que muchas de las dificultades están generadas por una deficiencia en la representación intuitiva o por la distorsión producida por una incorrecta interpretación intuitiva. Socas (1997), argumenta que los factores que originan las dificultades se organizan en cinco categorías:

- *Asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos.* Estas dificultades están relacionadas con la naturaleza de los conceptos matemáticos. Con la naturaleza teórica, formal y práctica. Además se relacionan con las formas de representar esos conceptos y las relaciones que se establecen entre esas representaciones. También se asocia a este tipo de dificultad la complejidad de lenguaje que se usa en matemática.
- *Asociadas a los procesos propios del pensamiento matemático.* Estas dificultades se deben a la naturaleza lógica de las matemáticas. El desarrollo de explicaciones, argumentos y demostraciones concentran a menudo muchas de las dificultades de los escolares. La resolución de problemas y la modelización, aún cuando los escolares manejan con soltura nociones matemáticas, también genera numerosas dificultades.
- *Asociadas a los procesos de enseñanza.* Estas dificultades se deben a una determinada organización curricular, a la forma en que están realizados los agrupamientos en clase (homogéneo o heterogéneo), a determinados estilos de enseñanza, etc.
- *Asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos.* Las distintas teorías del aprendizaje especifican estadios de desarrollo intelectual que indican qué tipos de razonamiento y de tareas pueden resolver los alumnos en cada estadio.
- *Asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.* La consideración social de las matemáticas lleva, en ocasiones, a que los estudiantes desarrollen sentimientos de ansiedad o infravaloración personal.

En resumen, el autor señala que las dos primeras tienen relación con la propia disciplina, a la complejidad de los objetos de las Matemáticas y procesos de pensamientos matemáticos. La tercera relacionada con los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las Matemáticas. La cuarta está asociada a los procesos cognitivos de los alumnos. Y la quinta está asociada a las actitudes afectivas y emocionales de las Matemáticas.

Las dificultades en Educación Matemática están en directa relación con los errores. El error es considerado como la manifestación visible de las dificultades. Se puede evidenciar en los trabajos de los alumnos a tareas concretas demandas por el profesor. (González y Gómez, 2013). Socas (2007) también define el error como “la presencia en un alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no solamente como consecuencia de una falta específica de conocimiento o despiste” (p. 31). Son datos objetivos que se encuentran en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y constituyen un elemento estable de dichos proceso (Rico, 1995). El mismo autor señala que diversos investigadores y especialistas concuerdan que los errores tienen las siguientes características:

- Los errores son sorprendentes. Son aquellos que se han mantenidos ocultos y emergen en determinados momentos.
- Son extremadamente persistentes. Son resistentes al cambio ya que para corregir los errores se necesita una reorganización del conocimiento del alumno.
- Pueden ser sistemáticos o por azar. Los primero se pueden tomar como síntomas de un método o comprensión equivocada que el estudiante utiliza como correcto. Los segundos reflejan falta de cuidado, estos tienen poca importancia.
- Ignoran el significado. Las respuestas erróneas del alumno no se cuestionan. El alumno no considera el significado de los símbolos y conceptos con los que trabaja.

OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

Teniendo en cuenta lo presentado hasta el momento, enunciamos nuestro objetivo general de investigación como “describir y caracterizar el pensamiento lógico matemático que ponen de manifiesto estudiantes de 6-7 años al realizar tareas de seriaciones”.

Abordamos este objetivo a través de los siguientes objetivos específicos.

- Identificar y describir diferentes tipos de patrones que se pueden trabajar en los primeros cursos de educación primaria en tareas de seriaciones.
- Determinar descriptores que permiten analizar y describir el pensamiento lógico matemático que emplean tres niñas de 6-7 años al realizar tareas de seriaciones.
- Detectar dificultades que encuentran tres niñas de 6-7 años al realizar tareas de seriaciones.
- Describir aspectos comunes y diferentes del pensamiento lógico matemático de dos niñas de 6 y 7 años al realizar tareas de seriaciones.

CAPÍTULO 3. MÉTODO

Esta investigación es de tipo exploratorio porque abordamos un problema de investigación novedoso, del cual solo hay algunas ideas vagas investigadas (Hernández, Fernández y Baptista, 2007): el pensamiento lógico matemático de estudiantes de 6-7 años. En la revisión de antecedentes, no encontramos investigaciones previas con respecto al objetivo de investigación que nos planteamos. La investigación es descriptiva porque nos centramos en decir cómo es y cómo se manifiesta un determinado fenómeno. La intención es especificar las propiedades, las características y los perfiles importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier fenómeno que se someta a un análisis. En nuestro caso, describimos el pensamiento lógico matemático que utilizan los estudiantes de 6-7 años al realizar tareas de seriaciones. Dado que nos centramos en describir la actuación de tres alumnas de 6-7 años, la investigación corresponde a un estudio de casos.

En este capítulo describimos las características de los sujetos participantes, el diseño de la investigación y cómo se ha llevado a cabo la misma. Describimos la entrevista piloto realizada a una de las tres alumnas (alumna 1). A continuación, introducimos las entrevistas definitivas realizadas a dos alumnas (alumnas 2 y 3), para las que tuvimos en cuenta los resultados obtenidos en la entrevista piloto. El autor de este trabajo fue el responsable de realizar las entrevistas. Como parte de la descripción de las entrevistas, presentamos el diseño de las tareas, las variables de tarea consideradas y cómo y dónde se desarrollaron. Finalmente, mostramos las categorías construidas para el análisis de la información de las entrevistas a las alumnas 2 y 3.

SUJETOS

Los sujetos participantes en esta investigación son tres alumnas, una de 6 y otras dos alumnas de 7 años, que cursaban el primer y segundo año de educación primaria en España. Una de las alumnas de 7 años tiene nacionalidad chilena, mientras que las otras dos alumnas tienen nacionalidad española. La selección de los sujetos fue intencional. Las tres cursaban sus estudios en centros educativos de la ciudad de Granada (España), como se puede observar en la Tabla 3.1. En la citada tabla mostramos algunas características de las alumnas participantes. Las alumnas poseen algunos conocimientos previos sobre seriaciones y también han trabajado con los bloques lógicos de Dienes tanto en la escuela como en uso doméstico.

Tabla 3.1. *Características de las alumnas sujetos de la investigación*

Alumna	Edad (años)	Curso	Centro/Tipo
1	7	2º	Cristo de la Yedra/ Concertado

Alumna	Edad (años)	Curso	Centro/Tipo
2	7	2º	Cristo de la Yedra/ Concertado
3	6	1º	Fuente Nueva/ Público

ENTREVISTA PILOTO

Como primera aproximación al pensamiento lógico matemático en tareas de seriaciones, en alumnos de estas edades, realizamos una entrevista piloto semiestructurada a la alumna 1, Además, esperamos que esta entrevista arroje información para las entrevistas definitivas.

A continuación, presentamos el diseño de tareas para la entrevista piloto, el proceso de recogida de la información, una descripción y resultados generales de esta entrevista y los cambios metodológicos que realizamos para las entrevistas definitivas.

Diseño de tareas

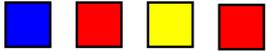
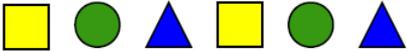
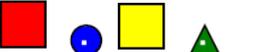
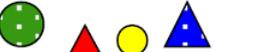
Para el diseño de tareas tuvimos en cuenta los objetivos de la investigación, la revisión bibliográfica recopilada en el capítulo 2 y el nivel cognitivo de las alumnas de 6-7 años.

Variables de tarea

Teniendo en cuenta las características de las seriaciones y los tipos de patrones descritos en el marco teórico, consideramos las siguientes variables de tarea: (a) número de elementos en el núcleo, (b) atributos y (c) variación de atributos entre los elementos de núcleos diferentes.

Inicialmente, consideramos uno, dos y tres elementos en el núcleo; así como variaciones de atributos entre elementos de núcleos diferentes. En la Tabla 3.2 presentamos distintas posibles seriaciones, teniendo en cuenta las variables de tarea. Además, aparecen organizadas por niveles de dificultad, tal y como introduce (Threlfall, 1999; Zazquis y Liljedahl, 2002), de forma que cuanto mayor sea el número de atributos que varían entre los núcleos, mayor es su complejidad. Para los tipos de seriaciones que proponemos, consideramos los atributos color, forma, textura y tamaño, por ser familiares a las alumnas y estar presentes en los bloques lógicos de Dienes.

Tabla 3.2. Tipos de seriaciones según variables de tarea y niveles de complejidad

1 elemento en núcleo	2 elementos en núcleo	3 elementos en núcleo
Nivel de complejidad 1		
 Variación de un atributo: color. Tres tributos fijos: forma, tamaño y textura. Tipo de seriación: no reiterativa.	 Variación de atributos: no tiene. Cuatro atributos fijos: forma, color, textura y tamaño. Tipo de seriación: reiterativa.	 Variación de atributos: no tiene. Cuatro tributos fijos: color, forma, tamaño y textura. Tipo de seriación: reiterativa.
Nivel de complejidad 2		
 Variación de dos atributos: forma y color. Dos atributos fijos: tamaño y textura. Tipo de seriación: no reiterativa.	 Variación de un atributo: forma. Tres atributos fijos: color, textura y tamaño. Tipo de seriación: no reiterativa.	 Variación de un atributo: color. Tres tributos fijos: forma, tamaño y textura. Tipo de seriación: no reiterativa.
Nivel complejidad 3		
 Variación de tres atributos: color, forma y textura. Un atributo fijo: tamaño. Tipo de seriación: no reiterativa.	 Variación de dos atributos: color y tamaño. Dos atributos fijos: textura y forma. Tipo de seriación: no reiterativa.	 Variación de dos atributos: color y textura. Dos tributos fijos: forma y tamaño. Tipo de seriación: no reiterativa.
Nivel de complejidad 4		
 Variación de cuatro atributos: color, forma, textura y tamaño. Ningún atributo fijo. Tipo de seriación: no reiterativa.	 Variación de tres atributos: color, textura y tamaño. Un atributo fijo: forma. Tipo de seriación: no reiterativa.	 Variación de tres atributos: forma, textura y tamaño. Un tributo fijo: color. Tipo de seriación: no reiterativa.

En la primera columna se aprecian ejemplos de seriaciones de un elemento en el núcleo, cada elemento se diferencia del anterior o del siguiente en, al menos, un atributo. Los cuatro niveles de complejidad son los siguientes:

- Nivel 1: Entre núcleos varía un atributo y otros tres fijos. En el ejemplo de la Tabla 3.2 los elementos de la seriación varían en color y los atributos fijos son textura, forma y tamaño. Entre los elementos puede variar cualquiera de estos cuatro atributos.
- Nivel 2: Entre núcleos varían dos atributos y otros dos fijos. En el ejemplo de la Tabla 3.2 los elementos varían en forma y color, se mantienen fijos el tamaño y la textura.
- Nivel 3: Entre núcleos varían tres atributos y el otro fijo. En el ejemplo de la Tabla 3.2 los atributos que varían entre los elementos son color, forma y textura y se mantiene fijo el tamaño.
- Nivel 4: Entre núcleos todos los atributos varían. En el ejemplo de la Tabla 3.2 varían todos los atributos, color, forma, tamaño y textura.

En la segunda columna, con dos elementos en el núcleo, los dos elementos se pueden repetir o pueden ir variando uno o más atributos con los atributos entre los núcleos. En la Tabla 3.2 mostramos un ejemplo de cada tipo. Los niveles para las seriaciones de dos elementos en el núcleo son los siguientes:

- Nivel 1: No existe variación de atributos entre los dos elementos del núcleo, se repiten tal cual. En el ejemplo de la Tabla 3.2 se muestran dos núcleos compuestos por dos elementos, no varía ningún atributo en los núcleos. En la continuación de la seriación que presentamos, se mantienen los atributos color, forma, tamaño y textura.
- Nivel 2: Entre núcleos existe una variación de un atributo y tres atributos fijos. En el ejemplo de la Tabla 3.2 se muestran dos núcleos compuestos de dos elementos cada uno. Estos varían en un atributo forma y se mantienen los atributos de color, textura y tamaño.
- Nivel 3: Entre núcleos existe una variación de dos atributos y dos atributos fijos. En el ejemplo de la Tabla 3.2 se muestran dos núcleos compuestos de dos elementos cada uno. Estos varían en dos atributos color y tamaño y se mantienen fijos los atributos textura y forma.
- Nivel 4: Entre núcleos existe una variación de tres atributos y dos atributos fijos. En el ejemplo de la Tabla 3.2 se muestra dos núcleos compuestos de dos elementos cada uno. Estos varían en tres atributos color, tamaño y textura y, se mantienen fijo forma.

En las seriaciones con tres elementos en el núcleo se pueden repetir los tres elementos o pueden variar los atributos de los elementos entre los núcleos. Mostramos también cuatro niveles. En la Tabla 3.2 se muestra un ejemplo para cada nivel. Los niveles para las seriaciones de tres elementos en el núcleo son los siguientes:

- Nivel 1: Entre núcleos no existe variación de atributos los tres elementos del núcleo se repiten tal cual. En el ejemplo de la Tabla 3.2 se muestran dos núcleos compuestos de tres elementos, no varía ningún atributo entre los núcleos.
- Nivel 2: Entre núcleos existe una variación de un atributo y tres atributos fijos. En el ejemplo de la Tabla 3.2 se muestran dos núcleos compuestos de tres elementos cada uno. Estos varían en un atributo color y se mantienen los atributos de forma, textura y tamaño.
- Nivel 3: Entre núcleos existe una variación de dos atributos y dos atributos fijos. En el ejemplo de la Tabla 3.2 se muestran dos núcleos compuestos de tres elementos cada uno. Estos varían en dos atributos color y textura y se mantienen fijos los atributos tamaño y forma.
- Nivel 4: Entre núcleos existe una variación de tres atributos y un atributo fijo. En el ejemplo de la Tabla 3.2 se muestran dos núcleos compuestos de tres elementos cada uno. Estos varían en tres atributos forma, tamaño y textura y, se mantiene fijo color.

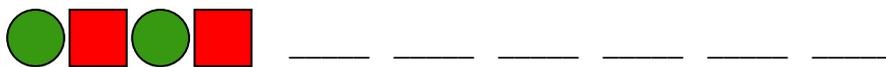
Con base en las seriaciones consideradas en la Tabla 3.2, presentamos algunas seriaciones que intuimos que podían ser abordables por niñas de 6-7 años. Utilizamos los bloques lógicos de Dienes como material manipulativo para llevar a cabo estas tareas

Para la entrevista consideramos tres patrones de un elemento en el núcleo: uno del nivel 1; uno del nivel 2 y, uno del nivel 3. En cuanto a los patrones de dos elementos en el núcleo consideramos: tres del nivel 1 y, uno del nivel 2. Finalmente en los patrones de tres elementos en el núcleo consideramos dos del nivel 1.

Seriaciones para la entrevista piloto

Consideramos nueve tipos de seriaciones correspondientes a los tres tipos de patrones descritos. A continuación presentamos el inicio de las seriaciones y una descripción de las variables de tarea con las que se corresponden cada una de ellas.

Seriación 1



Núcleo: 2 elementos, nivel 1

Variación de los elementos entre núcleos diferentes: no tiene.

Atributos fijos de los elementos entre los núcleos diferentes: color, forma, tamaño y textura

Seriación 2



Núcleo: 3 elementos, nivel 1

Variación de los elementos entre núcleos diferentes: no tiene.

Atributos fijos de los elementos entre núcleos diferentes: color, forma, tamaño y textura

Seriación 3



Núcleo: 2 elementos, nivel 1

Variación de los elementos entre núcleos diferentes: no tiene

Atributos fijos de los elementos entre núcleos diferentes: color, forma, tamaño y textura

Seriación 4



Núcleo: 2 elementos, nivel 1

Variación de los elementos entre núcleos diferentes: no tiene

Atributos fijos de los elementos entre núcleos diferentes: color, forma, tamaño y textura

Seriación 5



Núcleo: 3 elementos, nivel 1

Variación de los elementos entre núcleos diferentes: no tiene

Atributos fijos de los elementos entre núcleos diferentes: color, forma, tamaño y textura

Seriación 6



Núcleo: 1 elementos, nivel 1

Variación de los atributos entre núcleos diferentes: si tiene, color

Atributos fijos de los elementos entre núcleos diferentes: forma, tamaño y textura

Seriación 7



Núcleo: 1 elementos, nivel 3

Variación de los elementos entre núcleos diferentes: si tiene, color, forma y tamaño

Atributos fijos de los elementos entre núcleos diferentes: textura

Seriación 8

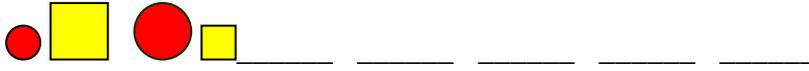


Núcleo: 1 elemento, nivel 2

Variación de los atributos entre núcleos diferentes: si tiene, color y forma

Atributos fijos de los elementos entre núcleos diferentes: tamaño y textura

Seriación 9



Núcleo: 2 elemento, nivel 2

Variación de los elementos entre núcleos diferentes: si tiene, tamaño

Atributos fijos de los elementos entre núcleos diferentes: color, forma y textura

Tareas para la entrevista piloto

Diseñamos las tareas para la entrevista piloto con base en las seriaciones presentadas. A alumna 1 le planteamos las 9 seriaciones descritas en el apartado anterior. Una vez planteadas las seriaciones le pedíamos que observara las piezas y, después, que continuara con la seriación. Utilizamos las piezas de 5 juegos de bloque lógicos de Dienes completos. Una vez que ella terminaba de realizar la seriación le realizamos preguntas que tenían que ver con la seriación construida. Para las seriaciones de dos y tres elementos en el núcleo, las preguntas fueron las siguientes.

- ¿Por qué fuiste ubicando las piezas de esa forma?
- ¿Tú crees que estas piezas están ordenadas de acuerdo a ciertas características en especial?
- ¿Cuál sería ese orden?
- ¿En que te fijaste para ordenar las piezas de esa forma?

Para la seriación de un elemento en el núcleo, las preguntas fueron las siguientes.

- ¿Puedes ver algunas características o atributos que se mantienen fijos o que cambien entre las piezas?
- ¿Cuáles son esas características?
- ¿Por qué ordenaste las piezas de esa forma? ¿Consideraste esas características que se mantienen fijos a aquellas que cambian?

Recogida de información

Realizamos una entrevista semiestructurada en la que el autor de esta memoria propuso a la alumna 1 las tareas descritas. La profesora tutora de este trabajo también asistió y colaboró en la recogida de información, principalmente con la toma de fotografías y con la formulación de algunas preguntas puntuales. Grabamos la entrevista en audio y tomamos fotografías de los momentos clave en cada una de las tareas. A continuación, transcribimos la grabación de audio.

El entrevistador comenzó con algunas preguntas personales para habituar a la alumna 1 al contexto de la entrevista, que se realizó en el Seminario del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. A continuación, pasó a presentarle las diferentes piezas que componen los bloques lógicos de Dienes y, mediante preguntas, identificaron diferentes atributos cualitativos que presentan. Para las diferentes tareas, se siguió un esquema similar: el entrevistador colocó las primeras piezas en fila, le hizo preguntas sobre los atributos de esas piezas y, finalmente, le preguntó qué piezas pondría a continuación, pidiéndole que las ubicara en su posición y justificara su respuesta. La alumna 1 podía elegir las piezas de entre un montón de piezas (de los 5 juegos de bloques lógicos que utilizamos) que estaban en una mesa próxima. Una vez que colocaba las piezas, le pedíamos que identificara las que siempre se iban repitiendo en la seriación. Para ello le pasamos unas tiras de papel para que separara las piezas que conformaban el núcleo (se pueden observar en la Figura 3.1). Estas tiras de papel también eran utilizadas por el entrevistador para separar los núcleos de un elemento y de esa forma orientar a la alumna para que los identificase y continuase con la seriación, en los casos en que le ofreció alguna ayuda.



Figura 3.1. Escenario de la entrevista piloto

La entrevista piloto se realizó el día 26 de abril de 2013, tuvo una duración de 1 hora y 30 minutos de duración. La entrevista se desarrolló conforme a lo previsto.

Categorías preliminares

Para el análisis de entrevista piloto y las entrevistas definitivas tuvimos en cuenta las siguientes categorías preliminares que surgieron con base en el marco teórico.

- Identificación de atributos: esta categoría se refiere al reconocimiento de atributos presentes en cada uno de los elementos que se proponen en las seriaciones.
- Relación de atributos: se refiere al análisis y comparación que se realiza sobre los elementos propuestos en las seriaciones, para establecer diferencias y semejanzas de atributos entre ellos.
- Identificación de patrones: reconocimiento de patrones de uno, dos y tres elementos en el núcleo.

- Construcción de seriaciones: esta categoría hace alusión a las seriaciones que se construyen de acuerdo a los diferentes tipos de patrones que se ha identificado. De esta categoría se desprende dos subcategorías:
 - Construcción de seriaciones no reiterativas: se refiere a la construcción de seriaciones de un elemento en el núcleo, con base en las diferencias y semejanzas de atributos entre los elementos.
 - Construcción de seriaciones reiterativas: continuación de una seriación repitiendo los mismos elementos que conforman el núcleo.
- Explicaciones: argumento que se realiza para explicar el desarrollo de la tarea.

Resultados de la entrevista piloto

Teniendo en cuenta las respuestas y explicaciones de la alumna 1 en las tareas de dos y tres elementos en el núcleo observamos que, por lo general, identificó el núcleo con la respectiva cantidad de elementos que lo conformaba en cada una de las tareas. Por ejemplo, cuando el entrevistador le planteó la seriación 2, la alumna 1 identificó inmediatamente el patrón reiterativo y ubicó piezas para continuar la seriación, de modo que se iban repitiendo siempre las primeras tres piezas las que finalmente identificó separándolas con una tira de papel (ver Figura 3.2).



Figura 3.2. Continuación de la alumna 1 en Seriación 2

La alumna 1 no presentó mayores dificultades en la realización de la tarea sobre esta seriación y sus explicaciones aludieron a las piezas que se van repitiendo. Además, señaló con el dedo o con la mano las piezas que se repetían. Ella misma reconoció que tenía un conocimiento previo sobre la construcción de seriaciones reiterativas.

Para las tareas de seriaciones de un elemento en el núcleo la alumna 1, por lo general, no logró identificar los atributos que cambiaban y aquellos que se mantenían fijos de un elemento a otro, repitiendo las mismas piezas que ubicó el investigador, como si fuese una seriación reiterativa. En la Figura 3.3 presentamos un ejemplo de esta situación para la tarea relativa a la seriación 7. El entrevistador le describió que para construir la seriación debe darse cuenta de lo que sucede de una pieza a otra y, de acuerdo a ello, continuar la seriación.

A pesar de esto, la alumna repitió las mismas piezas que ubicó el entrevistador, construyendo de esta forma una seriación reiterativa, identificó cuatro elementos en el núcleo (ver las piezas y la separación con tiras de papel que ubica la alumna 1, en la Figura 3.3).



Figura 3.3. Continuación de la alumna 1 a la Seriación 7

En general, ante preguntas del entrevistador como ¿qué sucede de una pieza a otra?, ¿qué cambia?, ¿qué se mantiene?, ¿qué pieza pondrías tú para continuar la seriación que cumpla lo que tú me has dicho?; la alumna 1 distinguió fácilmente atributos que cambiaban y que se mantenían fijos entre las piezas. En algunas seriaciones, la alumna pudo continuar de acuerdo a ese patrón pero en otras, volvió a identificarla con una seriación reiterativa.

En síntesis, las seriaciones de dos y tres elementos en el núcleo no nos aportaron información relevante para nuestros objetivos porque la alumna tendía a centrarse en seriaciones reiterativas. En cambio, las tareas de seriaciones con un elemento en el núcleo permitieron obtener mayor información para los objetivos pretendidos en nuestra investigación. La alumna 1 no presentó dificultades para continuar las seriaciones, independientemente de la cantidad de elementos en el núcleo.

Decisiones metodológicas tras la entrevista piloto

Tras los resultados de la entrevista piloto, tomamos las siguientes decisiones para las entrevistas definitivas.

- Seriaciones involucradas en las tareas propuestas. Diseñamos tareas con un solo elemento en el núcleo, considerando los tres niveles de complejidad descritos anteriormente.
- Forma de proponer las tareas. En vez de que la alumna descubra cuáles son los atributos que mantienen fijos o que cambian de una pieza a otra por sí misma, orientamos con preguntas que tienen que ver con la relación existente entre dos piezas (elementos). Para ello utilizamos los operadores inversos propuestos por Alsina (2006) que presentamos en el marco teórico. En la Figura 3.4 presentamos, a modo de ejemplo, la presentación de la seriación 2 de las entrevistas definitivas, para explicar a modo de ejemplo, la forma en que utilizamos los operadores inversos. Formulamos con base a ella las preguntas a las tareas propuestas a las alumnas 2 y 3.



Figura 3.4. Seriación 2 de las seriaciones definitivas

Las preguntas formuladas utilizando el operador inverso considerando las piezas iniciales fueron las siguientes:

¿Qué sucedió de una pieza a la otra?

Entonces ¿En qué se asemejan y en qué se diferencian?

¿De acuerdo a lo que tú me has dicho que otra pieza pondrías tú para continuar la seriación?

¿Cómo continuarías la seriación?

- Introducción de tiras de papel en posición horizontal. Ubicamos una tira de papel de forma horizontal sobre la mesa para que las alumnas pusieran cada pieza para continuar las seriaciones. Esto estuvo motivado porque, en algunos casos, la alumna 1 no tuvo claro donde ubicar las piezas.
- Añadimos una videocámara como instrumento para la recogida de la información. Para las entrevistas definitivas utilizamos, además de los instrumentos usados en la entrevista piloto, una videocámara, para registrar más detalles mientras las alumnas desarrollaban las tareas.
- En la revisión de la entrevista piloto, complementamos algunas categorías propuestas en la primera versión de categorías preliminares para el análisis de las entrevistas definitivas. Las categorías definitivas las mostramos en apartados posteriores.

ENTREVISTAS DEFINITIVAS

En este apartado damos a conocer el diseño definitivo de las tareas y el proceso de recogida de la información.

Diseño definitivo de tareas

A partir de las variables de tarea y de los resultados de la entrevista piloto, teniendo en cuenta que la duración de la entrevista debería estar entre una hora y una hora y media, para que no resulte cansada para las niñas, para el diseño definitivo de las tareas utilizamos las seriaciones con un elemento en el núcleo y de acuerdo a los primeros 3 de los 4 niveles de complejidad descritos. Seleccionamos 14 tareas de acuerdo a todas las combinaciones de variables de los atributos de forma, color, tamaño y textura de las piezas de los bloques lógicos de Dienes, presentadas en la Tabla 3.2. A continuación mostramos las seriaciones utilizadas en las entrevistas aplicadas a las alumnas 2 y 3 con una descripción de las variables involucradas en cada una de ellas.

Seriaciones de tareas nivel 1: variación de un atributo

Seriación 1



Variación de atributos entre elementos de núcleos diferentes: forma

Atributos fijos entre elementos de núcleos diferentes: color, tamaño, textura

Seriación 2



Variación de atributos entre elementos de núcleos diferentes: color

Atributos fijos entre elementos de núcleos diferentes: forma, tamaño, textura

Seriación 3



Variación de atributos entre elementos de núcleos: tamaño

Atributos fijos entre elementos de núcleos diferentes: color, forma, textura

Seriación 4



Variación de atributos entre elementos de núcleos: textura

Atributos fijos entre elementos de núcleos diferentes: color, forma, tamaño

Seriaciones de tareas nivel 2: variación de dos atributos

Seriación 5



Variación de atributos entre elementos de núcleos: forma, color

Atributos fijos entre elementos de núcleos diferentes: tamaño, textura

Seriación 6



Variación de atributos entre elementos de núcleos: forma, tamaño

Atributos fijos entre elementos de núcleos diferentes: color, textura

Seriación 7



Variación de atributos entre elementos de núcleos: color, tamaño

Atributos fijos entre elementos de núcleos diferentes: forma, textura

Seriación 8



Variación de atributos entre elementos de núcleos: textura, tamaño

Atributos fijos entre elementos de núcleos diferentes: forma, color

Seriación 9



Variación de atributos entre elementos de núcleos: textura, color

Atributos fijos entre elementos de núcleos diferentes: forma, tamaño

Seriación 10



Variación de atributos entre elementos de núcleos: textura, forma

Atributos fijos entre elementos de núcleos diferentes: color, tamaño

Seriaciones tareas nivel 3: Variación de tres atributos

Seriación 11



Variación de atributos entre elementos de núcleos: textura, tamaño, forma

Atributos fijos entre elementos de núcleos diferentes: color

Seriación 12



Variación de atributos entre elementos de núcleos: textura, tamaño, color

Atributos fijos entre elementos de núcleos diferentes: forma

Seriación 13



Variación de atributos entre elementos de núcleos: textura, forma, color

Atributos fijos entre elementos de núcleos diferentes: tamaño

Seriación 14



Variación de atributos entre elementos de núcleos: color, tamaño, forma

Atributos fijos entre elementos de núcleos diferentes: textura

Tareas

Para las entrevistas definitivas utilizamos la misma cantidad de bloques lógicos de Dienes utilizados en la entrevista piloto (5 juegos) y tiras de papel de forma horizontal para que la alumna continuara la seriación y para que en algunas oportunidades las alumnas distinguieran los elementos que conformaban el núcleo, ubicándolas como separadores de forma horizontal (los usos de estas tiras se pueden observar en la Figura 3.5).

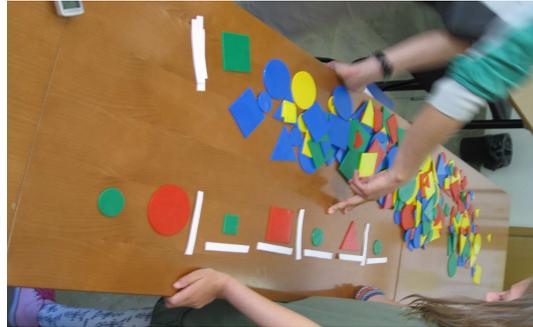


Figura 3.5. Tiras de papel para ubicar piezas y separar núcleos

A cada una de las alumnas (2 y 3) le presentamos las mismas dos piezas correspondientes a cada una de las seriaciones presentadas en el apartado anterior. Una vez presentadas las piezas le planteábamos, a modo de tarea, preguntas que tienen relación con el operador inverso y también aquellas preguntas utilizadas para esta entrevista, construyendo de esta forma un guión base. Este guión tiene dos partes. Una primera parte alude a preguntas relativas a las piezas iniciales y que tienen que ver con el operador inverso. Las presentamos a continuación.

- ¿Qué sucede de una pieza a la otra?
- Entonces ¿En qué se asemejan y en qué se diferencian?
- ¿De acuerdo a lo que tú me has dicho que otra pieza pondrías tú para continuar la seriación?
- ¿Cómo continuarías la seriación?

La segunda parte de la entrevista tiene que ver con preguntas cuando ya la alumna ha continuado con la seriación. Mostramos las preguntas de esta segunda parte a continuación.

- ¿Por qué continuaste con esa pieza?
- ¿Por qué ordenaste las piezas de esa forma?
- ¿Consideraste esas características que se mantienen fijas a aquellas que cambian entre las piezas?

Recogida de información

Realizamos entrevistas semiestructuradas, a las alumnas 2 y 3, respectivamente, de forma individual. Utilizamos el guión anteriormente descrito, una videocámara y la cámara

fotográfica para la recogida de información. A continuación transcribimos las entrevistas para su análisis.

Estas entrevistas definitivas se desarrollaron en dos días diferentes, en el seminario del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. El día 7 de mayo de 2013 se realizó la segunda entrevista (alumna 2), tuvo una duración de 1 hora y 30 minutos. El día 8 del mismo mes y año se aplicó la tercera entrevista a alumna 3, que tuvo una duración aproximada de 1 hora.

A la alumna 2 se le propusieron 14 tareas, mientras que a la alumna 3, 9 de las 14 porque resolvió rápidamente algunas de ellas y decidimos omitir tareas de complejidad intermedia. El entrevistador propuso dos piezas como inicio de la seriación y luego les preguntó cuestiones relacionadas con el guión base para estas entrevistas. Una vez que ellas identificaban esas diferencias y semejanzas el entrevistador les pidió que continuaran la seriación de acuerdo con sus observaciones. Una vez que ellas ubicaron una pieza o continuaron con la seriación, el entrevistador le aplicó la segunda parte de las preguntas del guión base para esta entrevista.

CATEGORÍAS PARA EL ANÁLISIS

Construimos las categorías para el análisis de datos con base en el marco teórico, la información obtenida en la entrevista piloto, las categorías preliminares de la entrevista piloto y las entrevistas a las alumnas 2 y 3. A continuación, presentamos cada una de las categorías que utilizamos en esta investigación, junto con una explicación de las mismas.

La primera categoría surge del marco teórico. Tomamos como referencia una de las capacidades que propone Alsina (2006, 2011), relacionar cualidades sensoriales, para definir esta categoría. En esta oportunidad no consideramos la categoría de identificación de atributos cualitativos como lo mencionamos en las categorías preliminares, ya que de acuerdo a los resultados de la entrevista piloto la alumna ya contaba con conocimientos previos sobre los atributos de cada uno de los elementos propuestos.

- **Relación de atributos:** esta categoría se refiere al análisis y comparación que se realiza sobre dos elementos consecutivos de una seriación cualitativa, estableciendo relaciones sobre estos elementos, en relación a las diferencias y semejanzas de atributos existentes entre ellos.

Dada la descripción de diferentes tipos de patrones, consideramos una segunda categoría que surge del marco teórico y, que además complementamos aquella que habíamos propuesto en la entrevista piloto. En esta categoría nos centramos en tres subcategorías que forman parte de las variables de tarea descritas en las seriaciones: número de elementos en el núcleo, atributos que se cambian y atributos que mantienen de los elementos del núcleo al construir una seriación.

- Identificación de patrones: esta categoría se refiere al patrón que se identifica y se utiliza para continuar una seriación dados dos o tres elementos al inicio de la seriación. En esta identificación se puede considerar:

- Número de elementos en el núcleo: cuando se identifica y se considera un número determinado de elementos como un núcleo dentro una seriación y, se continúa esta de acuerdo a ese número de elementos.

- Atributos que cambia: si al continuar la seriación se cambia algún atributo de los elementos del núcleo que se identifica.

- Atributos que mantiene: si al continuar la seriación se mantiene algún atributo de los elementos del núcleo que se identifica.

Las categorías que presentamos a continuación surgieron del marco teórico, de la entrevista piloto y un análisis preliminar de las entrevistas definitivas. Tras la revisión de las entrevistas definitivas encontramos dos tipos de seriaciones que realizaron las alumnas 2 y 3 en las tareas propuestas de seriaciones de un elemento en el núcleo, al igual que en la entrevista piloto: seriaciones reiterativas y no reiterativas. Por lo tanto, incluimos como categoría la construcción de seriaciones y las subcategorías relativas a los tipos de seriaciones.

- Construcción de seriaciones: Esta categoría esta relacionada con el tipo de seriación que se ha construido.

- Reiterativas: cuando se repiten los mismos dos, tres o más elementos que se ubican en la seriación al inicio de cada tarea, manteniendo los mismos atributos de esos elementos.

- No reiterativas: cuando al continuar la seriación no se repiten los elementos iniciales de cada tarea, si no que, tienen relación con la identificación de un patrón de uno o más elementos en el núcleo y se continúa la seriación de acuerdo a las diferencias y semejanzas que hay entre los elementos de núcleos diferentes.

Dado que pedimos que explicaran sus respuestas y que esto se considerara importante para este tipo de tareas, como se puede observar en el marco teórico, consideramos una categoría de explicaciones. Además, quisimos realizar un mayor detalle sobre estas explicaciones por lo que analizamos los datos de acuerdo a subcategorías. Para las subcategorías, consideramos aquellos aspectos relativos a la identificación de patrones específicamente a la cantidad de elementos en el núcleo y a la identificación de los atributos que se cambian y que se mantienen.

- Explicaciones: esta categoría surge del marco teórico y de la entrevista piloto, además complementa a la categoría propuesta en la entrevista piloto. Esta categoría se refiere a las razones verbales para explicar las respuestas que se dan después del desarrollo de cada

seriación, enfatizando sobre los aspectos que se ponen de manifiesto en el desarrollo de las seriaciones. Estos aspectos dan lugar a las subcategorías siguientes.

- Número de elementos en el núcleo: si se explica aludiendo a la cantidad de elementos que posee el núcleo sobre la seriación construida.

- Número de atributos de cambia: si se explica aludiendo a los cambios de atributos existentes entre un elemento a otro para el caso de las seriaciones de un elemento en el núcleo, o si se cambian algunos atributos de los elementos que conforman el núcleo siempre y cuando éste tenga más de un elemento.

- Número de atributos que mantiene: si se explica aludiendo a los atributos que se mantienen fijos entre un elemento a otro para el caso de las seriaciones de un elemento en núcleo, o si se mantienen algunos atributos de los elementos que conforman el núcleo, siempre y cuando éste tenga más de un elemento.

Organización de datos para el análisis

Para organizar los datos de forma resumida, utilizamos una parrilla de información para cada una de las alumnas 2 y 3. En las columnas de esta parrilla incorporamos las 14 tareas que mostramos en los apartados anteriores de forma de seriaciones, las que fueron aplicadas a las alumnas. En la filas se ubican las categorías y subcategorías descritas anteriormente y en algunas oportunidades se ubican también la cantidad de elementos y en otras hacemos mención a los atributos (color, forma, tamaño y textura) de acuerdo a la relación con la categoría. En la Tabla 3.3 se observa una parte de la parrilla de información utilizada. Estas parrillas de información se observan en las tablas de anexos A y B.

Tabla 3.3. Parte de parrilla para organizar los datos de la alumna 2

	Tarea													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Identificación patrones														
Nº elementos en núcleo														
1		x			x	x				x	x			
2	x	x	x	x	x	x	x	x	x-x		x	x	x	x
3	x	x	x											
4					x									

Esta parrilla nos sirvió para registrar la presencia de la categoría en las producciones de las alumnas cuando observábamos los vídeos, las transcripciones o las fotografías. Para registrar la presencia de la categoría marcábamos con una letra (x) esta evidencia, de color negra, cuando se evidenciaba el trabajo de las alumnas en una primera propuesta del entrevistador; de color azul el trabajo de las alumnas dada una segunda propuesta y, de color roja el trabajo

de la alumna en una tercera propuesta. En la Tabla 3.3 presentamos parte de la parrilla para la alumna 2. En otras oportunidades marcábamos con la inicial del nombre del atributo cuando las alumnas se referían a ellos, por ejemplo “c” cuando se refería al color; “f” para la forma; “t” para el tamaño y, “te” para la textura (ver tablas de anexos A y B). Además, esta parrilla de información nos sirvió para orientarnos en el análisis de los datos que presentamos en el capítulo 4.

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

En este capítulo analizamos la información obtenida a través de las entrevistas realizadas a las alumnas 2 y 3. Hemos recogido un resumen de resultados en las tablas de los anexos A y B. En primer lugar, describimos aquí los resultados obtenidos para cada una de las alumnas, de acuerdo a cada una de las tareas propuestas a las alumnas 2 y 3. Para cada tarea, recordamos las variables de tarea involucradas en cada una y organizamos los resultados atendiendo a los siguientes apartados.

- **Relación de atributos: diferencias y semejanzas.** En este apartado nos centramos en la categoría relación de atributos. Hacemos referencia a la relación que realiza la alumna sobre los atributos de las dos piezas que propone el entrevistador, estableciendo semejanzas y diferencias entre ellas.
- **Identificación de patrones.** En este apartado abarcamos la categoría de identificación de patrones. Nos centramos en los tipos de patrones de uno, dos y más de dos elementos en el núcleo que se identifican en las seriaciones construidas por la alumna. Además, hacemos referencias a la categoría de construcción de seriaciones. Identificamos los tipos de seriaciones que construye la alumna: reiterativas y no reiterativas.
- **Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos.** En este apartado nos centramos en dos subcategorías que se desprenden de la categoría identificación de patrones: atributos que cambia y, atributos que mantiene. Específicamente nos centramos en aquellos atributos que la alumna cambia y que mantiene entre los elementos de núcleos diferentes.
- **Explicaciones.** En este apartado centramos el análisis en la categoría de explicaciones y las subcategorías: número de elementos en el núcleo, atributos que cambia y que mantiene, al momento en que la alumna argumenta el desarrollo de la seriación construida.

En segundo lugar, presentamos una descripción general de las dificultades evidenciadas en el trabajo de las alumnas al desarrollar las tareas propuestas. En tercer y último lugar, hacemos una comparación de resultados del trabajo de las alumnas.

ANÁLISIS DEL TRABAJO DE LA ALUMNA 2

A continuación presentamos el análisis de la entrevista y las seriaciones realizadas por la alumna 2 en cada una de las catorce tareas.

Tarea 1

El entrevistador le planteó la Tarea 1 ubicando las dos primeras piezas de la Seriación 1 de bloques lógicos (ver primeras dos piezas de la Figura 4.1). Las variables de tarea consideradas fueron: cambia el atributo forma y los atributos color, tamaño y textura permanecen fijos.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 2 estableció el atributo forma como único atributo que variaba entre las dos primeras piezas de la seriación. De los tres atributos que se mantenían fijos entre las dos piezas iniciales, la alumna solo estableció, con ayuda del entrevistador, dos de ellos color y tamaño.

Identificación de patrones

La alumna, inicialmente, identificó un patrón de dos elementos en el núcleo, considerando las dos primeras piezas que el entrevistador situó al comienzo de la tarea como núcleo, dando lugar a una seriación reiterativa (ver Figura 4.1).



Figura 4.1. Primera propuesta del entrevistador en la Seriación 1

A continuación, el entrevistador propuso tres piezas iniciales, para ver si identificaba un patrón no reiterativo (ver Figura 4.2).

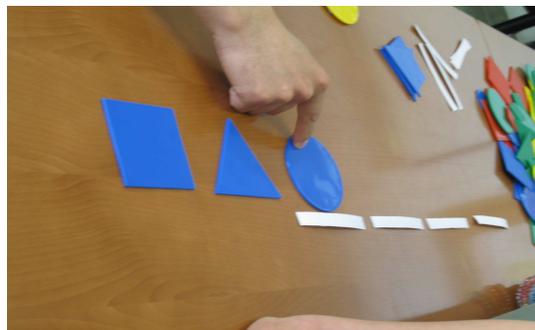


Figura 4.2. Segunda propuesta del entrevistador en la Seriación 1

Sin embargo, ella no identificó un patrón propio de un núcleo con un elemento. En cambio, ella consideró un patrón de los tres elementos presentados como núcleo, construyendo nuevamente una seriación reiterativa. A partir de la seriación que la alumna construyó partiendo de esas tres piezas iniciales, el entrevistador cambió la cuarta pieza (cuadrado grande azul liso) por la quinta pieza (triángulo azul grande liso) (ver Figura 4.3) para orientarla nuevamente a la identificación de un patrón de un elemento en el núcleo, pero no lo logró.



Figura 4.3. Tercera propuesta del entrevistador en Seriación 1

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

Cuando la alumna continuó ambas seriaciones, no cambió atributos entre los elementos del núcleo, manteniendo textura, tamaño, color y forma de los dos y tres elementos iniciales, respectivamente (Figuras 4.1 y 4.3).

Explicaciones

Para explicar las piezas con las que continuó la seriación, la alumna 2 hizo alusión a los elementos del núcleo. La seriación que la alumna propuso constaba de tres elementos en el núcleo. El entrevistador cambió la cuarta pieza por la quinta pieza de la seriación para guiarla hacia un patrón de un elemento en el núcleo (ver Figura 4.3). Ella explicó que ese cambio no es válido porque no constituye una seriación (Figura 4.2).

Tarea 2

El entrevistador le planteó la Tarea 2 mostrándole las dos piezas de la Seriación 2 de bloques lógicos (dos primeras piezas de la Figura 4.4). Las variables de tarea fueron: cambia el atributo color y mantiene fijos los atributos forma, tamaño y textura entre las dos piezas.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 2 estableció el color como único atributo que variaba entre las dos piezas. También estableció los tres atributos que se mantenían fijos: textura, forma y tamaño.

Identificación de patrones

La alumna 2 identificó tres tipos de patrones, con diferente número de elementos en el núcleo: dos, tres y un elementos, respectivamente. Inicialmente, consideró como núcleo las dos primeras piezas y las repitió (Figura 4.4), dando lugar a una seriación reiterativa.

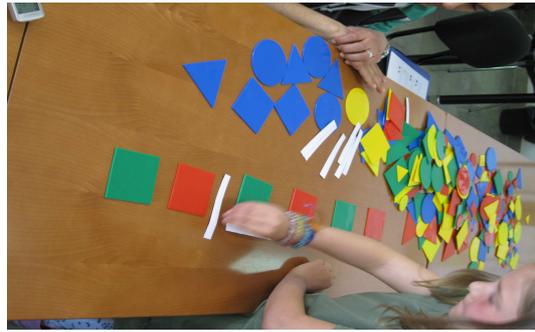


Figura 4.4. Primera propuesta del entrevistador en Seriación 2

Para indagar sobre el tipo de patrones que es capaz de identificar la alumna, el entrevistador cambió la tercera pieza por un cuadrado azul grande liso. La alumna volvió a identificar un patrón de tres elementos en el núcleo, considerando nuevamente que se trata de una seriación reiterativa (ver Figura 4.5).

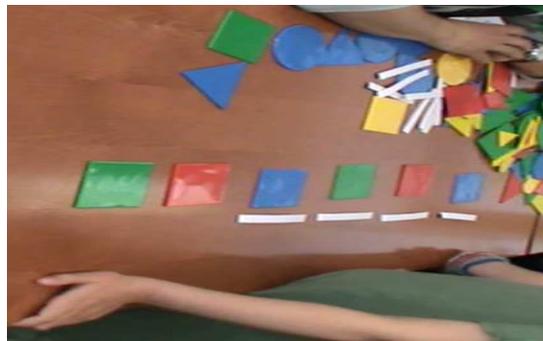


Figura 4.5. Segunda propuesta del entrevistador en Seriación 2

Finalmente, el entrevistador cambió la cuarta pieza de la Figura 4.5 por un cuadrado amarillo grande liso (ver Figura 4.6). La alumna 2 logró identificar un núcleo de un elemento, manteniendo el tamaño, la textura y la forma y solo cambiando el color entre dos elementos consecutivos. En la Figura 4.6 evidenciamos el patrón de un elemento que identificó la alumna 2, dando lugar a una seriación no reiterativa.



Figura 4.6. Tercera propuesta del entrevistador en la Seriación 2

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

En las seriaciones reiterativas que construyó la alumna 2, tanto de dos y tres elementos en el núcleo, mantuvo los atributos de las piezas que componen los núcleos: forma, color, textura y

tamaño. Sin embargo, cuando identificó el patrón de un elemento en el núcleo, ella sólo cambió el color de un elemento a otro. Esto se evidencia cuando el entrevistador le preguntó: “¿cuál más me sirve (para continuar la seriación)?” y, la alumna respondió “la verde, la roja y la azul (señalando los cuadrados grandes y lisos)”. En esta seriación de un elemento en el núcleo, mantuvo los atributos forma, tamaño y textura de una pieza a otra.

Explicaciones

La alumna 2 argumentó de acuerdo a la cantidad de elementos del núcleo tomando como referencia los patrones de dos elementos en el núcleo. El siguiente fragmento muestra cómo la alumna hizo referencia a las formas y los colores de los dos elementos del núcleo de la seriación reiterativa que construyó.

E: ¿Qué se va repitiendo siempre entonces?

A2: El cuadrado verde y el rojo.

Además, la alumna 2 aludió al cambio de color que hay de un elemento a otro de acuerdo a la seriación no reiterativa que construyó. Con respecto a los atributos que mantiene, sólo hizo alusión al color para explicar la construcción de la seriación de dos elementos en el núcleo; y al tamaño para explicar la seriación de un elemento en el núcleo.

Tarea 3

El entrevistador le planteó la Tarea 3 mostrándole las dos piezas de la Seriación 3 (ver Figura 4.7). Las variables de tarea fueron: tamaño como atributos que cambia y atributos fijos forma, color y textura.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 2 estableció el tamaño como el atributo diferente entre las dos piezas que puso el entrevistador. También estableció que los atributos color, forma y textura se mantenían fijos de las dos primeras piezas.

Identificación de patrones

La alumna 2 identificó dos tipos de patrones, uno de dos elementos en el núcleo y otro de tres. En la Figura 4.7 se observa la seriación reiterativa de dos elementos en el núcleo que construyó la alumna 2, repitió los dos elementos que propuso el entrevistador.



Figura 4.7. Primera propuesta del entrevistador en Seriación 3

A continuación, el entrevistador cambió la tercera pieza de la seriación por un círculo amarillo grande liso (ver Figura 4.8), para orientar a la alumna hacia un patrón de un elemento en el núcleo. Sin embargo, identificó de nuevo un patrón de tres elementos en el núcleo, construyendo una seriación reiterativa (ver Figura 4.8).



Figura 4.8. Segunda propuesta del entrevistador en la Seriación 3

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

Cuando la alumna 2 continuó la seriación de acuerdo a los patrones de dos y tres elementos en el núcleo, no cambió ninguno de los atributos de los elementos entre los núcleos, manteniendo todos los atributos (tamaño, textura, color y forma).

Explicaciones

La alumna 2 atendió a la cantidad de elementos en el núcleo en sus explicaciones. En el siguiente fragmento se aprecia la explicación de la alumna 2 en esta tarea.

E2: Sí, y ¿qué es lo que tiene para que tú digas que parece una serie?

A2: Porque tiene esto [indica a las primeras dos figuras] porque hay grande y pequeña y después grande y pequeña.

La alumna 2, cuando continuó la seriación de dos o tres elementos en el núcleo, explicó que no cambia ningún atributo de los elementos de los núcleos, si no que se mantienen fijos los cuatro atributos (color, forma, tamaño y textura) de las piezas.

Tarea 4

El entrevistador le planteó la Tarea 4, mostrándole las dos piezas de la Seriación 4 de bloques lógicos (dos primeras piezas de la Figura 4.9). Las variables de tarea fueron: textura como atributo que cambia, y color, forma y tamaño como atributos fijos.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 2 estableció el único cambio de atributo existente entre las dos piezas que ubicó el entrevistador, la textura. También estableció los tres atributos fijos de esas piezas: color, forma y tamaño.

Identificación de patrones

La alumna 2 identificó un patrón de dos elementos en el núcleo. Continuó la seriación, repitiendo las mismas dos piezas propuestas al comienzo de la tarea, construyendo una seriación reiterativa (ver Figura 4.9).

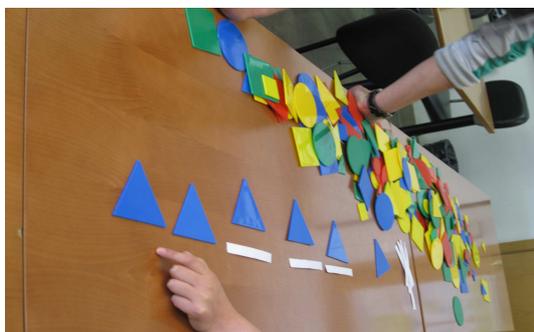


Figura 4.9. Propuesta del entrevistador en Seriación 4

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

Para seguir la seriación de acuerdo al patrón de dos elementos en el núcleo, la alumna 2 no realizó ninguna modificación de los atributos, si no que repitió las dos piezas iniciales de los bloques lógicos de Dienes de la Seriación 4.

Explicaciones

La alumna utilizó el argumento del número de elementos en el núcleo para justificar el desarrollo de la tarea. Explica que los que se repitiendo siempre son las dos piezas iniciales, para ello las indica con los dedos.

Tarea 5

El investigador planteó la Tarea 5 mostrándole las dos piezas de los bloques lógicos (ver dos primeras piezas de la Figura 4.10). Las variables de tarea fueron: forma y color como atributos que cambian, y tamaño y textura como atributos fijos.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 2 estableció los atributos forma, aludiendo a los vértices, y el color como aquellos que variaban entre las piezas. Así mismo logró establecer los dos atributos fijos de esas piezas, la textura y el tamaño.

Identificación de patrones

La alumna 2 identificó tres tipos de patrones, de dos, de uno y de tres elementos en el núcleo. En la Figura 4.10 apreciamos un patrón de dos elementos en el núcleo. Repitió las mismas dos piezas que el investigador ubicó en un comienzo, construyendo de esta forma una seriación reiterativa.

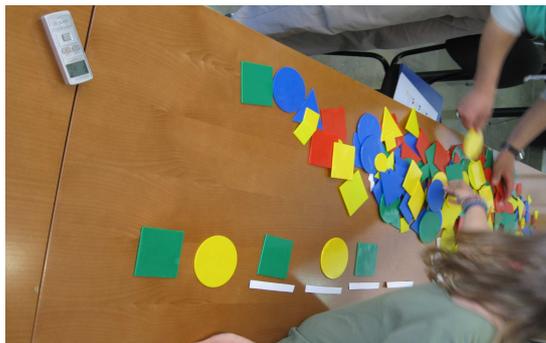


Figura 4.10. Primera propuesta del entrevistador en Seriación 5

Después, el entrevistador le preguntó sobre los cambios de atributos y aquellos que se mantenían fijos de las primeras dos piezas. A continuación, la alumna 2 identificó un patrón de un elemento en el núcleo y construyó una seriación no reiterativa. En el siguiente fragmento evidenciamos que la alumna continuó la seriación de un patrón de un elemento en el núcleo de acuerdo al cambio de color y forma, y mantuvo el tamaño de un elemento a otro.

E: Entonces, ¿qué otra pieza me puede servir ahí [indicando a la tercera pieza: cuadrado verde grande liso]? ¿solamente la verde?

A2: No, la roja.

Ia: Esa [le muestra una pieza cuadrada roja grande lisa]. ¿Por qué la roja?

A2: Porque tiene el mismo tamaño y solo cambia el color.

E: Solo cambia el color ¿y qué más cambia?

A2: Los vértices.

Cuando se le pidió que continuara la seriación, finalizó la tarea construyendo una seriación reiterativa con un patrón de cinco elementos en el núcleo (ver Figura 4.11).



Figura 4.11. Continuación de seriación por parte de la alumna 2

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

Para los patrones de dos y cinco elementos en el núcleo, la alumna 2 mantuvo los cuatro atributos de los elementos que componen el núcleo al continuar la seriación. Para el patrón de un elemento en el núcleo, la alumna 2 cambió dos atributos (forma y color) de un elemento a otro y mantuvo otros dos (textura y tamaño).

Explicaciones

La alumna 2, después de repetir las dos y las cinco piezas como parte de las seriaciones reiterativas, explicó su respuesta diciendo “porque es una serie”. Para la seriación de un elemento en el núcleo, hizo referencia a los cambios de color y forma entre dos piezas, manteniendo fijo el tamaño entre ellas.

Tarea 6

El entrevistador planteó la Tarea 6 ubicando las dos piezas de la Seriación 6 de bloques lógicos (ver primeras dos piezas Figura 4.12). Las variables de tarea fueron: atributos que cambian forma y tamaño y atributos fijos color y textura entre las dos piezas.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 2 estableció las diferencias existentes entre las dos piezas en cuanto a su forma y tamaño. Así mismo, estableció los dos atributos que permanecen fijos entre las dos piezas: color y textura.

Identificación de patrones

La alumna 2 identificó dos tipos de patrones. El primer patrón con dos elementos en el núcleo, repitiendo las mismas dos piezas que situó el investigador en un comienzo, dando origen a una seriación reiterativa (ver Figura 4.12). El otro patrón está compuesto por un elemento en el núcleo, donde continuó repitiendo los atributos fijos de color y textura y los atributos que cambiaban de forma y tamaño, construyendo de esta forma una seriación no reiterativa (ver Figura 4.13).

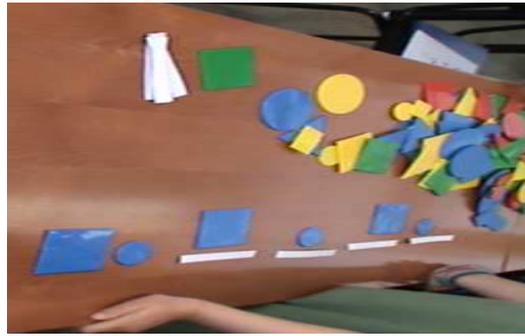


Figura 4.12. Primera propuesta del entrevistador a Seriación 6

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

Para el patrón con dos elementos en el núcleo, la alumna mantuvo forma, color, textura y tamaño, de las dos primeras piezas que fue repitiendo. Para el patrón de un elemento en el núcleo la alumna mantuvo los atributos de la textura y el color y fue cambiando los atributos de la forma y el tamaño (ver Figura 4.13).



Figura 4.13. Continuación Seriación 6 de la alumna 2

Explicaciones

La alumna 2 respondió a que sus respuestas eran del estilo a lo que hacía en el colegio. Además, para explicar el desarrollo de la seriación de un elemento en el núcleo la alumna hizo alusión al color como aquello que se mantiene fijo, a la forma y al tamaño como aquello que iba cambiando entre las piezas.

Tarea 7

El investigador planteó la Tarea 7, mostrando las dos piezas de la Seriación 7 de bloques lógicos (ver primera dos Figura 4.14). Las variables de tareas fueron: atributos que cambian color y tamaño y, atributos fijos forma y textura entre las dos piezas.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 2 estableció los dos atributos que variaban entre las dos piezas iniciales: color y tamaño. También estableció los dos atributos que se mantenían fijos: forma y textura.

Identificación de patrones

La alumna 2 identificó un patrón de dos elementos en el núcleo. Consideró las dos primeras piezas que puso el entrevistador y luego continuó ubicando dos piezas diferentes a las anteriores, construyendo de esta forma una seriación no reiterativa (ver Figura 4.14).



Figura 4.14. Propuesta del entrevistador a Seriación 7

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

La alumna 2 mantuvo color, tamaño y textura de las primeras piezas de todos los núcleos y cambió la forma. Las dos piezas que ella ubicó eran iguales o de distinta forma entre sí, pero siempre eran distintas a las dos anteriores (Figura 4.14).

Explicaciones

La alumna 2 hizo alusión al cambio de forma de las dos primeras piezas propuestas por el entrevistador para fundamentar el desarrollo de la seriación en la tarea. En el siguiente fragmento evidenciamos lo anterior.

E: Ahora me cuentas ¿Por qué hiciste eso?

A2: Porque en vez de una serie pequeño y rojo [aludiendo a las dos primeras piezas] he puesto otra forma.

Tarea 8

El entrevistador le planteó la Tarea 8 mostrándole dos piezas de la Seriación 8 de bloques lógicos de Dienes (ver las primeras dos piezas de la Figura 4.15). Las variables de tareas fueron: atributos que cambian textura y tamaño y atributos fijos forma y color entre las dos piezas.

Relación de atributos: diferencias y semejanza

La alumna 2 estableció los cambios de atributos entre las dos piezas iniciales: tamaño y textura y también los dos atributos que se mantuvieron fijos, color y forma.

Identificación de patrones

La alumna 2 identificó un patrón de dos elementos en el núcleo a partir de las dos primeras piezas. En la Figura 4.15 apreciamos que cada dos piezas que situó, eran de distinta forma a las dos anteriores. Se fijó en la primera para ubicar la tercera, la quinta y la séptima pieza; y

en la segunda pieza, para poner la cuarta, la sexta y la octava pieza. De esta forma, fue construyendo una seriación no reiterativa.

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

La alumna 2 continuó la seriación no reiterativa de dos elementos en el núcleo situando dos piezas diferentes a las dos anteriores en forma (ver Figura 4.15). En las piezas que situó mantuvo tamaño, textura y color de las dos piezas anteriores.



Figura 4.15. Propuesta del entrevistador a la Seriación 8

Explicaciones

La alumna 2 hizo alusión al cambio de forma para explicar su respuesta y también se refirió a que las dos primeras piezas comparten los atributos color y textura de aquellas que ubicaba en la seriación.

Tarea 9

El entrevistador planteó la Tarea 9 mostrándole dos piezas de la Seriación 9 de bloques lógicos (ver la primeras dos piezas Figura 4.16). Las variables de tareas fueron: color y textura como atributos que cambian y, forma y tamaño como atributos fijos entre las dos piezas.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 2 solo estableció los dos cambios de atributos existentes entre las dos piezas que situó el entrevistador: color y textura.

Identificación de patrones

La alumna 2 identificó dos tipos de patrones, ambas de dos elementos en el núcleo (se pueden observar en las Figuras 4.16 y 4.17). En ambos casos, la alumna construyó seriaciones no reiterativas.

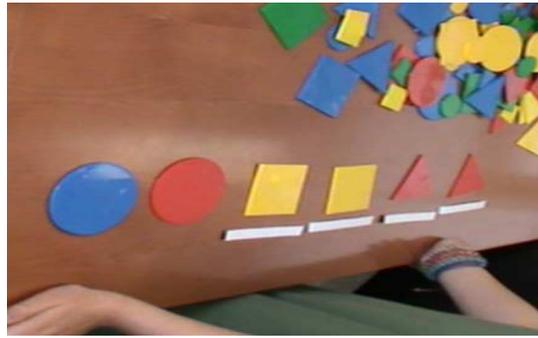


Figura 4.16. Primera propuesta del entrevistador en Seriación 9

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

En primera instancia, la alumna 2 consideró los dos elementos iniciales y continuó la seriación cambiando el color y la forma, y manteniendo los atributos de la textura y el tamaño de las dos primeras piezas (ver Figura 4.16), además las dos piezas que ubicaba eran del mismo color entre sí. En el segundo patrón la alumna continuó la seriación ubicando siempre dos piezas y cambiando solo la forma y manteniendo tamaño, textura y color de las dos piezas iniciales. Además, estas dos piezas que ubicó la alumna 2 tuvieron la misma forma entre sí (ver Figura 4.17). También, apreciamos que la alumna 2 se fijó en la primera pieza para elegir las piezas que iban en las posiciones impares de la seriación, cambiando la forma; y en la segunda para ubicar las piezas de las posiciones pares, cambiando la forma. Mantuvo la forma que tenían los dos elementos del núcleo.



Figura 4.17. Continuación en Seriación 9 de alumna 2

Explicaciones

La alumna 2 aludió al cambio de forma entre las piezas de dos núcleos para explicar la continuación de la seriación. Cuando construye la seriación inicial, se refirió a la textura (rugosa) como el atributo que se mantiene fijo entre la segunda y cuarta piezas (ver Figura 4.17). Para la segunda seriación aludió a que las piezas que se deben situar debían ser de color azul y rojo, es decir del mismo color de las dos primera piezas iniciales (ver Figura 4.17).

Tarea 10

El investigador le planteó la Tarea 10 mostrándole dos piezas de la Seriación 10 de los bloques lógicos de Dienes que se pueden observar en la Figura 4.18. Las variables de tarea fueron textura y forma como aquellos atributos que cambian y, color y tamaño atributos fijos.

Relación de atributos: diferencias y semejanza.

La alumna 2 estableció un único atributo que variaba entre las dos piezas iniciales, la textura, no así la forma. De los atributos que se mantenían fijos (color y tamaño), sólo estableció el color.

Identificación de patrones

La alumna identificó un patrón de dos elementos en el núcleo. Continuó la seriación de acuerdo al patrón de repetir textura, color y tamaño, y la forma solo de la primera pieza. Construyó así una seriación no reiterativa (ver Figura 4.18).



Figura 4.18. Primera propuesta del entrevistador en Seriación 10

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

La alumna 2 cambió la forma de las segundas piezas del núcleo, y no de las primeras, que las repitió en todos los núcleos (ver Figura 4.18).

Explicaciones

La alumna 2 hizo alusión a que realizó la seriación de esa forma para no repetir las mismas dos piezas iniciales seriación. Así mismo, no hizo alusión a los atributos que cambian o que se mantienen.

Tarea 11

El investigador planteó la Tarea 11 mostrándole las dos piezas de la Seriación 11 de bloques lógicos que se pueden ver en la Figura 4.19. Las variables de tarea fueron textura, tamaño y forma como atributos que cambian, y color como atributo fijo.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 2 estableció dos de los tres atributos que variaban las piezas iniciales, forma y textura, y el único atributo fijo color.

Identificación de patrones

La alumna 2 identificó dos tipos de patrones, de dos elementos en el núcleo y uno, respectivamente. El primer patrón se puede observar en la Figura 4.19. A continuación, el entrevistador orientó a la alumna para que identificara un patrón de un elemento en el núcleo (ver Figura 4.20). En ambos patrones, la alumna 2 construyó dos seriaciones no reiterativas.

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

Para el primer patrón, de dos elementos en el núcleo que identificó la alumna 2, ella continuó la seriación ubicando dos piezas distintas en forma al núcleo inicial (tercera y cuarta pieza de la Figura 4.19), siguió con la seriación cambiando el atributo de color y forma de las dos anteriores (quinta y sexta pieza de la Figura 4.19). Tuvo en cuenta que las piezas de los núcleos siguientes al primero eran diferentes en, al menos, un atributo a las piezas del núcleo anterior (ver Figura 4.19).



Figura 4.19. Primera propuesta del entrevistador en Seriación 11

Para el patrón de un elemento en el núcleo la alumna cambió textura, tamaño y forma de una pieza a otra y mantuvo fijo el color (ver Figura 4.20).



Figura 4.20. Continuación en Seriación 11 de alumna 2

Explicaciones

La alumna 2 solo explicó el desarrollo de la primera seriación que construyó. Dio a entender que cambió el atributo de la forma, como una forma de no continuar la seriación que ella sabía realizar (seriaciones reiterativas).

Tarea 12

El entrevistador le planteó la Tarea 12 mostrando las dos piezas de la Seriación 12 que se pueden observar en la Figura 4.21. Las variables de tarea fueron: textura, tamaño y color como aquellos atributos que cambian y, forma como atributo fijo.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 2 solo logró establecer dos de los tres atributos que variaban las piezas iniciales, textura y tamaño. También estableció la forma como el único atributo que se mantenía fijo en las piezas.

Identificación de patrones

La alumna 2 identificó un patrón de dos elementos en el núcleo. Consideró color, tamaño y textura como atributos fijos, cambiando la forma de las dos primeras piezas. De esta forma fue construyendo una seriación no reiterativa (ver Figura 4.21).



Figura 4.21. Primera propuesta del entrevistador en Seriación 12

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

La alumna 2 continuó la seriación cambiando sólo la forma respecto a las dos piezas iniciales. Mantuvo tres atributos: tamaño, color y textura. Se fijó en los atributos de color, textura y tamaño de la primera pieza para poner la tercera; y en esos mismos atributos de la segunda piezas para poner la cuarta pieza. Tuvo en cuenta cambiar la forma entre las dos piezas que constituyen el núcleo (ver Figura 4.21).

Explicaciones

La alumna 2 justificó haciendo alusión a los atributos que mantiene. A continuación mostramos la explicación de la alumna 2, quien tomó como referencia textura y color como atributos que se mantienen de la primera pieza, que le ayudó a ubicar la tercera pieza (ver Figura 4.21).

E: Cuéntame cómo lo hiciste.

A2: Porque este es rugoso y rojo [tomando la pieza que ella piso en el tercer lugar] y este también [primera pieza].

Tarea 13

El entrevistador planteó la Tarea 13 ubicando las dos piezas iniciales de la seriación 13 (ver Figura 4.22). Las variables de tareas fueron: textura, forma y color como atributos que cambian y, tamaño como atributo fijo.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 2 estableció los tres atributos en que variaban las dos piezas iniciales: forma, color y textura. También estableció el único atributo que se mantuvo fijo en esas piezas: tamaño.

Identificación de patrones

La alumna 2 identificó un patrón de dos elementos en el núcleo, cambiando un atributo de las dos primeras piezas. Así construyó una seriación no reiterativa (ver Figura 4.22).

Atributos que cambia y mantiene entre núcleos

El único atributo que cambió fue el de la forma de las dos primeras piezas que puso el entrevistador y mantuvo el color, la textura y el tamaño de esas dos piezas, fue construyendo la seriación utilizando este criterio (ver Figura 4.22).



Figura 4.22. Propuesta del entrevistador a Seriación 13

Explicaciones

La alumna 2 explicó atendiendo a los atributos que ella mantiene para continuar la seriación. Para ello se refirió a dos atributos textura y color.

E: Si pongo este [El entrevistador saca la pieza que puso la alumna y pone un triángulo azul grande liso]. ¿Se puede?

A2: No, tiene que ser de esos mismos colores [Indicando con la mano la primera pieza]

E: ¿Sirve ese? [El investigador cambia la pieza triángulo azul grande liso, por un triángulo amarillo grande liso]

A2: Si sirve.

E: ¿y por qué sirve?

A2: Por qué es amarillo y no es rugoso [tocando la pieza].

Tarea 14

El entrevistador planteó la Tarea 14 mostrando las dos piezas iniciales de la Seriación 14 (ver Figura 4.23). Las variables de tareas fueron: forma, tamaño y color como atributos que cambian y, textura como atributo fijo.

Relación de Atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 2 estableció los tres atributos que variaban entre las dos piezas iniciales: color, tamaño y forma. Así mismo, estableció el único atributo que se mantuvo fijo: la textura.

Identificación de patrones

La alumna 2 identificó un patrón de dos elementos en el núcleo, continuó la seriación cambiando el atributo de forma de los dos elementos iniciales que ubicó el entrevistador, construyendo de esta forma una seriación no reiterativa (ver Figura 4.23).

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

La alumna 2 cambió la forma de las dos primeras piezas cuando continuó la seriación y mantuvo siempre fijo los atributos: color, textura y tamaño. La alumna 2 se fijó en los atributos de la primera pieza para poner la tercera pieza; y en los atributos de la segunda pieza para poner la cuarta pieza (ver Figura 4.23).

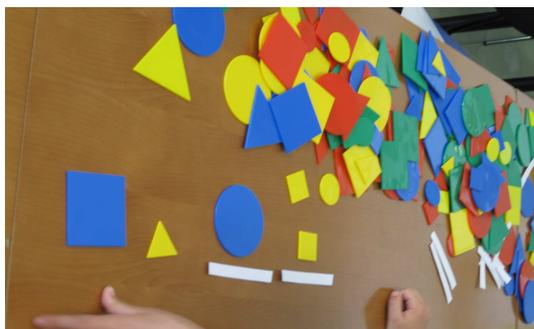


Figura 4.23. Propuesta del entrevistador a Seriación14

Explicaciones

La alumna 2 aludió al cambio de forma de las dos primeras piezas en sus explicaciones, como se puede observar en la siguiente respuesta.

E: ¿Fuiste cambiando algo?

A2: Las formas

También aludió al color y a la textura como atributos que fijos en las dos primeras piezas y que utilizó para continuar la seriación.

E: Explícame como lo hiciste.

A2: Lo hice con los mismos colores.

E: ¿Por qué pusiste ese círculo azul grande rugoso?

E: ¿Y el pequeñito que está allá? [Señalando con la mirada a la cuarta pieza cuadrado amarillo pequeño rugoso]

A2: Porque era rugoso y era amarillo [Tocando la pieza]

ANÁLISIS DEL TRABAJO DE LA ALUMNA 3

A continuación describimos el trabajo de la alumna 3 en las nueve tareas propuestas.

Tarea 5

El entrevistador le planteó la Tarea 5 ubicando las dos primeras piezas de la Seriación 5 (ver Figura 4.24). Las variables de tarea fueron: forma y el color como atributos que cambian y, tamaño y textura como atributos fijos.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 3 estableció los dos atributos que variaban en las dos primeras piezas: forma y color. Así mismo, estableció los dos atributos en que se mantenían fijos en ellas: tamaño y textura.

Identificación de patrones

La alumna 3 identificó un patrón de un elemento en el núcleo, continuando la seriación de acuerdo a las diferencias y semejanzas existentes entre las dos piezas iniciales. En la Figura 4.24 este patrón de un elemento, construyendo una seriación no reiterativa.



Figura 4.24. Propuesta del entrevistador en Seriación 5

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

En la Figura 4.24, se observa que la alumna 3 construyó una seriación no reiterativa, siguiendo el patrón del cambio de atributos de forma y color, y manteniendo la textura y el tamaño, manteniendo la textura y el tamaño entre dos piezas consecutivas.

Explicaciones

La alumna 3 hizo alusión al cambio de color y forma existente entre las piezas. En el siguiente fragmento se aprecia la explicación de la alumna 3 para continuar la seriación.

[La alumna puso un cuadrado azul grande liso en tercer lugar]

E: ¿Por qué esa?

A3: Porque cambia en forma y en color.

E: ¿Con cuál?

A3: Con esa [indicando la segunda pieza: círculo amarillo grande liso].

Ia: Y otra acá [indicando a la cuarta posición].

[La alumna observa las piezas y ubica un triángulo amarillo grande liso después del cuadrado azul grande liso]

Ia: ¿Por qué?

A3: Porque cambia en forma y color.

Tarea 7

El entrevistador planteó la Tarea 7 ubicando las dos primeras piezas de la Seriación 7 (ver Figura 4.25). Las variables de tareas fueron: color y tamaño como atributos que cambian y, forma y textura como atributos fijos.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 3 estableció las diferencias existentes entre las dos piezas iniciales: color y tamaño. También estableció la forma y la textura como atributos que fijos entre esas dos piezas.

Identificación de patrones

La alumna 3 identificó un patrón de un elemento en el núcleo. Continuó la seriación de acuerdo a las diferencias y semejanzas existentes entre las dos piezas iniciales. En la Figura 4.25 apreciamos la seriación no reiterativa que construyó la alumna 3, con base en las diferencias y semejanzas que había identificado.

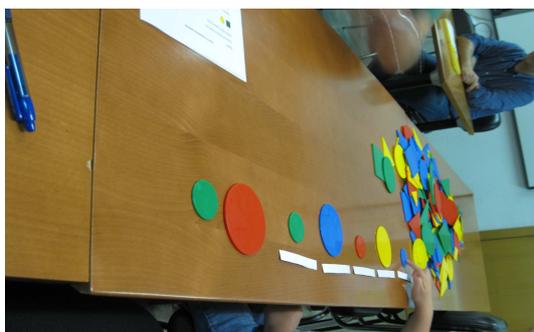


Figura 4.25. Propuesta del entrevistador a Seriación 7

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

Como se observa en la Figura 4.25, la alumna 3 al continuar la seriación fue cambiando los atributos de color y tamaño, y manteniendo fijo forma y textura entre los elementos consecutivos.

Explicaciones

La alumna 3 hizo alusión a la variación de tamaño y color existente entre las piezas. Utilizó ese criterio para continuar la seriación no reiterativa que construyó.

Tarea 8

El entrevistador planteó la Tarea 8 ubicando las dos primeras piezas de la Seriación 8 (se puede observar en la Figura 4.26). Las variables de tarea fueron: textura y tamaño como atributos que cambian y, forma y color como atributos fijos.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 3 estableció las diferencias existentes entre las dos primeras piezas: textura y tamaño. También estableció los atributos forma y color como aquellos que se mantenían fijos entre las piezas.

Identificación de patrones

La alumna 3 identificó un patrón de dos elementos en el núcleo, continuando con dos piezas diferentes a las dos piezas iniciales, construyendo de esta forma una seriación no reiterativa de dos elementos en el núcleo (ver Figura 4.26). También mantuvo la misma forma entre los dos elementos del núcleo.



Figura 4.26. Primera propuesta del entrevistador en Seriación 8

Más adelante, cuando el entrevistador le indicó que continuara, la alumna 3 ubicó las mismas cuatro piezas que aparecen en la Figura 4.26, identificando un patrón de cuatro elementos en el núcleo, construyendo así una seriación reiterativa (ver Figura 4.27).

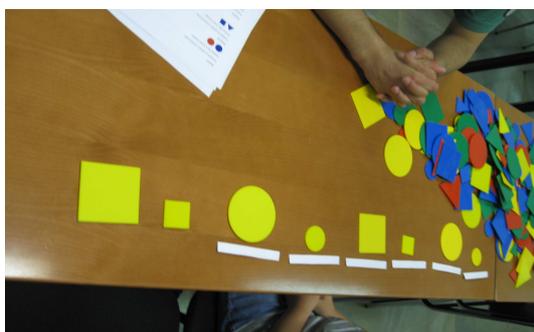


Figura 4.27. Continuación de Seriación 8 de alumna 3

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

Inicialmente, la alumna 3 ubicó dos piezas iguales en forma entre sí y de distinta forma a las dos primeras piezas. Mantuvo fijos los atributos de color, forma y tamaño de las dos primeras piezas. Posteriormente, cuando la alumna construyó una seriación reiterativa, no cambió

ningún atributo de las primeras cuatro piezas, sino que mantuvo fijo los cuatro atributos (ver Figura 4.27).

Explicaciones

La alumna 3 justificó su respuesta aludiendo a los atributos fijos entre las dos piezas iniciales y las que fue ubicando. Dijo: “que no cambia ni en la forma ni el color”. Cuando se le preguntó a la alumna 3 por la tercera pieza, que cambiaba en forma y tamaño respecto a la segunda, dijo que es una seriación compuesta por cuadrados y círculos, haciendo referencia únicamente a la forma.

Tarea 9

El entrevistador planteó la Tarea 9 ubicando las dos primeras piezas de la Seriación 9 (como se puede ver en la Figura 4.28). Las variables de tareas fueron: color y textura como atributos que cambian y, forma y tamaño como atributos fijos.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 3 estableció las diferencias de atributos entre las dos piezas iniciales: textura y color. Por otro lado, no logró establecer los atributos fijos entre las piezas: forma y tamaño.

Identificación de patrones

La alumna 3 identificó un patrón de un elemento en el núcleo, construyendo una seriación no reiterativa. Siguió un patrón basado en las semejanzas y diferencias existentes entre las dos piezas iniciales (ver Figura 4.28).



Figura 4.28. Propuesta del entrevistador en Seriación 9

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

Como se observa en la Figura 4.28, la alumna 3 consideró el cambio de color y textura y mantuvo fijo el tamaño y la forma entre dos piezas consecutivas para la continuación de la seriación.

Explicaciones

La alumna 3 aludió a la forma como un atributo que no cambia en la seriación, ya que cuando el entrevistador le mostró un triángulo rojo grande liso, con la intención de ubicarlo en alguna posición de la seriación, y le preguntó si le sirve o no para continuar con la seriación ella

Tarea 11

El entrevistador le planteó la Tarea 11 ubicando las dos primeras piezas de la Seriación 11 de bloques lógicos (como se ve en la Figura 4.30). Las variables de tareas fueron: textura, tamaño y forma atributos que cambian, y color como atributo fijo.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 3 sólo logró establecer los atributos de textura y forma como aquellos que varían entre las piezas.

Identificación de patrones

Como se ve en la Figura 4.30, la alumna 3 identificó un patrón de dos elementos en el núcleo. Consideró las dos primeras piezas iniciales, construyendo una seriación no reiterativa.

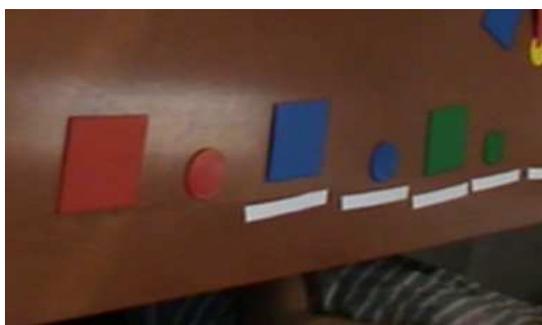


Figura 4.30. Propuesta del entrevistador en Seriación 11

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

En la Figura 4.30, se observa que la alumna 3 continuó la seriación cambiando el color cada dos elementos que conforman el núcleo y manteniendo forma, textura y tamaño de las primeras y las segundas piezas del núcleo, respectivamente. Esta alumna tomó como referencia la primera pieza de la seriación cuando ubicó la tercera y quinta piezas. De forma análoga, tomó como referencia la segunda pieza para ubicar las piezas cuarta y sexta de la seriación.

Explicaciones

La alumna 3 para explicar la tarea lo hizo aludiendo a las formas que tenían las piezas de la seriación. Anterior a la seriación que mostramos en la Figura 4.30 la alumna había ubicado un cuadrado verde pequeño liso en la sexta posición. Al preguntarle el por qué de esta elección la alumna 3 inmediatamente la cambió por un círculo verde pequeño liso, explicando a que no hay cuadrados en las posiciones pares de la seriación.

Tarea 12

El entrevistador le planteó la Tarea 12 ubicando las dos primeras piezas de la Seriación 12 de bloques lógicos de Dienes (como se ve Figura 4.31). Las variables de tareas fueron: textura, tamaño y color como atributos que cambian y, forma como atributo fijo.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 3 estableció dos atributos que variaban: textura y tamaño entre las piezas. Sin embargo, no estableció el atributo color como aquel que se mantenía fijo.

Identificación de patrones

La alumna 3 identificó dos tipos de patrones, ambos con dos elementos en el núcleo. Un patrón se corresponde con una seriación reiterativa; y otro, con una seriación no reiterativa. En la Figura 4.31 se observa la seriación reiterativa que la alumna 3 construyó.

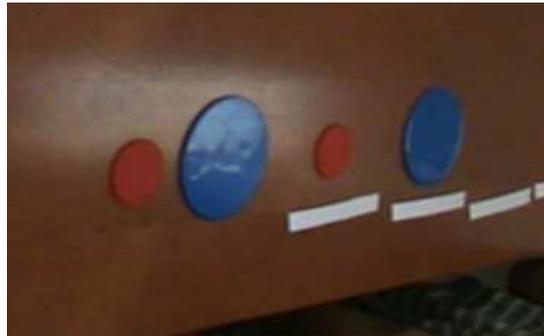


Figura 4.31. Primera propuesta del entrevistador en Seriación 12

A continuación, el entrevistador añadió las piezas quinta y sexta, para indagar sobre el tipo de patrón que ella utilizaba.



Figura 4.32. Segunda propuesta del entrevistador en Seriación 12

Ante la propuesta anterior, la alumna 3 cambió las piezas quinta y sexta que ubicó el entrevistador por dos piezas que cambiaban solo en color a las anteriores (ver Figura 4.33), construyendo una seriación no reiterativa. La alumna 3 siguió el patrón de dos elementos en el núcleo. En estos dos elementos solo cambió el color respecto a las dos piezas del núcleo anterior.



Figura 4.33. Continuación en Seriación 12 de alumna 3

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

Como se observa en la Figura 4.31, la alumna 3 mantuvo tamaño, color, textura y forma de las dos primeras piezas iniciales en la seriación reiterativa. Por otro lado, en la seriación no reiterativa, cambió el color de las dos piezas anteriores y mantuvo fijos el tamaño, la textura y solo cambió el color de la quinta y sexta pieza. La alumna 3 se orientó siempre en las dos primeras piezas de la seriación (ver Figura 4.33).

Explicaciones

La alumna 3 explicó su respuesta refiriéndose al color y textura como atributos que cambian entre las piezas. Esto se observó cuando el entrevistador cambió la tercera pieza por un círculo verde pequeño rugoso (ver Figura 4.34) y la alumna 3 aludió a que esa pieza servía ya que cambiaba el color respecto a la anterior. Luego, el entrevistador cambió esa pieza y propuso un círculo verde pequeño liso. Ante esto, la alumna dijo que no servía por que no es una pieza rugosa.



Figura 4.34. Tercera propuesta del entrevistador en Seriación 12

Tarea 13

El entrevistador le planteó la Tarea 13 ubicando las dos primeras piezas de la Seriación 13 de los bloques lógicos (como se ve en la Figura 4.35). Las variables de tareas fueron: textura, forma y color como atributos que cambian y, tamaño como atributo fijo.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 3 estableció los tres atributos que variaban las dos piezas iniciales: textura, forma y color. Sin embargo, no logró establecer el atributo tamaño como aquel que se mantenía fijo entre las piezas.

Identificación de patrones

La alumna 3 identificó un patrón de dos elementos en el núcleo inicialmente. Se fijó en la forma de las dos primeras piezas, repitiéndola en la continuación de la seriación. De esta forma, la alumna 3 construyó una seriación no reiterativa (ver Figura 4.35).



Figura 4.35. Primera propuesta del entrevistador en Seriación 13

A continuación, el entrevistador cambió la tercera pieza (triángulo grande azul liso) por un círculo azul grande liso (ver Figura 4.36), con la intención de indagar sobre el tipo de patrón. La alumna 3, identificó nuevamente un patrón de dos elementos en el núcleo y explicó que debía de ser un triángulo, al igual que la primera pieza, pero de diferente color.



Figura 4.36. Segunda propuesta del entrevistador en Seriación 13

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

Como se observa en al Figura 4.35, la alumna 3 cambio sólo el color de las dos piezas iniciales y mantuvo fijo los atributos de textura, tamaño y forma para continuar la seriación no reiterativa. Ella se fijó en la primera pieza para poner la tercera y quinta piezas; y en la segunda, para ubicar la cuarta y sexta pieza (ver Figura 4.35).

Explicaciones

La alumna 3 explicó aludiendo a que entre las piezas existe diferencia de color y para ello hizo referencia a la primera y tercera pieza de la Figura 4.35, también hizo referencia a que

estas piezas comparten el mismo tamaño y la misma textura, de las dos piezas que ella ubicó las en relación con las que propuso el entrevistador.

Tarea 14

El entrevistador le planteó la Tarea 14 ubicando las dos primeras piezas de la Seriación 14 de los bloques lógicos (ver Figura 4.37). Las variables de tareas fueron: forma, tamaño y color como atributos que cambian y, textura como atributo fijo.

Relación de atributos: diferencias y semejanzas

La alumna 3 estableció los tres atributos diferentes entre las dos piezas iniciales: color, tamaño y forma. También estableció el único atributo que se mantuvo fijo entre ellas: la textura.

Identificación de patrones

La alumna 3 identificó un patrón de dos elementos en el núcleo. Construyó una seriación no reiterativa ya que no repitió las dos piezas que propuso el entrevistador al inicio de la tarea (ver Figura 4.37).



Figura 4.37. Primera propuesta del entrevistador en Seriación 14

Atributos que cambia y que mantiene entre núcleos

Como se aprecia en la Figura 4.37, la alumna 3 continuó la seriación considerando las dos primeras piezas que ubicó el entrevistador. Primero en la tercera pieza que ubicó mantuvo los mismos atributos de la primera pieza. Solo cambió el atributo color de la cuarta pieza de la seriación con respecto a la segunda. Posteriormente continuó esta seriación ubicando la quinta pieza que cambia en color con la tercera y manteniendo los mismos atributos de la cuarta pieza para ubicar la sexta pieza. Finalmente continuó esta seriación ubicando dos piezas distintas en color a las dos anteriores.

Explicaciones

La alumna 3 aludió al atributo forma como aquel que se mantuvo fijo, pero no de una pieza a otra, sino de la primera pieza con la tercera. Se evidencia cuando el entrevistador reemplazó la tercera pieza como lo muestra la Figura 4.38, para orientar a la alumna a la identificación de

un patrón de un elemento en el núcleo. Frente a esta propuesta la alumna 3 aludió a que no sirve en la seriación ya que debe ser de forma cuadrada al igual que la primera pieza.



Figura 4.38. Segunda propuesta del entrevistador en Seriación 14

DIFICULTADES EN EL TRABAJO DE LAS ALUMNAS 2 Y 3

En este apartado mostramos diferentes dificultades que presentaron las alumnas 2 y 3 al continuar las seriaciones dadas por dos piezas iniciales. Estas dificultades están relacionadas con los procesos propios del pensamiento matemático, según la clasificación propuesta por Socas (1997). Hemos identificado diversas dificultades manifestadas que, en general, tienen que ver con tres aspectos: (a) dificultad para identificar patrones de un elemento en el núcleo, (b) dificultad para construir seriaciones no reiterativas de un elemento en el núcleo de acuerdo a las semejanzas y diferencias de atributos entre elementos y (c) dificultades para explicar considerando la cantidad de elementos en el núcleo.

Con respecto a la identificación de patrones de un elemento en el núcleo, las alumnas en algunas tareas no identificaron este tipo de patrón, sino que consideraron las dos piezas iniciales como un núcleo. Identificaron de esta forma patrones de dos elementos en el núcleo. Esta dificultad se presentó sobre todo en la alumna 2 en casi todas las tareas, exceptuando la tarea 11, aunque en algunas oportunidades después de identificar un patrón de dos elementos en el núcleo con la ayuda del entrevistador logró identificar un patrón de un elemento en el núcleo respectivamente (ver tablas de anexos A y B). La alumna 3 presentó dificultades para identificar este tipo de patrón en las tareas 8, 10, 11, 12, 13 y 14.

En cuanto a la dificultad en la construcción de seriaciones no reiterativas de un elemento en el núcleo. Si bien las alumnas pudieron establecer las diferencias y semejanzas de atributos existentes entre las dos piezas propuestas por el entrevistador en cada una de las tareas, presentaron dificultades al seguir este patrón. En este sentido, no lograron identificar que cada una de estas piezas eran núcleos diferentes y que la seriación se construía de acuerdo a los atributos semejantes y diferentes que ambos elementos tenían. Por lo general, las alumnas tendían a repetir las mismas dos piezas que ubicaba el entrevistador al inicio de la tarea. En

algunas ocasiones repetían los mismos atributos de estas dos piezas, construyendo de esta forma seriaciones reiterativas de dos elementos en el núcleo, aunque en algunas oportunidades construyeron seriaciones con más de dos elementos en el núcleo. En otras ocasiones, consideraban las dos piezas iniciales pero cambiaban un solo atributo de ellas, construyendo de esta forma seriaciones no reiterativas pero de dos elementos en el núcleo. Encontramos la dificultad para construir seriaciones no reiterativas de un elemento en el núcleo en la alumna 2 en las tareas 1, 3, 4, 7, 8, 9, 12, 13 y 14, aunque en algunas de estas fueron seriaciones no reiterativas de dos elementos en el núcleo (ver tablas de anexos A y B). En la alumna 3 esta dificultad la encontramos en las tareas 8, 10, 11, 12, 13 y 14 aunque en algunas de ellas también fueron seriaciones no reiterativas de dos elementos en el núcleo (ver tablas de anexos A y B).

Por último, encontramos la poca capacidad para dar explicaciones de parte de las alumnas. Por lo general, no lograban explicar los desarrollos de las seriaciones cuando se les preguntaba sobre el por qué de sus trabajos. Así mismo, en sus argumentos solo hicieron alusión, en algunas oportunidades, a los atributos que mantienen fijos y aquellos que cambian entre los núcleos de la seriación, pero no así, argumentaron considerando la cantidad de elementos del núcleo que tienen las seriaciones que ellas construyeron (ver tablas de anexos A y B).

COMPARACIÓN DE RESULTADOS DE LAS ALUMNAS 2 Y 3

En este apartado presentamos una comparación resumida de los resultados en el trabajo desarrollado por las alumnas 2 y 3. Diferenciamos los aspectos comunes de aquellos en los que difieren. Para cada uno de ellos, organizamos la información según las categorías y subcategorías empleadas en el análisis de datos.

Aspectos comunes en el trabajo de las alumnas 2 y 3

Para los aspectos comunes consideremos las producciones de las alumnas y las tablas de anexos 1 y 2, de las que resumimos información en las Tablas 4.1 y 4.2. En la Tabla 4.1 mostramos el número de elementos que identificaron en el núcleo de seriaciones no reiterativas de las tareas propuestas.

Tabla 4.1. *Síntesis construcción seriaciones no reiterativas*

Nº tarea	Nº elementos en núcleo
Alumna 2	
2	1
5	1

Nº tarea	Nº elementos en núcleo
6	1
7	2
8	2
9	2
10	1
11	1 y 2
12	2
13	2
14	2
Alumna 3	
5	1
7	1
8	2
9	1
11	2
13	2
14	2

En general, apreciamos que las dos alumnas fueron capaces de relacionar y comparar las dos piezas iniciales de las seriaciones que propuso el entrevistador al inicio de cada tarea. De esta forma las alumnas pudieron establecer los atributos cualitativos que se mantenían fijos y aquellos que variaban entre aquellas piezas iniciales de las seriaciones (ver tablas de anexos A y B).

Hemos observado una tendencia a identificar seriaciones reiterativas. Sin embargo, como apreciamos en la Tabla 4.1, las alumnas 2 y 3 coincidieron en la tarea 5 en la identificación de un patrón no reiterativo de un elemento en el núcleo. Esta tarea tenía dos atributos variables color y forma y, dos fijos tamaño y textura en los dos elementos iniciales de la seriación.

Observamos también en esta tabla que las alumnas identificaron un patrón de dos elementos en el núcleo en diferentes tareas. En general, partieron de las dos piezas iniciales y, al continuar la seriación, cambiaron un atributo de esas piezas, dando origen a seriaciones no reiterativas de dos elementos en el núcleo. Por un lado, la alumna 2 identificó un patrón de dos elementos en el núcleo en las tareas 7, 8, 9. En estas tareas variaban dos atributos y dos se mantenían fijos entre los dos elementos iniciales de la seriación. También en las tareas 11, 12, 13 y 14 identificaron un patrón de dos elementos en el núcleo, variaban en tres atributos y uno

fijo entre los dos elementos iniciales. En estas seriaciones, la alumna 2 cambió el atributo forma y mantuvo fijo color, tamaño y textura respecto a las dos elementos iniciales considerados como núcleo (ver tablas de anexos A y B). Por otro lado, la alumna 3 identificó un patrón de dos elementos en el núcleo en la tarea 8 que tenía como característica que variaban dos atributos y dos se mantenían fijos en los dos elementos iniciales de la seriación. También identificó un patrón de dos elementos en el núcleo en las tareas 11, 13 y 14. Estas tareas variaban en tres atributos y uno se mantenía fijo en los dos elementos iniciales. En estas tareas la alumna 3 construyó seriaciones no reiterativas donde cambió el atributo color y mantuvo fijo tamaño, forma y textura de los elementos iniciales considerados como núcleo (ver tablas de anexos A y B). En síntesis apreciamos que las alumnas coincidieron tareas 8, 11, 13 y 14 en la identificación de patrones de dos elementos en el núcleo y construcción de series no reiterativas.

Cuando las alumnas continuaron seriaciones no reiterativas con dos elementos en el núcleo, consideraron los atributos de la primera pieza para ubicar la tercera y quinta pieza. De forma análoga, se fijaron en la segunda pieza para ubicar la cuarta y sexta pieza. Siempre mantuvieron tres atributos fijos. La alumna 2 solo cambió la forma, mientras que la alumna 3 cambió el color.

En la Tabla 4.2 mostramos el número de elementos que identificaron en el núcleo de seriaciones reiterativas y en algunos casos no reiterativas (1 elemento en el núcleo) de las tareas propuestas.

Tabla 4.2. *Síntesis construcción seriaciones reiterativas y no reiterativas*

Nº tarea	Nº elementos en núcleo
Alumna 2	
1	2 y 3
2	2, 3 y 1
3	2 y 3
4	2
5	2 y 5
6	2 y 1
Alumna 3	
8	4
10	2
12	2

Como vemos en la Tabla 4.2 en algunas tareas, las alumnas también construyeron seriaciones reiterativas. La alumna 2 lo hizo en las tareas 1, 2, 3, 4 donde variaba un atributo y tres se mantenían fijos en los dos elementos iniciales de la seriación y, en las tareas 5, 6 donde variaban dos atributos y dos se mantenían fijos en los dos elementos iniciales. En las tareas 1 y 3 consideró dos y tres elementos en el núcleo. En la tarea 4 consideró dos elementos en el núcleo. En la tarea 2 consideró dos, luego tres elementos en el núcleo y finalmente con ayuda del entrevistador, logró identificar un patrón de un elemento en el núcleo construyendo una seriación no reiterativa. En la tarea 5 inicialmente consideró dos elementos en el núcleo, luego con ayuda del entrevistador logró identificar un patrón de un elemento en el núcleo construyendo una seriación no reiterativa, finalmente construyó una seriación de 5 elementos en el núcleo reiterativa. Y en la tarea 6 la alumna 2 inicialmente identificó un patrón de dos elementos en el núcleo pero con ayuda del entrevistador logró identificar un patrón de un elemento en el núcleo construyendo una seriación no reiterativa. La alumna 3 construyó seriaciones reiterativas en las tareas 8 y 10 donde variaban dos atributos y dos fijos en los dos elementos iniciales de la seriación y, en la tarea 12 donde variaban tres atributos y uno fijo en los dos elementos iniciales. En la primera de ellas, identificó un patrón de cuatro elementos en el núcleo y, en las tareas 10 y 12 identificó dos elementos en el núcleo.

Con respecto a las dificultades las alumnas coincidieron que en pocas ocasiones explicaron sus respuestas con base en el número de elementos que componían los núcleos de las seriaciones construidas, tanto reiterativas como no reiterativas.

Aspectos diferentes en el trabajo de las alumnas 2 y 3

Para los aspectos que difieren en el trabajo de las alumnas consideramos el trabajo de las alumnas y las tablas resumen de los anexos A y B y la Tabla síntesis 4.1 y 4.2.

Con respecto a las diferencias encontramos que la alumna 3 identificó inmediatamente patrones de un elemento en el núcleo en las tareas 5, 7, 9, mientras que la alumna 2 los identificó, con ayuda del entrevistador, un patrón de un elemento en el núcleo en las tareas 2, 5, 6, 10 y 11 (ver Tablas 4.1 y 4.2)

Además, apreciamos que en las cuatro tareas iniciales (nivel 1) la alumna 2 construyó seriaciones reiterativas con dos y tres elementos en el núcleo, mientras que la alumna 3 al aplicarle una tarea (tarea 1) nos percatamos que logró realizar una seriación no reiterativa de forma inmediata de un elemento en el núcleo, siguiendo el patrón de las diferencias y semejanzas de atributos existentes entre dos piezas consecutivas.

En lo que concierne a las explicaciones, la alumna 2 dio más explicaciones que la alumna 3 (ver tablas anexos A y B). La alumna 2 enfatizó principalmente en el atributo forma,

refiriéndose a aquel que cambiaba, con respecto a las piezas que ella ubicó en relación a las dos iniciales, principalmente en la construcción de las seriaciones no reiterativas con dos elementos en el núcleo. Por otro lado, la alumna 3 hizo más referencia al color y la forma como aquellos atributos que cambiaban y que se mantenían fijos entre las piezas de las seriaciones no reiterativas que construyó tanto de uno elemento como de dos elementos en el núcleo.

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES

En este capítulo damos a conocer en que medida se lograron los objetivos de investigación, las implicaciones de esta investigación para la enseñanza, sus limitaciones y algunas proyecciones para futuros estudios.

RESPUESTA A OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

El objetivo general de la investigación quedó expresado como “describir y caracterizar el pensamiento lógico matemático que ponen de manifiesto estudiantes de 6-7 años al realizar tareas de seriaciones” en el Capítulo 2. En este estudio, abordamos cuatro objetivos específicos que contribuyen al logro de este objetivo general. En este apartado presentamos los logros relacionados con los objetivos de investigación. El primer objetivo de investigación específico consistió en identificar y describir diferentes tipos de patrones que se pueden abordar en los primeros cursos de educación primaria. A través de la revisión de la literatura y los antecedentes de este trabajo (Capítulo 2), llegamos a identificar diferentes tipos de patrones que permitían construir seriaciones, según se atiende a distintos criterios: (a) tipos de atributos, (b) número de elementos que constituyen el núcleo, (c) número de atributos que varían entre los elementos que constituyen el núcleo y (d) número de elementos que varían y que se mantienen entre los elementos de núcleos diferentes. Con base en estos tipos de patrones y teniendo en cuenta los niveles de complejidad introducidos en el marco teórico (Threlfall, 1999; Zazquis y Liljedahl, 2002) en la Tabla 3.2 presentamos una clasificación general de los tipos de patrones que se supone que pueden abordar los niños de los primeros cursos del sistema educativo, a juzgar por los contenidos de los documentos curriculares. Estos tipos de patrones quedan definidos en términos de los criterios presentados anteriormente, que se consideraron como variables de tarea para este estudio. En la Tabla 3.2 mostramos ejemplos de cada uno de los tipos de patrones identificados, tomando como ejemplo los atributos forma, color, tamaño y textura. Utilizamos estos tipos de patrones como contenido para el diseño de las tareas para la descripción del pensamiento lógico matemático. Realizado el estudio empírico, tanto en la entrevista piloto como en las entrevistas definitivas hemos constatado en el trabajo de las alumnas que las tareas de patrones de un elemento en el núcleo de los tres primeros niveles y las tareas de patrones con dos y tres elementos en el núcleo del nivel 1, pueden ser abordadas en los primeros cursos de educación primaria. Tras la entrevista piloto, las tareas de seriaciones de un elemento en el núcleo se evidenciaron como las más pertinentes para los objetivos de esta investigación. También resaltamos como parte de la tarea, el material concreto de los bloques lógico de Dienes por ser material que ya

contaba con los atributos considerados para esta investigación como: color, forma, tamaño y textura. Resultó un material de fácil manipulación para las alumnas de estas edades y, por ende, ayudó a la construcción de las seriaciones.

El segundo objetivo de investigación específico aborda la determinación de descriptores para analizar y describir el pensamiento lógico matemático de las tres niñas de 6-7 años al realizar tareas de seriaciones. Con base en el marco teórico, basamos la descripción del pensamiento lógico matemático en diferentes descriptores que tienen que ver con su capacidad para (a) identificar, reconocer y analizar atributos cualitativos, (b) relacionar atributos cualitativos y, (c) operar con atributos cualitativos. Utilizamos estos descriptores para el diseño del guión de las entrevistas semiestructuradas (ver Capítulo 3). A través del análisis de la información recogida en estas entrevistas, logramos dar cuenta del pensamiento lógico matemático empleado por las alumnas en el tipo de tareas propuestas utilizando estos descriptores. Las alumnas, a través de la observación, la relación y la comparación de elementos, pudieron establecer los atributos que son semejantes y diferentes entre los mismos, tal como lo describimos en el capítulo de resultados y en la tabla resumen (tablas de anexos A y B). Evidenciamos que las alumnas identificaron patrones de uno, dos, tres, cuatro y cinco elementos en el núcleo en determinadas tareas. A partir de las tareas propuestas, las alumnas construyeron seriaciones reiterativas y no reiterativas. A pesar de la insistencia del entrevistador por la búsqueda de diferentes tipos de patrones, las seriaciones no reiterativas no solían surgir en primera instancia en las alumnas de 6-7 años. Para el caso de las seriaciones reiterativas, las alumnas no realizaron ningún cambio de atributos de las dos piezas iniciales que propuso el entrevistador al inicio de la tarea, repitieron las mismas piezas con los mismos atributos. Sin embargo, en las seriaciones no reiterativas las alumnas identificaron un patrón de uno y dos elementos en el núcleo. Para las seriaciones no reiterativas, en los patrones de un elemento en el núcleo siguieron el patrón de acuerdo a las semejanzas y diferencias de atributos entre dos elementos, aunque en algunos casos con ayuda del entrevistador. Para los de dos elementos en el núcleo, siguieron el patrón de transformar un atributo de las dos piezas iniciales. De acuerdo a los resultados primó el cambio de la forma en la alumna 2 y el color en el caso de la alumna 3 al momento de continuar la seriaciones.

En relación a las dificultades que presentan las alumnas (objetivo específico 3), se destacan tres dificultades en el trabajo de las alumnas que están asociadas al propio proceso del pensamiento matemático: (a) dificultad para identificar patrones de un elemento en el núcleo; (b) dificultad para construir seriaciones no reiterativas de un elemento en el núcleo y (c) dificultad para explicar sus trabajos atendiendo al número de elementos en el núcleo. En

primer lugar, cuando se les proponía las dos primeras piezas de las seriaciones, las alumnas en pocas oportunidades identificaron un patrón de un elemento en el núcleo. A pesar de que identificaron semejanzas y diferencias de atributos existentes entre las piezas iniciales de la seriación, las alumnas presentaron dificultades al identificar que cada una de las piezas eran núcleos diferentes. La alumna 3 no tuvo mayores dificultades para identificar este tipo de patrón, mientras que las mayores dificultades las presentó la alumna 2. Creemos que una de las razones que generó dificultades de la alumna 2 para identificar un patrón de un elemento en el núcleo fue que ya tenía conocimientos previos sobre las seriaciones y en el colegio las identificaban con seriaciones reiterativas. En segundo lugar, las alumnas manifestaron dificultades para construir seriaciones no reiterativas de un elemento en el núcleo. Al no identificar un patrón de un elemento en el núcleo, las alumnas construyeron seriaciones reiterativas al repetir las mismas dos piezas propuestas al inicio de la seriación manteniendo los cuatro atributos de ellas (color, forma, tamaño y textura). En otras ocasiones construyeron seriaciones no reiterativas de dos elementos en el núcleo cambiando un atributo de los núcleos. En tercer lugar, con respecto a la dificultad en las explicaciones, en reiteradas ocasiones las alumnas no dieron explicación alguna sobre sus desarrollos. Las explicaciones que dieron tenían que ver con las diferencias y semejanzas de los atributos de los núcleos de las seriaciones. Sin embargo, no utilizaron el argumento del número de elementos en el núcleo como forma de explicar el desarrollo de las seriaciones.

En lo que concierne al cuarto objetivo, en el que abordamos una comparación sobre aspectos semejantes y diferentes en los trabajos de las alumnas, consideramos las categorías y las subcategorías, tal como lo mostramos en el capítulo 4. Enfatizamos todas las tareas en que las alumnas coincidieron y también aquellas en las que hicieron desarrollos diferentes en aspectos como: identificación de un patrón de uno, dos y en ocasiones más de dos elemento en el núcleo, también en las tareas de construcción de seriaciones no reiterativas y reiterativas, cambios de atributos entre núcleos. Con respecto a los aspectos semejantes destacamos que las alumnas identificaron dos elementos en el núcleo en la tarea 8, que variaba en dos atributos y dos fijos los dos elementos iniciales de la seriación y, en las tareas 11, 13 y 14 que variaban en tres atributos y uno se mantenía fijo. En cuanto a los aspectos diferentes destacamos que la alumna 3 identificó un patrón de un elemento en el núcleo inmediatamente en las tarea, 1, 5, 7 y 9, mientras que la alumna 2 identificó un patrón de un elemento en el núcleo con ayuda del entrevistador en las tareas 2, 5, 6, 7, 10 y 11. Además dimos cuenta de las diferencias y semejanzas en las explicaciones, destacamos que ambas alumnas

coincidieron en la poca capacidad para poder explicar sus desarrollos de las seriaciones atendiendo al número de elementos que conformaban el núcleo.

IMPLICACIONES PARA LA ENSEÑANZA

Consideramos que este estudio puede tener algunas implicaciones para la enseñanza. Por una parte, los tipos de tareas propuestas en las entrevistas definitivas, seriaciones con un elemento en el núcleo considerando todas las variables descritas, son tareas que no se han encontrado en los programas curriculares consultados en esta investigación¹² (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006, 2007; Ministerio de Educación de Chile, 2005, 2011; NCTM, 2000). Las alumnas de 6-7 años ponen de manifiesto capacidades que se relacionan con el pensamiento lógico matemático (identificar, reconocer y analizar cualidades sensoriales; relacionar cualidades sensoriales y, operar cualidades sensoriales) a través de las seriaciones con un elemento en el núcleo y, por tanto, puede ser interesante y enriquecedor tenerlas en cuenta en los primeros niveles educativos.

La indagación sobre los diferentes tipos de patrones, nos ha llevado a una caracterización que puede ser útil para los maestros, ya que pueden tenerlos en cuenta para proponer tareas a sus alumnos, considerando las diferentes variables de tarea y las capacidades del pensamiento matemático que pueden fomentar. Este estudio también, trata de dejar de manifiesto la importancia del trabajo de seriaciones y patrones dentro de la sala de clases como una forma de que el profesor tome conciencia de la importancia que este tema tiene en educación matemática (Waters, 2004). Es importante considerar que, una vez que se consideran varios elementos constituyentes de una seriación, existen diferentes opciones para continuarla de forma adecuada. En situaciones en que el alumno no logró identificar el patrón de las diferencias y semejanzas entre elementos, hemos puesto de manifiesto con este estudio, que es posible orientarlos a la identificación de patrones con características diferentes. Esto también les permitirá darse cuenta de que la solución válida no tiene que ser única, un punto que suele generar dificultades en cursos superiores.

Los atributos trabajados en las tareas de este estudio (color, forma, tamaño y textura) y la elección de los bloques lógicos de Dienes fueron acertados para abordar el objetivo general de esta investigación porque nos permitió dar respuesta al mismo. Fueron familiares y cercanos a las alumnas y esto hizo que no generaran dificultades adicionales en el desarrollo de las tareas.

¹² En Dienes y Golding (1971) aparecen juegos similares a las tareas planteadas en esta investigación, como el juego con una, dos y tres diferencias entre dos bloques lógicos.

Por último, debido a las dificultades encontradas en las escasas explicaciones dadas por las alumnas, creemos que es importante promover instancias en donde los alumnos puedan explicar el desarrollo y los procedimientos de sus tareas desde los primeros años de escolaridad en las tareas relacionadas con el pensamiento lógico matemático.

LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

En este apartado, dejamos constancia de algunas limitaciones que presenta esta investigación y que tienen que ver con aspectos como las escasas investigaciones previas sobre el tema de nuestra investigación, el tiempo disponible para la realización del estudio y la escasez de explicaciones de las alumnas. Esto ha hecho que los antecedentes tengan objetivos de investigación no directamente relacionados con el nuestro pero que sí compartan aspectos comunes; y que no se pueda hacer una comparación clara entre este y otros estudios. Esta circunstancia hizo que diseñáramos nuestro estudio como un estudio exploratorio y esperamos que arroje información más específica sobre nuestro problema de investigación para el futuro. Como segunda limitación, el tiempo disponible para realizar el estudio, nos llevó a tomar decisiones metodológicas, sobre todo referentes a la recogida de la información. El que se trate de un estudio de casos, el número de tareas diseñadas para la entrevista, la forma de recogida de información y de análisis de datos se realizaron conforme al tiempo disponible. Somos conscientes de que la realización de más entrevistas para la profundización en las capacidades del pensamiento matemático identificadas o entrevistas a más alumnos de 6-7 años habrían permitido complementar la información obtenida en este trabajo. La incorporación de nuevos sujetos y de más tareas conforme a los tipos de patrones identificados permitirían establecer comparaciones y obtener ciertas regularidades en las respuestas dadas a las diferentes tareas y de acuerdo a los 3 niveles de complejidad construidas. Además, el tiempo no permitió realizar un análisis con mayor profundidad sobre las dificultades encontradas en los distintos niveles de complejidad de las tareas propuestas. Profundizar el análisis sobre las dificultades es un tema que queda pendiente en esta investigación y por tanto se hace necesario abordarlo.

Por último, debido a las pocas explicaciones que aportaron las alumnas, la información que tenemos sobre ellas es limitada. Creemos que las entrevistas se podrían realizar en varias sesiones con la intención de que las alumnas se familiaricen más con el contexto en general de la entrevista: material manipulativo, tareas, videocámaras, entrevistadores, preguntas de la entrevista, entre otros aspectos. Esta familiarización podría facilitar que las alumnas dieran más explicaciones.

LÍNEAS DE CONTINUACIÓN

El trabajo que hemos realizado es una primera exploración sobre el pensamiento lógico matemático en tareas de seriaciones en alumnos de 6 y 7 años. Considerando las limitaciones planteadas en el apartado anterior y los resultados obtenidos en este estudio, proponemos las siguientes líneas de continuidad:

- De acuerdo a los resultados, las seriaciones reiterativas interfieren la identificación de patrones de un elemento en el núcleo y la construcción de seriaciones no reiterativas, como que ocurrió con la alumna 2. Creemos necesario profundizar sobre la identificación de patrones con un elemento en el núcleo y llegar a establecer niveles de complejidad entre seriaciones con diferente número de elementos en el núcleo.
- Queda pendiente profundizar en las dificultades que presentan las alumnas de 6-7 años cuando se enfrentan al tipo de tareas propuestas. A partir de ahí, cómo superar esas dificultades sería un objetivo para una nueva investigación.
- Para completar la descripción del pensamiento lógico matemático de estas alumnas, creemos interesante la ampliación del número de sujetos que constituyen la muestra. Esto también permitiría realizar una comparación de las respuestas, enfatizando en aquellos aspectos comunes y diferentes en los desarrollos y, de esta forma, buscar ciertas regularidades en las respuestas de los alumnos.
- La selección de alumnos de diferentes edades complementaría este estudio sobre el pensamiento lógico matemático. Para la continuación de este estudio, proponemos incluir sujetos de educación infantil y otros cursos de educación primaria.
- Ampliar este estudio a alumnos, incorporando las mismas tareas pero utilizando otros sistemas de representación (pictórico o gráfico).
- Para este estudio, nos hemos centrado en tareas de seriaciones. Existen otros tipos de estructuras lógicas básicas (clasificaciones y ordenaciones), que hemos descrito en el marco teórico. La consideración de otro tipo de tareas, con base en esas otras estructuras lógicas puede complementar la descripción del pensamiento lógico matemático.

REFERENCIAS

- Alsina, A. (2004). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos para niños y niñas de 6 a 12 años*. Madrid, España: Narcea.
- Alsina, A. (2006). *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Barcelona, España: Octaedro.
- Alsina, A. (2011). *Educación Matemática en contexto de 3 a 6 años*. Barcelona, España: Horsori.
- Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en alumnos de matemáticas*. Bogotá, Colombia: una empresa docente.
- Berdonneau, C. (2008). *Matemáticas activas (2-6 años)*. Barcelona, España: Graó.
- Canals, M. (1980). *La matemática en el párvulo*. Madrid, España: Nuestra Cultura.
- Canals, M. (1992). *Per una didàctica de la matemàtica a l' escola*. Vic, España: Eumo.
- Cañadas, M. C. (2007). *Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas*. Tesis doctoral. Granada. Universidad de Granada.
- Cañadas, M. C. y Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *PNA*, 1(2), 69-81.
- Cañadas, M. C., Castro E. y Castro, E. (2008). Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria en el problema de las baldosas. *PNA*, 2(3), 137-151.
- Cascallana, M. (1988). *Iniciación a la matemática: materiales y recursos*. Madrid, España: Grafos.
- Castorina, J. y Palau G. (1982). *Introducción a la lógica operatoria de Piaget*. Barcelona, España: Paidós.
- Castro, E. (1994). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales. Estudio con escolares de primer ciclo de secundaria (12-14 años)*. Tesis Doctoral. Granada: Universidad de Granada.
- Castro, E. (2004). Secuencias numéricas y visualización. En Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (Ed.). *El número, agente integrador del conocimiento* (pp. 37-53). Madrid, España: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Castro, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO*, 54, 55-67.

- Castro, E., Castro, E. y del Olmo, M. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. Granada, España: Universidad de Granada.
- Castro, E., Rico, L. y Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Bogotá, Colombia: Una empresa docente.
- Da Ponte, J. y Velez, I. (2011). Representações em tarefas algébricas no 2º ano de escolaridade. *Boletim Gepem*, 59, 53-68.
- Dienes Z., y Golding, E. (1971). *Lógica y juegos lógicos*. Barcelona, España: Teide.
- Fernández, J. (2008). *Desarrollo del pensamiento lógico matemático*. Madrid, España: Grupo Mayéutica-Educación.
- Gómez, P. y González (2013). *Apuntes sobre análisis cognitivo. Módulo 3 de MAD2*. Documento no publicado.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2007). *Fundamentos de metodología de la investigación*. México, DF: Editorial Mcgraw-Hill.
- Kamii, C. (1993). *El niño reinventa la aritmética*. Madrid, España: Visor.
- Lüken, M. (2012). School starters' early structure sense. *PNA*, 7(1), 41-50.
- Marrades, R. y Gutiérrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 87-125.
- Mason, J. (1999). La incitación al estudiante para que use su capacidad natural de expresar generalidad: las secuencias de Tunja. *Revista EMA*, 4(3), 232-246.
- Merino, E. (2012). *Patrones y representaciones de alumnos de 5º de educación primaria en una tarea de generalización*. Trabajo Fin de Master. Universidad de Granada.
- MINEDUC (2005). *Programa pedagógico segundo nivel de transición en educación parvularia*. Santiago, Chile: Ministerio de Educación Gobierno de Chile.
- MINEDUC (2012). *Programa de estudio primero básico*. Santiago, Chile: Ministerio de Educación Gobierno de Chile.
- MINEDUC (2012). *Programa de estudio segundo básico*. Santiago, Chile: Ministerio de Educación Gobierno de Chile.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2006). *Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación infantil* (Vol. Nº 4, pp. 474-482). Madrid, España: Autor.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2007). *Orden ECI 2211/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación primaria* (Vol. Nº 173, pp. 31487-31566). Madrid, España: Autor.

- Mulligan, J. y Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33-49.
- Mulligan, J. y Vergnaud, G. (2006). Research on children's early mathematical development: Towards integrated perspectives. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 261-276). London: Sense Publishers.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Autor.
- Owen, A. (1995). In search of the unknown: a review of primary algebra. En J. Anghileri (Ed.), *Children's mathematical thinking in the primary years* (pp. 124-148). London, Reino Unido: Cassell.
- Papic, M. y Mulligan, J. (2005). Pre-schoolers' mathematical patterning. En P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, y A. Roche (Eds.), *Building connections: Research, theory and practice. Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Melbourne*, (pp. 609-616). Sydney, Australia: MERGA.
- Perraud, M. (1999). *Piaget hoy: respuestas a una controversia*. México, DF: Fondo de Cultura Económica.
- Piaget, J. (1977). *Seis estudios de psicología*. Barcelona, España: Seix Barral.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1976). *Génesis de las estructuras lógicas elementales. Clasificaciones y seriaciones*. Buenos Aires, Argentina: Guadalupe.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, NJ: University Press. (Traducción al castellano: J. Zugazagoitia, 1965, *Cómo plantear y resolver problemas*. México, DF: Trillas).
- Reid, D. (2002). Conjectures and refutations in grade 5 mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(1), 5-29.
- Rico, Luis (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, J., L. Rico y P. Gómez (Eds.), *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia* (pp. 69-108). Bogotá, Colombia: una empresa docente.
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En L. Rico (Ed.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona, España: Horsori.

- Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. En M. Camacho, P. Flores y P. Bolea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XI* (pp. 19-52). La Laguna, España: SEIEM.
- Soriano, M. (2008). ¿Qué entendemos en la escuela por pensamiento lógico matemático? *Enfoques Educativos*, 16, 125-129.
- Steen, L. A. (1988). The science of patterns. *Science*, 240(29), 611-616.
- Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the primary years. En A. Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp. 18-30). London, Reino Unido: Cassell.
- Trujillo, P., Castro, E. y Molina, M (2009). Un estudio de casos sobre el proceso de generalización. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 511-521). Santander, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Trujillo, P., Castro, E. y Molina, M. (2010). *Generalización desde tareas aritméticas desempeño de una pareja de profesores de educación primaria en formación*. Comunicación presentada en 11° Encuentro Colombiano Matemática Educativa (7 al 9 de Octubre de 2010). Bogotá, Colombia: Asociación Colombiana de Matemática Educativa.
- Warren, E. y Cooper, T. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 67(2), 171-185.
- Waters, J. (2004). A Study of mathematical patterning in early childhood settings. En Putt, Ian and Faragher, Rhonda and MacLean, Mal, (Eds). *Proceedings Mathematics education for the 3rd millennium: Towards 2010. The 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia 2*, (pp. 321-328). Townsville, Queensland, Australia.
- Zazkis, R. y Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49(3), 379-402.

ANEXOS

ANEXO A. TABLA RESUMEN DE RESULTADOS ALUMNA 2

Alumna y Nº Tareas			Alumna 2														
			Categorías.														
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
Relación de atributos	Diferencias	1atributo	f	c	t	te											
		2atributos					c-f	f-t	c-t	t-te	c-te	te					
		3atributos											f-te	t-te-	te-	f-c-	t
		4atributos															
Relación de atributos	Semejanzas	1atributo											c	f	t	te	
		2atributos	c-t		c-f-		t-te	te-c	f-te	f-c		c					
		3atributos		t-f-te		c-f-	t										
		4atributos															
Identificación de patrones	Número de elemento en el núcleo.	1 elemento		x			x	x				x	x				
		2 elementos	x	x	x	x	x	x	x	x	x-x		x	x	x	x	x
		3 elementos	x	x	x												
		4 elementos															
		5 elementos					x										
	Atributos que cambian	0 atributos	x	x-x	x	x	x-x	x									
		1 atributos		c				f-t	f	f	f	f		f	f	f	f
		2 atributos					f-c				f-c		f-c				
		3 atributos											f-t-				
		4 atributos											te				

	Atributos que mantienen.	0 Atributo														
		1 Atributo										c				
		2 Atributos					te-t				te-t		te-t-c			
		3 Atributos		t-te-f				c-te	c-te-t	c-te-t	c-te-t	c-te-t		c-te-t	c-te-t	c-te-t
		4 Atributos	x	x	x	x	x-x	x								
Construcción de serie	Reiterativas		x	x-x	x-x	x	x-x	x								
	No reiterativas			x			x	x	x	x	x-x	x	x-x	x	x	
Explicaciones atendiendo a	Número elementos núcleo	1 elemento														
		2 elementos	x	x	x	x										
		3 elementos	x		x-x											
		4 elementos														
		5 elementos														
	Atributos que cambian	0 atributos	x		x											
		1 atributo		c					f	f	f-f		f		f	
		2 atributos					c-f	f-t								
		3 atributos														
		4 atributos														
	Atributos que mantienen	0 atributo														
		1 atributo		c-t				c			te-c					
		2 atributos					t									
		3 atributos			t-f-c					te-t				te-c	c-te	c-te
4 atributos																

ANEXO B. TABLA RESUMEN RESULTADOS ALUMNA 3

Alumna y N° Tareas			Alumna 3														
			Categorías.														
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
Relación de atributos	Diferencias	1atributo															
		2atributos					c-f		t-c	te-t	c-te	te-f	te-f	te-t			
		3atributos														c-te-f	t-f-c
		4atributos															
Relación de atributos	Semejanzas	1atributo														te	
		2atributos					te-t		f-te	f-c							
		3atributos															
		4atributos															
Identificación de patrones	Número de elemento en el núcleo.	1 elemento					x		x		x						
		2 elementos								x			x	x	x	x	x
		3 elementos															
		4 elementos									x						
	Atributos que cambian.	0 atributos										x		x			
		1 atributos								c-t				c		c	c
		2 atributos					c-f			f	c-te						
		3 atributos															
		4 atributos															
	Atributos que mantienen.	0 Atributo															
		1 Atributo															
		2 Atributos					t-te		f-te		f-t						

		3 Atributos								t-te-c			t-f-te		t-f-te	t-f-te	
		4 Atributos										f-t-te-c		f-t-te-c			
Construcción de serie	Reiterativas								x		x		x				
	No Reiterativas					x		x	x	x		x	x	x	x	x	
Explicaciones atendiendo a	Número elementos núcleo	1 elemento															
		2 elementos										x					
		3 elementos															
		4 elementos															
	Atributos que cambian	0 atributos															
		1 atributo									te					c	
		2 atributos					f-c		t-c					c-te			
		3 atributos															
		4 atributos															
	Atributos que mantienen	0 atributo															
		1 atributo									f		f				f
		2 atributos									f-c		c-te			t-te	
		3 atributos															
		4 atributos															

ANEXO C. TRANSCRIPCIÓN PRIMERA ENTREVISTA

Fecha: 26 de Abril de 2013

Hora: 17h-18:30h.

Alumna 1

Edad: 7 años

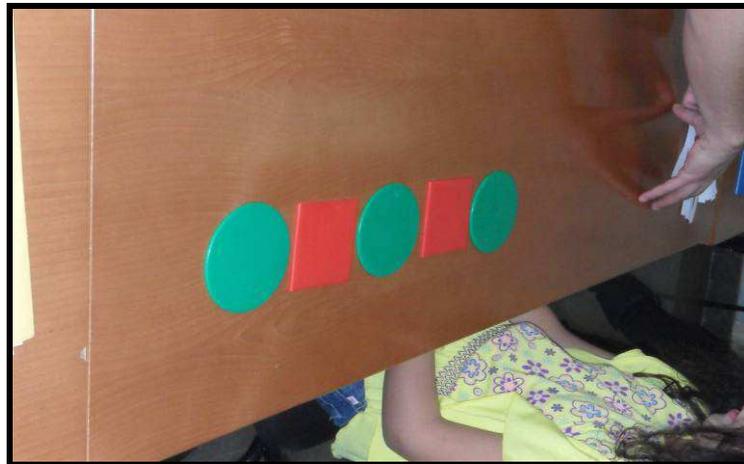
Curso: 2º año Primaria

A1: Alumna 1

E: Entrevistador (autor del trabajador)

E2: Entrevistador 2. (Tutora del trabajo)

Tarea 1: Dos Elementos en el núcleo

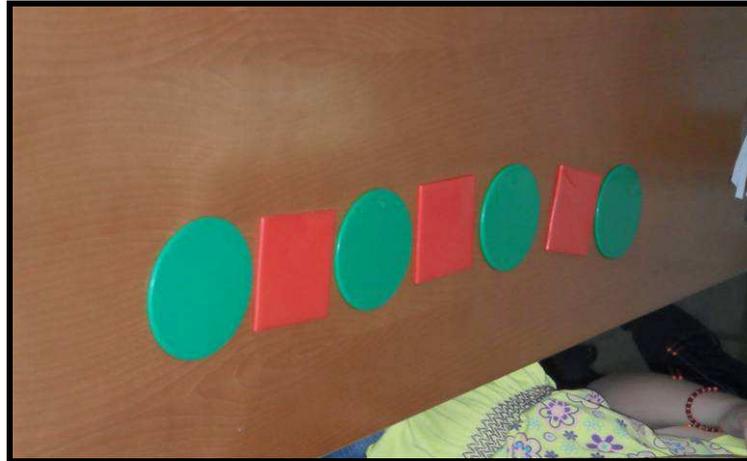


E: Yo voy a poner estas piezas de esta forma, observa, el juego consiste en que tu debes seguir la serie con las piezas que tenemos acá ¿Cómo lo harías?

La alumna piensa un poco se dirige a las piezas y toma un cuadrado rojo grande y lo ubica después del círculo verde grande, luego un círculo verde grande y lo ubica después del cuadrado rojo grande que ella puso primero.

E: ¿Cuéntame como has hecho?

A1: Puse el cuadrado rojo, luego el círculo verde.



E: Hay algo que se repite.

A1: Verde, rojo, verde, rojo.

E: ¿Y las figuras, cuáles se van repitiendo?

A1: Círculo, y cuadrado.

E: Bien, muy bien, mira ahora yo voy a poner estas tiras de papel, de esta forma (se ponen las tiras de papel después del círculo grande verde y cuadrado grande rojo con la idea de separar estas dos figuras) esto es lo que se repite, de acuerdo a lo que tu me dices ¿Dónde pondrías tu esta otra tira de papel?

[La alumna ubica el papel después de las cuatro figuras siguientes]



E: ¿Por qué tú pusiste la tira de papel para separar esas piezas? (Indicando las cuatro) ¿Estará bien?

A1: mmmmmm ¿tengo que cambiar el papel?

E: ¿En que lugar?

A1: Aquí.

[La alumna: ubica el papel cada dos piezas círculo grande verde cuadrado grande rojo tira de papel, círculo grande verde cuadrado grande rojo tira de papel]

E: ¿Entonces qué es lo que se repite siempre?

A1: cuadrado rojo, círculo verde, cuadrado rojo, círculo verde, cuadrado rojo, círculo verde.

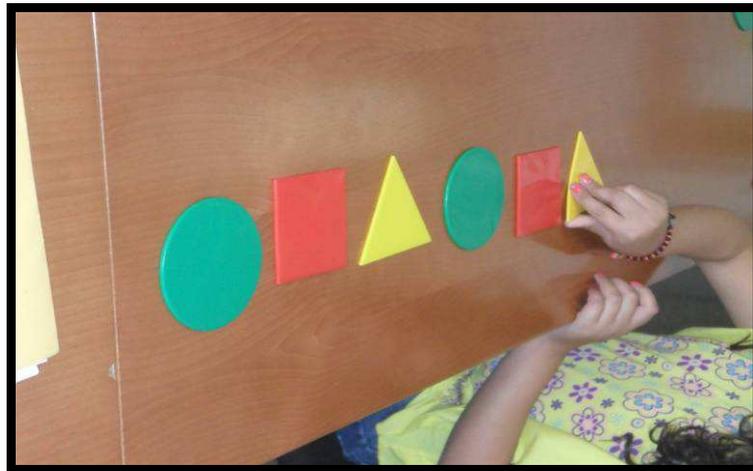
E: Bien, muy bien.

E: Ahora vamos a cambiar de juego, observa las piezas que voy a ubicar.

(El entrevistador ubica un círculo grande verde, un cuadrado rojo grande, un triángulo amarillo grande y un círculo grande verde)

Tarea 2: Tres elementos en el núcleo.

A1: El juego consiste nuevamente en que sigas la serie o la fila con las piezas ¿Cómo lo harías?



[La alumna toma un cuadrado rojo grande liso y lo ubica al lado del círculo verde grande, toma un triángulo amarillo y lo ubica al lado del cuadrado rojo, luego toma un círculo verde y lo ubica al lado del triángulo amarillo]

E: ¿Por qué la ubicaste de esa forma? ¿Se va repitiendo algo?

[Para responder la alumna indica con el dedo aquellas figuras que se repiten, la cuarta figura círculo verde de la serie con el primer círculo verde, la quinta figura cuadrado rojo con la segunda figura cuadrado rojo y la sexta figura triángulo amarillo con la tercera triángulo amarillo]

E: ¿Qué figuras son las que se van repitiendo?

A1: Verde, verde, rojo, rojo, amarillo, amarillo.

E: Con las tiras de papel ¿Cuáles son esas figuras que se repiten?

[La alumna cada tres piezas ubica una tira de papel, separa círculo rojo grande, cuadrado verde grande y triángulo amarillo grande].



E: ¿Cuáles son las figuras que se van repitiendo siempre?

A1: Círculo verde, cuadrado rojo, triángulo amarillo.

Tarea 3: Dos elementos en el núcleo

E: Muy bien, muy bien. Ahora voy a cambiar las piezas observa voy a poner estas un círculo verde grande, un círculo pequeño amarillo, un círculo grande verde y estas otras piezas [círculo pequeño amarillo y un círculo verde grande] ¿Cómo seguirías tu la filas?

[La alumna tomo un círculo amarillo pequeño y lo puso al lado del círculo verde grande, un círculo verde grande lo puso al lado del círculo pequeño amarillo y un círculo amarillo pequeño lo puso al lado del círculo verde grande]

A1: ¿Por qué los pusiste de esa forma, en qué te fijaste?



A1: Va verde grande, amarillo pequeño, verde grande, amarillo pequeño.

E: ¿Son las mismas piezas?

A1: Círculo grande y pequeño.

E: Ahora ¿cuáles son las figuras que se van repitiendo siempre?

[La alumna indica con los dedos hasta el círculo verde grande es decir, indica hasta tres figuras círculo verde grande, círculo amarillo pequeño y círculo verde grande]

E: Hasta ahí, entonces lo que tú dices es que siempre se repite el círculo verde grande, círculo amarillo pequeño y círculo verde grande.

[El entrevistador le pasa una tira de papel a la alumna para que identifique las piezas que se repiten]

E: ¿Dónde pondrías que poner las tiras de papel?

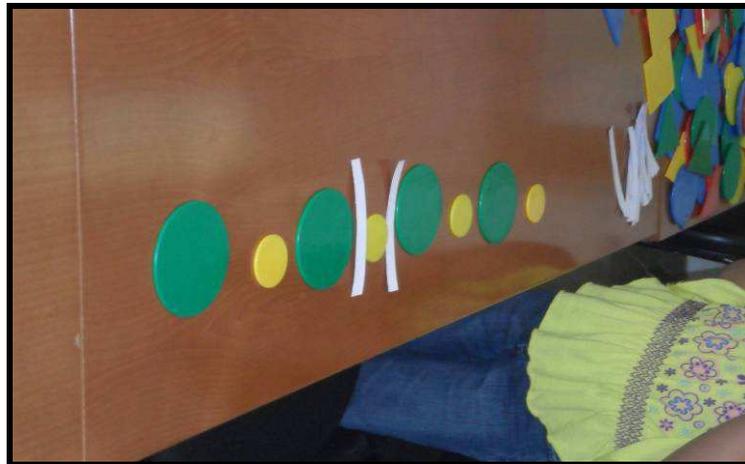
A1: Esta tiene que ir aquí.

[La alumna separa las tres primeras piezas]

E: Has separado las tres piezas. Ahora tú ¿Donde pondrías esta otra tira, donde las separarías?

A1: Aquí.

[La alumna la pone para separar una pieza, la pieza círculo amarillo, pieza que está a continuación del círculo verde grande]



E: Entonces tú me dices que lo que se va repitiendo siempre es esto que esta aquí

[Señalando con el dedo al círculo verde grande, al círculo amarillo pequeño y al círculo verde grande]

E: Con esto otro

[Indicando al círculo amarillo que la alumna separó anteriormente], ¿Tú crees que está bien o no? ¿Se repiten estas figuras?

[La alumna queda en silencio]

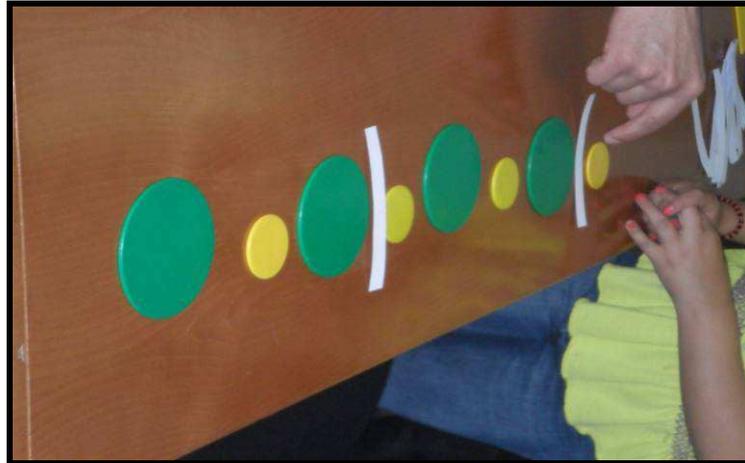
E: Entonces tú crees que no se repiten

[La alumna hace un gesto con la cabeza diciendo que no]

[El entrevistador toma la tira de papel y se la pasa a la alumna]

E: ¿Dónde podrías la tira de papel para poder decir cuáles son las que se repiten?

A1: mmmmm, aquí



[La alumna ubica la tira de papel después del círculo verde y antes del círculo pequeño abarcando cuatro piezas: círculo amarillo pequeño, círculo verde grande, círculo amarillo pequeño y círculo verde grande]

E: ¿Por qué ubicaste la tira de papel en ese lugar?

[La niña se queda en silencio y retira la tira de papel donde la ubicó y la vuelve a ubicar donde la tenía anteriormente]

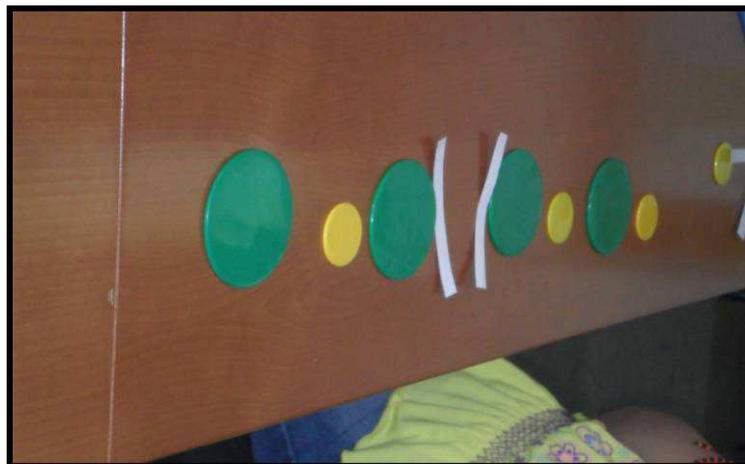
E: Entonces tú la pondrías igual que la vez anterior, pero observa bien lo que haz hecho ¿Tú crees que esta primera parte es igual a esta segunda?

A1: mmmm, no.

E: ¿Qué habría que hacer entonces?

A1: Habría que sacar esta.

[La alumna saca la pieza círculo amarillo pequeño que esta en la cuarta posición]



E: ¿Por qué sacaste esa pieza?

A1: mmmm, porque eso está igual que acá

[Indicando a las tres primeras piezas]

E: Entonces tenemos, observa, un círculo verde grande, un círculo amarillo pequeño, un círculo verde grande y otro círculo verde grande. Eso estará bien.

[La alumna se queda en silencio y con cara triste]

E: Tranquila, no pasa nada, te vamos a ayudar, voy a poner nuevamente la figura que tú sacaste y voy a poner las tiras aquí.

[Cada dos piezas círculo verde grande y círculo amarillo pequeño]

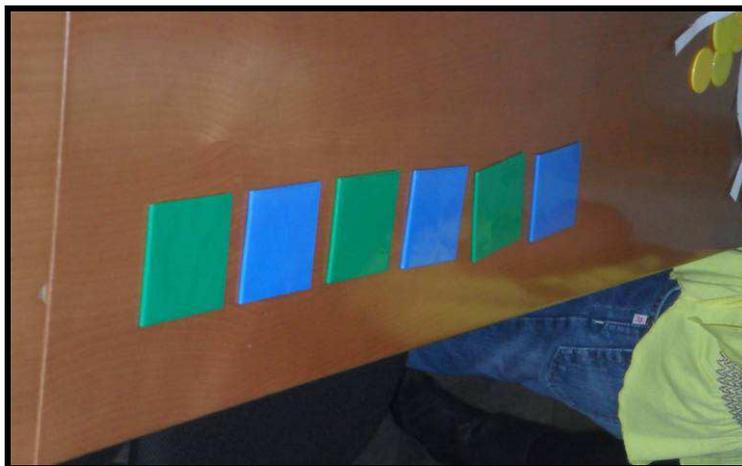
E: Puedes identificar ahora cuáles son las piezas que se repiten.

A1: Círculo verde grande, círculo amarillo pequeño, círculo verde grande, círculo amarillo pequeño.

E: Muy bien, bien. Ahora vamos a realizar este otro juego observa, voy a poner estas figuras.

Tarea 4: Tarea con dos elementos en el núcleo

[El entrevistador pone una pieza cuadrada verde grande, una cuadrada azul grande, una cuadrada verde grande]



E: ¿Cómo continuarías con la serie?

[La alumna toma rápidamente un cuadrado azul grande y lo ubica después del cuadrado verde, luego toma un cuadrado verde grande y lo ubica después del cuadrado que ha puesto anteriormente, toma un cuadrado azul y lo ubica después de este cuadrado verde grande]

E: ¿Por qué hiciste eso?

A1: Porque se repite el verde y azul.

E: ¿Y que más se repite?

A1: La misma figura.

E: Muy bien, ¿Entonces cuáles son las figuras que se repiten? ¿Las podrías identificar?

[El entrevistador le pasa las tiras de papel para que la alumna identifique las figuras que forman el patrón de repetición]

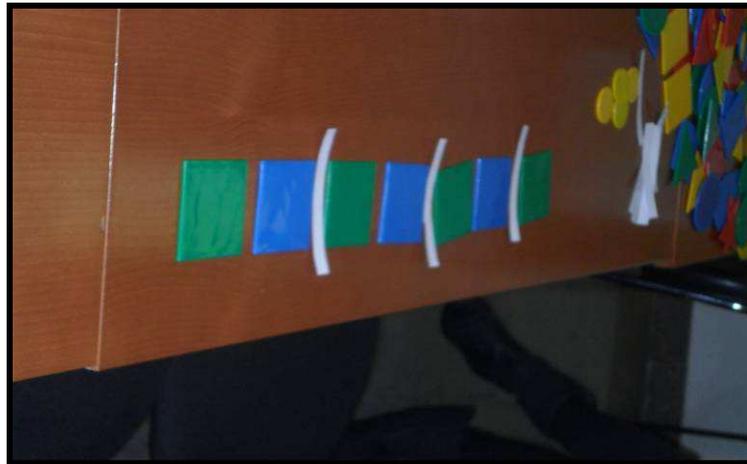
[La alumna cada dos piezas pone una tira de papel, después de un cuadrado grande verde grande y un cuadrado azul grande]

E: ¿Por qué hiciste eso?

A1: Porque se repiten los colores.

E: ¿Y qué más?

A1: Las mismas figuras.



E: Bien, muy bien. Ahora el juego es el siguiente. Observa voy a poner estas piezas.

Tarea 5 con tres elementos en el núcleo

[El entrevistador ubica un cuadrado amarillo pequeño, un triángulo azul grande, un círculo pequeño rojo, un cuadrado amarillo pequeño y un triángulo azul grande]



E: ¿Cómo continuarías con la fila?

[La alumna toma un círculo rojo pequeño y lo pone al lado del triángulo azul grande, luego pone un cuadrado amarillo pequeño y lo pone al lado de la figura anterior, luego pone un triángulo azul grande y lo pone al lado del cuadrado amarillo pequeño y finalmente pone un círculo rojo pequeño]



E: ¿Por qué pusiste esas figuras?

A1: Porque está el amarillo y aquí amarillo, triángulo azul y triángulo azul, círculo rojo pequeño y círculo rojo.

[Los indica con el dedo]

E: ¿Hay algo que se repite?

[Para responder la alumna indica con el dedo]

A1: Esta con esta, esta con esta otra y esta con esta.

E: Tú me dices cuadrado amarillo pequeño con este cuadrado amarillo pequeño, este triángulo azul grande con ese triángulo azul grande y este círculo rojo pequeño con este otro ¿Cuántas figuras se repiten? ¿Cuáles son? Identifícalas con las tiras de papel

A: Este aquí, este aquí.

[La alumna ubica las tiras de papel cada tres figuras cuadrado amarillo pequeño, triángulo azul grande y círculo rojo pequeño]



E: Entonces, ¿cuáles son las figuras que se repiten?

A1: Cuadrado amarillo pequeño, triángulo azul grande y círculo rojo pequeño.

E: ¿Y después se repite lo mismo?

E: Se van repitiendo las mismas figuras.

Tarea 6 con un elementos en el núcleo

E: Muy bien, ahora el juego es el siguiente voy a poner estas piezas observa, un cuadrado rojo grande, un cuadrado verde grande, un cuadrado azul grande, un cuadrado verde grande ¿Cómo continuarías tu con la serie?



[La niña se queda en silencio, luego ubica un cuadrado rojo grande, un cuadrado azul grande y un cuadrado verde grande]

E: ¿Por qué ubicaste esas piezas?

A1: mmmm, son cuadrados.

E: ¿Por qué pusiste el rojo primero?

A1: Ese rojo esta aquí.

[Indica con el dedo el cuadrado rojo grande que esta al comienzo de la serie]

E: ¿Y después el cuadrado azul?

[La alumna queda en silencio]

[El entrevistador separa cada una de las piezas con las tiras de papel y luego pregunta]

E: ¿Hay algo que se vaya repitiendo?

A1: Los cuadrados, pero los colores no.

E: Si tendrías que seguir poniendo piezas ¿Qué otras piezas pondrías?



A1: Un cuadrado rojo, y uno azul.

E: ¿Por qué?

A1: Por qué aquí va verde, rojo y azul.

E: Entonces lo que se repite es cuadrado verde, cuadrado rojo y cuadrado azul.

A1: Sí.

Tarea 7 con un elementos en el núcleo

E: Bien, el juego ahora es otro observa como voy poner estas figuras. Tienes que darte cuenta que sucede de una pieza a otra para continuar la serie.



[El entrevistador pone un círculo rojo pequeño, un cuadrado amarillo grande, un triángulo verde pequeño y un cuadrado azul grande]

E: ¿Cómo continuarías tú?

[La alumna repite lo mismo que el entrevistador]



E: ¿Por qué ubicaste esas piezas de esa forma?

A1: Por que se repite esa figura con esa y esa con esa, esa con esa y esa con esa.

(Indica con el dedo)

E: Tu dices el círculo rojo pequeño con el círculo rojo pequeño que está al comienzo, el cuadrado amarillo grande con el cuadrado amarillo grande que esta en segundo lugar, el triángulo verde pequeño con el triángulo verde pequeño y el cuadrado azul grande con el cuadrado azul grande esos que tu pusiste.

E: Si tendría que seguir poniendo piezas ¿cuál pondrías?

[La alumna saca un círculo rojo pequeño y lo ubica al final de lo que ha hecho]

E: ¿Por qué pusiste esa pieza ahí?

A1: Porque se repite con ése y ése.

[Indica con el dedo los círculos rojos pequeños]

E: Ahora ¿Hay figuras que se repiten? ¿Cuáles son las figuras que se repiten?

A1: Si, las figuras círculo pequeño rojo con ese (Indica con el dedo el círculo rojo que ella puso, al igual que las otras figuras)

E: Indica con las tiras de papel cuáles son las figuras que se repiten.

A1: Éstas aquí.

[La alumna pone una tira de papel cada cuatro piezas]



E: Muy bien, bien entonces en este juego se repiten esas cuatro figuras.

A1: Sí.

E: El juego es el siguiente observa, voy a poner primero las tiras de papel y estas piezas de la siguiente forma.

[El entrevistador ubica cuatro piezas entre tiras de papel. Un círculo rojo pequeño, un cuadrado amarillo grande, un triángulo verde pequeño y un cuadrado rojo grande, y continua colocando tiras de papel dejando espacios para que la alumna ubique piezas entre esos espacio]

E: Ahora, ¿Tú cómo continuarías la fila?



[La alumna puso las mismas piezas que propuso el entrevistador]

E: ¿Por qué has puesto esas piezas?

A1: Porque estas se repiten con estas.

[La alumna indica una a una de las piezas que puso ella con las que ubicó el entrevistador]

E: Tú dices que lo que yo puse se repite con eso que tu pusiste. Pero mira esta figura que es un círculo rojo cambia a un cuadrado amarillo, luego este cuadrado amarillo cambia a triángulo

verde pequeño y éste cambia a cuadrado rojo grande y después cambia a círculo rojo pequeño de acuerdo a lo que tu me dices. ¿Pero yo puedo poner otra pieza que no sea ésta?

[El entrevistador indicando el círculo rojo que puso la alumna]

A1: Mmm, no porque no sería igual.

E: ¿Por qué no sería igual?

A1: Porque no sería este mismo círculo que éste

[Indica al primer círculo rojo de la fila]

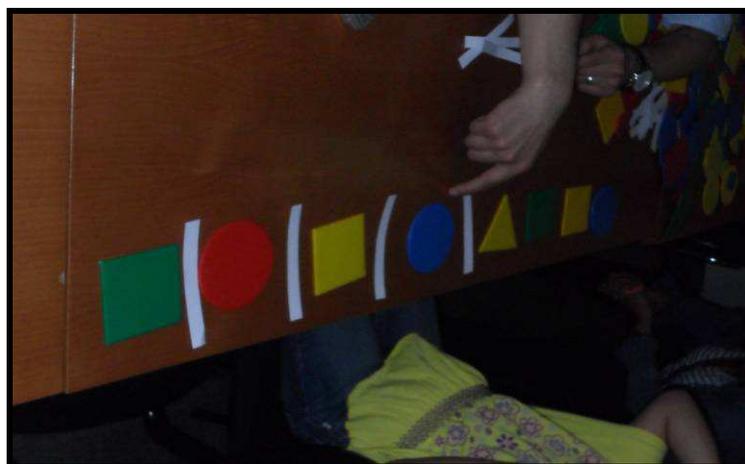
E: Bien ahora el juego es el siguiente, observa voy a ubicar las siguientes piezas de las siguiente forma un cuadrado verde grande, luego cambio a un círculo rojo grande, cambio a cuadrado amarillo grande y ahora cambia a un círculo azul grande (cada pieza entre tiras de papel) ¿Cómo continuarías tú?

[La alumna continua con un triángulo amarillo grande, un cuadrado verde grande, un cuadrado amarillo grande y un círculo azul grande]

Tarea 8 con un elementos en el núcleo

[El entrevistador ubica un cuadrado verde grande y un círculo rojo grande]

E: ¿Cómo continuaría tú?



E: ¿Por qué lo hiciste de esa forma?

[La niña se queda en silencio]

E: ¡Aahhhh! Mira aquí tú pusiste un cuadrado amarillo y luego un círculo azul ¿puede ir de esta forma?

A1: No.

[La alumna lo cambia por un triángulo amarillo]

E: ¿Por qué lo cambiaste?

A1: Porque van cambiando las figuras.



E: Pero ¿Cómo te diste cuenta que van cambiando las figuras?

[La alumna queda en silencio]

E2: Mira fíjate en esta primera figura cambia con la segunda cambia el color ¿Son las mismas figuras? ¿Qué más cambia?

A1: Color y figura

E: ¿Y ésta con ésta?

[Indicando a las figuras que siguen círculo rojo grande con el cuadrado amarillo grande]

A1: Color y figura.

E: Entonces, todas cambian color y figura.

E: Y si ahora saco este cuadrado amarillo grande ¿Cuál pondrías ahí?

A1: Un triángulo amarillo grande.

E: ¿Por qué?

A1: Porque cambia color y figura.

E: Entonces, ¿Esa es distinta a la anterior y a la que le sigue?

A1: Si, cambia color y figura.



Tarea 9 con dos elementos en el núcleo

E: Muy bien ahora el juego consiste en lo siguiente. Debes continuar la siguiente fila.

[El entrevistador ubica un círculo rojo pequeño, un cuadrado amarillo grande, un círculo rojo grande y un cuadrado amarillo pequeño]



A1: Un círculo rojo pequeño, un cuadrado amarillo grande, un círculo grande rojo, y un cuadrado pequeño y amarillo.



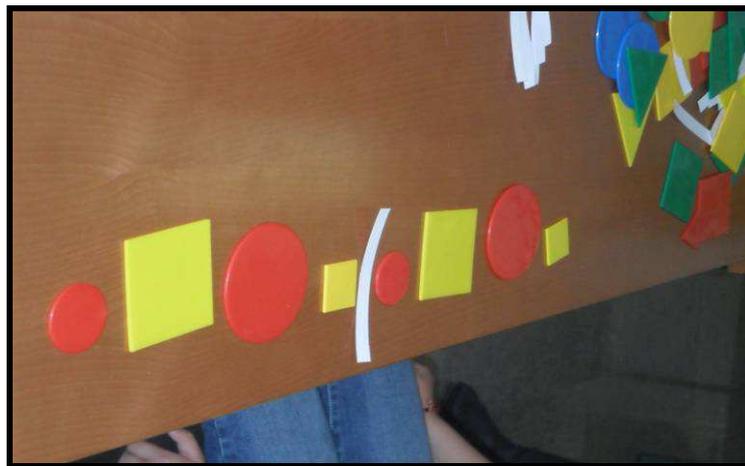
E: Muy bien, explícame como lo fuiste haciendo.

A1: Porque aquí está el círculo pequeño rojo [indica el primer círculo] también está el cuadrado grande y amarillo, círculo grande rojo y el cuadrado pequeño amarillo.

E: Muy bien, ahora ¿Cuáles son las piezas que se repiten? ¿Las podrías identificar con las tiras de papel?

A1: Esta tendría que ir aquí.

[La alumna ubica la tira de papel al final de las primeras cuatro piezas, identificando así un patrón de núcleo de cuatro elementos]



E: Pero estas dos primeras piezas son iguales a estas otras dos.

[Las dos que siguen]

A1: Sí, pero de diferente tamaño.

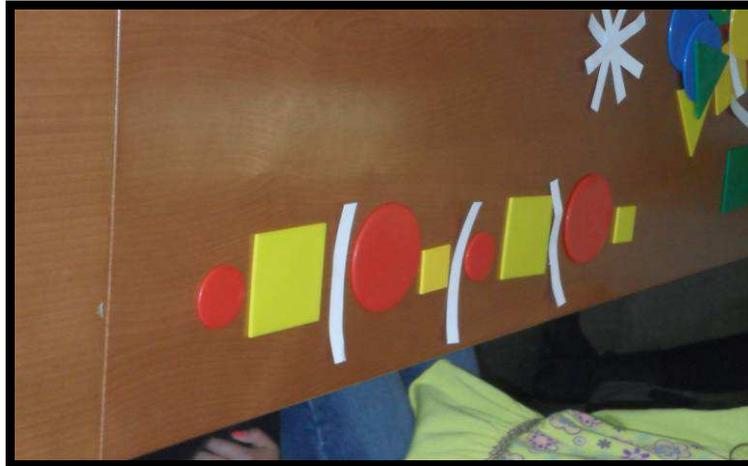
E: Pero, ¿En qué se repiten?

A1: Tienen la misma forma, pero cambia el tamaño.

E: ¿Y qué sucede con el color?

A1: Es igual.

E: Podemos poner esta tira de papel aquí [separando las dos primeras piezas]

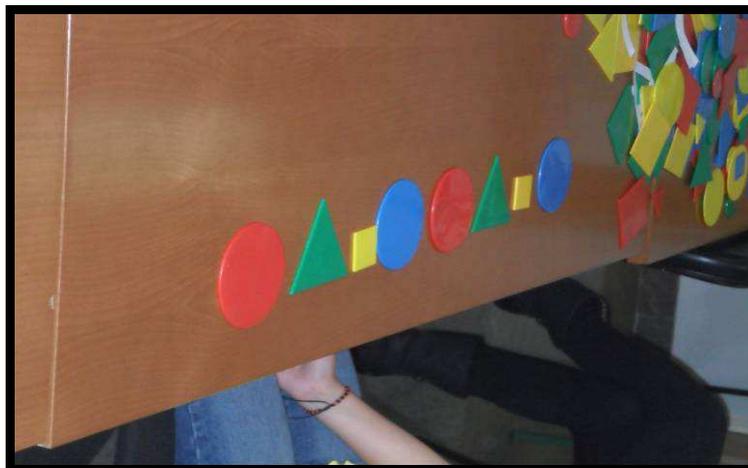


A1: Sí, porque son las mismas figuras.

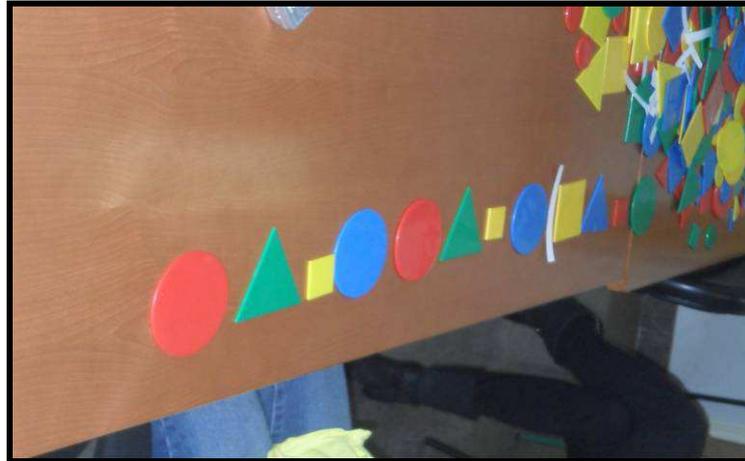
Tarea 10 construcción de un patrón

E: Vas muy bien, ahora el juego consiste en que tú inventes una serie como las hemos trabajado, pero una diferente, la idea es que tú la construyas.

[La alumna ubicó un círculo rojo grande, un triángulo verde grande, un cuadrado amarillo pequeño y un círculo grande azul, luego repitió mismo, construyó un patrón de cuatro elementos en el núcleo]



[El entrevistador continuó la secuencia, poniendo después del último círculo azul grande, un cuadrado grande amarillo, un triángulo azul grande, un cuadrado rojo pequeño y un círculo verde grande]



E: ¿Está bien lo que hice? ¿Evalúa lo que hice?

A1: Mmm, no.

E: ¿Por qué no?

A1: Porque no esta igual con las demás.

E: ¿Qué habría que hacer con ellas para que queden igual?

A1: Habría que cambiarlas.

[La alumna las cambia por un círculo rojo grande, un triángulo verde grande, un cuadrado amarillo pequeño y un círculo azul grande].

E: ¿Me podrías decir cuáles son las piezas que se van repitiendo con las tiras de papel?

A1: Estas.

[La alumna pone las tiras de papel después de cuatro piezas, círculo rojo grande, triángulo verde grande, cuadrado amarillo pequeño y círculo azul grande]



E: Este juego consiste en que nuevamente tienes que ubicar piezas para seguir la serie.

[El entrevistador pone un círculo rojo grande un cuadrado pequeño amarillo, un triángulo azul grande, un círculo verde grande un cuadrado pequeño azul, un triángulo azul amarillo]

E: ¿Cómo seguirías la serie?

[La alumna continua la serie ubicando un círculo rojo grande]



E: ¿Por qué pusiste esa figura después del triángulo amarillo grande?

A1: Porque se repite con este.

[Indica la primera figura que es un círculo rojo grande]

E: Continúa ubicando más piezas.

[La alumna ubica las mismas piezas que puso anteriormente el entrevistador]

E: ¿Qué figuras se van repitiendo siempre?

A1: Se van repitiendo el círculo grande rojo, el cuadrado pequeño y amarillo y el triángulo azul grande.

E: Tú dices que éstas se están repitiendo.

[El entrevistador ubica una tira de papel para separar lo que la alumna señaló que se repetía].

E: ¿Estas otras figuras son iguales a las anteriores?

[El entrevistador ubica una tira de papel para separar tres figuras un círculo verde grande un cuadrado pequeño azul, un triángulo azul amarillo]

[La alumna queda en silencio]

A1: Son iguales las figuras pero tienen distinto color. Estas son iguales que estas.

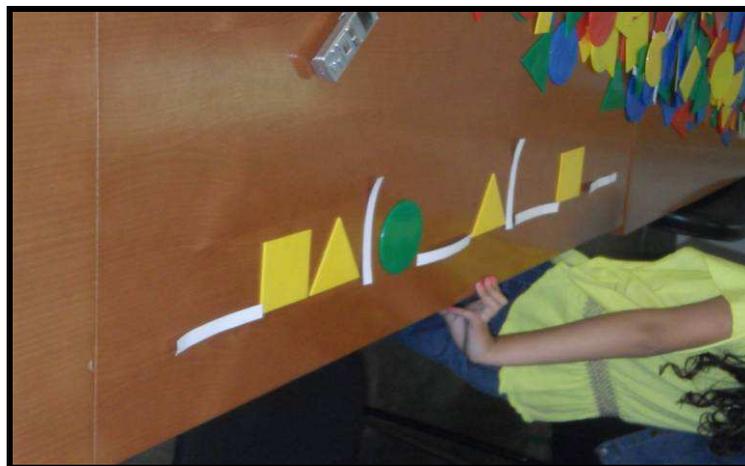
[Indica con la mano cuales son las figuras iguales]



Tarea 10 Identificación de elementos en un núcleo.

E: Muy bien, ahora el juego consiste en que debes ubicar piezas sobre las tiras de papel.

[El entrevistador ubica una tira de papel horizontal después un cuadrado amarillo grande, un triángulo amarillo grande. Luego separa estas figuras con una tira de papel en forma vertical, luego ubica un círculo verde grande una tira de papel horizontal, un triángulo amarillo grande luego otra separación con una tira de papel horizontal un cuadrado amarillo grande y una tira de papel horizontal, se forman tres separaciones de la fila]



[La alumna toma un círculo verde grande y lo ubica sobre la primera tira de papel horizontal, luego un cuadrado amarillo grande sobre la tira de papel horizontal de la segunda separación, un círculo verde grande sobre la primera tira de papel de la tercera separación, finalmente toma un triángulo amarillo grande y lo ubica sobre la última tira de papel horizontal de la tercera separación]



E: ¿Por qué pusiste esas figuras en las tiras de papel?

A1: Porque son las que se repite.

E: ¿Cómo es eso, que son las que se repiten?

A1: Aquí va un círculo grande verde, aquí un cuadrado grande amarillo.

E: ¿Cómo te diste cuenta?

A1: Porque aquí esta.

[Indica con el dedo hacia el círculo verde grande que está en la segunda separación]

E: ¿Y las otras figuras?

[La alumna explica apuntando con el dedo]

A1: Este está aquí, el cuadrado amarillo grande. Y después es igual.

[La alumna indica hacia la tercera parte]

ANEXO D: TRANSCRIPCIÓN SEGUNDA ENTREVISTA

Fecha: 07 de mayo de 2013

Hora: 16h-17:30h.

Alumna 2

Edad: 7 años

Curso: 2º año Primaria

A2: Alumna2

E: Entrevistador (Autor del trabajo)

E2: Entrevistador 2 (Tutora)

Inicio de la entrevista

E: Yo te voy a explicar en que consiste el juego, pero antes te voy a mostrar estas piezas ¿reconoces algunas figuras de estas piezas?

[El entrevistador le muestra las piezas a la alumna]

A2: Círculo, cuadrado, triángulo, círculo.

E: ¿Hay más o no?

A2: No hay más.

E: Entonces hay círculos, cuadrados y triángulos. Ahora ¿Hay alguna diferencia entre ese cuadrado y este otro? [El entrevistador le muestra dos cuadrados del mismo tamaño pero de diferente color].

A2: No, ninguna.

E: Ninguna, ahora entre ese y ese cuadrado [le muestra un cuadrado grande y pequeño]

A2: Ninguna.

E: Pero si yo pongo este cuadrado aquí [el entrevistador superpone el cuadrado pequeño sobre el cuadrado grande] ¿son iguales o no?

A2: No, porque uno es grande y el otro es pequeño.

E: Por lo tanto, tenemos, figuras grandes y otras pequeñas, al igual con los círculos

A2. Es más grande y el otro es más pequeño.

E: Lo mismo pasa con lo triángulos. Entonces hay figuras grandes y pequeñas. ¿Pero que sucede con estos triángulo, por que lo dos son pequeños, notas alguna diferencia?

[El entrevistador le muestra un triángulo verde pequeño rugoso y un triángulo amarillo pequeño liso]

A2: Son iguales.

E: Tócalos.

A2: Uno es suave y el otro es rugoso.

E: ¿Y el color, son iguales?

A2: No.

E: Bien, entonces hay diferentes piezas.

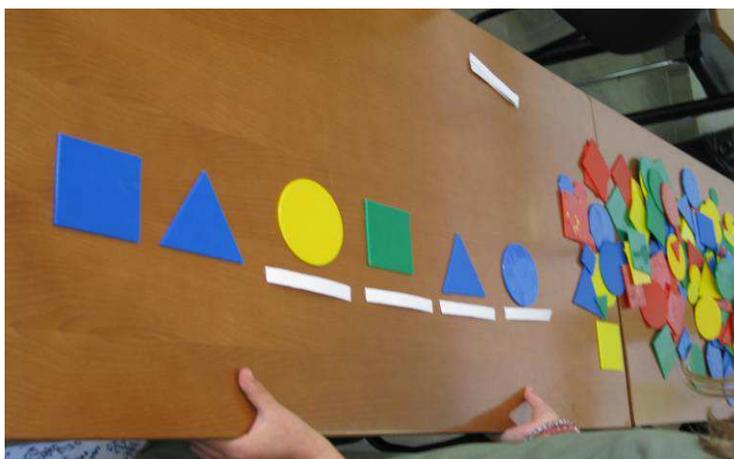
Tarea N°1

E: Entonces el juego es, quiero que observes voy poner estas piezas [El entrevistador pone un cuadrado grande azul y un triángulo grande azul], esta es la primera y esta es la segunda. Aquí van otras figuras [El entrevistador le muestra con las manos donde tienen que ir las otras figuras]

E: La idea es que tú descubras que sucede desde esta figura a esta figura y de acuerdo a eso que tú descubras pongas otras figuras, entonces el juego es que tienes que descubrir que sucede desde aquí acá. Tú tienes que continuar la fila. Te voy a poner estas tiras de papel para que pongas las figuras. [El entrevistador pone tiras de papel para que la alumna ponga las piezas que según ella deben ir]

E: Puedo poner ésta, ésta otra [El entrevistador le muestra como poner las figuras] Las quieras. Pero tiene una regla, qué sucede desde aquí a acá [El entrevistador indicando la primera con la segunda]

[La alumna 2 ubica sobre las tiras de papel y después del triángulo grande azul liso un círculo amarillo grande liso, luego un cuadrado verde grande liso, un triángulo azul grande rugoso y un círculo azul grande liso]



E: Ya, esa es tu última opción, puedes cambiar si gustas, observa lo que has hecho. Estas aquí [El entrevistador indicando la primera figura cuadrada azul grande lisa] después paso a este [El entrevistador indicando la segunda figura triángulo azul grande liso], luego de ésta pasó a esta otra [El entrevistador indicando la figura que puso la alumna círculo amarillo grande liso]

luego cambio a ese y ese a este otro [El entrevistador indicando las piezas que había puesto la alumna]

E: Explícame ¿por qué pusiste ese círculo amarillo?

A2: No lo sé.

E: ¿Por qué pusiste ese círculo amarillo? ¿Qué crees tú, que pasa con las figuras que están acá? [El entrevistador indicando a las dos primeras figuras] ¿Qué son esas figuras?

A2: Cuadrado y triángulo.

E: Por lo tanto ¿cambio algo o no? ¿Qué cambio?

A2: La forma.

E: ¿Y cambio algo más?

A2: El color

E: ¿El color?

A2: No.

E: No, ¿y el tamaño cambio o no?

A2: No.

E: ¿Qué es lo único que cambio entonces?

A2: Que este tiene cuatro vértices y este tiene tres vértices.

E: Bien, Entonces cambia la forma porque este tiene cuatro y este tiene tres vértices. Por qué pusiste el amarillo, porque tú me dijiste que el color no cambiaba ¿o cambia el color? Desde aquí a acá ¿cambia el color? [El entrevistador indicando a las primeras figuras]

A2: No.

E: Entonces desde aquí a acá [El entrevistador indicándole a la alumna el triángulo azul grande y el círculo amarillo grande que puso la alumna] ¿Qué tendría que cambiar? ¿Tendríamos que cambiar esta pieza? [El entrevistador indicando a la pieza círculo amarillo grande liso que puso la alumna]

A2: Sí.

E: ¿Por cuál? Si gustas puedes cambiar la pieza, puedes tomar cualquiera.

A2: Por esta [Indicando a la primera pieza cuadrado azul grande]

[La alumna saca la pieza círculo amarillo grande liso y pone un cuadrado azul grande]

E: Y acá ¿cuál pondrías? [El entrevistador indica a la cuarta figura de la fila un cuadrado verde grande liso que había puesto la alumna anteriormente después del círculo amarillo grande liso]

A2: Esta. [Indicando la segunda pieza un triángulo azul grande]

E: Y aquí ¿cuál pondrías? [Indicando a la quinta pieza un que es un triángulo azul grande que había puesto en un comienzo la alumna]

A2: Un círculo grande.

E: Pondrías el círculo, observa todo lo que va sucediendo.

[La alumna con duda, cambia la sexta pieza de la fila que es un círculo azul por el triángulo azul grande que esta en la quinta posición]

Ia: Pero mira ese [indicando al triángulo azul]

A2: Es rugoso.

E: Sirve.

A2: No.

E: ¿Cuál pondrías ahí entonces?

[La alumna saca un triángulo azul grande liso y lo ubica al lado del círculo grande azul]

E: Ahora explícame ¿por qué pusiste este cuadrado acá? [El entrevistador señalando a la tercera pieza un cuadrado grande azul]

[La alumna se queda en silencio por un momento]

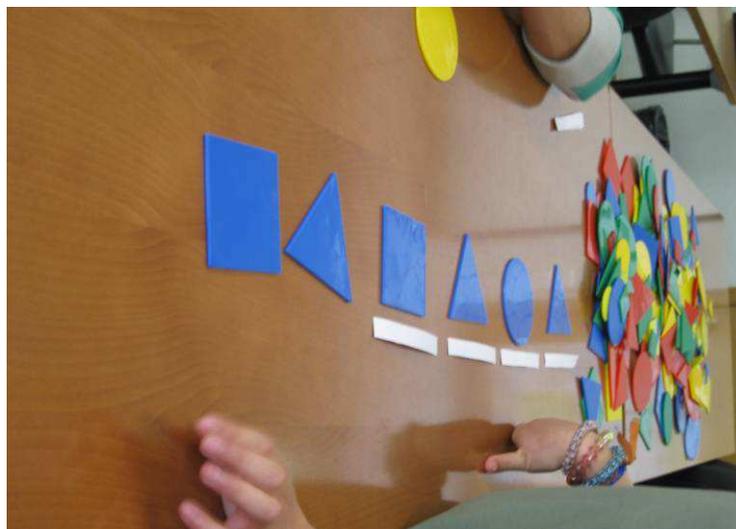
A2: Por qué parecía una serie.

E: Qué cosa parecía una serie.

A2: Cuadrado, triángulo, cuadrado y triángulo

E: ¿Y después?

A2: Círculo, triángulo.



E: ¿Tendría que ir un círculo acá? [Indicando a la quinta pieza un círculo grande azul]

A2: No.

E: ¿Qué tendría que ir?

A2: El cuadrado.

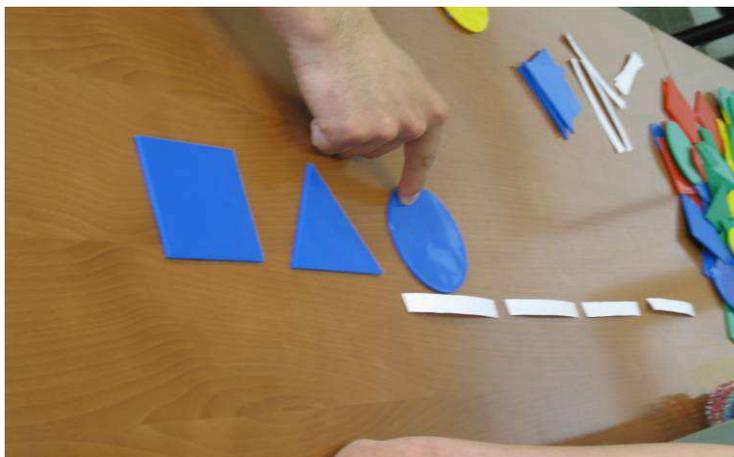
[La alumna saca la pieza círculo grande azul y lo cambia por un cuadrado grande azul. Le quedó la siguiente serie: cuadrado grande azul liso, triángulo grande azul liso, cuadrado grande azul liso, triángulo grande azul liso, cuadrado grande azul liso, triángulo grande azul liso]

E: Entonces tú me podrías identificar aquellos que se repite con estos papelitos

[El entrevistador le muestra un ejemplo de como poder separar e identificar aquellas piezas que se repiten]

[La alumna ubica la tira de papel para separar el cuadrado grande azul liso, triángulo grande azul liso, nuevamente con otra tira de papel cuadrado grande azul liso, triángulo grande azul liso]

E: Bien, ahora que sucede si yo te cambio ésta [El entrevistador cambia la tercera pieza cuadrada grande azul por un círculo grande azul]. Y te saco éstas [El entrevistador saca las otras pieza que siguen en la serie junto con los separadores]



E: ¿Estará bien esta? [Por la pieza círculo grande azul liso]

A2: No.

E: ¿Por qué no?

A2: Porque no va siguiendo la serie.

E: Mira lo que tú me habías dicho antes, desde aquí a acá solo cambio la forma, el color se mantiene igual y el tamaño también se mantiene igual. [Indicando a las dos primeras piezas].

Pero mira ¿qué paso desde aquí a acá? [Indicando a la segunda pieza un triángulo grande azul y a la tercera pieza un círculo grande azul]

A2: Es que este tiene vértices y este no [Indicando a la pieza triángulo azul grande y a la pieza círculo grande azul]

E: Tienen la misma forma

A2: No.

E: Son del mismo color.

A2: Sí.

E: Tienen el mismo tamaño.

A2: Sí.

E: Por lo tanto, puede seguir la fila, tiene la misma lógica, ¿Puedo poner esa figura ahí? [Por el círculo grande azul]

A2: Sí.

E: ¿Por qué?

A2: Tienen el mismo tamaño, azul.

E: ¿Tienen la misma textura?

A2: Sí.

E: Entonces ¿Qué podríamos poner acá? [Indicando a la cuarta posición, después del círculo grande azul]

A2: Sí, [Indicando a la primera pieza cuadrado grande azul liso]

E: Un cuadrado grande.

A2: Azul.

E: Bien, a parte del cuadrado grande azul ¿Qué otra figura podríamos poner?

E: Mira te voy a presentar estas tres piezas [Un círculo grande azul, un cuadrado grande azul y un triángulo grande azul todas de texturas lisas] ¿Cuál de éstas nos sirve?

A2: El triángulo.

E: ¿Y cuál más?

A2: El cuadrado.

E: ¿Y por qué no puedo este círculo grande azul? Me sirve ponerlo ahí [El entrevistador lo pone en la cuarta posición después del otro círculo grande azul]

A2: No.

E: ¿Por qué no?

A2: Si se puede poner.

E: Pero mira ¿qué sucede aquí? [Indicando a los dos círculos grandes azules]

A2: Son los mismos.

E: Entonces ¿podríamos poner esa pieza ahí?

A2: No, son las mismas.

E: Entonces ¿que piezas pondrías ahí?

[La alumna pone una pieza cuadrada azul grande, un triángulo azul grande y un círculo azul grande. Quedando las siguientes piezas en la serie cuadrado azul grande, un triángulo azul

grande, un círculo azul grande, cuadrado azul grande, un triángulo azul grande y círculo azul grande]

Ia: Ahora ¿yo puedo hacer este cambio? [El entrevistador cambia la cuarta pieza un cuadrado grande azul, por la quinta pieza un triángulo azul grande de la serie]

A2: No.

E: ¿Por qué no?

A2: Porque no va siguiendo la serie

E: ¿Y cuál es la serie?

A2: Cuadrado, triangulo y círculo.

E: Entonces, ¿Qué habría que cambiar para que siga la serie como tú dices?

A2: Éste por éste [Indicando al sexto círculo grande azul y al cuarto triángulo grande azul]

E: Cámbialo.

[La alumna los cambia dejando las siguientes piezas en la serie un cuadrado azul grande, un triángulo azul grande, un círculo azul grande, un triángulo azul grande, un cuadrado azul grande y círculo azul grande]

E: ¿Estará bien eso? Ahí sigue cuadrado, triángulo, círculo.

A2: No.

E: Este tendría que ir aquí [Cambia la sexta pieza un círculo por la quinta un cuadrado, luego cambia el cuadrado que quedó en la sexta posición por el triángulo que esta en la cuarta posición, finalmente cambia el círculo que esta en la quinta posición por el triángulo que estaba en la cuarta posición para dejar el círculo en la sexta posición]

E: ¿Qué va sucediendo de una figura a otra?

A2: Cambia la forma, los vértices.

Tarea 2

E: Muy bien, vamos a poner otro juego. Voy a poner estas figuras [El entrevistador pone un cuadrado grande verde y otro cuadrado grande rojo]. Mira que sucede de una figura a otra, mira, piensa y luego pon las que tú crees que deben ir después.

[La alumna toma inmediatamente un cuadrado grande verde]

E: Recuerda que has opciones, tu debes ocupar una de aquellas opciones

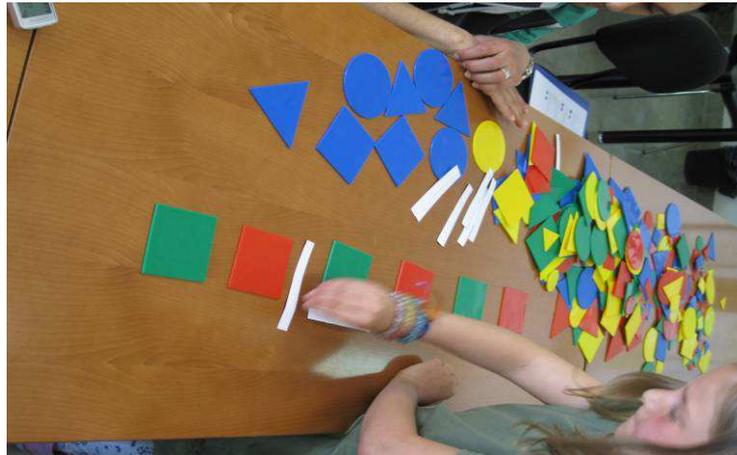
[La alumna pone después de las dos piezas un cuadrado grande verde liso, un cuadrado grande rojo liso, cuadrado grande verde liso y un cuadrado grande rojo liso]

E: ¿Por qué pusiste esas piezas?

A2: Porque va como una serie.

E: ¿Puedes identificar esa serie con los papelitos?

[La alumna separa cada dos piezas el cuadrado verde grande y el cuadrado rojo grande]



E: ¿Qué se va repitiendo siempre entonces?

A2: El cuadrado verde y el rojo.

E: Bien, ahora la pregunta es la siguiente, si yo quito ésta y pongo esta pieza y te quito los papelitos y las otras piezas [El entrevistador cambia la tercera pieza cuadrado verde grande liso por un cuadrado azul grande liso y saca las demás piezas después de la tercera] ¿sirve o no sirve?

A2: No, porque va de este color [indicando a la primera pieza cuadrado verde grande]

E: Entonces tu me dices que siempre debe ir estas dos piezas aquí y aquí [Le muestra donde deben ir esas dos piezas cuadrado verde grande y cuadrado azul grande, tercera y cuarta posición y luego quinta y sexta posición]

A2: Si.

E: Pero mira, de aquí a acá ¿qué va cambiando? [Indicando el cuadrado verde grande y cuadrado azul grande]

A2: El color.

E: ¿Y el tamaño?

A2: No.

E: Entonces de aquí a acá ¿Qué cambia? [Indicando el cuadrado verde grande y cuadrado azul grande]

A2: El color.

E: Entonces me sirve esa [Indicando al cuadrado azul grande]

A2: No.

E: Pero mira, si de aquí a acá me va cambiando el color y luego de aquí a acá también me cambia el color [El entrevistador le muestra a la alumna la primera figura cuadrado grande verde con el cuadrado grande rojo, luego este con el cuadrado grande azul] ¿Me sirve o no?

A2: Si.

E: Me sirve, entonces que pieza podríamos poner aquí [El entrevistador indica hacia la cuarta posición]

[La alumna indica con su dedo hacia la primera pieza verde grande]

E: Una verde.

A2: Si.

E: ¿Y aquí? [Indica hacia la quinta posición] [La alumna se queda en silencio]

E: Tu me decías una verde pongamos entonces una verde [El entrevistador pone en la cuarta posición una pieza cuadrada verde grande]

E: ¿Y después cuál pondrías?

A2: El rojo [El entrevistador pone una pieza cuadrada roja grande]

E: ¿Y después?

A2: El azul [El entrevistador pone una pieza cuadrada azul grande]

[La serie quedó de la siguiente forma: cuadrado verde grande, cuadrado rojo grande, cuadrado azul grande, cuadrado verde grande, cuadrado rojo grande, cuadrado azul grande]

E: Pero mira, si yo te cambio esta pieza por esta [Cambia la pieza cuadrado verde grande por un cuadrado amarillo grande] y te saco estas [Saca la pieza que esta en la quinta posición cuadrado rojo grande y la que esta en la sexta posición cuadrado azul grande]

E: ¿Qué va cambiando de aquí a acá? [Indicando la pieza la pieza cuadrado azul grande con la pieza cuadrado amarillo grande]

A2: El color.

E: ¿Qué va cambiando siempre?

A2: El color.

E: Entonces ¿cuál podríamos poner acá? [Indicando a la quinta posición, después del cuadrado amarillo grande]

A2: El verde.

E: ¿Solamente el verde?

A2: El verde.

E: El verde, entonces podríamos poner el verde acá [El entrevistador ubica el cuadrado verde grande en la quinta posición]

[El entrevistador saca el cuadrado verde grande que acaba de poner y pone un cuadrado rojo grande]

E: ¿Puedo poner esa?

A2: Si.

E: ¿Por qué?

A2: No sé.

E: No sabes, mira que sucede de aquí a acá [Indicando a las piezas cuadrado amarillo grande y al cuadrado rojo grande]

A2: Que cambia el color

E: Entonces yo podría poner esta

[El entrevistador saca el cuadrado rojo que acaba de poner y pone un cuadrado azul grande]

A2: Sí.

E: ¿Por qué?

A2: Porque cambia el color

E: ¿Podría poner esta? [El entrevistador saca el último cuadrado azul grande y pone un cuadrado amarillo grande]

A2: No, porque es el mismo color [Hay dos piezas que se repiten cuadrado amarillo grande]

E: ¿Que nos sirve siempre?

A2: Que cambie el color.

E: ¿Por lo tanto cual me sirve?

A2: La verde, la roja, la azul.

E: ¿Cuál más me sirve?

A2: La amarilla, no, la amarilla no.

E2: Mira si pongo esta pieza ¿Te sirve? [El entrevistador saca las piezas cuarta y quinta y puso un cuadrado verde pequeño rugoso después del la tercera pieza cuadrado grande azul]

A2: No nos sirve.

E: ¿Y por qué no?

[La alumna toca esa pieza]

A2: Porque ésta es lisa y esta es rugosa

[Luego el entrevistador 2 saca esa pieza cuadrado verde pequeño rugoso y pone en su lugar un cuadrado verde pequeño liso]

E: ¿Esa sirve?

A2: Si sirve.

E: ¿Y por qué nos sirve?

A2: Porque tiene cuatro vértices.

E: Pero mira habíamos dicho que de aquí a acá cambia el color [El entrevistador indica las dos primeras piezas] ¿qué más cambia?

A2: El color.

E: ¿y qué más cambia?

A2: No sé.

E2: Pensemos, mira tienes el color, la forma y el tamaño. ¿El color cambia?, y el tamaño

A2: Si.

E2: ¿La forma cambia?

A2: No.

E2: ¿Y el tamaño cambia?

A2: Si.

E2: Cambia.

[El entrevistador superpone las dos primeras figuras para mostrar a la alumna si cambia en tamaño estas piezas]

A2: No cambia.

E2: Entonces solo cambia en color, y la forma y el tamaño siguen igual

E2: Vamos a ver si esto pasa en los otros casos

E: Pasa lo mismo de aquí a acá [Indica a la segunda y tercera pieza] ¿Qué cambió de aquí a acá?

A2: El color.

E: Bien, solo cambia el color, ¿Y de aquí a acá? [Señalando a la tercera pieza un cuadrado azul grande y a la cuarta pieza un cuadrado verde pequeño]

A2: Cambia el color, y que éste es más grande [cuadrado azul grande] y éste es más pequeño [cuadrado verde pequeño]

E: ¿Y éste nos sirve? [El entrevistador saca la pieza pequeña y pone un cuadrado verde grande]

A2: Si nos sirve.

E: ¿Y esta nos sirve? [El entrevistador saca la pieza que puso anteriormente y pone un círculo pequeño amarillo]

A2: No sirve, porque cambia la forma.

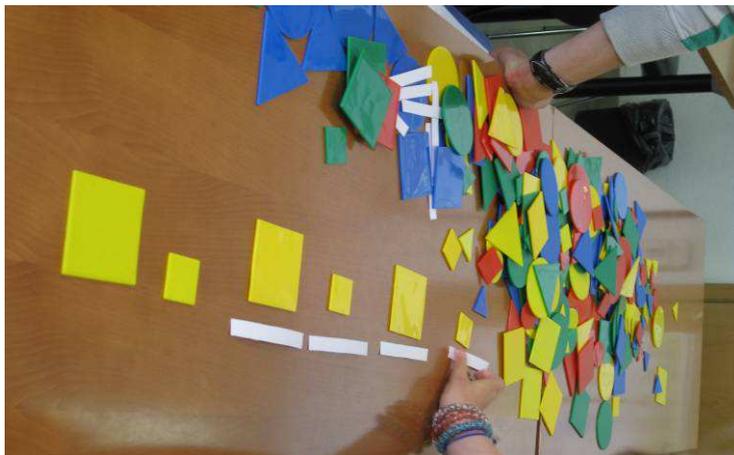
E: Muy bien, bien.

Tarea 3

E: Vamos a otro juego, mira voy a poner estas figuras acá [Pone un cuadrado amarillo grande y un cuadrado amarillo pequeño], recuerda que tenemos en juego, el color, la forma, el tamaño y si es suave o rugoso. ¿Cuál pondrías?

[La alumna toma un cuadrado amarillo grande liso y lo ubica después de la segunda pieza que es un cuadrado amarillo pequeño liso, luego ubica un cuadrado amarillo pequeño liso después

de la tercera pieza, en la quinta posición ubica un cuadrado amarillo grande liso y finalmente en la sexta posición puso un cuadrado amarillo pequeño liso]



E: ¿Por qué pusiste esas piezas?

A2: Porque lo veo como una serie.

E: ¿Y qué se repite siempre?

A2: El color.

E: ¿Y la forma?

A2: Son iguales.

E: Lo que tu hiciste esta bien, pero ahora imagina que estas figuras no nos sirven ¿Qué otras figuras pondrías? Pero antes observa que sucede.

A2: Que esta es más grande [indicando con el dedo al cuadrado amarillos grande] y este es más pequeño [indicando con el dedo al cuadrado amarillos pequeño]

E: ¿Cuál pondrías después?

A2: Un círculo.

E: ¿Azul?

A2: Amarillo.

E: Amarillo ¿Cómo este? [Le muestra un círculo amarillo grande] y lo pondrías acá [Lo ponen en la tercera posición después del cuadrado amarillo pequeño. ¿Y después cual pondrías?

A2: Mmmmm, pondría el cuadrado.

E: El cuadrado grande. Ese aquí [el investigador le muestra un cuadrado grande amarillo y lo ubica después en la cuarta posición después del círculo amarillo grande]

A2: Sí.

E: ¿Por qué?

A2: Porque va como una serie, cuadrado, cuadrado, círculo, cuadrado, y después le corresponde un cuadrado.

E: ¿Cómo ese? [Indicando al cuadrado amarillo grande que en ese momento estaba en la quinta posición]

A2: No, pequeño.

E: Entonces sacamos ese ¿y cuál pondríamos ahí? [Quinta posición]

A2: Este [la alumna saca el cuadrado amarillo pequeño que estaba en la sexta posición y lo ubica en la quinta]

E: ¿Y después?

A2: El círculo.

E: ¿Qué círculo? [Le muestra círculos grandes de color amarillo, azul, rojo y verde]

A2: Ese, el amarillo.

[Ordeno las piezas de la siguiente forma: cuadrado amarillo grande, cuadrado amarillo pequeño, círculo amarillo grande, cuadrado amarillo grande, cuadrado amarillo pequeño y círculo amarillo grande]

E2: Entonces tu has trabajado la serie en el cole, ¿Tú sabes lo que es una serie? ¿En que te fijas para saber que es una serie?

A2: Porque lo parece.

E2: Si, y ¿Qué es lo que tiene para que tu digas que parece una serie?

A2: Porque tiene esto [indica a las primeras dos figuras] porque hay grande y pequeña y después grande y pequeña.

E2: Ah, tu dices que se vuelve a repetir lo mismo después.

A2: Si.

E2: Es como que si hubiéramos hecho fotocopias y la volviéramos a poner.

A2: Si.

E: Y si yo te saco este y pongo ésta [saca la figura que esta en la quinta posición el cuadrado amarillo pequeño y pone un cuadrado verde pequeño] ¿Cómo continuarías tu?

[El entrevistador pone más tiras de papel para la alumna ponga sobre ella más piezas]

[La alumna después de ese cuadrado verde pequeño ubicó un círculo amarillo grande, un cuadrado amarillo grande, un cuadrado verde pequeño y un círculo amarillo grande]

E2: ¿Por qué has ubicado de esa forma las figuras? ¿Por qué has ubicado ese círculo amarillo grande primero?

A2: Porque hay una serie.

E: ¿Qué es lo que se repite?

A2: Cuadrado.

E: Indícame cual.

[La alumna indica con el dedo las figuras que se repite]

A2: Cuadrado, cuadrado pequeño y círculo.

E2: ¿Qué es lo que se va repitiendo?

A2: El color.

E2: Según tú lo has dicho, se va repitiendo la forma y el tamaño

E: Y al parecer habría que cambiar algo ¿qué habría que cambiar?

A2: Este por el amarillo [indicando a la quinta pieza el cuadrado verde pequeño, lo mismo hace para la octava pieza]

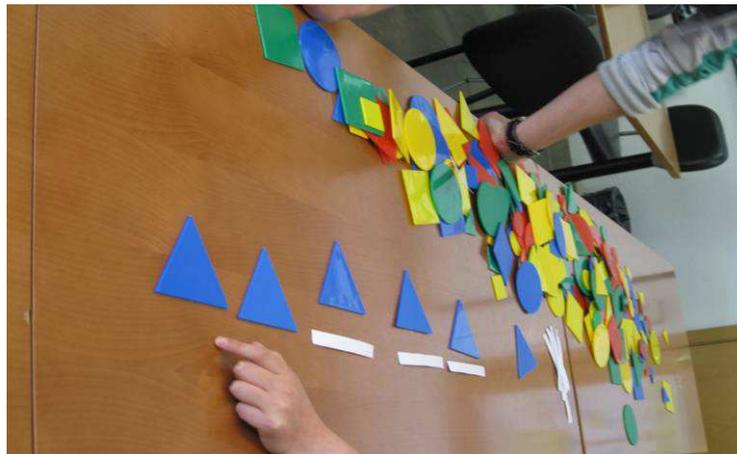
Ia: Muy bien vamos al otro juego.

Tarea 4

[El entrevistador pone un triángulo azul grande rugoso y otro triángulo azul grande liso y a continuación tres tiras de papel]

E: ¿Cuál pondrías después?

[La alumna las toca y luego ubica un triángulo grande azul rugoso, después un triángulo azul grande liso y finalmente un triángulo grande azul rugoso]



E: ¿Cómo lo hiciste?

A2: Va como una serie.

E: ¿Y en qué te diste cuenta?

A2: El color.

E: ¿Y qué más?

A2: Y la forma.

E: ¿Qué más?

A2: El tamaño.

E: ¿Cambia algo o no?

A2: Lo rugoso.

E: Bien, identifícame lo que se va repitiendo siempre

[La alumna separa cada dos figuras con la tiras de papel, el triángulo grande azul rugoso y el triángulo grande azul liso]

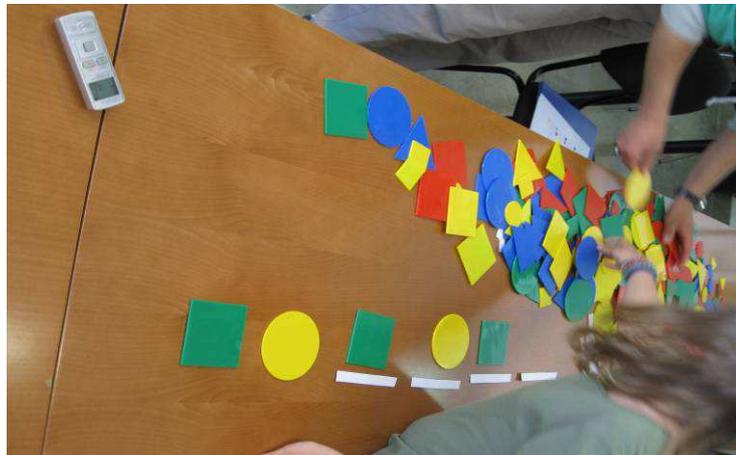
Tarea 5

E: Bien, vamos al otro juego entonces

[El entrevistador pone un cuadrado verde grande liso y un círculo grande amarillo liso]

E: Recuerda que siempre tienes que fijarte desde la primera a la segunda, que sucede entre ellas, para ir completando las tiras de papel, piensa en todas las posibilidades que nos sirven.

[La alumna pone de inmediato un cuadrado verde grande liso, un círculo grande amarillo liso, un cuadrado verde grande liso y un círculo grande amarillo liso]



E: ¿Cuéntame que sucede de aquí a acá? [Indicando las primeras piezas puestas]

A2: Que este tiene vértices [por el cuadrado] y este no [por el círculo]

E: ¿En qué cambia?

A2: En el color.

E: Mira siempre tienes que fijarte de aquí a acá [Indica la segunda y tercera pieza] ¿en que cambia?

A2: En forma y color.

E: Entonces que otra pieza me puede servir ahí [indicando a la tercera pieza un cuadrado verde grande liso] ¿solamente la verde?

A2: No, la roja.

E: Esa [le muestra una pieza cuadrada roja grande lisa] ¿Por qué la roja?

A2: Porque tiene el mismo tamaño y solo cambia el color.

E: Solo cambia el color ¿y qué más cambia?

A2: Los vértices.

E: La forma, ¿Bien ahora puedo sacar ese y poner éste? ¿Por qué? [El entrevistador saca la cuarta figura que es un círculo amarillo grande liso y pone en su lugar un círculo grande azul liso, además saca las piezas siguientes que están en la posición quinta y sexta]

A2: Si, por que este tiene vértice [indicando al cuadrado rojo grande liso que esta antes del círculo azul grande liso] y este no [indicando al círculo azul grande liso]

E: Ahora ¿Podría poner esta? [El entrevistador pone un triángulo amarillo grande liso en la quinta posición]

A2: No sé.

E: Piénsalo un poco [además le indica con el dedo la pieza anterior el círculo azul grande liso y luego indica al cuadrado amarillo grande liso] ¿Qué sucede con estas figuras?

A2: Cambian los vértices, la forma y el tamaño.

E: Ahora tú y de acuerdo a lo que hemos hecho ¿Cómo completarías la serie? [se le ponen más tiras de papel para que vaya poniendo figuras]

[La alumna pone inmediatamente un cuadrado verde grande liso, un círculo amarillo grande liso, un cuadrado rojo grande liso, un círculo grande azul liso y un triángulo amarillo grande liso, al igual que las cinco figuras que estaban al comienzo, por lo tanto la serie quedo de la siguiente forma: un cuadrado verde grande liso, un círculo amarillo grande liso, un cuadrado rojo grande liso, un círculo grande azul liso, un triángulo amarillo grande liso, un cuadrado verde grande liso, un círculo amarillo grande liso, un cuadrado rojo grande liso, un círculo grande azul liso, un triángulo amarillo grade liso]



E: ¿Por qué hiciste eso?

A2: Porque parece una serie.

E: ¿Cuáles son las figuras que parecen una serie?

A2: Cuadrado, círculo, cuadrado círculo, triángulos, cuadrado y círculo.

E2: Te voy a hacer un cambio, si te cambio este por este [Cambia el círculo grande amarillo liso que esta en la séptima posición por un círculo azul grande liso]

E2: ¿También es valida, te sirve?

A2: Sí.

E: ¿Por qué si?

A2: No sé.

E2: Fíjate que es lo que iba cambiando de una a otra

A2: El color.

E: ¿Y algo más?

A2: El tamaño, no, los vértices

E: Los vértices, la forma.

E2: ¿Y pasa lo mismo en la que te he cambiado?

A2: Si.

E2: ¿Sirve?

A2: Si.

E: Ahora, si yo te cambio esta por esta [cambia la última pieza que es un triángulo grande amarillo liso, por un cuadrado amarillo grande liso] ¿Sirve o no?

A2: Si.

E: ¿Por qué?

A2: Porque cambia de color y este no tiene todos los vértices de éste.

E: ¿Hay una serie?

A2: Si, cuadrado, círculo, cuadrado círculo, triangulo, cuadrado círculo, cuadrado círculo.

E2: ¿Sería todo la serie? a eso también se le llama serie o es que en el colegio habías hecho las que se repiten y luego otra vez todo verdad.

A2: Si.

E2: A lo que tienes ahí también se le llama serie, porque siempre hay algo que se va repitiendo o cambiando, entonces tú te fijas en eso y lo puedes seguir, fíjate que como tú lo has seguido de otra forma.

E: En este caso ¿Qué fue lo que se fue repitiendo siempre?

A2: El tamaño.

E: ¿Y qué más?

A2: Esto que es liso, el tamaño y liso.

E: La textura, bien vamos a otro juego entonces.

Tarea 6

[El entrevistador pone un cuadrado azul grande liso y un círculo azul pequeño liso]

E: Recuerda que te debes fijar que sucede de uno al otro, ¿Qué va pasando?

A2: Es que este tiene vértice [cuadrado azul grande liso] y este no [círculo azul pequeño liso]

E: ¿Qué se repite?

A2: El color, y que este es liso y este también [las dos piezas anteriores descritas]

E: Tienen la misma textura, ¿Qué pondrías acá? [Indicando hacia las tiras de papel que están a continuación de esas dos piezas]

E2: Fíjate que lo que cambie de aquí a aquí [Indicando las dos piezas] debe ser lo que cambie en la siguiente.

[La alumna puso sobre las tiras de papel un cuadrado azul grande liso un círculo azul pequeño liso, un cuadrado azul grande liso y un círculo azul pequeño liso]

E2: Esa es una serie como la que haces en el cole.

A2: Es que no se hacer otra más.

E2: Podrías hacer otra distinta, como las que has hecho antes.

E2: Fíjate qué pasa con los colores, este es igual a este [indicando las dos primeras figuras]

E2: ¿Qué más cambia aquí?

A2: La figura.

E2: Entonces puedes poner otra figura que no sea el cuadrado grande azul

A2: Sí.

E2: A ver pon otra.

[La alumna saca el cuadrado grande azul, y pone un círculo grande azul liso, pero lo saca inmediatamente y pone un triángulo grande azul liso]

E2: ¿Podría hacer un cambio en las otras figuras, para que sean diferentes?

[La alumna saca las piezas que ella había puesto anteriormente para poner otras diferentes.

Luego pone un círculo verde pequeño liso en esa cuarta posición]

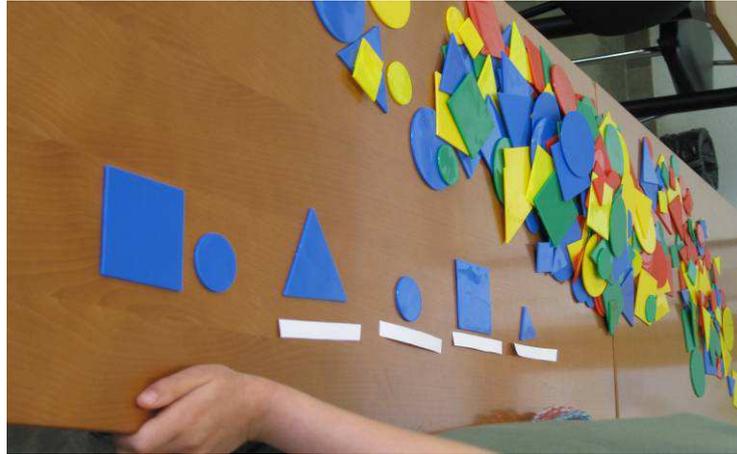
E: ¿Sirve con lo que habíamos dicho?

A2: No, tiene que ser azul [Saca la pieza que había puesto y pone un círculo pequeño azul liso y en la quinta posición un cuadrado azul grande liso]

E: ¿Cómo continuarías?

E2: ¿Este te sirve? [Mostrándole un triángulo azul pequeño liso]

A2: Si [lo pone en la sexta posición, ahora la serie quedo cuadrado azul grande liso, círculo azul pequeño liso, triángulo azul grade liso, círculo azul pequeño liso, cuadrado azul grande liso y triángulo azul pequeño liso]



- E: ¿Por qué hiciste eso?
- A2: Son azules y cambian de forma.
- E2: ¿Y que más cambia?
- A2: Los vértices.
- E2: Pero son lo mismo que la forma.
- E: ¿Cambia el tamaño una con otra?
- A2: Si.
- E: Bien, vamos al otro juego entonces.

Tarea 7

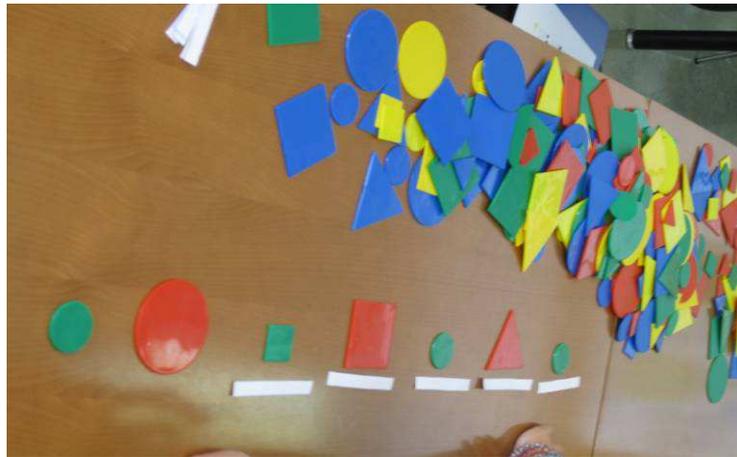
[El entrevistador pone una pieza círculo verde pequeño liso y luego un círculo rojo grande liso]

- E: ¿Qué sucede de una figura a la otra?
- E2: ¿Qué cambia?
- A2: El color.
- E: ¿Qué más?
- A2: La forma este es más pequeño [primera pieza] y este es mas grande [segunda pieza]
- E: ¿Y que se mantiene? ¿En qué se asemejan?
- A2: En que son círculos.
- E: Bien, ¿Y en qué otra cosa más?
- A2: No lo sé.
- E: Tócalas.
- A2: Este es liso, son lisos.
- E: Son lisos, bien. Ahora ¿cuál pondrías acá? [Señalando a aquellas tiras de papel en donde la alumna pondrá las piezas]

[La alumna ubica en la tercera posición un cuadrado verde pequeño liso, luego un cuadrado rojo grande liso, después un círculo verde pequeño liso, un triángulo rojo grande liso y finalmente un círculo verde grande liso]

E: ¿Está bien eso? [Indicándole las últimas dos piezas]

A2: No este debe ser pequeño [por la ultima pieza círculo verde grande liso, la alumna lo cambia por un círculo verde pequeño liso]



E: Ahora me cuentas ¿Por qué hiciste eso?

A2: Porque en vez de una serie pequeño y rojo [Aludiendo a las dos primeras piezas] he puesto otra forma.

E: ¿Qué es lo que se va repitiendo siempre?

A2: Círculo, círculo, cuadrado, cuadrado, círculo, triángulo, círculo

E: Esta está bien acá o no [Indicando al triángulo rojo grande que está en la sexta posición]

A2: Si.

E: Esta bien entonces, ¿cuáles son las que se van repitiendo siempre, me las podrías decir? [Le pasa unas tiras de papel para que las separe]

[La alumna separa el círculo verde pequeño liso, círculo rojo grande liso por un lado, luego cuadrado verde pequeño liso y cuadrado rojo grande liso por otro y finalmente separa el círculo verde pequeño liso junto al triángulo rojo grande liso]

E: Pero mira que sucede aquí ¿Cómo son esas figuras? [El entrevistador le indica las dos primeras figuras, primera separación que la alumna había hecho]

A2: Pequeña y grande.

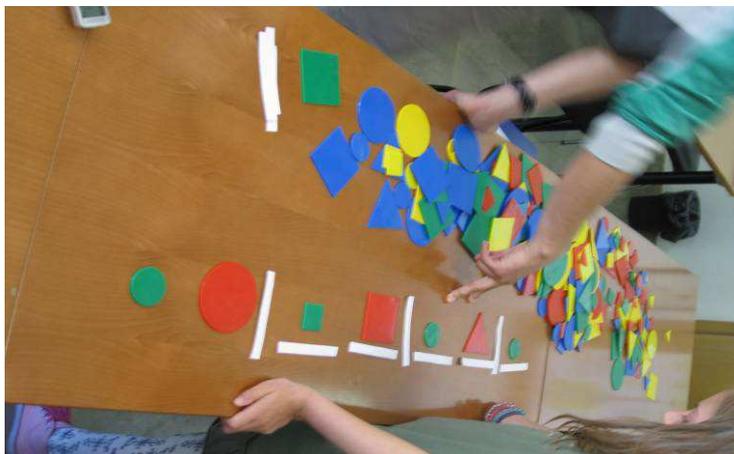
E: ¿Pero son iguales, en forma?

A2: Si.

E: ¿Y acá? [El entrevistador le indica la tercera y cuarta figuras, que coincide con la separación que ella había hecho]

A2: También.

E: ¿Y acá? [El entrevistador le indica la quinta y sexta figuras, que coincide con la tercera separación que ella había hecho]



A2: No, porque este es círculo y este es triángulo

E: ¿Habría que cambiar algo? ¿Qué cosa habría que cambiar?

A2: Este por un cuadrado [indicando a la sexta pieza triángulo rojo grande liso. La cambia por un cuadrado rojo grande liso]

E: Si, bien ahora pasamos al otro juego

Tarea 8

[El entrevistador pone un cuadrado amarillo grande liso y un cuadrado amarillo pequeño rugoso]

E: ¿En que se diferencian?

A2: Es que es grande y pequeño.

E: ¿Algo más que las diferencie?

A2: Se mantiene la misma forma. Es que este es liso [Por la primera figura] y este es rugoso [Por la segunda pieza]

E: ¿Y el color?

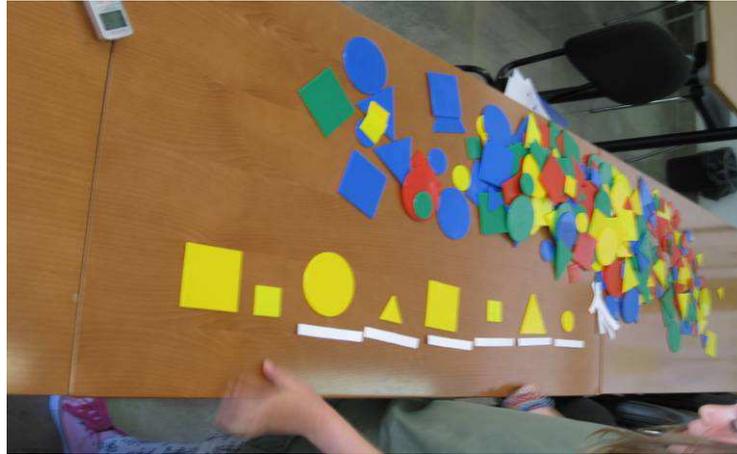
A2: Son iguales.

E: ¿Cómo continuarías?

[La alumna toma un círculo amarillo grande liso y lo pone al lado del cuadrado amarillo pequeño rugoso. Continúa la serie en con un triángulo amarillo pequeño rugoso, un cuadrado amarillo grande liso y un cuadrado amarillo pequeño liso]

E: Si tendrías que seguir poniendo piezas ¿Cómo continuarías?

[La alumna continúa con un triángulo grande amarillo liso y con un círculo amarillo pequeño rugoso]



E: ¿Cuéntame por qué hiciste eso?

A2: Porque tienen el mismo color.

E: Recuerda que estas son las que yo puse [indicando las dos primeras piezas] ¿Qué se mantiene?

A2: Grande y pequeño, que este es liso [primera pieza] y este es rugoso [segunda pieza].

E: Y acá ¿Por qué pusiste eso por ejemplo [Indicando a la tercera pieza un círculo? amarillo grande y liso, y la cuarta figura un triángulo amarillo pequeño rugoso]

A2: Porque este es liso y este es rugoso

E: ¿Y en qué más? Te diste cuenta de algo que sucedía acá en estas dos piezas [Indicando a las dos primeras piezas]

A2: Mmmm, habría que cambiar esta [Cambia la cuarta pieza el triángulo amarillo pequeño rugoso por el círculo amarillo pequeño rugoso]

E: Y estas dos ¿Están bien? [Indicando a la quinta cuadrado amarillo grande y liso y a la sexta pieza cuadrado amarillo pequeño liso]

A2: Habría que cambiar este [Indicando a la sexta pieza cuadrado amarillo pequeño liso]

E: ¿Por cuál?

A2: Por una que sea rugosa [pone en su lugar un cuadrado amarillo pequeño rugoso]

E: Bien, y esas dos [Indicando a la séptima pieza un triángulo amarillo grande liso y a la octava pieza un círculo amarillo pequeño rugoso] ¿Están bien?

A2: Habría que cambiarlas por un triángulo pequeño.

[La alumna cambia la octava pieza por un triángulo amarillo pequeño rugoso]

E: Si yo cambio esto [Cambia la séptima pieza por un círculo amarillo grande] ¿sirve?

A2: No sirve.

E: Si pongo esta aquí [cambia la octava pieza por un círculo amarillo pequeño rugoso]

A2: Si sirve.

E: ¿Por qué?

A2: Porque tienen la misma forma

E: ¿Qué va cambiando?

A2: La figura, grande y pequeño.

E: ¿Hay algo más?

A2: Si, que este es liso y este rugoso [Indicando a dos piezas]

E: Bien, vamos a otro juego.

Tarea 9

[El entrevistador pone un círculo azul grande liso y un círculo rojo grande rugoso]

E: ¿Qué cambió?

A2: Que este es azul y este es rojo

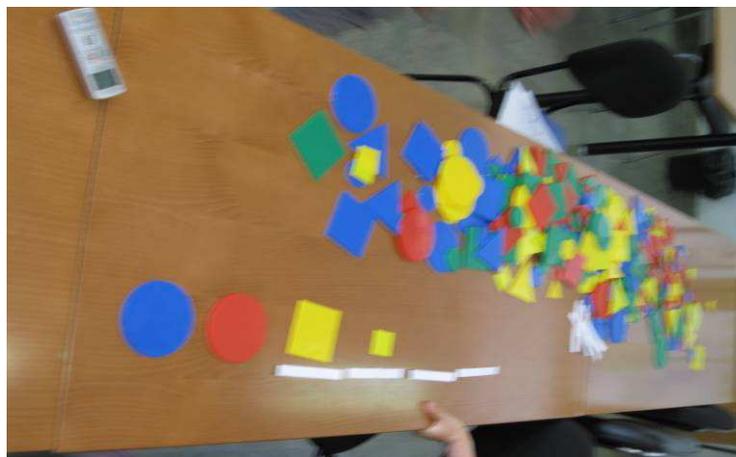
E: ¿Qué más cambió?

A2: El color, y este es liso y este es rugoso.

E: ¿Con cuáles seguirías?

[La alumna pone un cuadrado amarillo grande liso, a continuación un cuadrado amarillo pequeño rugoso, un triángulo rojo grande liso y un triángulo rojo pequeño rugoso]

E: Si deseas hacer una modificación la puedes hacer ¿cuéntame que hiciste?



E2: ¿Por qué pusiste este cuadrado aquí? [Indicando al cuadrado amarillo grande liso que esta en el tercer lugar]

A2: Para no seguir la serie entera, para cambiar

E2: ¿Y que has cambiado ahí?

A: En vez de un círculo he puesto un cuadrado

E2: ¿Por qué pusiste ese cuadrado pequeño ahí y además rugoso? [Indicando a la cuarta figura]

A2: Porque este es rugoso [Indicando a la segunda figura círculo rojo grande rugoso]

E2: Pero ese es pequeño [por la pieza que está en el cuarto lugar] y ese es grande [por la pieza que está en el segundo lugar]

A2: Entonces tendría que poner una grande.

[Cambia el cuadrado amarillo pequeño rugoso que está en la cuarta posición por un cuadrado amarillo grande rugoso]

A2: Y con este también lo mismo [por el triángulo rojo pequeño rugoso que esta en la sexta posición, lo cambia por un triángulo rojo grande rugoso]

E2: ¿Por qué tú pusiste esas figuras ahí? [Indicando a la tercera y cuarta pieza] ¿Por qué tú me habías dicho que cambiaste de figura? ¿En qué te diste cuenta por ejemplo para cambiar esta? [Por la tercera pieza]

A2: Por que esta es liso y esta también [Indicando a la tercera figura y a la primera figura] y además para cambiar de figura.

E2: Lo mismo hiciste con las otras.

A2: Si.

E2: Pero mira ¿Qué pasa con esta para que quede en esta otra? [Le muestra la primera pieza y luego la segunda] después ahí que seguir con otra ¿me sirve esta? [Indicando con el dedo al cuadrado amarillo grande liso que esta en tercer lugar]

A2: No, porque tendría que ser azul

E: ¿Cuál pondrías?

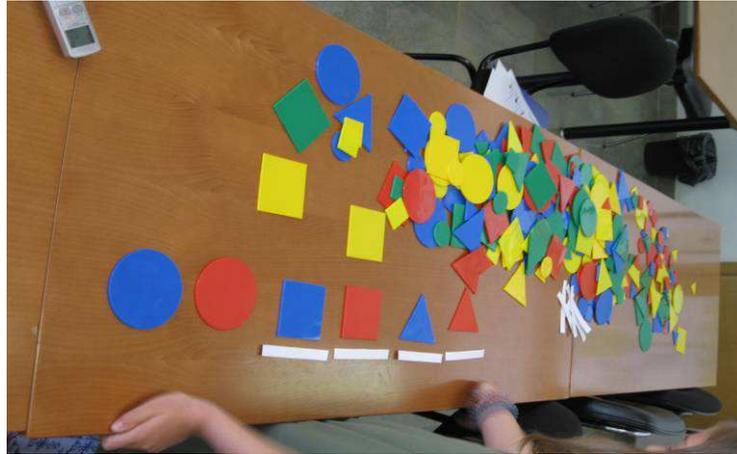
A2: Esta [Indicando a un cuadrado azul grande y liso]

E: ¿Y después?

A2: Este en rojo [Indicando a la cuarta figura cuadrado amarillo grande rugoso. Lo cambia por un cuadrado rojo grande rugoso]

E: ¿Y las otras?

A2: Azul y roja [Cambia solamente la quinta pieza que era un triangulo rojo grande liso por un triangulo azul grande y liso, la sexta pieza la deja igual por ser un triangulo rojo grande y rugoso]



E: ¿Qué se va repitiendo siempre entonces?

A2: El color.

E: ¿Y que más?

A2: Y la forma.

E: Bien, pasamos al otro juego

Tarea 10

[El entrevistador pone un triángulo azul grande liso y un cuadrado azul grande liso]

E: Observe la transformación de la primera pieza a la segunda, cada vez que va avanzando se va transformando ¿Cuál es la transformación que de ir aquí? [Indicando a la tercera posición, luego a la cuarta, quinta y sexta]

[La alumna toma un círculo azul grande liso y los ubica en la tercera posición, continúa con un cuadrado azul grande liso, luego con un triángulo azul grande liso y un círculo grande azul grande liso]

E: ¿Cuéntame como lo hiciste?

A2: Para no seguir eso [indicando a las dos primeras piezas]

E: ¿Por qué pusiste esa? [Indicando a la tercera pieza que la alumna había puesto] ¿Puedo poner esta ahí en lugar de esa? [El entrevistador saca el triángulo azul grande liso que estaba en la quinta posición y lo ubica en la tercera posición en lugar del círculo azul grande liso al lado del cuadrado azul grande liso]

A2: Si puedo.

E: ¿Por qué?

A2: Porque es azul y es liso.

E: ¿y qué más?

A2: Porque tienen tres vértices.

Tarea 10

E: Mira voy hacer un cambio [El entrevistador un triángulo azul grande rugoso y un cuadrado azul grande liso] ¿Con cuál seguirías?

[La alumna puso un triángulo azul grande rugoso, un círculo azul grande liso, un triángulo azul grande rugoso y un círculo azul grande liso]

E: ¿Por qué tú pusiste eso?

A2: Para no seguir la serie.

E: Bien, vamos con la otra

Tarea 11

[El entrevistador pone un cuadrado rojo grande rugoso y un círculo rojo pequeño liso]

E: ¿Qué va sucediendo de aquí a acá? [Indicando con el dedo las dos figuras]

A2: Que ésta es rugosa [Indicando con el dedo a la primera figura] y esta es lisa [Indicando con el dedo a la segunda figura]

E: ¿Qué más?

A2: Que este tiene vértices [Indicando con el dedo a la primera figura] y este no [Indicando con el dedo a la segunda figura]

E: Bien, ¿Qué más?

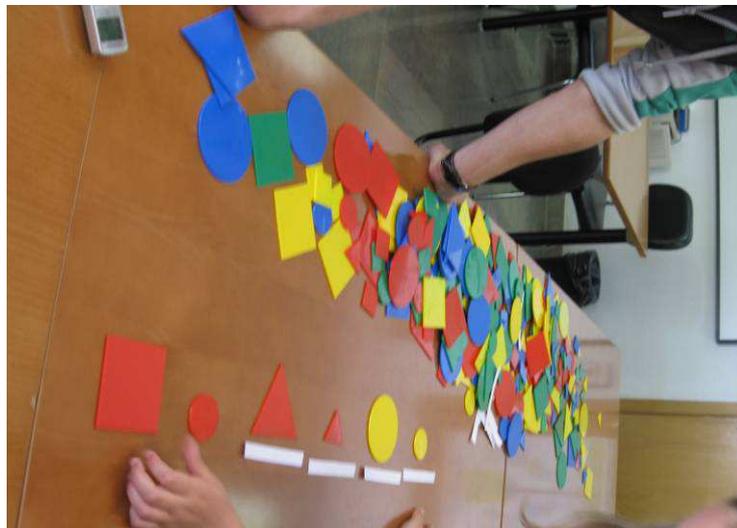
A2: Que este es un cuadrado [Indicando con el dedo a la primera figura] y este es un círculo [Indicando con el dedo a la segunda figura]

E: ¿Y qué se mantiene?

A2: El mismo color.

E: De acuerdo a esas diferencias ubica más piezas

[La alumna ubica, después de esas dos piezas, un triángulo rojo grande liso, luego un triángulo rojo pequeño liso, un círculo amarillo grande rugoso y un círculo amarillo pequeño liso]



E: Explícame como lo fuiste haciendo

A2: Para no seguir la serie.

E: Para hacer algo distinto.

A2: Si.

E: ¿Y en qué te diste cuenta para poner este rugoso? [Indicando con el dedo a la tercera pieza triangulo rojo grande rugoso]

A2: En ese [Indicando con el dedo a la primera pieza, cuadrado rojo grande rugoso]

E: ¿Y este liso? [Indicando con el dedo a la cuarta pieza un triángulo rojo pequeño liso]

A2. Por este [Indicando con el dedo a la segunda pieza un círculo rojo pequeño liso]

E: ¿Por qué fuiste poniendo rojo, rojo?

[La alumna observa toda la serie]

A2: Habría que cambiar estas [Indicando con el dedo a la sexta pieza un círculo amarillo grande rugo y al círculo amarillo pequeño liso. Las cambia por un círculo rojo grande rugoso y al círculo rojo pequeño liso]

E2: ¿Cómo has cambiado las formas? ¿Por que has puesto triángulo y luego triángulo? [Indicando con el dedo a la tercera y cuarta figura]

A2: Para no seguir la serie lo he hecho.

E2: ¿Qué serie?

A2: Antes ponía, cuadrado, círculo, cuadrado círculo, cuadrado y círculo

E2: Ah, para hacer esa diferencia.

A2: Si.

E2: Pero aquí cambiaron los vértices [Indicando con el dedo la primera y segunda pieza] ¿Y de aquí a aquí cambiaron los vértices? [Indicando con el dedo la segunda y tercera pieza]

A2: No.

E: ¿Habría que cambiar esas? [Indicando con el dedo la tercera un triángulo rojo grande rugoso y la cuarta pieza un triángulo rojo pequeño liso]

A2: Sí.

E: ¿Por cuál?

A2: Por, un cuadrado [La alumna ubica en la cuarta posición un cuadrado rojo pequeño liso]

E: ¿Y esas? [Indicando a la quinta y sexta figura]

A2: Si, por un triángulo [La alumna cambia la sexta pieza un círculo rojo pequeño liso por un triángulo rojo pequeño liso]

E: Eso es para no seguir la serie.

A2: Si.

E: ¿Cuál sería la serie?

A2: Cuadrado, círculo, triángulo, cuadrado, círculo y triángulo

E: ¿Cuántas piezas tiene la serie?

A2: Cinco, no, seis.

E: Ah, todo eso es una serie [Indicando con el dedo a todas las piezas]. Bien vamos con la otra.

Tarea 12

[El entrevistador pone un círculo rojo pequeño rugoso y un círculo azul grande liso]

E: ¿Qué diferencias tienen?

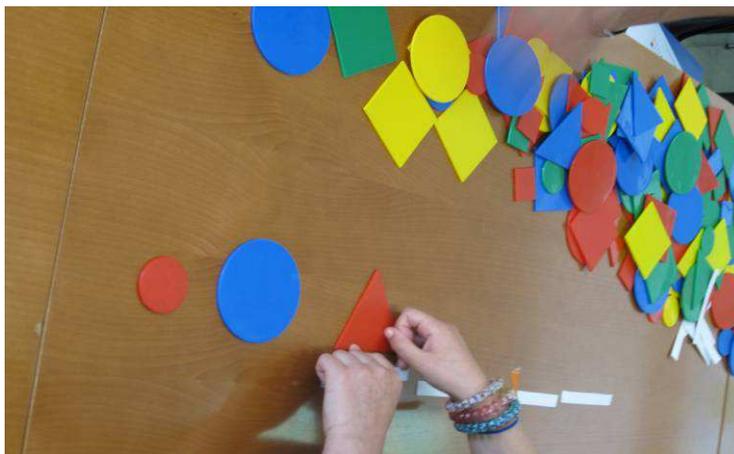
A2: Que este es pequeño y este es grande este es rugoso y este liso [Aludiendo a la primera y segunda figura]

E: ¿Tienen la misma forma?

A2: Si.

E: ¿Cómo continuarías tú?

[La alumna pone un triángulo rojo grande rugoso y un cuadrado rojo pequeño liso]



E: ¿Cuéntame como lo hiciste?

A2: Porque este es rugoso y rojo [Tomando la pieza que ella puso en el tercer lugar] y este también [primera pieza]

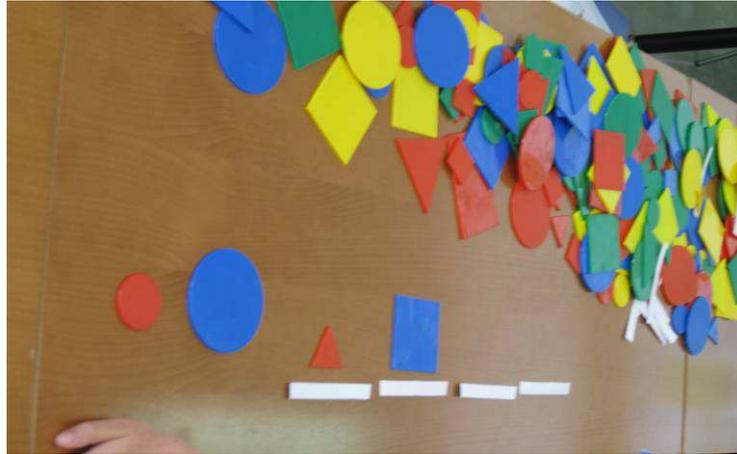
E: ¿Y el tamaño, está bien?

A2: No.

E: Entonces ¿Qué se debiese poner ahí? [Indicando con el dedo a la tercera pieza]

A2: Que este debe ser pequeño [Indica con el dedo la tercera pieza] y este grande [Indica con el dedo la cuarta pieza]

[La alumna pone en la tercera posición un triángulo rojo pequeño rugoso y en la cuarta posición un cuadrado rojo grande liso, sacando las anteriores]



E: Y de color rojo [Indicando con el dedo a la tercera y cuarta pieza]

A2: No tiene que ser azul [La alumna cambia la cuarta pieza por un cuadrado azul grande liso]

E: Eso tú lo hiciste para no continuar la serie, bien, vamos a la otra.

Tarea 13

[El entrevistador pone primero un triángulo amarillo grande liso y luego un cuadrado rojo grande rugoso]

E: ¿Qué cambió?

A2: Este es liso [Por la primera pieza] y este es rugoso [Por la segunda pieza]. Este tiene cuatro vértices [Por la segunda pieza] y este tiene tres [Por la primera pieza]. Este es amarillo [Por la primera pieza] y este es rojo [Por la segunda pieza].

E: ¿Y en que se mantiene igual? ¿Son del mismo tamaño?

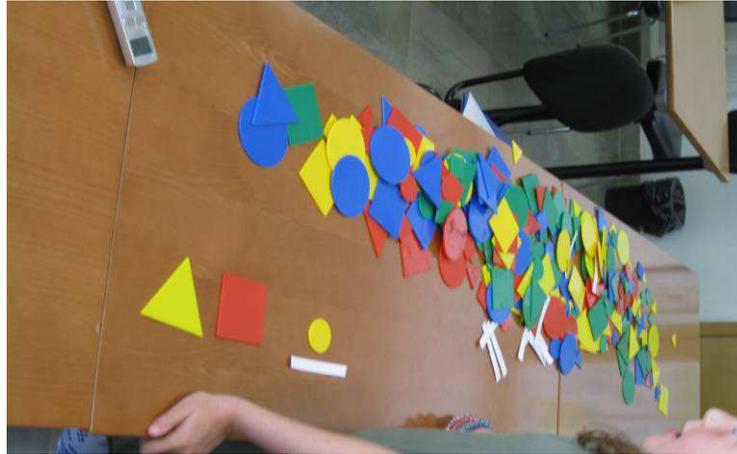
A2: Si.

E: ¿Qué figura pondrías después? [El entrevistador le deja solo una tira de papel para que ponga solo una pieza]

[La alumna queda en silencio por un momento]

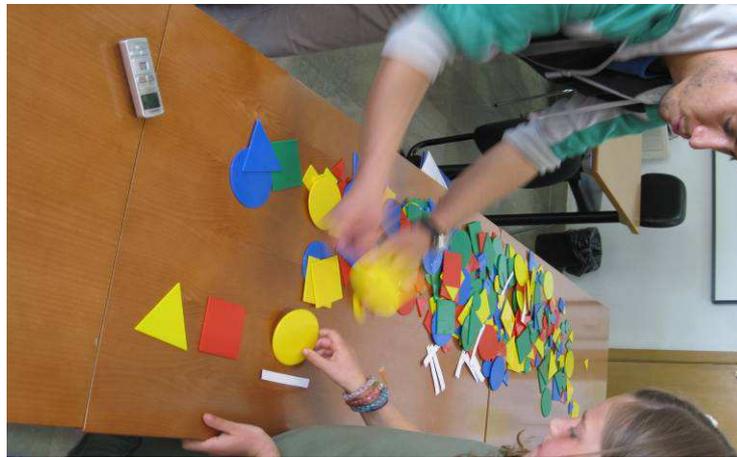
E: ¿Qué pondrías ahí?

A2: Ese [La alumna puso un círculo amarillo pequeño liso]



E: ¿Pequeño?

A2: No, Grande [La alumna lo cambia por un círculo amarillo grande liso]



E: ¿Por qué amarillo?

A2: Porque sigue la serie, tiene el mismo color que ese [Indicando con el dedo a la primera pieza]

E: Si pongo este [El entrevistador saca la pieza que puso la alumna y pone un triángulo azul grande liso]. ¿Se puede?

A2: No, tiene que ser de esos mismos colores [Indicando con la mano la primera pieza]

E: ¿Sirve ese? [El entrevistador cambia la pieza triángulo azul grande liso, por un triángulo amarillo grande liso]

A2: Si sirve.

E: ¿y por qué sirve?

A2: Por qué es amarillo y no es rugoso [tocando la pieza]

E: ¿Tú me dices que este también me sirve? [El entrevistador saca el triángulo amarillo grande liso y lo cambia por un círculo amarillo grande liso]

A2: Si me sirve.

E: ¿Por qué?

A2: Porque es amarillo y liso

E: Te fijaste en ese y ese cierto [Indicando con el dedo a la tercera y primera pieza]. Este te sirve [Cambia la tercera pieza por un triángulo azul grande liso]

A2: No.

E: Vamos al otro entonces, al último.

Tarea 14

[El entrevistador pone un cuadrado azul grande rugoso y un triángulo amarillo pequeño rugoso]

E: Este, el primero se va a transformar en este [Segunda pieza] ¿Observa en qué se parecen?
O ¿Qué cambió?

A2: Que este tiene cuatro [Aludiendo a aludiendo a la primera pieza] y este tiene tres [Aludiendo a la segunda pieza]

E: La forma ¿Y que más?

A2: Este es rugoso y este también [Toca las dos piezas]

E: Bien, eso se mantiene ¿Qué cambia?

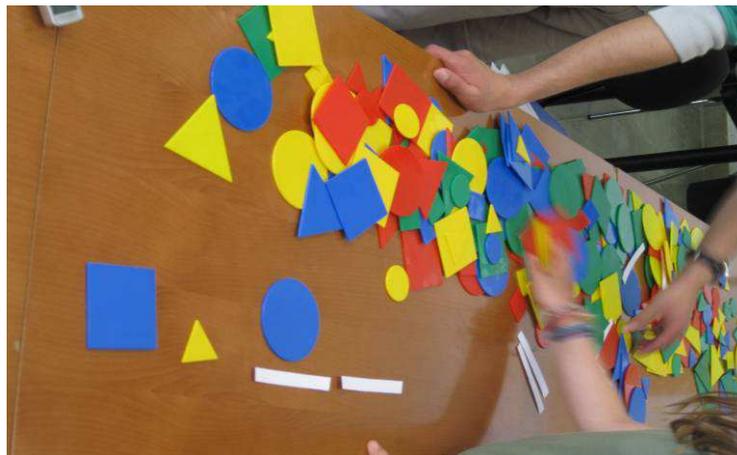
A2: La forma, el tamaño [La alumna se queda un momento en silencio]

E: ¿Y el color?

A2: Este es azul y este es amarillo.

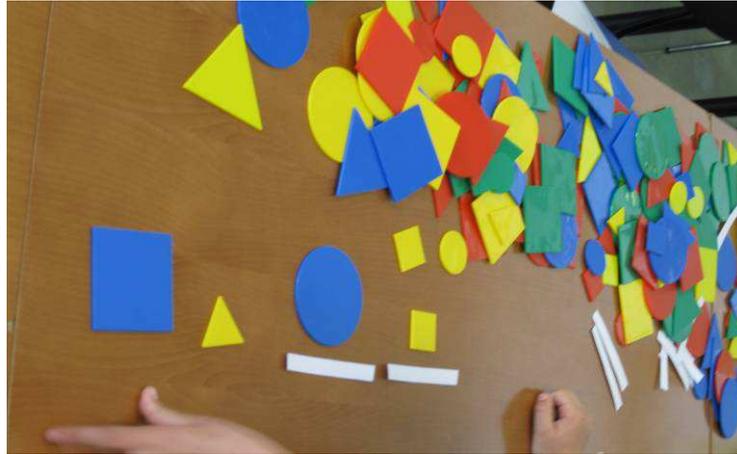
E: Cambia el color, ¿Qué pondrías en esa tira de papel?

[La alumna puso un círculo azul grande rugoso]



E: ¿Y después? [El entrevistador le puso otra tira de papel]

[La alumna puso después del círculo azul grande rugoso un cuadrado amarillo pequeño rugoso]



E: Explícame como lo hiciste.

A2: Lo hice con los mismos colores.

E: ¿Fuiste cambiando algo?

A2: Las formas.

E: ¿Por qué pusiste ese círculo azul grande rugoso?

A2: Porque tenía que ser grande.

E: ¿En qué te diste cuenta que tenía que ser grande?

A2: Porque éste era grande [Indica a la primera pieza cuadrado azul grande rugoso]

E: ¿Y el pequeñito que está allá? [Señalando con la mirada a la cuarta pieza cuadrado amarillo pequeño rugoso]

A2: Porque era rugoso y era amarillo [Tocando la pieza]

E: Muy bien, hemos terminado, muy bien.

ANEXO E. TRANSCRIPCIÓN TERCERA ENTREVISTA

Fecha: 08 de mayo de 2013

Hora: 17h-18:30h.

Alumna 3

Edad: 6 años

Curso: 1º año Primaria

A3: Alumna 3

E: Entrevistador (Autor del trabajo)

E2: Entrevistador 2 (Tutora del trabajo)

Inicio de la entrevista

[El entrevistador le hace preguntas orientadas para que la alumna identifique los atributos de las piezas]

Tarea N°5

E: Vamos a jugar, te voy a explicar como jugar. Mira voy a poner dos piezas y tú tienes que ver cuáles son las diferencias que tiene una de la otra. Por ejemplo voy a tomar esta [Cuadrado verde grande liso] y voy a tomar esta otra [Círculo amarillo grande liso], voy a comenzar con esta pieza [Cuadrado verde grande liso] luego voy a continuar con esta [El entrevistador pone al lado del cuadrado verde grande liso un círculo amarillo grande liso], de aquí a acá hay un cambio [Indicando con el dedo las dos figuras], es decir ya no va a ser esta pieza [Primera pieza] si no que será esta [Segunda pieza].

A3: No la entendí.

E: Mira, voy a poner esta pieza al comienzo mira [Mostrándole la primera pieza] pero ya no va a ser esta pieza si no que será esta [le muestra la segunda pieza y la deja al lado de la primera], se transformó, la idea es en descubrir que ha sucedido que ha pasado de esta pieza a esta.

E2: Tienes que comparar esas dos piezas, son iguales, son diferentes.

A3: Qué una es verde [toma la primera pieza], esta es redonda [toma la segunda pieza] y esta es cuadrada [indica con el dedo la primera pieza]

E: ¿Se parecen en algo?

A3: Es que las dos son suaves [Toca ambas piezas]

E: ¿En qué más se parecen?

A3: Yo no veo nada más.

E: ¿Son del mismo tamaño o no?

A3: Yo veo que este [Cuadrado verde grande liso] es más pequeño que este [Círculo amarillo grande liso]

E: Mira lo vamos a considerar del mismo tamaño, porque este [Le muestra un círculo pequeño para que lo compare con el círculo grande, además le muestra un cuadrado pequeño para que lo compare con el cuadrado grande], por lo tanto estos [aludiendo a la dos piezas] son grandes.

E: Por lo tanto, tú me habías dicho, que son suaves y también son grandes y ¿En qué se diferencian?

A3: En los colores.

E: ¿Y en qué más?

A3: En la forma.

E: Por lo tanto cambia en la forma y

A3: En los colores.

E: Ahora ¿tú puedes poner una pieza acá [El entrevistador pone una tira de papel de forma horizontal para que la alumna ponga la pieza sobre ella] que cumpla lo mismo que lo anterior? ¿Qué pieza tú pondrías por ejemplo?

[La alumna pone sobre la tira de papel un triángulo rojo grande liso]

E: Bien, y después ¿Cuál pondrías? [El entrevistador pone otra tira de papel]

[La alumna se queda un momento en silencio, luego pone un cuadrado azul grande rugoso]

E: Ahora cuéntame ¿por qué pusiste esta? [Indicando con el dedo a la tercera pieza, al triángulo rojo grande liso que puso la alumna]

A3: No se.

E: Pero mira, primero yo puse esta [Aludiendo a la primera pieza] y luego puesta [Aludiendo a la segunda figura] ¿Por qué yo puse ésta? [Aludiendo a la segunda pieza]

A3: Porque es diferente.

E: ¿Pero también son?

A3: Grandes.

E: Bien, entonces las dos son grandes, y también son diferente en color [Indicando con el dedo a las dos piezas] ¿Qué más son diferentes?

A3: En la forma.

E2: Mira si yo te pondo esta pieza aquí [Un triángulo rojo pequeño liso, en la tercera posición, en lugar del triángulo rojo grande que había puesto la alumna] ¿Te parece o no?

A3: No.

E2: No te convence.

A3: No.

E2: Esta mejor [por la pieza triángulo rojo grande liso]

A3: Si.

E2: ¿Por qué crees que es esa mejor?

A3: Porque no lo sé.

E2: Si lo sabes, piénsalo un poco ¿Por qué has cogido esa y no otra? ¿Qué cambia de aquí a aquí? [Indicando con el dedo la segunda y tercera pieza]

[La alumna mira las piezas]

A3: La forma y el color [Indicando con el dedo hacia las figuras]

E: ¿Por lo tanto me sirve ponerla ahí?

[La alumna queda pensando]

A3: Si [Con voz dudosa]

E: ¿Forma y color?

A3: Si.

E: ¿Y de aquí a aquí? [Indicando a la tercera y cuarta pieza]

A3: Forma y color.

E: Ah, la forma y el color.

A: Y también que este es rugoso [Por la cuarta pieza el cuadrado azul grande y rugoso]

E: Se puede poner ahí entonces

A3: Si.

E: ¿El rugoso me sirve? [Por la cuarta pieza el cuadrado azul grande y rugoso]

A3: No lo sé.

E: Lo vamos a ver de nuevo. Del cuadrado verde grande liso paso al círculo amarillo grande liso. Cambió la forma.

A3: Y el color.

E: Tú podrías poner otra figura acá [Indicando a la tercera posición] que cambia la forma y el color [El entrevistador saca las piezas que están en tercera y cuarta posición que había puesto la alumna]

E: Debes poner una figura que cambie en forma y en color [Indicando con el dedo a la tercera posición] Debes poner la que quieras.

[La alumna puso un cuadrado azul grande liso]

E: ¿Por qué esa?

A3: Porque cambia en forma y en color.

E: ¿Con cuál?

A3: Con esa [Indicando a la segunda pieza círculo amarillo grande liso]

E: Y otra acá [Indicando a la cuarta posición]

[La alumna observa las piezas y ubica un triángulo amarillo grande liso después del cuadrado azul grande liso]

E: ¿Por qué?

A3: Porque cambia en forma y color.

E: ¿De cuál?

A3: De esa [Indicando con el dedo cuadrado azul grande liso]

E: ¿Y podrías poner otra más? [El entrevistador le pone una tira de papel de forma horizontal en la quinta posición]

[La alumna se queda en silencio toma un cuadrado grande azul liso pero se arrepiente, luego un triángulo rojo grande liso y también se arrepiente, finalmente pone un círculo verde grande liso]

E: ¿Por qué pusiste ese?

A3: Porque cambia la forma y el color.

E: ¿De cuál?

A3: De esa [Indicando con el dedo a la cuarta pieza triángulo amarillo grande liso]

E: Tu habías tomado primero otras figuras ¿Cuáles?

[La alumna toma cuadrado grande azul liso y el triángulo rojo grande liso y se los muestra el entrevistador]

E: ¿Por qué no te sirve ese? [Indicándole con el dedo al triángulo rojo grande liso]

A3: No

E: ¿Por qué no?

A3: Porque no cambia la forma

E: Bien, entonces que va cambiando siempre

A3: La forma y el color.

E: Muy bien vamos al otro entonces.

Tarea 7

[El entrevistador pone un círculo verde pequeño liso y un círculo rojo grande liso]

E: Voy a poner esta [círculo verde pequeño liso] y ahora voy a poner esta [círculo rojo grande liso]

E2: ¿Cuál pondrías tú?

A3: Para que no se repita la forma ni el color.

E2: ¿Qué es lo que cambia?

A3: El tamaño

E: ¿Y que más?

A3: El color.

E: ¿Qué se mantiene? ¿Qué queda igual?

A3: La figura.

E: ¿Y que más se mantiene igual?

[La alumna se queda un momento en silencio]

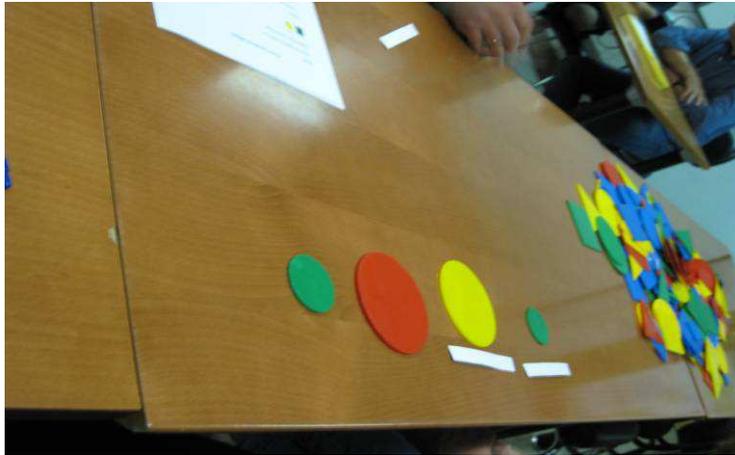
A3: Son suaves.

E: Ahora con lo que tú dijiste ¿Qué figura pondrías acá? [Indicando a la tercera posición]

[La alumna puso un círculo amarillo grande liso]

E: ¿Y después?

[La alumna puso un círculo verde pequeño liso]



E: ¿Por qué pusiste primero el amarillo? [Por el círculo amarillo grande liso]

[La alumna se queda en silencio]

E: Veamos ¿Qué cambia de aquí a aquí? [Indicando con el dedo a la primera y segunda pieza]

A3: Cambia.

E2: ¿Son iguales o diferentes las figuras?

A3: Son diferentes porque unas es más pequeña y otra es más grande.

E2: ¿Entonces que cambia?

A3: El tamaño.

E: Pero la forma que tienen las figuras ¿Cambian?

A3: No.

E: Bien, pero tú pusiste una amarilla acá [Indicando con el dedo a la tercera pieza]

[La alumna se queda en silencio, no responde]

Ib: ¿Cuál pondrías después de esta? [Indicando a la cuarta pieza]

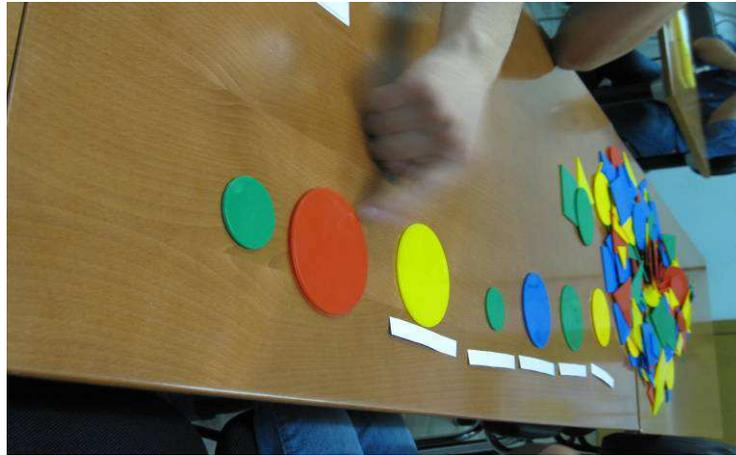
[La alumna pone un círculo azul grande liso]

E: ¿Y después?

[La alumna puso un círculo verde grande liso]

E2: ¿La siguiente cuál sería?

[La alumna pone un círculo amarillo grande liso al final de la serie]



E: ¿Por qué pusiste ese amarillo? [Por el círculo amarillo grande liso que está en la tercera posición]

A3: Porque cambia el color.

E: ¿Solamente el color?

A3: Si.

E: Si cambiase solamente el color ¿Por qué hay uno pequeñito acá? [Indicando con el dedo la cuarta pieza un círculo verde pequeño liso]

A3: Porque cambia el tamaño y el color.

E: Cambia el tamaño y el color. ¿Qué sucede acá? [Indicando con el dedo a la segunda y tercera pieza]

A3: Que no cambia el tamaño.

E: Entonces ¿Esta bien esa? [Indicando con el dedo a la tercera pieza]

A3: No.

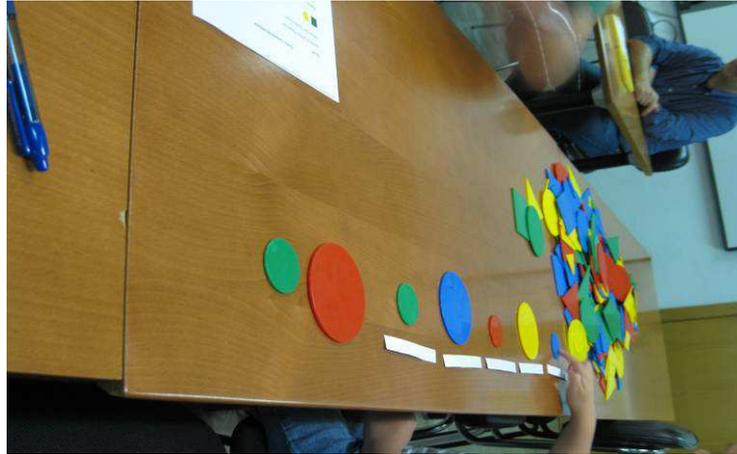
E: ¿Por qué?

A3: Porque si acá se repite [Indicando a las dos primeras figuras] se tendría que repetir todo.

E: ¿Habría que cambiar esta? [Indicando a la tercera pieza] ¿Habría que modificar?

[La alumna saca todas las piezas que había puesto al comienzo, dejando solo las dos que el entrevistador había puesto al comienzo de la tarea]

[La alumna puso después de la segunda pieza: un círculo verde pequeño liso, un círculo azul grande liso, un círculo rojo pequeño liso, un círculo amarillo grande liso y un círculo azul pequeño liso]



E: Ahora explícame ¿Qué sucedió?

A3: Que antes no cambiaba [No recuerda]

E: ¿La forma, el color, el tamaño?

A3: El tamaño.

E: ¿Qué cambia entonces?

A3: El tamaño y el color.

E: ¿Qué se mantiene fijo?

A3: El tamaño y el color [Vuelve a repetir la misma respuesta anterior]

E: Bien, vamos al otro entonces.

Tarea N°8

E: Primero tengo esta [Un cuadrado amarillo grande rugoso] y después tengo esta [un cuadrado amarillo pequeño rugoso liso] ¿Qué sucede?

A3: Que este es rugoso [Por la primera figura] y este es suave [Por la segunda figura] y no son del mismo tamaño.

Ia: ¿En que se mantiene?

A3: En que las dos son de la misma forma.

Ia: ¿Qué más?

A3: Las dos son amarillas.

E: ¿Qué pondrías acá de acuerdo a lo que tú me dijiste? [Le indica con el dedo las tiras de papel en donde debe poner las piezas la alumna]

[La alumna pone un círculo amarillo grande rugoso, un círculo amarillo pequeño liso]

E: ¿Qué más? ¿Cómo continuarías?

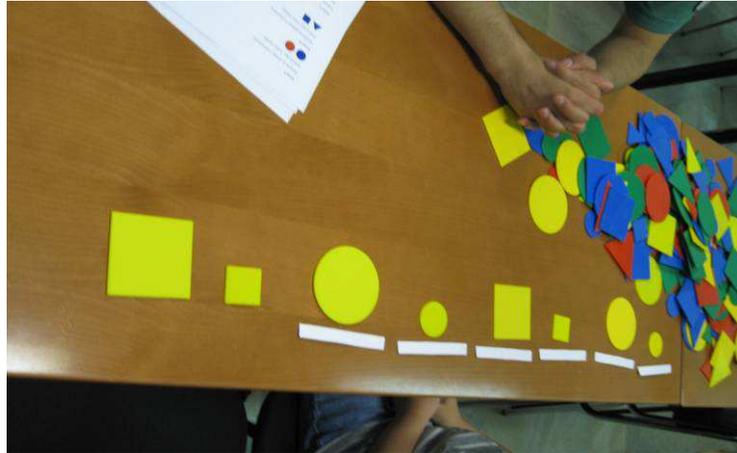
[La alumna continua con un cuadrado amarillo grande rugoso, un cuadrado amarillo pequeño liso]

E: Continúa

A3: Falta otro [Por una tira de papel]

[El entrevistador pone otra tira de papel]

[La alumna continúa poniendo un círculo amarillo grande rugoso y un círculo amarillo pequeño liso]



E: ¿Cuéntame por que hiciste eso?

A3: Porque no cambia ni la forma ni el color.

E: ¿Por qué aquí cambió a círculo? [Indicando con el dedo a la tercera figura]

[La alumna hace un gesto con los hombros indicando que no sabe]

E: Porque tú me has dicho que no cambia la forma ni el color. Entonces ¿Por qué cambió a círculo?

[La alumna sonríe y no responde a la pregunta]

E2: ¿Qué se va repitiendo ahí? ¿Se repite algo o no?

A3: Es como una serie [Indica con el dedo]

E: ¿Cuál es esa serie?

A3: Cuadrado, círculo, cuadrado, círculo.

E: Vamos a la otra entonces.

Tarea 9

[El entrevistador pone un círculo azul grande liso y un círculo rojo grande rugoso]

E: ¿Qué es lo que cambia?

A3: Cambia el color, y este es rugoso [indicando con la mano, tocando la segunda pieza] y este es suave [indicando con la mano la primera pieza]

E2: El tacto no.

E: ¿Qué pondrías aquí? [Indicando con el dedo a la tercera posición]

[La alumna puso un círculo amarillo grande y rugoso, después de la segunda pieza círculo rojo grande rugoso]

E2: ¿Por qué pusiste esa?

A3: Porque cambiaba el color, pero no ésta [La alumna toca la pieza que ella había puesto]

E: ¿Entonces habría que cambiarla o no?

A3: Si.

E: ¿Por cuál?

[La alumna cambia la pieza por un círculo amarillo grande liso]

E: ¿Con cuál más continuarías?

[La alumna a continuación pone, en el cuarto lugar, un círculo amarillo grande rugoso]

E: ¿Me sirve ese que pusiste?

A3: No.

E: ¿Por qué?

A3: Porque es del mismo color [Amarillo al igual que el anterior]

[La alumna pone un círculo azul grande rugoso]

E: ¿Esta me sirve o no? [Le muestra un triángulo verde grande liso]

A3: No, porque no cambia ninguna forma.

[Luego en la quinta posición el entrevistador pone un círculo rojo grande rugoso después del círculo azul grande rugoso]

E: ¿Me sirve o no?

A3: No, porque no cambia en rugoso [tocando la pieza que ha puesto el entrevistador]

E: Muy bien, ahora te voy a poner otro juego.

Tarea 10

E: Voy a poner esta [El entrevistador pone un triángulo azul grande rugoso] y luego esta otra [El entrevistador pone un cuadrado azul grande liso] ¿Qué sucede?

A3: Cambia rugoso, suave [tocando ambas figuras], tampoco es la misma forma.

E: No son las mismas formas. ¿Por lo tanto cuál pondrías acá? [Indicando con la mano hacia el tercer lugar]

[La alumna pone en el tercer lugar un triángulo azul grande rugoso]

E: ¿Y luego cuál pondrías?

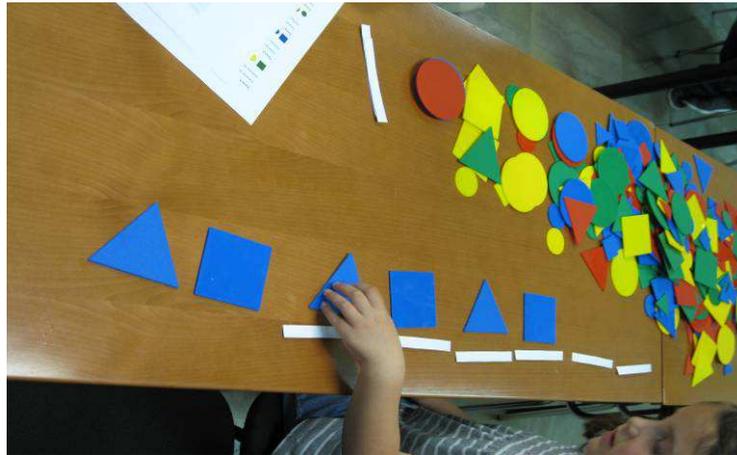
[La alumna pone un cuadrado azul grande liso]

E: ¿Y después?

[La alumna en la quinta posición un triángulo azul grande rugoso]

E: ¿Y luego?

[La alumna en la sexta posición pone un cuadrado azul grande liso]



E: ¿Y por qué eso?

A3: Porque no cambia ni en el color. Es como los demás. Este es rugoso [Por la tercera pieza] y este es suave [Por la cuarta pieza] y cambian la forma, como este [Indicando con el dedo a la segunda pieza]

E: Entonces, cambia la forma y

[La alumna toca las piezas]

E: Uno es rugoso y el otro es suave. Bien, vamos a la otra.

Tarea 11

[El entrevistador pone un cuadrado rojo grande rugoso y continuación un círculo rojo pequeño]

E: ¿Qué sucede?

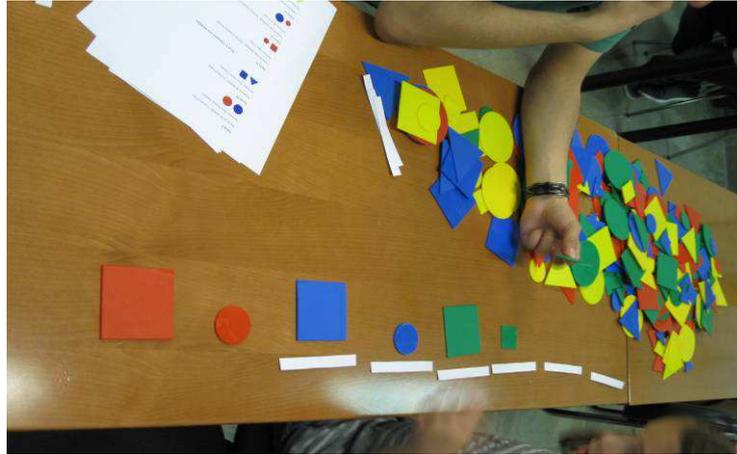
A3: Esta es rugoso [Toca la primera pieza] esta es suave [Toca la segunda figura] cambian la forma y lo otro ya lo he dicho.

E: ¿Cuál pondrías acá entonces? [Indicando con la mano a la tercera posición]

[La alumna pone un cuadrado azul grande rugoso y luego un círculo amarillo pequeño liso, sin embargo, inmediatamente saca este último y en su lugar pone un círculo azul pequeño liso]

E: ¿Y estas dos? [Indicando a la quinta y sexta posición]

[La alumna pone un cuadrado verde grande rugoso y un cuadrado verde pequeño liso en esas posiciones]



E: ¿Este sirve ahí? [Indicando con el dedo a la pieza que la alumna puso en la sexta posición y mostrándole a la alumna un cuadrado verde pequeño rugoso]

A3: No, porque es rugoso.

E: ¿Por qué no te sirve éste? [Mostrándole a la alumna el cuadrado verde pequeño rugoso]

A3: Porque, aquí no se repite [Tocando la primera y segunda pieza]

E: ¿En cuál no se repite?

A3: En ninguno.

E: ¿Pero acá sí? [Tocando la primera, tercera y quinta pieza]

[La alumna queda en silencio]

E: Acá hay rugoso, rugoso y rugoso [Tocando la primera, tercera y quinta pieza] y este también [Mostrándole a la alumna el cuadrado verde pequeño rugoso]

E: ¿En qué te das cuenta para poner éste acá [Indicando a la sexta pieza cuadrado verde pequeño liso]

[La alumna mira las piezas en silencio]

E: ¿En éstas? [Indicando con el dedo a la segunda, cuarta y sexta pieza]

[La alumna observa las figuras y cambia el cuadrado verde pequeño liso que ha puesto en la sexta posición por un círculo verde pequeño liso]

E: Ah, ¿Por qué esa?

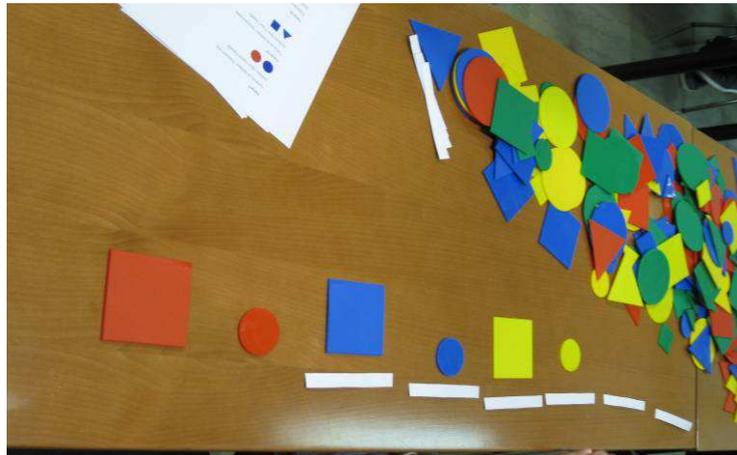
A3: Porque aquí no hay cuadrados [Indicando con el dedo a la segunda, cuarta y sexta pieza]

E: ¿Ahora si yo cambio éstas piezas por éstas? [Cambia la quinta pieza el cuadrado verde grande rugoso por un cuadrado amarillo grande rugoso y la sexta pieza el triángulo verde pequeño liso por un círculo amarillo pequeño liso] ¿Puedo?

A3: Sí.

E: ¿Por qué?

A3: Por que son como éstas dos, solo que de otro color [Indicando con la mano a las dos piezas que estaban anteriormente]



E: Bien, cambiamos de juego entonces.

Tarea 12

[El entrevistador pone un círculo rojo pequeño rugoso y un círculo azul grande liso]

E: ¿Qué sucede?

A3: Este es rugoso [Primera pieza] este es suave [segunda pieza] este es más grande [segunda pieza] y este es más pequeño [primera pieza]

E: ¿Cuál pondrías acá? [Indicando con la mano a la tercera posición]

[La alumna pone un círculo azul pequeño rugoso y luego un círculo azul grande liso]

E: ¿Por qué eso?

[La alumna saca la pieza que había puesto en la tercera posición, el círculo azul pequeño rugoso y pone en su lugar un círculo rojo pequeño rugoso]

E: ¿Y después?

[La alumna queda pensando]

E: Mira, si yo pongo esta acá [Un círculo amarillo pequeño rugoso, en la quinta posición] y luego esta [Un círculo amarillo grande liso, en la sexta posición] ¿Las podría poner?

A3: No porque no cambia el color.

E: Y si pongo esta [El entrevistador cambia el círculo grande liso por un círculo verde grande liso] ¿se puede o no?

A3: Si.

E: Porque no son del mismo color [indicando con los dedos a las dos piezas]

E2: Si hacemos esto [Cambia la tercera pieza un círculo rojo pequeño rugoso por un círculo verde pequeño rugoso] ¿lo podemos hacer?

A3: Sí.

E2: ¿Por qué?

A3: Porque cambia de color.

E2: Y si hacemos esto [Cambia la pieza que había puesto por un círculo verde pequeño liso] ¿lo podemos hacer?

A3: No, porque no es rugoso.

E2: Bien, vamos a otro juego.

Tarea 13

[El entrevistador pone un triángulo amarillo grande liso y un cuadrado rojo grande rugoso]

E: ¿Qué sucede?

A3: Esta es amarilla [Indica con el dedo a la primera pieza] esta es roja [Indica con el dedo a la segunda pieza] esta es lisa [Indica con el dedo a la primera pieza] ésta es rugosa [Indica con el dedo a la segunda pieza] ésta es cuadrada [Indica con el dedo a la segunda pieza] y ésta es triangular [Indica con el dedo a la primera pieza]

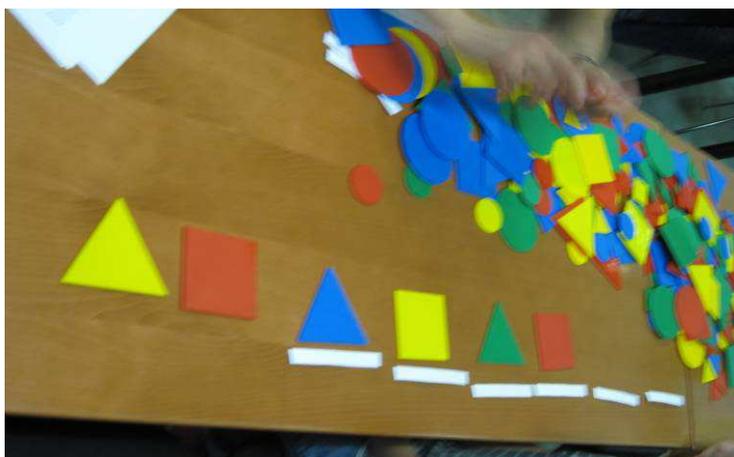
E: ¿En qué cambia?

A3: En todo lo que he dicho

[Ríen los entrevistadores y la alumna]

E: Entonces ¿Cuál pondrías acá de acuerdo a lo que tú me has dicho, si recuerdas? [Indicando con la mano a la tercera posición]

[La alumna pone triángulo azul grande liso, luego continua con un cuadrado amarillo grande y rugoso, un triángulo verde grande liso y un cuadrado rojo grande rugoso]



E: Cuéntame ¿Cómo lo has hecho?

A3: Porque éste [Toma la tercera pieza] es como éste [Indica con el dedo a la primera figura] y cambia en el color [Indica con la mano a la cuarta y tercera pieza]

E: Pero, para poner este triángulo [Toma la tercera pieza] ¿En qué te diste cuenta?

A3: Que no era el mismo color que éste [Indicando con el dedo a la primera pieza]

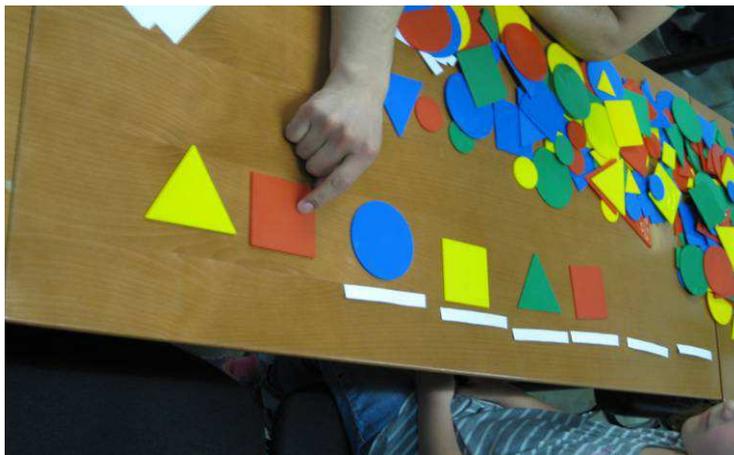
E: Ah, ¿Pero que era la misma figura?

A3: Sí.

E: Entonces tú te diste cuenta en la figura.

A3: Sí.

E: ¿Yo puedo poner esta aquí por ejemplo? [Saca el triángulo azul grande liso que esta en la tercera posición y pone en su lugar un círculo azul grande liso]



A3: No.

E: ¿Por qué?

A3: Porque aquí no hay ningún triángulo [Indicando con el dedo hacia el triángulo que está en la primera posición]

E: Pero, tú me habías dicho que las figuras cambian en forma, color y textura, mira ¿Qué pasa de aquí a acá? [Indica con el dedo las piezas que están en segundo y tercer lugar] ¿Cambian de acuerdo a lo que tú me has dicho o no? Obsérvalas.

[La alumna mira las piezas]

E: Porque de aquí a acá [indicando con el dedo la primera y segunda pieza] cambia en forma, color y textura. Y de aquí a acá [indicando con el dedo a la segunda y tercera figura] ¿Cambia en esos tres criterios o no?

[La alumna hace con su cabeza un gesto negativo]

E: ¿En qué son diferentes esas dos?

A3: Ésta es rugosa [Segunda pieza] ésta es suave [tercera pieza] ésta roja [Segunda pieza] ésta es azul [tercera pieza] ésta es cuadrada [Segunda pieza] y éste es un círculo [tercera pieza]

E: En tres aspectos. Es lo mismo que sucede en éstas figuras [Indicando con el dedo a las dos primeras]

A3: No, porque ésta es amarilla y es un triángulo [Indicando con el dedo a la primera figura]

E: Entonces tú me dices que siempre ahí debe ir un triángulo [Saca el círculo azul grande liso de la tercera posición y pone el triángulo azul grande liso]

[La alumna hace un gesto afirmativo con la cabeza]

E: Entonces de ir un triángulo ahí, ¿Pero puede ser un triángulo rojo por ejemplo? [Saca el triángulo azul y pone un triángulo rojo grande liso]

A3: No.

E: ¿Por qué no?

A3: Porque el color es el mismo. [Indicando con el dedo al cuadrado rojo grande rugoso que esta antes de esa pieza que ha puesto el entrevistador]

E: ¿Puedo poner ésta? [Saca el triángulo rojo grande liso de la tercera posición y pone un triángulo verde pequeño liso?]

A3: No.

E: ¿Por qué no?

A3: Porque es más pequeño.

E: ¿Y éste azul puede ir?

A3: Sí.

E: ¿Por qué?

A3: Porque es del mismo tamaño, es suave y es triángulo.

E: ¿Es suave con cuál? ¿A cuál se parece?

[La alumna indica con su mano a la sexta pieza y a la primera]

E: Bien, vamos a la otra entonces.

Tarea 14

[El entrevistador pone un cuadrado azul grande liso y un triángulo amarillo pequeño rugoso]

E: ¿Qué sucede?

A3: Esta es suave [Toma la primera pieza] esta es rugosa [Toma la segunda piezas] ésta es pequeña [Toma la segunda piezas] ésta es grande [Toma la primera pieza] ésta es azul [Toma la primera pieza] ésta es amarilla [Toma la segunda piezas] éste es un triángulo [Toma la segunda piezas] y este es un cuadrado [Toma la primera pieza]

E: ¿Cuál pondrías tú por acá por ejemplo? [Indicando con la mano hacia la tercera posición]

[La alumna pone un cuadrado azul grande liso, luego pone un triángulo rojo pequeño liso]

E: ¿Por qué ese triángulo pequeño? [Indicando con el dedo el triángulo rojo pequeño liso que la alumna puso en la cuarta posición]

[La alumna lo toma y lo saca]

E: ¿Por qué no se puede poner?

A3: Porque es suave.

[La alumna toma un triángulo rojo pequeño rugoso y lo ubican en la tercera posición]

E: ¿Por qué tiene que ir rugoso?

A3: Porque aquí es rugoso [Indica con el dedo a la segunda figura]

E: Ah, ¿Y después? [Indicándole con el dedo para que continúe poniendo piezas]

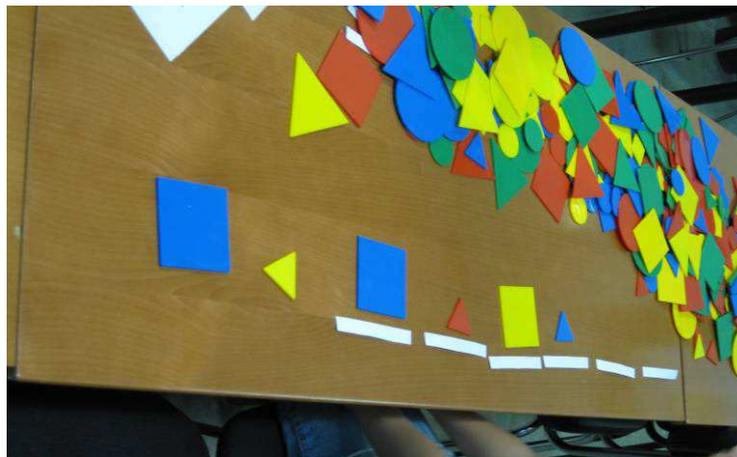
[La alumna en la quinta posición puso un cuadrado amarillo grande liso y luego un triángulo azul pequeño rugoso]

E: ¿Y por qué eso?

A3: Porque es lo mismo que esto [Indica con los dedos las dos primeras piezas]

E: Ah ¿Es lo mismo que eso y que eso? [Indicando a la tercera y cuarta pieza y luego a la primera y segunda pieza]

A3: Sí.



E2: ¿Pon más piezas?

[La alumna continúa con un cuadrado amarillo grande liso y luego con un triángulo azul pequeño rugoso]

E: ¿Puedo poner esta o no? [Saca el cuadrado amarillo grande liso que está en la séptima posición y pone un cuadrado azul grande liso]

A3: No.

E: ¿Por qué no?

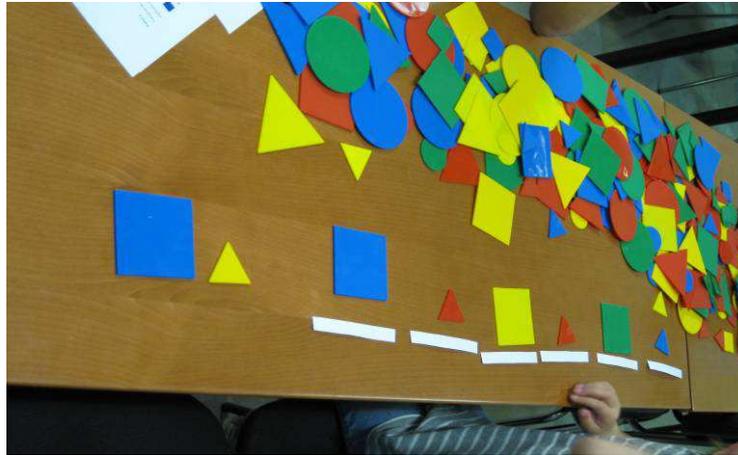
A3: Porque es del mismo color.

E: ¿Qué cuál?

A3: De ésta [Indicando con una pieza a la octava pieza]

E: Si yo te cambio ahora [Cambia la segunda pieza por un triángulo amarillo pequeño liso] ¿Cuáles pondría? [Además saca todas las piezas que había puesto la alumna]

[La alumna pone un cuadrado azul grande liso, un triángulo rojo pequeño liso, un cuadrado amarillo grande liso, un triángulo rojo pequeño liso, un cuadrado verde grande liso y un triángulo azul pequeño liso]



E: ¿Qué se repite en las primeras?

A3: En que las dos son suaves.

E: ¿Es lo único que se repite?

A3: En lo que yo veo sí.

E2: Te voy hacer un cambio, mira te voy a poner esta aquí [Saca el cuadrado azul grande liso que esta en la tercera posición y pone un círculo verde grande liso] ¿Se podría poner ahí?

A3: No, porque no es cuadrado [Indicando con el dedo la primera pieza]

E: ¿Podría poner este aquí? [Saca el triángulo rojo pequeño liso que esta en la cuarta posición y pone en su lugar un triángulo rojo pequeño liso]

A3: Sí.

E2: Ahora lo que vamos hacer es que tú te vas a inventar una, la tienes que hacer súper difícil, piénsalo, tu pones dos pieza.

[La alumna pone un triángulo rojo grande liso y un círculo azul pequeño liso]

[El investigador pone un triángulo azul grande rugoso, un círculo amarillo pequeño liso y un triángulo rojo grande liso]

E: ¿Esta bien?

A3: No, porque [Indica con la mano la segunda y tercera pieza]

E: La tengo que cambiar

A3: Sí.

[El entrevistador cambia la tercera pieza el triángulo azul grande liso por un cuadrado verde grande liso]

Ia: ¿Esta bien?

A3: No.

E: Ah, porque esta es lisa y tiene que ser rugosa [El entrevistador cambia la pieza que había puesto en tercer lugar por un cuadrado verde grande rugoso]

E: ¿Esta bien?

A3: No.

E: Tampoco.

[Cambia la pieza por un triángulo azul grande rugoso]

E: ¿Me sirve?

A3: No.

E: ¿Por qué no?

A3: Porque son del mismo color [Indicando con los dedos a la segunda y tercera pieza]
[Luego la cambia nuevamente por un triángulo rojo grande liso]

E: ¿Esta bien?

A3: Tampoco, porque son las dos suaves [Indicando con los dedos a la segunda y tercera pieza] y ésta es [indica con el dedo a la primera pieza]

E: Ah, tiene que ir en relación a esa [Aludiendo a la primera pieza]

Ia: Entonces yo puedo poner ésta [Un triángulo rojo grande rugoso]

A3: Sí.

E: También ¿Puedo poner esta? [Un triángulo verde grande rugoso]

A3: Sí.

E: Y sí cambio ésta [Cambia la cuarta pieza por un círculo azul pequeño rugoso]

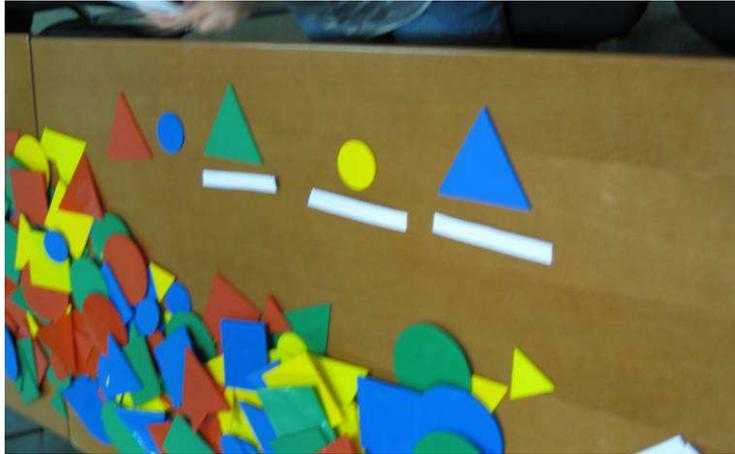
A3: No.

E: ¿Y ésta está bien? [Indicando con el dedo a la quinta pieza]

A3: No.

E: ¿Cuál pondrías tú por ejemplo?

[La alumna pone un triángulo azul grande rugoso en la quinta posición]



E: ¿Cómo hiciste el juego?

A3: Fue algo que se me paso por la cabeza.

E: ¿Y qué se te paso por la cabeza?

[La alumna indica con los dedos las dos primeras piezas]

E: ¿Y eso que significa?

E2: ¿Cómo te dabas cuenta cuando él ponía una pieza y estaba bien o mal, en que te fijabas?

A3: En ésta [La alumna toca la primera pieza]

E: ¿En qué más?

A3: Y en los colores.

E: ¿Por qué se iban repitiendo los colores?

[La alumna contesta]

E: ¿En la forma parece que también? Porque yo te puse éste por éste [Cambia el triángulo verde grande rugoso que esta en la tercera posición por un cuadrado rojo grande rugoso] ¿Y ese no me servía?

A3: No.

E: ¿Por qué, qué forma tiene que tener?

A3: Triángulo. [Toma y muestra el primer triángulo]

E: ¿Quieres inventar otra?

E: Más fácil.

[La Alumna pone un triángulo rojo grande liso y un cuadrado azul pequeño rugoso]

[El entrevistador pone en la tercera posición un círculo rojo grande liso]

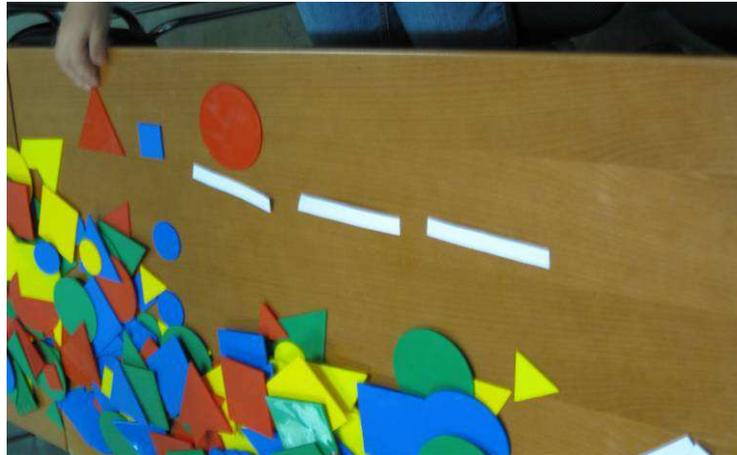
A3: No.

E: ¿Por qué no?

A3: Porque ésta [Primera pieza triángulo rojo grande liso] no es igual a ésta [Tercera pieza círculo rojo grande liso]

E: Pero mira, de aquí a acá [Aludiendo a la primera y segunda pieza] cambia la forma, el tamaño, el color y la textura, éste es suave [Primera pieza] y éste es rugoso [Segunda pieza] y de aquí a acá [Aludiendo a la segunda y tercera pieza] también cambia el color, la forma, el tamaño y la textura. ¿Me podría servir?

A3: No.



E: Entonces si yo pongo éstas ¿Me sirven?

[El entrevistador saca el círculo rojo grande liso y pone un triángulo rojo grande liso un cuadrado azul pequeño rugoso un triángulo rojo grande liso y un cuadrado azul pequeño rugoso]

A3: Si.

E: ¿Por qué?

A3: Porque son lo mismo [Indica con el dedo cada figuras]

E: Eso es todo, muy bien.

