



UGR

Universidad  
de Granada

# ALTERNATIVAS MATEMÁTICAS DE ENSEÑANZA EN LOS SISTEMAS DE ECUACIONES

Memoria TRABAJO FIN DE MÁSTER realizada bajo la tutela del Doctor José Luis Lupiáñez Gómez, perteneciente al Departamento de la Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada que presenta María Martín Rodríguez, dentro del Máster Universitario de Formación de Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, en la especialidad de Matemáticas.

Fdo: María Martín Rodríguez

VºBº del Tutor

Fdo: José Luis Lupiáñez Gómez



# CONTENIDO

<b>CAPÍTULO I</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<hr/>		
<b>CAPÍTULO II</b>	<b>FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA</b>	<b>3</b>
	REVISIÓN CURRICULAR	3
	ANÁLISIS DIDÁCTICO	6
<hr/>		
<b>CAPÍTULO III</b>	<b>DISEÑO DEL TRABAJO EMPÍRICO</b>	<b>9</b>
	PERFIL ECONÓMICO Y SOCIAL	9
	CARACTERÍSTICAS DEL ALUMNADO	10
	ESCUELA INCLUSIVA	10
	INFLUENCIA DEL TRABAJO COOPERATIVO	10
	DISEÑO DE LA INTERVENCIÓN	13
	INSTRUMENTOS UTILIZADOS	14
	DISEÑO DE TAREAS	14
	EVALUACIÓN	16
<hr/>		
<b>CAPÍTULO IV</b>	<b>TRABAJO EMPÍRICO</b>	<b>17</b>
	SESIONES DE LA UNIDAD	17
	SESIÓN 1	18
	SESIÓN 2	20
	SESIÓN 3	23
	SESIÓN 4	28
	SESIÓN 5	30
	SESIÓN 6	33
	SESIÓN 7	40
	SESIÓN 8	42
	ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD	43
<hr/>		
<b>CAPÍTULO V</b>	<b>RESULTADOS, CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS DE ACTUACIÓN</b>	<b>45</b>
<hr/>		
<b>CAPÍTULO VI</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>47</b>
<hr/>		
<b>CAPÍTULO VII</b>	<b>ANEXOS</b>	<b>49</b>
	ANEXO I ANÁLISIS DIDÁCTICO	49
	ANÁLISIS DE CONTENIDO	50
	DESARROLLO HISTÓRICO	50
	ESTRUCTURA CONCEPTUAL	53
	SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN	56
	FENOMENOLOGÍA	57
	ANÁLISIS COGNITIVO	59
	EXPECTATIVA DE APRENDIZAJE	59
	ANÁLISIS DE LAS LIMITACIONES	62
	OPORTUNIDADES DE APRENDIZAJE	64
	ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN	67

FASE DE INICIO	68
FASE DE DESARROLLO	73
FASE DE CIERRE	91
EVALUACIÓN	100
ANEXO II_PRUEBA ESCRITA REALIZADO AL ALUMNADO DE 2º ESO	103
ANEXO III_CUESTIONARIO SEGUIMIENTO METODOLOGÍA	104
ANEXO IV_CUESTIONARIO FINAL COMO DOCENTE	105
ANEXO V_CUESTIONARIO TUTOR DE PRÁCTICAS	106

# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN

Este trabajo pretende ser una muestra de una alternativa docente sobre una unidad desarrollada en un aula de Enseñanza Secundaria Obligatoria. Se aborda desde un estudio previo y una fase de observación del alumnado, sus necesidades y estímulos en la enseñanza de las Matemáticas ligado a un estudio y planificación de las sesiones que se van a llevar a cabo. Se realiza con la intención de que el alumnado tenga un interés mayor hacia este área del que se ha podido observar.

Desde unos años hasta hoy en día, la metodología de la enseñanza está cambiando conforme avanzan los años (Escardibul y Mediavilla, 2016). Nos encontramos en una época en la que la tecnología y los medios informáticos nos rodean en todos los ámbitos, por lo que también se aplica en los centros docentes (pizarras digitales, Ipad...) La aplicación de recursos informáticos y docentes innovadores, no sólo en las Matemáticas sino también en todas las asignaturas que conforman el currículo, hace que las materias se vean como algo atractivo en el que el alumnado adquiera conocimientos que se puedan aplicar a la vida real. De esta forma, éste ve una utilidad en todo lo que aprende en el interior del centro.

Cuando un conocimiento es ilustrado al alumnado, de forma diferente y atractiva, en el que pueda interactuar con sus compañeros, tiene una óptima predisposición a seguir continuando con su interés hacia la materia. Cuando esto se produce, involuntariamente, este interés se lleva a otras materias en las que poder aprender por esa misma vía. Este cambio debe hacerse sobre todo en centros donde se tiene un porcentaje de abandono de los estudios medio - alto. Se produce un cambio en la metodología de enseñanza que ayuda tanto al alumnado como al profesorado.

Los sistemas de ecuaciones es un concepto algebraico que anteriormente no se ha visto ya que pertenece al currículo del segundo curso de la Enseñanza Secundaria (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2014). Es en este momento cuando después de estudiar las ecuaciones lineales y tener una base previa, se introducen los sistemas de ecuaciones. Por este motivo y al ser una unidad nueva, uno de los mayores objetivos era la importancia de crear una buena base sobre este tema, para que en niveles educativos superiores puedan desarrollar con soltura actividades relacionadas.

La decisión en la elección de este tema para el Trabajo Fin de Máster fue estudiada durante el periodo de observación de las prácticas en el centro IES Zaidín - Vergeles en el que pude ver muy acertada la aplicación de una metodología nueva a la hora de explicar conceptos no vistos anteriormente, en mi caso los sistemas de ecuaciones, con unos resultados posteriores muy gratificantes, considerados en el capítulo V del presente trabajo. Estos resultados se plasman en un estudio realizado mediante los ejercicios propuestos, la puesta en práctica de la metodología y los objetivos cumplidos que se pusieron desde un principio para este Trabajo Fin de Máster.

Este trabajo sigue un orden claro y detallado en los puntos que lo forman desde una visión general llegando al análisis particular de las sesiones empíricas y las actividades que las acompañan. A continuación se detalla el contenido de cada uno de los capítulos:

Para comenzar, en el capítulo II se hará una justificación del por qué de este trabajo y su adaptación a una clase real de 2º ESO, su fundamentación tanto pedagógica/docente como teórica desde el punto de vista legal, haciendo mención a la normativa de la que nace (decretos, leyes...). Tras este primer

punto, se redactará el análisis didáctico del tema para fundamentar la unidad que se lleva a cabo en el aula, que englobará el análisis de contenido, cognitivo y de instrucción. Este capítulo se desarrolla en toda su extensión en el anexo 1\_ANÁLISIS DIDÁCTICO. Se dará respuesta a los contenidos desde el punto de vista conceptual y procedimental junto con las posibles formas de representación de los contenidos expuestos. Con el análisis cognitivo tenemos las expectativas ajustadas a la unidad y nivel escolar, las dificultades o errores y limitaciones que pueden surgir en el alumnado una vez explicada la unidad y cuáles son las herramientas más adecuadas para poder evitar dichos errores.

Seguidamente, en el capítulo III se hará una descripción general del centro y de la clase en la que se ha llevado a cabo la intervención didáctica, junto con el desarrollo del diseño de dicha intervención, las tareas con su correspondiente complejidad, cómo todo esto se puede adaptar a la escuela inclusiva, sus grandes beneficios para los estudiantes y a su vez para el profesorado. Uno de los puntos importantes es el trabajo cooperativo que se ha incluido en cada una de las tareas que se han desarrollado al igual que en el transcurso de la unidad y su explicación.

En el capítulo IV se describirá el trabajo empírico que se ha llevado a cabo, desde las sesiones expuestas al alumnado como la prueba escrita final. Se podrá ver la secuenciación de cada sesión con sus actividades y las explicaciones didácticas. Las características didácticas de cada actividad se pueden consultar en el anexo I en el apartado de ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN. Para terminar este capítulo se plasma cómo se ha desarrollado la atención a la diversidad para esta clase en la que se lleva a cabo la realización de este Trabajo Fin de Máster.

Seguidamente en el capítulo V se muestran las conclusiones sobre el trabajo empírico desarrollado y cómo este ha influido en el aprendizaje del alumnado y en el mío propio. Se detallan líneas futuras de actuación, en el que este tipo de intervención docente llegando al ámbito pedagógico, puede adaptarse a otras unidades didácticas de Matemáticas, ya que son recursos y destrezas que son flexibles. Al igual que se produce esta adaptación dentro de la misma materia, se puede extrapolar a otras asignaturas que estén dentro del currículo tanto de la Enseñanza Secundaria Obligatoria como en Bachillerato. En este mismo capítulo se expondrán las conclusiones tanto particulares sobre este Trabajo Fin de Máster, las dificultades encontradas a la hora de estructurar las sesiones y las actividades, así como ciertas decisiones generales durante este periodo, haciendo mención a los conocimientos adquiridos en el Máster de Profesorado.

El capítulo VI, engloba la totalidad de la bibliografía en la que aparecen los documentos, artículos, páginas web... consultada y utilizada.

Para terminar, en el capítulo VII se desarrollan los anexos, un total de cinco, que en este caso engloba el análisis didáctico, como se ha explicado anteriormente, junto con los modelos usados de examen y de cuestionario final como docente, así como otros documentos utilizados durante esta intervención.

# CAPÍTULO II

## FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Este capítulo se divide en dos apartados diferenciando en el primero el encuadre del currículo dentro del aula y centro en el que nos encontramos. El segundo apartado se centra en la introducción del análisis didáctico que se desarrollará en mayor profundidad en el anexo I.

### REVISIÓN CURRICULAR

La implementación de la unidad de este Trabajo Fin de Máster tuvo su periodo de estudio durante la fase de observación de las prácticas en el centro IES Zaidín - Vergeles situado en la ciudad de Granada. Este periodo tuvo una duración de seis semanas desde el 17 de febrero al 6 de abril del presente año.

Durante los primeros días pude captar cómo la mayoría del profesorado de este centro tanto en reuniones de tutores como en otras, hacían referencia a que un curso de la Enseñanza Secundaria Obligatoria, en concreto 2º, era de los más complicados tanto en enseñanza como aprendizaje en cualquiera de las materias. Mostraban su falta de interés tanto por las Matemáticas como por otras asignaturas, escasa motivación y bajos resultados académicos. Por tanto veía una estupenda oportunidad que mi Trabajo Fin de Máster pudiera centrarse en una intervención docente en este nivel y ver las consecuencias que ello conlleva tanto en mí como docente en prácticas como en el alumnado.

Pude ver cómo era el comportamiento del alumnado, sus necesidades e inquietudes y si podría adecuarse esta actuación educativa. En este periodo de observación me vi reflejada en ellos/as y en cómo me hubiera gustado que un docente en prácticas llevara a cabo la gestión de una unidad matemática con otros recursos tanto innovadores como didácticos. A su vez tuve la impresión de que el trabajo cooperativo era algo esencial para este alumnado. Podría aumentar su motivación ante la materia de Matemáticas con tareas y ejercicios que incluyeran el trabajo cooperativo de alguna u otra forma. Cada grupo y sesión es distinta una de otra por lo que en mi opinión hay que saber adaptarse e intentar sacar lo mejor de cada una. Por este motivo creo que tener un amplio abanico de recursos es algo fundamental en esta actividad profesional.

Por tanto, una vez observado el aula y con la aprobación tanto de mi tutora de prácticas como del supervisor del Trabajo Fin de Máster, se decidió hacer una intervención docente cambiando la metodología de las sesiones en la unidad didáctica de 2º ESO, "Sistemas de ecuaciones". Tuve total libertad a la hora de diseñar las sesiones ya que mi tutora de prácticas quiso que pudiera innovar en el aula y me dio facilidades para llevarla a cabo.

Aunque la metodología se ha cambiado, el contenido curricular se ha mantenido el mismo que se establece en la normativa vigente. A continuación vamos a remitirnos a la normativa que va a sustentar este trabajo. La finalidad del currículo es la organización de los contenidos con la legislación educativa del momento y la función del docente. Nos ayuda a tener una correcta planificación de los contenidos y a su vez de las actividades. La Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, fue modificada por la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006) en la que define la palabra currículo como *la regulación de los elementos que determinan los procesos de*

*enseñanza y aprendizaje para cada una de las enseñanzas. El currículo estará integrado por los objetivos de cada enseñanza y etapa educativa; las competencias, o capacidades para activar y aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza de cada uno de los niveles que se engloba en esta etapa educativa.*

El capítulo titulado ANÁLISIS DIDÁCTICO tendrá una explicación en el capítulo II y se podrá encontrar desarrollado en toda su extensión en el anexo I. Estará centrado en los tres niveles de análisis (de contenido, cognitivo y de instrucción) y para ello nos basaremos en determinados estudios desarrollados en la Universidad de Granada durante los últimos años (Lupiáñez y Rico, 2008; Lupiáñez 2009; Gómez y Lupiáñez, 2007).

Las actividades que se han propuesto en esta unidad se han desarrollado poniendo ejemplos que consistirán en situaciones cotidianas, reales conocidas o no, pero en su gran mayoría, relacionadas con la vida del alumnado. Con esto se pretende potenciar que los alumnos y alumnas vean el importante uso funcional y la debida aplicación de las Matemáticas y en este caso en particular de los sistemas de ecuaciones, ya que el álgebra es un concepto con gran dificultad conceptual para el alumnado que lo ven como algo abstracto. Conocer cómo las Matemáticas dan respuesta a gran parte de la problemática que se puede presentar a nuestro alrededor es una de las premisas que puse en un principio.

En la realización de esta alternativa de enseñanza en las Matemáticas se ha tenido en cuenta la normativa vigente. En España se tienen ciertas modificaciones curriculares gracias a la introducción de la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) 2/2013 de 9 de diciembre, cuyo contenido sustituye a la Ley Orgánica 2/2006 de 3 de mayo de la LOE. A nivel autonómico de Andalucía, la ley puesta en práctica es la LEA (Ley de Educación de Andalucía) cuyo contenido se basa en la LOE. Como se ha dicho en la introducción y en el principio de este capítulo, este trabajo está dirigido a los alumnos y alumnas de 2º ESO.

En el centro en el cual se ha realizado la intervención docente se está aplicando tanto LOE como LOMCE puesto que han realizado una mezcla del temario pero no se ha llegado a implantar la LOMCE en la totalidad de los niveles académicos. En 2º ESO se explica la unidad de los sistemas de ecuaciones tal y como se estipula en la LOMCE pero se aplican los contenidos recogidos en la LOE.

A nivel nacional la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa del 9 de diciembre de 2013 asienta los contenidos relacionados a los sistemas de ecuaciones que vienen reglados en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo correspondiente a la Enseñanza Secundaria Obligatoria (BOE nº3, de 3 de enero 2015), donde introduce el álgebra en el bloque II titulado "Números y álgebra", estableciendo los mismos contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje tanto para 1º ESO como para 2º ESO. Esto ocurre para el primer y tercer curso de ESO, mientras que para el segundo curso, donde se va a aplicar la metodología, viene reglado mediante el RD 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.

A nivel autonómico, se establece la Orden del 10 de agosto de 2007 para este curso de secundaria que regula las enseñanzas en Andalucía.

Según esta normativa, Real Decreto 1631/2006 de 29 de diciembre, en la que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, podemos ver los siguientes contenidos que se corresponden al bloque 3 de álgebra (Ministerio de Educación, 2006):

*El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmu-*



*las y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades.*

*Obtención del valor numérico de una expresión algebraica.*

*Significado de las ecuaciones y de las soluciones de una ecuación.*

*Resolución de ecuaciones de primer grado. Transformación de ecuaciones en otras equivalentes. Interpretación de la solución.*

*Utilización de las ecuaciones para la resolución de problemas. Resolución de estos mismos problemas por métodos no algebraicos: ensayo y error dirigido.*

Los criterios de evaluación vinculados a estos contenidos son los siguientes (Ministerio de Educación, 2006):

*Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar, generalizar e incorporar el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado como una herramienta más con la que abordar y resolver problemas.*

*Se pretende comprobar la capacidad de utilizar el lenguaje algebraico para generalizar propiedades sencillas y simbolizar relaciones, así como plantear ecuaciones de primer grado para resolverlas por métodos algebraicos y también por métodos de ensayo y error. Se pretende evaluar, también, la capacidad para poner en práctica estrategias personales como alternativa al álgebra a la hora de plantear y resolver los problemas. Asimismo, se ha de procurar valorar la coherencia de los resultados.*

En la programación didáctica de Matemáticas del centro IES Zaidín-Vergeles se desarrolla la siguiente secuenciación de contenidos según RD 1631/2006 para LOE, que son los siguientes (IES Zaidín-Vergeles, 2015):

*Expresiones algebraicas.*

*El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones.*

*Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades.*

*Obtención del valor numérico de una expresión algebraica.*

*Ecuaciones de primer grado y segundo grado.*

*Significado de las ecuaciones y de las soluciones de una ecuación.*

*Resolución de ecuaciones de primer grado. Transformación de ecuaciones en otras equivalentes. Interpretación de la solución.*

*Utilización de las ecuaciones para la resolución de problemas. Resolución de estos mismos problemas por métodos no algebraicos: ensayo y error dirigido.*

*Sistemas de ecuaciones*

*Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Métodos algebraicos de resolución y método gráfico. Resolución de problemas.*

Los contenidos anteriores tienen asociados unos criterios de evaluación según RD 1631/2006 que se muestran a continuación (IES Zaidín-Vergeles, 2015):

*Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar, generalizar e incorporar el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado como una herramienta más con la que abordar y resolver problemas.*

Según la programación didáctica del departamento de Matemáticas del centro para el curso 2015/2016, enfatiza el uso de programas informáticos para conseguir así un aumento de la motivación del alumnado. Esto se puede hacer a través del juego como se verá en el desarrollo de las sesiones (capítulo IV).

En la Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía (Junta de Andalucía, 2007) se añaden ciertos matices como son *la resolución de problemas, la dimensión social, histórica y cultural de las matemáticas, y el uso de herramientas TIC*.

El currículo de Secundaria para el segundo curso, como se ha podido ver, se centra sobre todo en el lenguaje algebraico y en su representación para situaciones reales. En el primer curso de la educación secundaria se hace una introducción al álgebra pero es en el segundo donde se inicia a los estudiantes al lenguaje algebraico en mayor profundidad, introduciendo así los sistemas de ecuaciones. Se da mucha importancia a la interpretación del resultado obtenido tanto en una ecuación lineal como en un sistema de ecuaciones con dos incógnitas. Este punto será importante también en la intervención docente.

## ANÁLISIS DIDÁCTICO

En este epígrafe se va a hacer una introducción al análisis didáctico para tener una noción de cuál es su función y por qué es tan necesario. En el anexo I\_ANÁLISIS DIDÁCTICO se completará extensamente.

El análisis didáctico es una útil herramienta que nos ayuda a estructurar y organizar una unidad, en este caso de Matemáticas, de cara a la identificación y el análisis de cualquier problemática que se pueda presentar a la hora de su enseñanza. Está ligado directamente con el ejercicio profesional del docente. Me ha sido de gran ayuda ya que he podido tener en cuenta los posibles errores o dificultades que se podían presentar al igual que se tiene estructurada y organizada toda la información referente a esta unidad.

Este análisis está compuesto a su vez por tres componentes que son el análisis de contenido (dimensión cultural), el análisis cognitivo (magnitud cognitiva) y por último el análisis de instrucción (magnitud formativa), correspondientes a cada una de las dimensiones de las que consta el currículo. Para terminar indicaremos el análisis de actuación (magnitud social) como el resultado didáctico de todo lo visto anteriormente. Esta estructura es la que se ha mostrado durante las clases teóricas del Máster Universitario de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas en este presente curso 2015/16. Se han tomado apuntes de los trabajos de Gómez (2007), Lupiáñez (2009) y Rico (1997).

Para tener un orden claro en este capítulo y en el Anexo I, se seguirá la siguiente estructura:

**Análisis didáctico****Análisis de contenido**

Desarrollo histórico  
 Estructura conceptual  
 Sistemas de representación  
 Fenomenología

**Análisis cognitivo**

Expectativa de aprendizaje  
 Análisis de las limitaciones  
 Oportunidades de aprendizaje

**Análisis de instrucción**

Complejidad de las tareas  
 Fase de inicio  
 Fase de desarrollo  
 Fase de cierre  
 Recursos y materiales didácticos

Como primer punto, haremos referencia al análisis de contenido en el que se ve la dimensión cultural y su contexto en el currículo cuyo objetivo es organizar e identificar los conceptos, conocimientos y procedimientos relevantes de la unidad, en este caso “Sistemas de ecuaciones”.

Dentro del análisis de contenido podemos ver distintos apartados, numerados a continuación:

- Desarrollo histórico: se hará una cronología desde el nacimiento del álgebra pasando por numerosas culturas en las que el álgebra matemático ha sido fundamental en la resolución de problemas cotidianos. Se verá cómo ha evolucionado para los babilonios, la población china, griega, egipcia o la japonesa.
- Estructura conceptual: dentro de este apartado se verá una organización formal siguiendo el trabajo de Rico (2007) organizándose en conceptual y procedimental. Como complemento se realizará un mapa conceptual con diversos focos en el que se podrá ver la totalidad de la unidad didáctica.
- Sistemas de representación: En Matemáticas tenemos conceptos que pueden ser representados mediante símbolos, gráficos o números. Cada una de ellas es un sistema de representación.
- Fenomenología: El último punto que se va a ver en el análisis de contenido es la fenomenología en el que se pueden ver las conexiones de los conceptos con el mundo real. Se pueden tener situaciones personales, educativas, laborales o científicas.

Teniendo el análisis de contenido bien definido, el siguiente apartado a estudiar será el análisis cognitivo. Se seguirá la consecución de los puntos de Lupiáñez (2009), el cual tiene una estructura desarrollada de la siguiente manera :

- Expectativas de aprendizaje: dentro de la estructura curricular podemos tener como un punto importante establecer qué es lo que queremos que el alumnado aprenda con cada unidad.
- Análisis de las limitaciones: junto con la enseñanza curricular podemos detectar errores y dificultades en el aprendizaje. Éstos deben tenerse presentes para que el alumnado pueda realizar las actividades con unos resultados adecuados.

- Oportunidades de aprendizaje: se proponen tareas en las que se puedan alcanzar las expectativas del apartado primero de este bloque y solucionar las limitaciones.

Finalmente, nos centraremos en el último punto del análisis didáctico que trata sobre el análisis de instrucción, el cual se focaliza en el diseño y estructura de las tareas planteadas en la unidad. Estas tareas llevan una secuenciación de complejidad que se pueden dividir en tres niveles: fase de inicio, fase de desarrollo y fase de cierre.

Todos estos organizadores están comentados con total extensión en anexo I\_ANÁLISIS DIDÁCTICO.

Como conclusión decir que este análisis me ha permitido llevar una consecución de las explicaciones y actividades de forma ordenada estructurando cada sesión de forma homogénea y destacando los aspectos más relevantes de la unidad, a la vez que el desglose de cada una de las tareas me ha llevado a identificar el nivel de dificultad y su repercusión de cara al alumnado.

# CAPÍTULO III

## DISEÑO DEL TRABAJO EMPÍRICO

En este capítulo se van a desarrollar varios apartados relacionados con el entorno socio-cultural y estudiantil del alumnado, cómo se puede implementar e influir el trabajo cooperativo y algunas nociones sobre la escuela inclusiva. Posteriormente se diseña la intervención y las correspondientes tareas que la sostienen al igual que se plantea la evaluación que se va a llevar a cabo. Es una introducción de cara al trabajo empírico del capítulo IV.

### PERFIL ECONÓMICO Y SOCIAL

El IES Zaidín - Vergeles es un centro público situado en el barrio del Zaidín (C/ Primavera), uno de los barrios de la ciudad de Granada de mayor extensión y desarrollo, rodeado de viviendas unifamiliares y bloques de pisos, con una población de más de cien mil habitantes. Los alumnos/as que acuden al centro provienen tanto del mismo barrio del Zaidín como de pueblos periféricos de Granada como son Cájar, Monachil, Huétor Vega, La Zubia, Armilla, Cenes de la Vega o Pinos Genil. A su vez encontramos un porcentaje bajo de alumnos/as de diferentes nacionalidades, la mayoría provenientes del norte de África y Sudamérica.

El centro cuenta con unas instalaciones de gran envergadura ya que posee una superficie construida de 7726 m<sup>2</sup> para poder dar cabida a más de 1800 alumnos/as. El acceso está adaptado para personas con movilidad reducida con una rampa de entrada y ascensor que facilitan su circulación por el interior del edificio. El horario de apertura del centro es de 8 horas de la mañana hasta 22 horas de la noche.

El IES Zaidín - Vergeles posee el certificado AENOR por Centro de Calidad desde marzo del 2004. Se imparte una oferta educativa muy amplia desde Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato diurno y nocturno, Formación Profesional... Todos estos niveles son posibles impartirlos debido a las grandes instalaciones que dispone el centro.

Centrándonos en la Enseñanza Secundaria Obligatoria hay dos líneas en los cuatro cursos de este nivel. Desde el curso 2014/2015 el IES Zaidín - Vergeles es un centro bilingüe por tanto ciertas asignaturas se imparten en inglés. Poseen metodologías innovadoras como: agenda escolar (incluyendo PASEN), medidas de atención a la diversidad del alumnado, comunidades de aprendizaje, trabajo por proyectos, aula de convivencia y aula solidaria. El mayor número de actitudes incívicas se producen en los niveles de 1º y 2º ESO. Hay alumnos/as que no quieren permanecer en el sistema educativo por tanto durante las clases no hacen nada, interrumpen y no dejan a sus compañeros y al profesor que continúe la clase.

De forma general, la situación socio-económica que hay en el centro presenta aspectos muy variables, desde niveles medio - bajos a medio - altos y altos en algunas ocasiones. Las familias proceden del propio barrio del Zaidín y localidades del cinturón granadino.

## CARACTERÍSTICAS DEL ALUMNADO

La clase de 2º ESO en la que voy a implementar mi unidad didáctica se compone por un grupo de 30 adolescentes, teniendo un número de chicos y chicas en una misma proporción. Todos son de nacionalidad española residentes en el mismo barrio o en localidades próximas al centro.

En general hay un bajo porcentaje del alumnado que no tiene interés por el estudio tanto en Matemáticas como en otras materias del currículo. Los datos obtenidos de esta clase con relación a la calificación en el ámbito de las Matemáticas con respecto al año anterior es que a excepción de cinco o seis alumnos/as que la tienen suspensa, el resto ha aprobado esta asignatura con una calificación de cinco o en algunos casos de seis. Destacar un porcentaje bajo de alumnos/as que si obtuvieron una buena calificación en 1º ESO.

De la totalidad del alumnado presente en este aula, un 50% ha repetido una vez el curso de 1º ESO, aunque hay casos en los que se ha repetido algún curso de Educación Primaria. También cabe destacar que dos alumnos no han promocionado dos veces a lo largo de su carrera estudiantil.

El nivel económico - social de las familias que tienen a sus hijos en este centro es de nivel medio. Hemos podido ver casos en el que podría ser medio - bajo o incluso medio - alto. La mayoría de los progenitores desarrollan alguna determinada actividad remunerada, siendo ésta en un mayor porcentaje dedicada al sector servicios. He podido observar cómo una gran parte del alumnado tiene a sus padres desplazados por motivos laborales. Este hecho hace que a veces el hijo/a tenga dificultades de atención o concentración y esto repercute en sus calificaciones que suelen ser bajas. En los núcleos biparentales, hay situaciones en las que la madre no desarrolla ninguna actividad por lo que está dedicada a labores domésticas, u otras actividades como camareras, limpiadoras o dependientas... un porcentaje alto en el sector servicios como se ha hablado anteriormente.

El nivel cultural de las familias y por tanto del alumnado es medio. Un porcentaje bajo ha realizado estudios superiores universitarios. El resto posee estudios de distintos niveles educativos.

## ESCUELA INCLUSIVA

Uno de los aspectos que como docentes debemos promover es la escuela inclusiva. Se plantea una educación donde la diversidad se ve como un valor positivo que puede ayudar al enriquecimiento educativo. Se da una educación basada en la diversidad del alumnado, potenciando sus cualidades y valores teniendo una unidad en el aula que favorece el aprendizaje. Se basa en una escuela diseñada al tipo de alumnado que se tiene, donde se da una diversidad de necesidades y por tanto distintos niveles de competencias.

Este tipo de aprendizaje hace que se promueva la integración social y educativa, donde todo el alumnado es igual y no existen diferencias económicas, culturales o sociales, éstas se dejan a parte. Se potencia el trabajo cooperativo del que se hablará posteriormente. El centro educativo debe adaptarse al alumnado que tiene anualmente en general y concretamente en cada aula, ya que es el núcleo más pequeño en el que se va a actuar de forma docente.

Se pueden ver algunas ventajas en este tipo de enseñanza (Ana María, 2016):

- Al tener como ideal que todo el alumnado es igual y no existen diferencias, el alumnado con necesidades especiales de apoyo educativo se siente integrado dentro del aula y entre sus iguales

y aumenta su autoestima. Este hecho también se produce de forma inversa, ya que el resto del alumnado acepta dentro del círculo de amistades y de la comunidad educativa a este alumnado con necesidades específicas.

- Potencia y aumenta el rendimiento escolar de todo el alumnado.
- Se produce una renovación e innovación docente en el centro.

Al igual que hemos visto las ventajas también podemos ver algunos obstáculos en este tipo de escuela:

- Posible inadaptación por parte del centro, del profesorado e incluso del alumnado.
- Falta de recursos en cuanto a docentes de apoyo, didácticos...
- Falta de formación por parte del profesorado para llevar a cabo lo que se ha comentado en este apartado. Si esto no se pone como objetivo principal, no se puede llegar a conseguir una escuela inclusiva ya que el profesorado juega un papel fundamental y la persona que “dirige” el aula.
- Planificación curricular flexible.

La escuela inclusiva se fundamenta en legislaciones y encuentros internacionales en el que se han tratado temas educativos desde 1948. Algunas de las entidades en las que se fundamenta esta escuela son: La Declaración Universal de los Derechos Humanos (1948, art. 1, art. 26), la Convención sobre los Derechos de la Infancia (1989, art 23.1 y art. 23.3)...

*La educación integradora se ocupa de aportar respuestas pertinentes a toda la gama de necesidades educativas en contextos pedagógicos escolares y extraescolares. Lejos de ser un tema marginal sobre cómo se puede integrar a algunos alumnos en la corriente educativa principal, es un método en el que se reflexiona sobre cómo transformar los sistemas educativos a fin de que respondan a la diversidad de los alumnos. Su propósito es conseguir que los docentes y los alumnos asuman positivamente la diversidad y la consideren un enriquecimiento en el contexto educativo, en lugar de un problema. (Alba C.)*

“UN DESAFÍO UNA VISIÓN”, UNESCO, 2003

## INFLUENCIA DEL TRABAJO COOPERATIVO

Según la Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación de la Junta de Andalucía, *en orden a mejorar la calidad de la educación y abordar los retos que plantea la sociedad de la información, en estos últimos años se ha iniciado una importante transformación dirigida a modernizar los centros educativos, facilitando la incorporación de las tecnologías de la información y la comunicación tanto a la práctica docente como a la gestión administrativa de los mismos, e impulsando el conocimiento de idiomas con el objetivo de que, a medio plazo, la juventud andaluza sea bilingüe... Esta transformación del sistema educativo ha venido acompañada de una importante dedicación de recursos humanos y materiales a la formación permanente del profesorado y a la orientación educativa. (p. 5).*

El trabajo cooperativo se presenta como una fuerte herramienta dentro del aula con la que transmitir valores y conocimientos tanto educativos como actitudinales. Un cambio en la enseñanza - aprendi-

zaje entre alumno/a - profesor/a se ha considerado como un instrumento clave en la renovación y adaptación tanto pedagógica como didáctica de los métodos de enseñanza. En numerosos centros se está implementando esta idea, pero el porcentaje restante se centra en el concepto de la escuela clásica de la enseñanza unidireccional.

Se podría definir de muchas maneras el trabajo cooperativo, pero según Artzt y Newman (1990), (citado por Berenguer, p.1) lo definen de la siguiente manera: *una actividad que involucra a un pequeño grupo de estudiantes que trabajan juntos como un equipo para resolver un problema, completar una tarea, o realizar un objetivo común.*

Nos encontramos en una sociedad en donde un cambio en la docencia promoviendo nuevas alternativas de enseñanza hace que se potencien las aptitudes de los escolares, así como su motivación frente a las materias que tienen un concepto más abstracto como en este caso las Matemáticas. Como dice Rué (1998) nos encontramos en una sociedad de servicios y de información, es necesario introducir en el currículo del alumnado, como una característica primordial, las habilidades sociales y cooperativas en el aprendizaje/enseñanza. El trabajo cooperativo refuerza las relaciones en el aula entre iguales dejando las diferencias o dificultades escolares a un lado junto con el individualismo en el aula.

Según Johnson & Johnson (1991) (citado por Rué, 1998, p.6) hay ciertos rasgos básicos en el trabajo cooperativo:

- Interdependencia positiva, ya que para los alumnos es beneficioso ayudarse unos a otros.
- Favorecimiento de la interdependencia cara a cara debido a que deben ayudarse cuando tengan alguna duda.
- Responsabilización individual, en su propio trabajo que realicen por ellos mismo como siendo parte de un grupo y su aporte sea favorable.
- Habilidades de intercambio interpersonal y en grupos reducidos. El trabajo cooperativo refuerza las habilidades sociales y comunicativas entre iguales o en un grupo de personas.
- Conciencia del propio funcionamiento como grupo.

Por estas razones, tomé la decisión de incluir el trabajo cooperativo en la planificación de las sesiones de la unidad "Sistemas de ecuaciones". Una de las técnicas que más he empleado por su metodología y sus productivas consecuencias es la tutoría entre iguales. Se han desarrollado estudios en los que se puede ver que cuando un alumno/a se comunica con otro para explicar un concepto que ha aprendido, primero debe poner en orden todas sus ideas y tener una consecución de éstas a la hora de poder ser transmitidas a su compañero/a. Esta interacción fomenta además las aptitudes comunicativas del alumnado a la vez que se da cuenta de si tiene algún error o lo ha comprendido correctamente en su totalidad.

La realización de ejercicios mediante equipos donde cada estudiante posee diferentes capacidades, enriquece mucho más la calidad del aprendizaje y los resultados obtenidos. En los sistemas de ecuaciones se plasma muy bien esta idea, ya que hay parte del alumnado que es muy ducho en la resolución de ecuaciones, o podemos tener otro porcentaje en el que sean buenos con las operaciones combinadas y la jerarquía de signos o con la interpretación de un enunciado a lenguaje algebraico, como se ha dado el caso. Equipos en donde cada alumno/a da lo mejor de sus capacidades para la realización de las actividades y a su vez ayuda en el asentamiento de los conocimientos gracias a sus compañeros/as, dan grandes beneficios en el aprendizaje. Son conceptos que difícilmente pueden ser olvidados por el camino que han sido aprendidos.



He podido comprobar cómo esta técnica ha sido muy beneficiosa tanto para el alumnado como para el docente, en este caso durante el periodo de prácticas. El alumnado ha trabajado por equipos, tanto con ejercicios escritos como mostrados en la pizarra digital, teniendo ayuda unos de otros, poniendo en orden sus ideas y potenciando sus cualidades. En el apartado de Conclusiones y líneas futuras de actuación se abordará este aspecto.

## DISEÑO DE LA INTERVENCIÓN

La intervención realizada se fundamenta en la necesidad vista, durante el periodo de observación de las prácticas, en un aula de 2º ESO. Se sustenta en metodologías innovadoras de enseñanza donde se produce una interacción por mi parte hacia el alumno/a.

Se ha elegido esta modalidad ya que el alumnado necesita un estímulo de motivación hacia las Matemáticas. Nos encontramos ante una clase en la que hay un bajo porcentaje de aprobados que superen un cinco de media en esta materia. Veo que mi periodo como docente en el centro puede ser una gran oportunidad que debo aprovechar para que mi paso tenga algún beneficio en el alumnado. Como complemento a esta alternativa en la metodología docente se ha desarrollado el Análisis Didáctico, que será comentado en el siguiente capítulo y con mayor extensión en el anexo I. Esto ha ayudado a tener una identificación de la problemática de este tema (Sistemas de ecuaciones), un posterior análisis pormenorizado y su correcta adecuación a las sesiones prácticas. Este análisis se concreta en los trabajos de Rico y Lupiáñez (2008), Gómez y Lupiáñez (2007) y Lupiáñez (2009).

El inicio de este trabajo surge a modo de conclusión por parte del profesorado en los primeros días sobre el alumnado que estaba matriculado en el segundo curso de la Enseñanza Secundaria. Según declaraciones de la mayoría del profesorado con los que tuve oportunidad de hablar, era un grupo cuyo interés por la materia de Matemáticas era bastante bajo en general y esta actitud hacía que el porcentaje restante de alumnado que sí mostraba un interés, tuviera dificultades a la hora de poder llevar un seguimiento de la clase con regularidad.

Debido a esta falta de motivación, los/as alumnos/as tenían unas calificaciones bajas o muy bajas en algunos casos, bien por una disminución del rendimiento académico o por un mal aprendizaje de los conceptos en cursos anteriores. Un aspecto a destacar es que se producen casos en los que este bajo rendimiento viene promovido por situaciones ajenas a la comunidad escolar, que se desarrollan en el ambiente familiar o cultural.

La propuesta para este Trabajo Fin de Máster fue expuesta con anterioridad a su realización a la profesora de la materia. Quise saber si podía ser viable debido a su experiencia con esta clase. Su respuesta hizo énfasis en que si eso iba a ser motivador y podía potenciar al alumnado para que entendieran la unidad, lo veía muy adecuado. Se trataba de romper con la dinámica de clases que llevaban teniendo. Decir que conforme se producía el transcurso de las sesiones en la unidad de "Sistemas de ecuaciones", se podía ver la productividad y cómo las expectativas propuestas en un principio, llegaban a cumplirse tanto para mí como para la profesora.

El principal objetivo del diseño de esta intervención trata de conseguir captar la atención de la totalidad del alumnado en el tiempo que dura la clase de Matemáticas. Esto se logra creando diferentes ejercicios de corta duración, 10 - 15 minutos, en los que el alumno/a cambia la temática en poco tiempo, por lo que la atención es permanente.

## INSTRUMENTOS UTILIZADOS

Durante el transcurso de las sesiones se han ido utilizando distintos instrumentos de diversa índole. Los principales instrumentos utilizados son los recursos innovadores tanto tecnológicos como en papel. Podemos distinguir los siguientes tipos de instrumentos:

- Instrumentos tecnológicos como actividades didácticas o juegos.
- Instrumentos en papel: actividades realizadas por parejas.
- Instrumentos de reflexión: llamados así ya que son cuestionarios repartidos al finalizar las sesiones para poder tener una valoración más concreta de cómo ha evolucionado la sesión y si el alumnado se encuentra cómodo ante esta nueva metodología (esto se podrá ver en el capítulo de sesiones).

Durante las sesiones se han introducido cada uno de los distintos tipos de instrumentos para tener una gran variedad de ejercicios diferentes y poder así captar la atención del alumnado.

El alumnado ha sido agrupado en la mayoría de los casos por parejas para la realización de las actividades. Esto ha sido así ya que muchos de ellos se sientan con otros alumnos/as con los que simpatizan más. Pude comprobar como cada día en torno a un 50 % del alumnado se sentaba en un lugar distinto, por lo que el trabajo cooperativo se realizaba cada día con un compañero/a distinto/a. He creído adecuado que los ejercicios fueran realizados por parejas ya que así se tiene un mayor control de que ambos trabajen o puedan ayudarse el uno al otro, ya que si son agrupados en torno a cuatro o cinco personas, podemos dar lugar a que algunos/as no realicen nada ni ayuden a sus compañeros/as. Los ejercicios, en los que se ha dividido a la clase en tres grupos de en torno a diez personas cada uno, se han realizado por la forma en la que estaban sentados, ya que la clase se distribuía en tres filas y con dos alumnos/as por fila.

Algunas actividades en papel han sido recogidas para tener en cuenta si habían aprendido o no los conocimientos que anteriormente se habían dado y cuales eran los fallos que podían aparecer para así hacer un repaso en la siguiente sesión.

## DISEÑO DE TAREAS

Debido a que la unidad “Sistemas de ecuaciones” es un concepto novedoso para el alumnado de segundo curso de la Enseñanza Secundaria Obligatoria, no se ha podido realizar una actividad previa para tener conciencia de los conocimientos previos y elementales con los que el alumnado cuenta. Lo que sí pude realizar fueron una serie de preguntas sobre las ecuaciones lineales y en general del álgebra, vistas en el curso anterior, y a partir de ahí comenzar con los sistemas de ecuaciones.

Con esto se pretende actualizar y refrescar el significado tanto de ecuación, como de incógnita e incluso de solución y ecuaciones equivalentes. Esto hace que el alumno/a tenga esos conceptos presentes, pudiendo aclarar dudas para que a la hora de introducir el concepto nuevo tenga una base en la que apoyarse. Se realizaron una serie de preguntas para que fueran respondidas en voz alta, creando un ambiente de diálogo entre iguales hasta llegar a una correcta definición. Las preguntas dadas fueron las siguientes:

- ¿Qué entendéis por ecuación lineal?
- ¿Qué entendéis por incógnita?
- ¿Cuántas soluciones puede tener una ecuación lineal?

He intentado que con las matemáticas se promuevan modos de comunicación diferentes al igual que sus formas de representación. Se pretende que el alumnado tenga una mayor comprensión cognitiva del álgebra en general y más concretamente de la unidad que se va a implementar, evitando así procesos mecánicos de reproducción automática. Por esta razón las tareas que se plantearon (ya sean tanto en papel como de forma digital) se basaron en situaciones que los alumnos y alumnas puedan tener como cercanas a su realidad y vivencias. Estas tareas deben tener una complejidad comunicativa y gramatical baja - media para que el alumnado sepa razonar cuál es el resultado al que se debe llegar y cómo realizar ese camino hasta el resultado. Dicha complejidad irá aumentando con el trascurso de las sesiones para así potenciar las competencias "Razonar y argumentar" y "Justificar".

Para la propuesta y realización de las tareas se han tenido en cuenta las recomendaciones de Socas et al (1989) y Labraña et al (1995), junto con el propio libro de texto de Matemáticas (Redal, E., 2008) que se utiliza en el aula, en los que se seguirán las siguientes directrices:

- Comprensión del lenguaje algebraico.
- Traducción a lenguaje algebraico de enunciados dados e inversa.
- Realización de sistemas de ecuaciones por los tres métodos dados: sustitución, igualación y reducción.
- Hallar soluciones para "x" y para "y" en un sistema de ecuaciones.

Destacar que las sesiones tendrán una duración de una hora y se realizarán un total de ocho sesiones, teniendo en cuenta la sesión de evaluación y corrección de la prueba escrita. El resto de las sesiones se distribuirán de forma que la totalidad de las explicaciones y actividades sean realizadas en el aula, teniendo para casa uno o dos ejercicios de repaso.

Cada una de las tareas posee una dificultad que se irá aumentando conforme transcurran las sesiones. En capítulos posteriores se podrán ver las tareas propuestas al alumnado. Al finalizar cada sesión, se reparte a todos los/as alumnos/as una serie de preguntas que deben ser respondidas de forma numérica, del uno al cinco, para transmitir el agrado o no hacia la metodología de la materia impartida. Estas preguntas se podrán consultar en el formato en el que se les fue entregado al alumnado en el "Anexo III\_CUESTIONARIO SEGUIMIENTO METODOLOGÍA". Después de cada sesión se hará una valoración a través de las respuestas del alumnado con las cuatro preguntas del cuestionario.

Otro tipo de tareas comentadas han sido las de carácter tecnológico, donde a través de juegos o ejercicios en la pizarra digital se han ido asentando los conceptos que cada día se explicaban. En los siguientes capítulos se comentará el desarrollo de este tipo de ejercicios (de menor a mayor dificultad) en los que el alumnado se ha sentido muy cómodo realizándolo y en el que se ha captado la atención de éste con mayor facilidad.

Un objetivo fundamental, que se ha mantenido presente en la totalidad de esta experiencia como docente, ha sido hacer las sesiones para el alumnado de forma que éstas fueran amenas y atractivas. De

esta forma se intenta que cada uno de los ejercicios no tengan una duración superior a 15 - 20 minutos y exista una diferencia entre uno y otro tanto en el funcionamiento como en el tipo de actividad. Esta vía de aprendizaje y enseñanza se ha tomado de la propia experiencia, durante las clases teóricas por parte del profesor Jesús López Megías en la asignatura “Aprendizaje y desarrollo de la personalidad” en el Máster de Profesorado de la Universidad de Granada.

## EVALUACIÓN

Debido a que esta intervención fue introducida sin interrumpir el ritmo natural de la clase y su continuidad con el temario, la profesora necesitaba tener la información necesaria sobre esta unidad y su correspondiente evaluación. De esta manera se tenían más componentes con los que poder evaluar al alumnado al finalizar la tercera evaluación. En un principio no sabía si la evaluación debía ser propuesta por mí o corría a cargo de la profesora. Con el comienzo de mi intervención y previendo las sesiones siguientes, tuve que diseñar el modelo de prueba escrita que sería puesta al alumnado, complementando así mi formación a la hora de valorar los ejercicios que debían formar parte de esta prueba así como su debida corrección.

El nivel de la clase en álgebra se encontraba en niveles medio - bajo, por tanto, no veía necesario poner la prueba escrita con una gran dificultad. Uno de los objetivos que quería conseguir en mi paso como docente era promover el desarrollo de las competencias en Matemáticas. En los Sistemas de ecuaciones hay más parte práctica que teórica, pero podemos ver ciertas notas que son fundamentales al inicio de esta unidad y más cuando se está en el primer curso en el que se imparten estos conocimientos.

Por esta razón, la prueba escrita se compone de una parte teórica y de otra práctica. En ésta se hace un balance de los contenidos que se han visto adaptados a la totalidad del examen y al tiempo que se tenía para la realización de éste. Las preguntas teóricas de corta duración se pusieron estratégicamente al principio para poder motivar al alumno/a que tenga más dificultad con los ejercicios prácticos, de esta manera se tiene una mayor seguridad a la hora de enfrentarse a ellos y los resultados así lo han corroborado.

Los resultados obtenidos fueron pasados al cuaderno del profesor para poder completar la tercera evaluación del curso 2015/16. Se puede ver el modelo de examen en el anexo II\_EXAMEN REALIZADO A LOS ALUMNOS 2ºESO.

# CAPÍTULO IV

## TRABAJO EMPÍRICO

Este capítulo IV se divide en dos bloques principales, el primero titulado “SESIONES” en el que se va a desglosar el contenido tanto teórico como práctico de cada una de las sesiones que han formado esta intervención docente. El segundo bloque está dedicado a la atención a la diversidad del alumnado que tenga un bajo rendimiento.

### SESIONES

Este trabajo se organiza con una duración de ocho sesiones incluyendo en éstas la de evaluación con una duración cada una de ellas de 60 minutos. Se reparten de la siguiente manera:

- fase inicial: sesión 1.
- fase de desarrollo: sesión 2, 3, 4 y 5.
- fase de cierre: sesión 6 (repaso), sesión 7 (prueba escrita) y sesión 8 (corrección).

Cada una de las sesiones se estructuran de la misma manera, es decir, se comienza dando una explicación consecutiva de los contenidos que se van a explicar junto con las actividades que los complementan.

Mediante la siguiente tabla, se muestra la organización de cada una de las sesiones y el contenido general que va a albergar cada una de ellas. A continuación se desarrollan cada una de las sesiones que forman este trabajo para tener una visión general de las mismas:

Nº DE SESIÓN	FOCO CONCEPTUAL
Sesión 1	Introducción de una ecuación lineal
Sesión 2	Introducción de los sistemas de ecuaciones
Sesión 3	Método de sustitución
Sesión 4	Método de igualación
Sesión 5	Método de reducción
Sesión 6	Repaso de los tres métodos
Sesión 7	Evaluación. Examen
Sesión 8	Corrección del examen

Estos contenidos son nuevos para el alumnado por lo que no habrá prueba de conocimientos previos. En cada sesión, a excepción de la primera, se hará una valoración de la sesión anterior a modo de repaso, como se podrá ir viendo.

## SESIÓN 1 - INTRODUCCIÓN DE UNA ECUACIÓN LINEAL

Gracias a la fase de observación del periodo de prácticas tenía cierta toma de contacto con el alumnado de esta clase, por lo que a la hora de ponerme frente a ellos/as fue más sencillo para ambas partes.

En esta primera sesión se ha intentado tener mayor contacto con el alumnado por lo que he optado por hacer una ronda de preguntas al inicio. El tema que se va a dar son los sistemas de ecuaciones pero primero se debe hacer una introducción a las ecuaciones lineales y el álgebra ya que con anterioridad son los conceptos vistos en otros niveles de la Enseñanza Secundaria Obligatoria.

Prefiero que el alumnado pueda razonar por sí sólo los conceptos y que ellos mismos respondan a cada uno de los conocimientos teóricos que se ven en esta unidad. De esta manera aprenden siendo conscientes de lo que están aprendiendo y no por un proceso mecánico y repetitivo.

Se comienza la sesión con una explicación hecha mediante preguntas cortas lanzadas al alumnado para que sean respondidas por ellos/as en voz alta. ¿Por qué de esta manera? Esto hace que se comience teniendo la atención de los escolares, que se fomente el diálogo entre iguales discutiendo la veracidad o no de las respuestas dadas y siendo respondidas con argumentos apropiados. Estas preguntas cortas son las siguientes:

- ¿Qué entendéis por una ecuación lineal?
- ¿Y por incógnita?
- ¿Cuántas soluciones puede tener una ecuación lineal?

Se pudo ver cómo con estas preguntas se hacía que el alumnado pensase por sí solo, tuviera la respuesta correcta o no, pero conseguir que respondieran era importante para una clase de las características que se han comentado en apartados anteriores.

Continuando la sesión, se hace una explicación del significado, uso y partes de una ecuación lineal visto anteriormente en otros niveles de la Enseñanza Secundaria, pero pude ver cómo surgían algunas dudas. Se muestra el modelo de ecuación lineal basada en:  $ax + by = c$ , distinguiendo los coeficientes de las incógnitas, éstas mismas y el término independiente.

Para completar esta parte teórica se hace un ejercicio en la pizarra donde se pusieron ejemplos de ecuaciones siendo éstas lineales o no. Estos ejemplos son los siguientes:

*Di cuáles de los siguientes ejemplos son ecuaciones lineales:*

- |                    |                   |
|--------------------|-------------------|
| a) $xy + 7y = 9$   | e) $2y - 3x = 4$  |
| b) $8x - 5y = 10$  | f) $5x - 6y = -7$ |
| c) $8x - 9 = 5y$   | g) $2x^2 + y = 2$ |
| d) $4x + 7y = 2/3$ | h) $3x + y^2 = 4$ |

Tarea 1 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

Con este ejercicio pude ver que el concepto de ecuación lineal se afianzó ya que al dar la explicación y poner esta tarea muchos/as de los/as alumnos/as tuvieron dudas a la hora de poder decidir cuáles eran correctas. He comprobado que se aprende de una forma óptima cuando el ejercicio se plantea de manera reflexiva, es decir, no basta sólo con explicar los conceptos y las partes de la ecuación modelo sino ver la mayor cantidad de ejemplos que puedan corroborarlo distinguiéndolos de otros que no.



Comprueba si  $x = -1$ ,  $y = 8$  es solución de estas ecuaciones:

- a)  $2x + y = 6$                       c)  $x - y = 7$   
 b)  $7x - y = 11$                      d)  $x + y = 7$

Tarea 3 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

Expresa, mediante una ecuación lineal con dos incógnitas, los enunciados:

- a) La diferencia de dos números es 3.  
 b) El doble de un número más otro es 43.

Tarea 4 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

En la última tarea se pretende que el alumnado pueda transcribir un enunciado de lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico. Son enunciados sencillos y claros para que se vayan practicando este tipo de ejercicios que posteriormente se irán incrementando en complejidad.

Llegando al punto final de cada una de las sesiones, se pasa un cuestionario de cuatro preguntas en el que se pretende ver y valorar cómo ven los escolares cada una de las sesiones. Se puntúa del 1 al 10 y se entrega de forma anónima. Todas estas características en la forma de rellenarlo se exponen mientras se reparte para que no haya dificultades ya que hay una pregunta que se puntúa de manera inversa al resto. Este cuestionario puede consultarse en el ANEXO III\_CUESTIONARIO SEGUIMIENTO METODOLOGÍA.

A continuación se ven las respuestas de dicho cuestionario para la sesión 1:

PREGUNTA	MEDIA ARITMÉTICA RESPUESTAS
¿Qué te ha parecido la explicación de hoy?	7,77
¿Has necesitado ayuda de tus compañeros?	1,94
¿Te han parecido interesantes las actividades?	5,38
¿Has entendido la explicación?	6,27

Se comprueba que en la primera sesión los valores han salido con una buena puntuación aunque para las sesiones posteriores se tiene la intención de que se mejoren, como así fue.

## SESIÓN 2 - INTRODUCCIÓN DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES

Una de los objetivos que me puse desde un principio a la hora de planificar las sesiones fue el de dedicar los primeros minutos al repaso de lo más importante de la sesión anterior. Por tanto en ésta, se hace un repaso de las ecuaciones lineales.

Este repaso se enfoca a situaciones de la vida cotidiana del alumnado para que así puedan ver el uso y significado de estos conceptos matemáticos en circunstancias reales. Los distintos enunciados son dictados y copiados uno por uno en el cuaderno de trabajo de cada alumno/a, dejando al final de todos un tiempo para que puedan ser respondidos. Cada uno de los ejercicios se recogen transcurrido el tiempo



determinado y posteriormente se corrigen en la pizarra para poder hacer un balance de si el alumnado ha podido realizarlo correctamente o no. Los enunciados de estas dos tareas de repaso son los siguientes, cuyo análisis y características pueden consultarse en el anexo I:

*Expresa mediante una ecuación lineal con dos incógnitas estos enunciados, e indica qué representan las incógnitas:*

a) la suma de dos números es 15  
 b) la mitad de un número más el doble de otro es igual a 52  
 c) la diferencia entre las edades de un padre y un hijo es 28 años  
 d) el precio de 2 kg de naranjas y 3 kg de manzanas es 5,80 €  
 e) dos bocadillos y tres refrescos cuestan 14 €

Tarea 5 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

*Sabiendo que  $y$  = silla y que  $x$  = patas de una silla, ¿cuáles de las siguientes ecuaciones lineales relacionan la silla con el número de patas?:*

a)  $y = x + 4$                       d)  $x = 4y$   
 b)  $y = x / 4$                       e)  $y = 4x$   
 c)  $4xy = 4$                       f)  $4x + y = 1$

Tarea 6 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

Quise comprobar si de verdad se adquirieron los conocimientos vistos anteriormente. Son ejercicios cortos de fácil interpretación que aumentan poco a poco en complejidad pero que ayudarán a una posterior comprensión de los enunciados de los sistemas de ecuaciones. Determiné un tiempo estimado de 20 minutos para este repaso y se llevó a cabo satisfactoriamente.

A continuación veremos el resultado obtenido en los distintos ejercicios y el balance con respecto al número de estudiantes que han respondido:

<b>EJERCICIO 1</b>	<b>Nº ALUMNOS HAN ACERTADO</b>
<i>La suma de dos números es 15</i>	16
<i>La mitad de un número más el doble de otro es igual a 52</i>	10
<i>La diferencia entre las edades de un padre y un hijo es 28 años</i>	12
<i>El precio de 2 kg de naranjas y 3 kg de manzanas es 5,80 €</i>	9
<i>Dos bocadillos y tres refrescos cuestan 14 €</i>	12

<b>EJERCICIO 2</b>	<b>Nº ALUMNOS ELECCIÓN</b>
$y = x + 4$	2
$y = x / 4$	3
$4xy = 4$	1
$x = 4y$ .....	5
$y = 4x$ .....	10
$4x + y = 1$	1

Gracias a estos ejercicios se puede ver cuáles son los enunciados en los que el alumnado tiene más dificultad. El error más común es la incorrecta transcripción de algunos elementos a lenguaje algebraico. Por el contrario, en un principio el ejercicio de la silla y el número de patas creía que sería más difícil y más teniendo tantas opciones en el enunciado para elegir, pero he podido comprobar que no ha sido así y alrededor de la mitad del alumnado ha acertado en la respuesta de un total de 22 estudiantes. La siguiente elección que posee una mayor frecuencia ha sido respondido por 5 alumnos (puede verse indicado en la tabla de valores). Esto se debe a la confusión de las variables o incógnitas en la transcripción del enunciado confundiendo el número de patas (incógnita  $x$ ) por la silla (incógnita  $y$ ). Este es un error que se da con frecuencia en álgebra en el que la transcripción del lenguaje ordinario a simbólico da lugar a confusión en las incógnitas junto con el tipo de operación que las acompaña (suma, resta, división, multiplicación...). Tanto esta tarea como el resto de ellas tienen desarrollados sus objetivos, competencias y la totalidad de sus características en el anexo I.

Este tipo de ejercicios los veo interesantes porque requieren de un proceso previo en el que el alumnado debe interpretar el lenguaje que se le da y una vez hecho esto llevárselo a lenguaje algebraico. En este tipo de ejercicios intervienen numerosas competencias clave para su aprendizaje (OCDE, 2005) como son:

PR: Pensar y razonar      LS: Uso del lenguaje y operaciones      AJ: Argumentar y justificar

Hecho el repaso, se introduce el concepto de sistemas de ecuaciones de la misma manera que se hizo con las ecuaciones lineales. Se definen los distintos conceptos mediante preguntas realizadas en voz alta que deben ser respondidas por los escolares. Se crea un debate muy interesante para dar respuesta a estas preguntas. Éstas son las siguientes:

¿Qué entiendes por sistemas de ecuaciones? ¿Cuántas soluciones crees que tiene?  
¿Cuántas ecuaciones forman un sistema?

Una vez hecho esto, se hace un ejercicio en la pizarra de la misma manera que en la sesión anterior, de forma que apartado por apartado se irá diciendo si son o no sistemas de ecuaciones lineales. El ejercicio se presenta de la siguiente manera:

*Decide cuáles de estos sistemas son lineales:*

a) $x - 2y = 5$	b) $3x - 2y = 9$	c) $x^2 + 3y = 5$	d) $x - 5y = 6$
$x + y^2 = 15$	$x + y = 8$	$xy + 5y = 3$	$2x + y = 9$

Tarea 7 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

Para terminar con esta sesión he decidido introducir una última tarea aumentando un poco la complejidad.

*Realiza los siguientes apartados:*

a) Comprueba si  $x = 1$  e  $y = -1$  es solución de este sistema:

$$2x - 3y = 5$$

$$x + y = 0$$

b) Si  $x = 0$ , ¿qué valor tendrá  $y$  en el siguiente sistema?:

$$2x + y = 3$$

$$x + 5y = 15$$

Tarea 8 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

Con este ejercicio se pretende que el alumnado entienda el hecho de que un par de valores deben verificar ambas ecuaciones del sistema. Intento que se refresquen las operaciones básicas y cómo despejar una incógnita en una ecuación, la transposición de términos y a la vez de signos... ya que durante la fase de observación pude comprobar que en este campo tienen cierta dificultad y es uno de los errores que más se producen. Además se practica la sustitución de la incógnita por su valor para poder hallar la otra y comprobar que puede realizarse en cualquier ecuación del sistema.

Los últimos minutos se utilizaron para explicar los sistemas de ecuaciones equivalentes. Este concepto lo adquieren con gran rapidez ya que en otras unidades matemáticas ha sido visto y asimilado, por lo que no veo oportuno hacer ninguna tarea con respecto a esto. Como en la sesión anterior, se pasa el cuestionario diario para analizar el aprendizaje del alumnado mostrando a continuación el resultado:

PREGUNTA	MEDIA ARITMÉTICA RESPUESTAS
¿Qué te ha parecido la explicación de hoy?	8,05
¿Has necesitado ayuda de tus compañeros?	1,57
¿Te han parecido interesantes las actividades?	7,89
¿Has entendido la explicación?	7,00

Con respecto a la valoración de la sesión anterior, me siento muy satisfecha ya que las puntuaciones de todas las preguntas han aumentado, excepto la número dos que para que sea positiva debe acercarse al uno y así ha sido. Esto me hace pensar que el trabajo que estoy desarrollando es el idóneo y el alumnado tiene una respuesta positiva ante esto. Las sesiones siguientes tratan sobre los métodos de resolución de los sistemas de ecuaciones, conceptos que necesitan una mayor dedicación y por tanto el tiempo en ello aumentará.

### SESIÓN 3 - MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Al igual que en la sesión anterior se hizo un repaso de las ecuaciones lineales para transcribirlas a lenguaje simbólico esta vez se hace un repaso completo de lo dado hasta ahora sobre ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones. Este repaso, con una duración de 15 minutos, me interesa bastante ya que se va a usar un software informático llamado KAHOOT! cuyo contenido no lo ha visto el alumnado ni la profesora por lo que se propone para ver la reacción de ambos (muy positiva) y poder así desarrollarlo en futuras sesiones, como se verá posteriormente que así fue. Es una plataforma donde poder hacer cuestionarios y juegos para que el alumnado responda. Durante las clases teóricas del Máster de Profesorado, el profesor de la asignatura de "Procesos y contextos educativos" nos enseñó y ejemplificó esta aplicación, por lo que vi de mucha utilidad su uso para esta alternativa en el aprendizaje.

El juego se organiza de manera que cada alumno con su teléfono móvil pueda meterse en la página web, introducir un código y acceder a esta serie de preguntas con un tiempo estimado cada una. Cada alumno/a pone su nombre y al final de cada pregunta se hace un baremo con las respuestas acertadas y erróneas de cada uno/a de ellos/as. El teléfono móvil es un dispositivo que está prohibido en la totalidad de las instalaciones de este centro, por lo que tuve que cambiar este método. No quería dejar pasar esta oportunidad tan beneficiosa por este motivo por tanto decidí que se iban a ir mostrando cada una de las preguntas que formaban el juego, los/as alumnos/as irían respondiendo y yo pulsaba el color que la mayoría de los estudiantes decían.

Para comenzar debemos introducir un código (seis números) que se muestra en la pantalla junto con un nombre para poder acceder al juego. A continuación se muestra el formato en el que se presentaban las preguntas y las posibles respuestas, todas se estructuran de la misma manera:

**Pregunta 1**

La pregunta 1 comienza con una cuestión de respuesta sencilla para conseguir que el alumnado tenga motivación a continuar jugando. Es la primera toma de contacto con el juego así que parte del alumnado estuvo más pendiente del formato y funcionamiento del mismo que de la pregunta. Los escolares no han tenido ninguna duda en adivinar que la respuesta correcta era la verde.

Pregunta: ¿Cuál es la fórmula de la ecuación lineal?

Tiempo estimado: 10 segundos

Posibles respuestas:

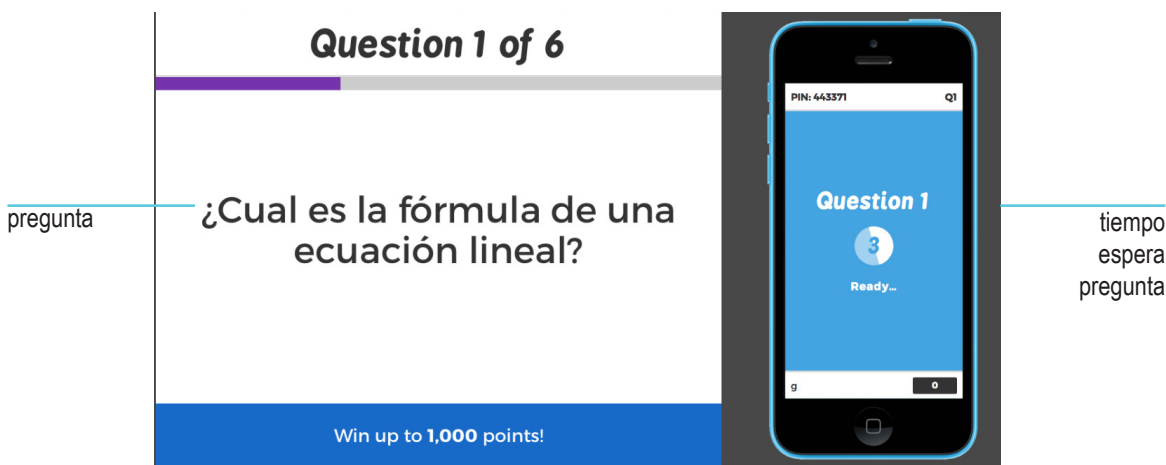
Respuesta correcta: verde

Rojo:  $ax + by = x$

Azul:  $ax + b = c$

Amarillo:  $ax - by^2 = c$

Verde:  $ax + by = c$



pregunta

tiempo espera pregunta



tiempo

elección de la respuesta

respuestas

**Pregunta 2**

Este pregunta, al igual que la anterior, ha sido sencilla y rápida a la hora de contestarla. Al principio hubo dudas con la respuesta amarilla pero finalmente eligieron la verde rápidamente.

Pregunta: ¿Cuántas soluciones tiene una ecuación lineal?

Tiempo estimado: 10 segundos

Posibles respuestas:

Respuesta correcta: verde

Rojo: 1

Azul: 3

Amarillo: 2

Verde: infinitas

<p><b>Question 2 of 6</b></p> <hr/> <p>¿Cuántas soluciones tiene una ecuación lineal?</p> <p>Win up to <b>1,000</b> points!</p>	<p>¿Cuántas soluciones tiene una ecuación lineal?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="background-color: purple; color: white; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">9</div> <div style="background-color: purple; color: white; padding: 10px; font-size: 2em; font-weight: bold;">Kahoot!</div> <div style="text-align: right;"> <p style="background-color: #007bff; color: white; padding: 2px 5px;">Skip</p> <p style="font-size: 2em; font-weight: bold;">0</p> <p>Answers</p> </div> </div> <div style="display: grid; grid-template-columns: 1fr 1fr; gap: 5px; margin-top: 10px;"> <div style="background-color: #ff0000; color: white; padding: 5px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <span style="font-size: 1.5em; margin-right: 5px;">▲</span> 1         </div> <div style="background-color: #0000ff; color: white; padding: 5px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <span style="font-size: 1.5em; margin-right: 5px;">◆</span> 3         </div> <div style="background-color: #ffcc00; color: white; padding: 5px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <span style="font-size: 1.5em; margin-right: 5px;">●</span> 2         </div> <div style="background-color: #008000; color: white; padding: 5px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <span style="font-size: 1.5em; margin-right: 5px;">■</span> infinitas         </div> </div>
---	--

**Pregunta 3**

En esta ocasión se ha aumentado el tiempo para contestar ya que este tipo de preguntas donde se debe transcribir de lenguaje ordinario a algebraico tienen una mayor dificultad para el alumnado.

Pregunta: La diferencia de dos números es 4.

Tiempo estimado: 20 segundos

Posibles respuestas:

Respuesta correcta: amarillo

Rojo:  $x - x = 4$

Azul:  $4 + y = 0$

Amarillo:  $x - y = 4$

Verde:  $y - y = 4$

<p><b>Question 3 of 6</b></p> <hr/> <p>La diferencia de dos números es 4</p> <p>Win up to <b>1,000</b> points!</p>	<p>La diferencia de dos números es 4</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="background-color: purple; color: white; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">14</div> <div style="background-color: purple; color: white; padding: 10px; font-size: 2em; font-weight: bold;">Kahoot!</div> <div style="text-align: right;"> <p style="background-color: #007bff; color: white; padding: 2px 5px;">Skip</p> <p style="font-size: 2em; font-weight: bold;">0</p> <p>Answers</p> </div> </div> <div style="display: grid; grid-template-columns: 1fr 1fr; gap: 5px; margin-top: 10px;"> <div style="background-color: #ff0000; color: white; padding: 5px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <span style="font-size: 1.5em; margin-right: 5px;">▲</span> <math>x-x=4</math> </div> <div style="background-color: #0000ff; color: white; padding: 5px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <span style="font-size: 1.5em; margin-right: 5px;">◆</span> <math>4+y=0</math> </div> <div style="background-color: #ffcc00; color: white; padding: 5px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <span style="font-size: 1.5em; margin-right: 5px;">●</span> <math>x-y=4</math> </div> <div style="background-color: #008000; color: white; padding: 5px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <span style="font-size: 1.5em; margin-right: 5px;">■</span> <math>y-y=4</math> </div> </div>
--	--

**Pregunta 4**

Con este tipo de preguntas se pretende comprobar que dada una ecuación el alumnado es capaz de calcular el valor de una de las incógnitas fijando el valor de la otra. Se observa mayor dificultad cuando el valor dado es negativo ya que entran en juego los paréntesis. Se debe recordar cómo se operaba con igual o distinto signo. En este caso lo que se pretende es que se realicen las operaciones adecuadas evitando que el alumnado se deje guiar por las posibles respuestas. Surgen dificultades o errores tales como la incorrecta transcripción a lenguaje simbólico como se verá en el análisis de las tareas (anexo I).

Pregunta: Para  $y = -1$ , ¿qué valor tiene "x" en la siguiente ecuación:  $2x + y = 6$ ?

Tiempo estimado: 30 segundos

Posibles respuestas:

Respuesta correcta: verde

Rojo: 8

Azul: - 8

Amarillo: 1

Verde: ninguna de las anteriores

**Question 4 of 6**


---

Para  $y = -1$ , ¿Qué valor tiene  $x$  en la siguiente ecuación:  $2x + y = 6$ ?

Win up to **1,000** points!

Para  $y = -1$ , ¿Qué valor tiene  $x$  en la siguiente ecuación:  $2x + y = 6$ ?

28



Skip  
0  
Answers

▲ 8

◆ -8

● 1

■ ninguna de las anteriores

**Pregunta 5**

Al igual que en la pregunta tres, se practica la transcripción de lenguaje ordinario a algebraico. En este caso no ha habido dificultad a la hora de interpretar el enunciado.

Pregunta: ¿Qué ecuación representa: El doble de un número más otro es 23?

Tiempo estimado: 20 segundos

Posibles respuestas:

Respuesta correcta: azul

Rojo:  $x^2 + x = 23$

Azul:  $2x + y = 23$

Amarillo:  $x^2 + y = 23$

Verde:  $y^2 + x = 23$

**Question 5 of 6**

---

¿Qué ecuación representa: El doble de un número más otro es 23?

Win up to **1,000** points!

¿Qué ecuación representa: El doble de un número más otro es 23?

17



Skip  
0  
Answers

▲  $x^2 + x = 23$

◆  $2x + y = 23$

●  $x^2 + y = 23$

■  $y^2 + x = 23$

**Pregunta 6**

Esta última pregunta es la más sencilla de este repaso. Dentro de esta sencillez hay que recordar cuáles son los nombres de los tres métodos para a posteriori saber usarlos siguiendo los pasos correctos de cada uno.

Pregunta: ¿Cuántos métodos hay para resolver un sistema de ecuaciones?

Tiempo estimado: 10 segundos

Posibles respuestas:

Respuesta correcta: verde

Rojo: infinitos

Azul: 2

Amarillo: no hay

Verde: 3



Tras este repaso, comencé a introducir y explicar el método de sustitución, el primero de los tres que se van a estudiar. Éste se fue introduciendo paso a paso con un ejemplo, para que así mediante la realización de cada uno de los pasos no hubiera equivocación. Lo primero que hice fue preguntar a toda la clase que entendían por método de sustitución, a lo que muchos de los alumnos/as respondieron que era “poner algo en el lugar de otro”. Esto se hizo para que desde el primer momento entendieran qué era lo que íbamos a realizar y no lo hicieran mecánicamente sin tener clara la intención. Los pasos que se dieron, siempre con un ejemplo, fueron los siguientes:

1. Despejamos una de las incógnitas en una de las ecuaciones.
2. Sustituimos la expresión obtenida en la otra ecuación.
3. Resolvemos la ecuación de una incógnita que tenemos.
4. Calculamos el valor de la otra incógnita.

Durante este proceso la mitad de los escolares supieron realizar cada uno de los pasos, a excepción de los demás que tenían más dificultad sobre todo en el segundo paso, en el que debían introducir una ecuación en el lugar de una incógnita. El ejemplo que se ha escogido ha sido fácil de despejar para poder introducir distintos conceptos poco a poco. Esta explicación ha durado unos 20 minutos por lo que para el resto del tiempo tenía una tarea preparada con otra dinámica distinta. Por parejas debían encontrar los errores (si los había en cada caso) de dos ejercicios que les dí en una hoja resueltos por este método:

$$\begin{array}{l}
 5x - y = 1 \quad \text{-----} \rightarrow x = (1 - y) \cdot 5 \\
 2x + 4y = -1 \\
 2x + 4y = -1 \quad \text{-----} \rightarrow 2(1 - y) \cdot 5 + 4y = -1 \\
 2 - 2y + 4y = -1 \quad \text{-----} \rightarrow 2y = -3 \\
 y = -3 - 2 = -5 \quad \text{-----} \rightarrow y = -5 \\
 x = (1 - y) \cdot 5 \quad \text{-----} \rightarrow x = (1 - (-5)) = 30 \quad \text{-----} \rightarrow x = 30
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{l}
 3x - 4y = -6 \quad \text{-----} \rightarrow x = \frac{(-6 + 4y)}{3} \\
 2x + 4y = 16 \\
 2 \frac{(-6 + 4y)}{3} + 4y = 16 \quad \text{-----} \rightarrow \frac{-12 + 8y}{3} + 4y = 16 \quad \text{-----} \rightarrow \frac{-12 + 8y}{3} + 12y = 43 \\
 -12 + 8y + 12y = 48 \quad \text{-----} \rightarrow 20y = 60 \quad \text{-----} \rightarrow y = 3 \\
 3x - 4 \cdot 3 = -6 \quad \text{-----} \rightarrow 3x - 12 = -6 \quad \text{-----} \rightarrow 3x = 6 \quad \text{-----} \rightarrow x = 2
 \end{array}$$

Con este ejercicio hubo alguna confusión ya que parte del alumnado no entendía la disposición de algunas ecuaciones y la consecución de las operaciones. Una vez explicado sin dar muchas pistas, finalmente lo han comprendido. Al finalizar, se ha recogido para poder ver si de verdad se ha comprendido. A continuación se muestran los resultados de los 11 papeles repartidos:

**EJERCICIO 1**

Respuestas correctas: 8

Respuestas incorrectas: 3

**EJERCICIO 2**

Respuestas correctas: 7

Respuestas incorrectas: 4

Podemos ver que los resultados de ambos ejercicios son satisfactorios ya que el número de respuestas correctas es superior a las incorrectas. En algunos papeles se han escrito los errores que existían y cuál era la manera correcta de obtener la solución.

Para casa he decidido que practiquen este método con los siguientes ejercicios:

*Resuelve por el método de sustitución:*

a)  $x + y = 5$

$-x + 2y = -2$

b)  $x - (y + 1) = 3$

$y + (x + 2) = 4$

Tarea 11 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

Al igual que en las sesiones anteriores se hace una valoración por parte de los alumnos/as de la sesión. A continuación se muestran las puntuaciones:

**PREGUNTA****MEDIA ARITMÉTICA RESPUESTAS**

¿Qué te ha parecido la explicación de hoy?	9,04
¿Has necesitado ayuda de tus compañeros?	1,27
¿Te han parecido interesantes las actividades?	9,58
¿Has entendido la explicación?	7,90

Hasta ahora esta es la sesión mejor valorada gracias en gran parte por la forma de repasar que he preparado. De esta forma se juntan dos aspectos: repasar los conocimientos y a su vez captar la atención haciéndolo más dinámico.

**SESIÓN 4 - MÉTODO DE IGUALACIÓN**

Como en sesiones anteriores, cada día se hace un repaso de lo que se da en días anteriores. En este caso se comienza repasando el método de sustitución mediante los siguientes ejercicios (Vela, J.). A continuación se muestran los ejercicios proyectados en la pizarra digital:

a) 
$$\begin{cases} 2x - 5y = 6 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$$

① Despeja  $x$  en la 2.ª ecuación (es la incógnita más sencilla de despejar):

$$x - 3y = 2 \rightarrow x = \square + \square y$$

② Sustituye esta expresión de la  $x$  en la 1.ª ecuación:

$$2x - 5y = 6 \rightarrow 2 \cdot (\square + 3y) - 5y = \square$$



③ Resuelve la ecuación resultante:

$$2 \cdot (2 + 3y) - 5y = 6 \rightarrow 4 + \square y - 5y = 6 \rightarrow y = \square$$

④ Sustituye el valor de  $y$  en la igualdad que obtuviste en el paso ① y calcula el valor de  $x$ :

$$x = 2 + 3y \rightarrow x = 2 + 3 \cdot \square \rightarrow x = \square$$

⑤ La solución del sistema es:

$$x = \square, y = \square$$

$$b) \begin{cases} 5x + y = 1 \\ 3x - 2y = 11 \end{cases}$$

① Despeja  $y$  en la 1.ª ecuación:

$$5x + y = 1 \rightarrow y = \square - \square x$$

② Sustituye esta expresión en la 2.ª ecuación:

$$3x - 2y = 11 \rightarrow 3x - 2 \cdot (\square - 5x) = \square$$

③ Resuelve la ecuación resultante:

$$3x - 2 \cdot (1 - 5x) = 11 \rightarrow 3x - \square + \square x = 11 \rightarrow \square x = \square \rightarrow x = \square$$

④ Sustituye  $x$  en la igualdad del paso ① y calcula  $y$ :

$$y = 1 - 5x \rightarrow y = 1 - 5 \cdot \square \rightarrow y = \square$$

⑤ La solución del sistema es:

$$x = \square, y = \square$$

Tarea 12 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

Con estos dos ejercicios se intenta que el alumnado recuerde los pasos que se deben seguir para la resolución de este método rellenando los huecos como se muestra en la imagen. Han surgido dudas en este proceso como por ejemplo despejar los coeficientes de las incógnitas, sobre todo en el caso de multiplicar/dividir) y aumentaba la dificultad cuando éstos tenían signo negativo. Este error es uno de los que más se ha dado.

Seguidamente he comenzado con la explicación del segundo método de resolución: igualación. Al igual que el método anterior se inicia con una serie de preguntas en las que se debe definir la palabra "igualación" para saber qué vamos a hacer. Con la ayuda de un ejemplo se van introduciendo los distintos pasos hasta hallar el par de valores que son solución del sistema. Los pasos que se fueron anotando en la pizarra son los siguientes:

1. Despejamos la misma incógnita en las dos ecuaciones del sistema
2. Igualamos las expresiones obtenidas
3. Resolvemos la ecuación del apartado dos
4. Calculamos el valor de la otra incógnita

Tras esto se hacen algunos ejercicios en clase tales como:

*Resuelve por el método de igualación:*

$$a) \begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y = 5 \\ -x + 2y = -2 \end{cases}$$

Tarea 13 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

Después de estos ejercicios se han resuelto algunas dudas del proceso que se debe tener y seguidamente se ha mandado el siguiente ejercicio para casa:

*Corrige los errores cometidos en la resolución del sistema:*

a)  $x + y = 7 \rightarrow x = 7 - y$   
 $4x - y = 3 \rightarrow x = 3 + y/4$

$7 - y = 3 + y/4 \rightarrow 4(7 - y) = 4(3 + y/4)$   $x = 7 - y$   
 $28 - 4y = 12 + 4y \rightarrow -8y = 40 \rightarrow y = 5$   $x = 7 - 5 = 2$

Tarea 14 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

Tras estos ejercicios se hace el balance por parte de los alumnos/as durante los últimos minutos de clase, sin necesidad de explicar el sistema de puntuación ya que conocen la metodología:

**PREGUNTA**

**MEDIA ARITMÉTICA RESPUESTAS**

¿Qué te ha parecido la explicación de hoy?	7,18
¿Has necesitado ayuda de tus compañeros?	1,68
¿Te han parecido interesantes las actividades?	7,04
¿Has entendido la explicación?	7,13

Esta sesión no ha tenido la misma aceptación que la anterior debido a que el repaso se ha hecho de otra manera, aun así se tienen buenos resultados.

## SESIÓN 5 - MÉTODO DE REDUCCIÓN

En la quinta sesión el principal objetivo es explicar el método de reducción. Este es el más complicado tanto en comprensión como en procedimiento, por lo que se ha dejado en último lugar.

He comenzado esta sesión corrigiendo los ejercicios que había del día anterior (tarea 14). Éstos se han hecho con la salida a la pizarra de alumnos/as voluntarios/as. Cuando la solución ha sido errónea la he corregido otro/a alumno/a para que así ellos mismos puedan ver los errores. Seguidamente he optado por repasar el método de igualación que se dio el día anterior. Se hace un repaso de la misma manera que se ha estado haciendo, es decir, a través de ejercicios con la pizarra digital. En este caso se utilizan actividades de las unidades interactivas de Anaya. A continuación se muestra uno de los ejercicios que se han realizado para repasar:

UNIDAD 7- Sistemas de ecuaciones.

6. Ayuda: resolución de sistemas por el método de igualación

1. Sigue los pasos que se indican para resolver este sistema:

$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 3x - 2y = 10 \end{cases}$$

① Despeja una incógnita en ambas ecuaciones. (Por ejemplo, la  $x$ , que es la más sencilla de despejar):

$$x + 3y = 7 \rightarrow x = \square - \square y$$

$$3x - 2y = 10 \rightarrow x = \frac{\square + \square y}{\square}$$

INICIO CORREGIR

Tarea 15 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

Parte del alumnado ha podido hacer estos ejercicios de cabeza sin necesidad de tener a mano lápiz y papel a excepción de un porcentaje bajo que si lo han necesitado. Durante estos ejercicios, sobre todo cuando hay que despejar la incógnita, he visto que había dificultades ya que algunos/as alumnos/as despejaban en función del signo que tiene la incógnita pero no tienen en cuenta la operación que lleva consigo. Si un número tiene que pasar al otro miembro dividiendo y tiene un signo negativo, hay estudiantes que lo despejan en forma positiva pero no con la operación que debe llevar (multiplicación). En esto he hecho mucho hincapié ya que es un error muy común.

UNIDAD 7 - Sistemas de ecuaciones.

6. Ayuda: resolución de sistemas por el método de igualación

1. Sigue los pasos que se indican para resolver este sistema:

$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 3x - 2y = 10 \end{cases}$$

② Iguala las dos expresiones que has obtenido:

$$7 - \square y = \frac{10 + \square y}{\square}$$

INICIO CORREGIR

Tarea 15 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

UNIDAD 7 - Sistemas de ecuaciones.

6. Ayuda: resolución de sistemas por el método de igualación

1. Sigue los pasos que se indican para resolver este sistema:

$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 3x - 2y = 10 \end{cases}$$

③ Resuelve la ecuación resultante:

$$\square \cdot (7 - 3y) = \square + 2y$$

$$21 - \square y = 10 + \square y$$

$$\square = \square y \rightarrow y = \square$$

INICIO CORREGIR

Tarea 15 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

UNIDAD 7- Sistemas de ecuaciones.

6. Ayuda: resolución de sistemas por el método de igualación

1. Sigue los pasos que se indican para resolver este sistema:

$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 3x - 2y = 10 \end{cases}$$

④ Vuelve al paso ① y, sabiendo el valor de  $y$ , calcula el valor de  $x$ :

$$x = 7 - 3y \rightarrow y = 1 \rightarrow x = 7 - 3 \cdot \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}$$

$y = 1$   $\uparrow$

Comprueba que con la otra expresión de  $x$  obtienes el mismo valor.

$$x = \frac{10 + 2 \cdot 1}{3} = \boxed{\phantom{00}}$$

INICIO
CORREGIR

Tarea 15 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

Tras este repaso he introducido el método de reducción. He elegido el mismo ejemplo que usé en la explicación de los otros dos métodos para que de esta manera se pueda comprobar que obtenemos la misma solución indistintamente del método que usemos. Los pasos a seguir que les dije a los/as alumnos/as fueron los siguientes:

1. Debemos igualar uno de los coeficientes de las dos incógnitas mediante la multiplicación/división en todos sus términos.
2. Restamos o sumamos ambas ecuaciones, esto se hará dependiendo del signo que tengan los coeficientes que hemos elegido.
3. Tras esta operación, resolvemos la ecuación y obtenemos el valor de la primera incógnita.
4. Calculamos el valor de la incógnita restante en una de las ecuaciones del sistema.

En el aula se realizan los siguientes ejercicios en el que los coeficientes de las incógnitas son números sencillos para poder practicar sin dificultad este método:

*Resuelve por el método de reducción:*

a)  $x + y = 12$

$x - y = 2$

b)  $x + y = 5$

$-x + 2y = -2$

Tarea 16 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

Para casa, he optado por mandar este ejercicio:

*Ana tiene 5 cromos más que Juan y entre los dos suman 59 cromos. ¿Cuántos cromos tiene cada uno?*

Tarea 17 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

Como se ha ido haciendo después de cada sesión, se reparte el pequeño cuestionario para valorar el mayor o menor agrado de los estudiantes. Los resultados son los siguientes:

**PREGUNTA**

**MEDIA ARITMÉTICA RESPUESTAS**

¿Qué te ha parecido la explicación de hoy?	8,05
¿Has necesitado ayuda de tus compañeros?	3,45
¿Te han parecido interesantes las actividades?	6,85
¿Has entendido la explicación?	7,40

Antes de hacer el balance de las puntuaciones creía que éstas no iban a ser muy favorables debido a la dificultad que conlleva este último método pero aun así han sido mejores de lo que esperaba.

**SESIÓN 6 - REPASO DE LOS TRES MÉTODOS**

Debido a que algunos alumnos/as tenían ciertas dudas sobre los tres métodos de resolución y en especial con el último decidí, junto con la aprobación de mi tutora, dedicar una sesión a hacer un repaso de todo lo que se había dado para que los estudiantes tuvieran más confianza y seguridad a la hora de hacer la prueba escrita. Visto que en sesiones anteriores la manera de repasar mediante la plataforma KAHOOT! ha sido muy positiva, he optado por repetirla cambiando un poco la dinámica del juego.

En este caso diseñé el repaso de forma que la clase se dividía en dos grupos (fácil de hacer por la disposición de las mesas). Cada grupo tenía un representante que en este caso eran alumnos/as que no atendían en clase pero de esta manera tenían un papel importante y podrían sentirse más integrados. A cada representante le dí cuatro cartulinas de los cuatro colores (amarillo, ver, azul y rojo) que simbolizan las respuestas. De esta manera debían levantar una cartulina, en el tiempo estimado para cada pregunta, para responder. El grupo que diera una respuesta correcta se apuntaba en la pizarra. En caso de ser incorrecta había rebote para el otro grupo optando a una oportunidad para responder. A continuación se muestran las preguntas que se hicieron en este repaso:

**Pregunta 1**

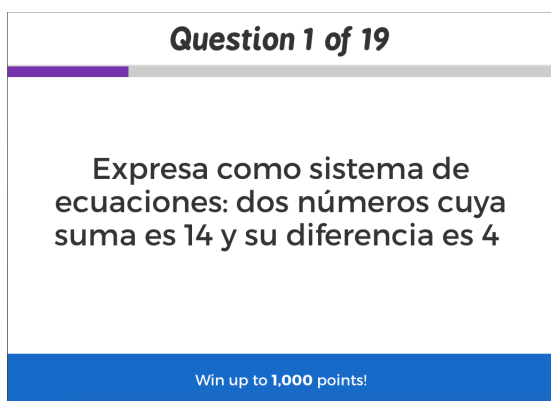
Pregunta: Expresa como sistema de ecuaciones: dos números cuya suma es 14 y su diferencia es 4.

Tiempo estimado: 120 segundos

Posibles respuestas:

- Rojo:  $x + y = 14, x + y = 4$
- Amarillo:  $x + y = 14, x - y = 4$
- Azul:  $x - y = 14, x + y = 4$
- Verde:  $x - y = 4, x + y = 4$

Respuesta correcta: amarillo



**Pregunta 2**

Pregunta: ¿Cómo se llaman los métodos para resolver sistemas?

Tiempo estimado: 120 segundos

Posibles respuestas:

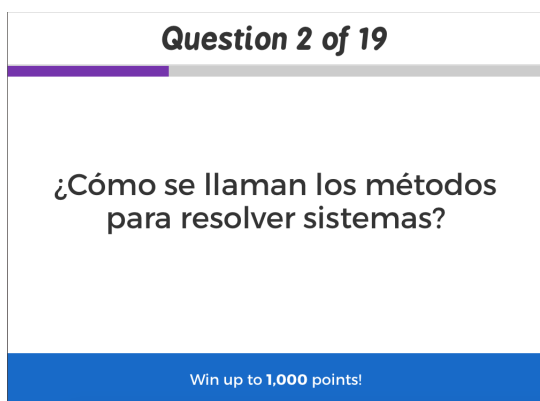
Rojo: igualación

Azul: reducción

Amarillo: sustitución

Verde: todas las respuestas anteriores son correctas

Respuesta correcta: verde



Esta pregunta es una de las más fáciles pero muchos de los estudiantes no tienen claros los tres métodos por lo que veo muy adecuado poner esta pregunta.

**Pregunta 3**

Pregunta: ¿Por qué número multiplicarías y donde para este sistema?

Tiempo estimado: 120

Posibles respuestas:

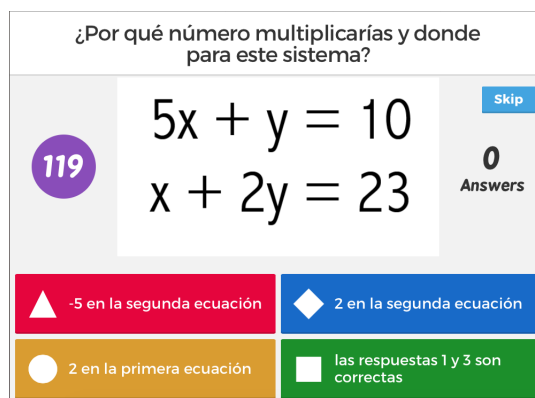
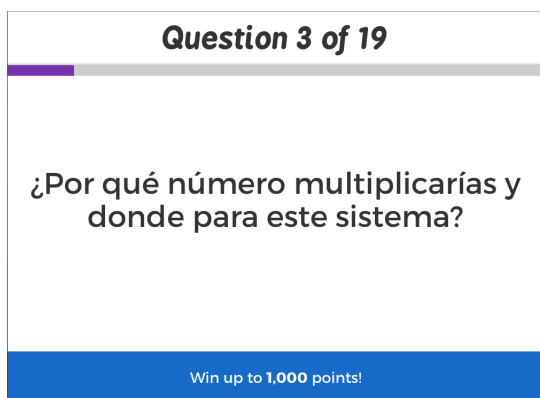
Rojo:  $x + y = 14, x + y = 4$

Azul:  $x - y = 14, x + y = 4$

Amarillo:  $x + y = 14, x - y = 4$

Verde:  $x - y = 4, x + y = 4$

Respuesta correcta: verde



Esta pregunta tiene gran importancia ya que durante la explicación del método de reducción hubo confusiones a la hora de eliminar una incógnita bien sumando o restando los términos. Tuve que dedicar más tiempo del estimado en dejar claro cuando se usaba una operación y cuando la otra.

**Pregunta 4**

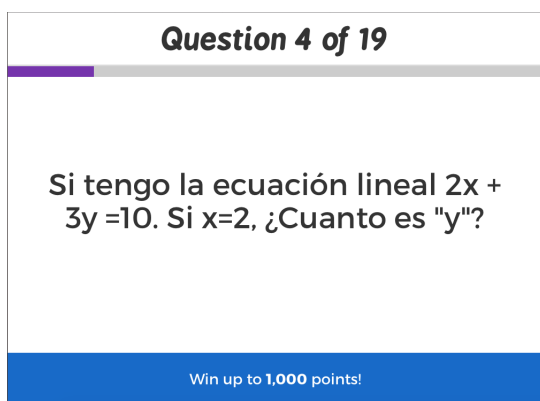
Pregunta: Si tengo la ecuación lineal  $2x + 3y = 10$   
Si  $x = 2$ , ¿cuánto es "y"?

Tiempo estimado: 120 segundos

Posibles respuestas:

- Rojo: 1
- Amarillo: - 2
- Azul: 2
- Verde: 3

Respuesta correcta: azul



Debido al hincapié que hice en la sustitución de un valor en una ecuación, este tipo de ejercicios no tiene dificultad en su realización como se podrá ver en la prueba escrita (sesión 7) anexo II II\_PRUEBA ESCRITA REALIZADO AL ALUMNADO DE 2º ESO.

**Pregunta 5**

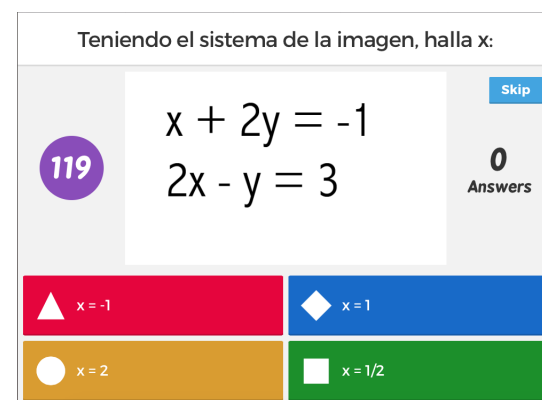
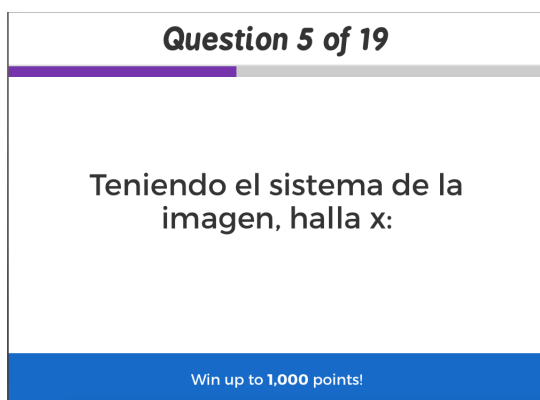
Pregunta: Teniendo el sistema de la imagen, halla "x":

Tiempo estimado: 120 segundos

Posibles respuestas:

- Rojo:  $x = -1$
- Amarillo:  $x = 2$
- Azul:  $x = 1$
- Verde:  $x = 1/2$

Respuesta correcta: azul



**Pregunta 6**

Pregunta: Del sistema anterior calcula "y":

Tiempo estimado: 120 segundos

Posibles respuestas:

- Rojo:  $y = 1$
- Amarillo:  $y = - 5$
- Azul:  $y = - 1$
- Verde:  $y = 5$

Respuesta correcta: azul

**Question 6 of 19**

Del sistema anterior calcula "y":

Win up to 1,000 points!

Del sistema anterior calcula "y":

119

$$\begin{aligned} x + 2y &= -1 \\ 2x - y &= 3 \end{aligned}$$

Skip

0 Answers

▲ y=1      ◆ y=-1

● y=-5      ■ y=5

**Pregunta 7**

Pregunta: En el método de reducción, ¿cuándo sumamos las ecuaciones?

Tiempo estimado: 120 segundos

Posibles respuestas:

- Rojo: no se pueden sumar
- Amarillo: cuando tienen el mismo signo

- Respuesta correcta: verde
- Azul: siempre se suman
- Verde: cuando tienen distinto signo

**Question 7 of 19**

En el método de reducción, ¿cuándo sumamos las ecuaciones?

Win up to 1,000 points!

En el método de reducción, ¿cuándo sumamos las ecuaciones?

119

Kahoot!

Skip

0 Answers

▲ no se pueden sumar      ◆ siempre se suman

● cuando tienen el mismo signo      ■ cuando tienen distinto signo

Gracias a la pregunta 3 de este mismo repaso y el tiempo que se empleó en ella, esta pregunta no ha tenido problema ni dificultad alguna en ser respondida con rapidez, consumiendo el 20% del tiempo estimado.

**Pregunta 8**

Pregunta: Calcula la "x" por el método de igualación el siguiente sistema:

Tiempo estimado: 120 segundos

Posibles respuestas:

- Rojo: x = 12
- Azul: x = 2
- Amarillo: x = - 2
- Verde: x = - 12

Respuesta correcta: rojo



**Question 8 of 19**

---

Calcula la "x" por el método de igualación el siguiente sistema:

Win up to 1,000 points!

Calcula la "x" por el método de igualación el siguiente sistema:

118

$$x + y = 5$$

$$-x + 2y = -2$$

Skip  
0  
Answers

▲ x = 12

◆ x = 2

● x = -2

■ x = -12

**Pregunta 9**

Pregunta: Del sistema anterior, calcula la incógnita "y":

Tiempo estimado: 120 segundos

Posibles respuestas:

Respuesta correcta: azul

Rojo: y = 3

Azul: y = - 7

Amarillo: y = 7

Verde: y = - 8

**Question 9 of 19**

---

Del sistema anterior, calcula la incógnita "y":

Win up to 1,000 points!

Del sistema anterior, calcula la incógnita "y":

117

Skip  
0  
Answers

▲ y = 3

◆ y = -7

● y = 7

■ y = -8

Con estas preguntas se intenta que el alumnado comprenda que para la obtención del valor de la segunda incógnita puede utilizar cualquiera de las dos ecuaciones que forman el sistema dado. Aún así el tiempo estimado fue mucho mayor al que usaron para responder correctamente.

**Pregunta 10**

Pregunta: Traduce el siguiente problema en un sistema de ecuaciones

Tiempo estimado: 90 segundos

Posibles respuestas:

Respuesta correcta: azul

Rojo:  $2x + 3y = 16$ ;  $4x + 2y = 12$

Azul:  $2x + 4y = 16$ ;  $3x + 2y = 12$

Amarillo:  $2x - 3y = 16$ ;  $4x + 2y = 12$

Verde:  $2x + 4y = -16$ ;  $3x + 2y = 12$

En esta pregunta la transcripción se ha hecho de forma instantánea sin tener ninguna equivocación ya que se han propuesto ejercicios parecidos y en el enunciado no interviene el signo negativo cuya traducción a lenguaje algebraico genera ciertas confusiones.

**Question 10 of 19**

Traduce el siguiente problema en un sistema de ecuaciones:

Win up to 1,000 points!

Traduce el siguiente problema en un sistema de ecuaciones:

88

En una cafetería, el camarero anota:  
 mesa A: 2 cafés y 4 zumos: 16€  
 mesa B: 3 cafés y 2 zumos: 12€

Skip

0 Answers

▲ $2x + 3y = 16$ $4x + 2y = 12$	◆ $2x + 4y = 16$ $3x + 2y = 12$
● $2x - 3y = 16$ $4x + 2y = 12$	■ $2x + 2y = -16$ $4x + 3y = 12$

**Pregunta 11**

Pregunta: Halla el precio del café del ejercicio anterior.

Tiempo estimado: 120 segundos

Posibles respuestas:

- Rojo:  $x = -2$
- Amarillo:  $x = 4$
- Azul:  $x = 2$
- Verde:  $x = -4$

Respuesta correcta: azul

**Question 11 of 19**

Halla el precio del café del ejercicio anterior:

Win up to 1,000 points!

Halla el precio del café del ejercicio anterior:

119

En una cafetería, el camarero anota:  
 mesa A: 2 cafés y 4 zumos: 16€  
 mesa B: 3 cafés y 2 zumos: 12€

Skip

0 Answers

▲ $x = -2$	◆ $x = 2$
● $x = 4$	■ $x = -4$

**Pregunta 12**

Pregunta: ¿y el precio del zumo?

Tiempo estimado: 90 segundos

Posibles respuestas:

- Rojo:  $x = 4$
- Amarillo:  $x = 3$
- Azul:  $x = -4$
- Verde:  $x = -3$

Respuesta correcta: amarillo

**Question 12 of 19**

¿y el precio del zumo?

Win up to 1,000 points!

¿y el precio del zumo?

89

Kahoot!

Skip

0 Answers

▲ $y = 4$	◆ $y = -4$
● $y = 3$	■ $y = -3$

Las preguntas 11 y 12 al ser resueltas por el método con el que cada alumno/a se sintiera con mayor seguridad, no hubo ninguna dificultad en su resolución tanto de una incógnita como de la otra.

Este repaso está compuesto por 19 preguntas para los 60 minutos que dura la sesión. Debido a las dudas que iban surgiendo en el desarrollo del juego únicamente se ha podido llegar a la pregunta 12. Las preguntas restantes son las siguientes:

- En un sistema de ecuaciones ¿qué incógnita tengo que despejar primero?
- ¿Cuáles de estas ecuaciones tiene como solución  $x = -1$ ,  $y = 3$ ?
- Dada la ecuación  $2x - 3y = 7$ , ¿qué solución es correcta?
- Simplifica y ordena la primera ecuación del siguiente sistema:

$$\begin{aligned} 3y - 2 &= x - 2(x + y) \\ (x + 4) + 2(y - 2) &= 18 - x - y \end{aligned}$$

- Simplifica y ordena la segunda ecuación del siguiente sistema:

$$\begin{aligned} 3y - 2 &= x - 2(x + y) \\ (x + 4) + 2(y - 2) &= 18 - x - y \end{aligned}$$

- Halla el valor de "y" del sistema anterior:

$$\begin{aligned} x + 5y &= 2 \\ 2x + 3y &= 18 \end{aligned}$$

- Halla el valor de "x" del sistema anterior:

$$\begin{aligned} x + 5y &= 2 \\ 2x + 3y &= 18 \end{aligned}$$

El último ejercicio que les propuse a los estudiantes fue uno que en mi adolescencia me presentaron y hasta tiempo después no supe que podía resolverse de manera algebraica por lo que me pareció muy acertado plantearlo. El ejercicio es el siguiente:

*¿Por qué siempre se obtiene el mismo número? Expresa algebraicamente el proceso.*

1. Piensa en un número de dos cifras
2. Multiplícalo por 5
3. Suma 25 a ese resultado
4. Divide entre 5
5. Réstale el número que habías pensado

Tarea 19 | Secuenciación de tareas | Análisis de instrucción.

Con ayuda de lápiz y papel para el alumnado, les iba dictando cada apartado dejando un tiempo estimado para poder contestar y escribir la cifra correspondiente. Con la ayuda de ellos/as se ha ido escribiendo la ecuación que da respuesta a este problema. Creo que con este tipo de enunciados los estudiantes ven la aplicación de las ecuaciones o sistemas de ecuaciones a situaciones reales que dan respuesta a enunciados o a una sencilla adivinanza.

Los/as alumnos/as han agradecido este repaso ya que de esta manera tienen los conceptos mas asentados de cara a la prueba escrita. El álgebra es una parte de las Matemáticas que al alumnado les cuesta entender y aplicar a la vida cotidiana por lo que un repaso así donde se alternan todo tipo de preguntas les ha venido muy bien.

Esta metodología les ha gustado mucho a los estudiantes. Se ha hecho de una manera dinámica y divertida a modo de concurso. Al finalizarlo me han dado sus opiniones y eran muy positivas, por lo que creo que se pueden aprender las Matemáticas de forma amena e incluso con juegos. Se muestran los resultados de la valoración a continuación:

PREGUNTA	MEDIA ARITMÉTICA RESPUESTAS
¿Qué te ha parecido la explicación de hoy?	9,02
¿Has necesitado ayuda de tus compañeros?	1,61
¿Te han parecido interesantes las actividades?	8,35
¿Has entendido la explicación?	8,02

## SESIÓN 7 - EVALUACIÓN. EXAMEN

La sesión 7 está dedicada a la prueba escrita que se realizó en el mismo aula donde se daban las clases y con una duración de 60 minutos. Esta prueba se hizo a 21 estudiantes que fueron los que acudieron a clase ese día. En el ANEXO II\_PRUEBA ESCRITA REALIZADO AL ALUMNADO DE 2º ESO se puede consultar la prueba tal cual se entregó. A continuación se muestran las preguntas y el porcentaje de respuestas:

<b>1. Si tengo un sistema de ecuaciones y lo resuelvo por los tres métodos, ¿me da el mismo resultado? ¿Por qué? (1 punto)</b>			
	CORRECTA	50% PUNTUACIÓN	INCORRECTA
Nº RESPUESTAS	9	0	12
<b>2. Si tengo la ecuación lineal <math>2x + 3y = 10</math> y <math>x = 2</math>, ¿cuánto vale “y”? (0,5 punto)</b>			
	CORRECTA	50% PUNTUACIÓN	INCORRECTA
Nº RESPUESTAS	8	2	11
<b>3. ¿Cuántas soluciones tiene una ecuación lineal? ¿y un sistema de ecuaciones? (1 punto)</b>			
	CORRECTA	50% PUNTUACIÓN	INCORRECTA
Nº RESPUESTAS	8	4	9
<b>4. Busca dos números cuya suma es 21 y el doble de uno más el triple del otro es 56. Resuelve el sistema de ecuaciones por el método que quieras e indica qué método es. (2 puntos)</b>			
	CORRECTA	50% PUNTUACIÓN	INCORRECTA
Nº RESPUESTAS	5	4	12

**5. Nombra los tres métodos para resolver sistemas de ecuaciones. (0,5 punto)**

	CORRECTA	50% PUNTUACIÓN	INCORRECTA
Nº RESPUESTAS	12	1	8

**6. ¿Es correcta la resolución del sistema? Si es incorrecta, hazlo por el mismo método. (2 puntos)**

$$\begin{cases} x + y = 7 & \longrightarrow x = 7 - y \\ 4x - y = 3 & \longrightarrow x = 3 + \frac{y}{4} \end{cases}$$

$$7 - y = 3 + \frac{y}{4}$$

$$4(7 - y) = 4\left(3 + \frac{y}{4}\right) \longrightarrow 28 - 4y = 12 + 4y \longrightarrow -8y = 40 \longrightarrow y = 50$$

$$\text{Obtenemos la } x \longrightarrow x = 7 - y \longrightarrow x = 7 - 50 = -43 \longrightarrow x = -43$$

	CORRECTA	50% PUNTUACIÓN	INCORRECTA
Nº RESPUESTAS	4	7	10

**7. Resuelve por el método que quieras el siguiente sistema, e indica que método has usado. (2 puntos)**

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ -x + 2y = -2 \end{cases}$$

	CORRECTA	50% PUNTUACIÓN	INCORRECTA
Nº RESPUESTAS	5	0	16

**8. ¿Cuáles de estas ecuaciones tienen como solución  $x = -1, y = 3$ ? (1 punto)**

- a)  $3x + y = -3$
- b)  $3x + y = 0$
- c)  $3x - \frac{y}{3} = 0$
- d)  $x + 2y = 5$

	CORRECTA	50% PUNTUACIÓN	INCORRECTA
Nº RESPUESTAS	12	2	7

Como se puede ver existe una gran variedad en las respuestas. Decir que cuatro de estas pruebas estaban en blanco por cuatro alumnos que no lo realizaron ya que en clase no tienen interés ninguno. Si eliminamos estas respuestas (calificadas como incorrectas) del balance total de las preguntas en el que se ve que el número de preguntas correctas es superior al de incorrectas.

Esta prueba fue escrita con la intención de mezclar tanto preguntas teóricas como prácticas debido a que hay conceptos que deben ser aprendidos. Hay preguntas cortas intercaladas, cuya respuesta

es sencilla, con otras de mayor elaboración para que así el alumno/a tenga mayor confianza y se sienta con predisposición. Son ejercicios que se han hecho en clase y durante el repaso donde no existe mucha dificultad. Mientras se realizaba la prueba han surgido ciertas dudas sobre algunos ejercicios que se han solucionado en voz alta por si algún estudiante tenía la misma confusión. Se ha tenido en cuenta el desarrollo que se ha llevado a cabo en el ejercicio aunque el resultado no sea el correcto.

## SESIÓN 8 - CORRECCIÓN DEL EXAMEN

La última sesión se dedicó a la corrección de la prueba escrita. Esto les ha venido muy bien a los estudiantes que han podido ver sus fallos y poder corregirlos. Creo que sesiones como esta son fundamentales ya que ciertos errores si no se rectifican pueden volver a cometerse.

Al finalizar esto, quise saber la opinión de los alumnos y alumnas acerca del tiempo que había estado como docente por lo que les repartí un cuestionario que debían responder de forma numérica del 1 (mínimo) al 5 (máximo) las 10 primeras preguntas y del 1 al 10 la última. A continuación se muestran las preguntas con la puntuación global:

1. **¿Te ha gustado el periodo de clase de la profesora de prácticas?**  
Respuesta global del 1 (mínima) al 5 (máximo): 3,80
2. **Explica con claridad los conceptos nuevos y usa un vocabulario claro**  
Respuesta global del 1 (mínima) al 5 (máximo): 4,16
3. **Se preocupa porque los alumnos entiendan la lección y responde a las dudas.**  
Respuesta global del 1 (mínima) al 5 (máximo): 4,38
4. **Al finalizar la clase, ¿entiendes lo que se ha explicado?**  
Respuesta global del 1 (mínima) al 5 (máximo): 3,44
5. **Intenta que todos los alumnos tengan una activa participación en clase.**  
Respuesta global del 1 (mínima) al 5 (máximo): 3,61
6. **La profesora dedica el tiempo necesario a las explicaciones y los ejercicios.**  
Respuesta global del 1 (mínima) al 5 (máximo): 4,44
7. **Es puntual para llegar al aula y al acabar la clase.**  
Respuesta global del 1 (mínima) al 5 (máximo): 4,83
8. **Cuando la profesora explica, pregunta a los alumnos si lo han entendido o no.**  
Respuesta global del 1 (mínima) al 5 (máximo): 4,66
9. **A parte del libro de texto de Matemáticas, usa recursos como fichas de ejercicios y el proyector, juegos...**  
Respuesta global del 1 (mínima) al 5 (máximo): 4,38
10. **La profesora de prácticas sigue una metodología clara: corregir ejercicios, explicación de nuevos conceptos, ejercicios para practicar...**  
Respuesta global del 1 (mínima) al 5 (máximo): 4,50

**11. Considerando las clases que ha impartido la profesora de prácticas y las respuestas que has dado, elige una puntuación del 1 al 10.**

Respuesta global del 1 (mínima) al 10 (máximo): 8,61

Tras ver las valoraciones que han dado los estudiantes entiendo que el tiempo que he estado como docente lo han tenido como una experiencia positiva en la que han aprendido cosas nuevas y además han disfrutado con ello.

Para terminar y haciendo un balance general de las sesiones, en la siguiente tabla se recogen las valoraciones dadas por parte del alumnado en las sesiones en las que se pasó el cuestionario para evaluar la metodología que como se puede ver son bastante positivas:

	PREGUNTA 1	PREGUNTA 2	PREGUNTA 3	PREGUNTA 4
SESIÓN 1	7,77	1,94	5,38	6,27
SESIÓN 2	8,05	1,57	7,89	7,00
SESIÓN 3	9,04	1,27	9,58	7,90
SESIÓN 4	7,18	1,68	7,04	7,13
SESIÓN 5	8,05	3,45	6,85	7,40
SESIÓN 6	9,02	1,61	8,35	8,02

## ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

Durante la organización y el desarrollo de las sesiones se ha mantenido presente la atención a la diversidad ya que hoy en día es un elemento esencial a tener en cuenta. En un aula nos podemos encontrar con una serie de perfiles culturales, sociales y económicos muy variados. La planificación curricular de la materia se desarrolla para toda la clase en conjunto pero a la hora de llevarse a cabo se necesita hacer una primera evaluación del alumnado. En este aula se han podido ver alumnos/as que tenían más dificultades a la hora de enfrentarse a los ejercicios o a las explicaciones. Para poder solucionar este hecho, se ha llevado a cabo un repaso diario de los conceptos anteriores para de esta manera poder ver dudas o errores que se podían dar en el aula.

Debido a la estructura de las matemáticas, éstas se aprenden gracias a la asimilación de otros conceptos, por tanto gracias a unos primeros ejercicios se ha podido ver cuáles eran aquellos alumnos/as que tenían alguna dificultad y a partir de ahí intentar minimizarlas.

Las tareas que se han propuesto han sido en la fase de inicio y desarrollo de la unidad para que así no se acumulen e incrementen los posibles errores.

Una de estas tareas es la siguiente:

*Expresa mediante una ecuación lineal con dos incógnitas estos enunciados, e indica qué representan las incógnitas:*

- a) la suma de dos números es 15*
- b) la mitad de un número más el doble de otro es igual a 52*
- c) la diferencia entre las edades de un padre y un hijo es 28 años*
- d) el precio de 2 kg de naranjas y 3 kg de manzanas es 5,80 €*
- e) dos bocadillos y tres refrescos cuestan 14 €*

Con esto se intenta que el alumnado tenga claros los conceptos y se trabaje lo más básico para así después poder avanzar con mayor facilidad. Uno de los aspectos más difíciles de comprender por ellos es la definición de las incógnitas y su representación algebraica.



# CAPÍTULO V

## RESULTADOS, CONCLUSIONES Y LINEAS FUTURAS DE ACTUACIÓN

En este quinto epígrafe se van a desarrollar los resultados obtenidos del trabajo empírico explicado en capítulos anteriores sobre los sistemas de ecuaciones, así como las conclusiones obtenidas y las posibles líneas futuras de actuación.

He podido ver cómo ha sido la evolución ascendente en el comportamiento del alumnado de 2º ESO desde el periodo de observación de las prácticas del Máster de Profesorado hasta la finalización de la intervención docente. En esta evolución ha podido influir el hecho de que era una persona nueva para el alumnado y por ello prestaban mayor atención aunque podría haber ocurrido el efecto contrario.

He intentado que cada día fuera distinto tanto en contenido, ejercicios y metodología para realizar las clases más amenas. He podido ver cómo esto ha influido en su interés hacia el álgebra. Actualmente impartir clase, y más de Matemáticas, en un aula donde el alumnado posee ciertas dificultades en el aprendizaje y hay que tener muy en cuenta la atención a la diversidad, es necesario tener un amplio abanico de recursos.

Uno de los objetivos cuando se diseñó este trabajo fue intentar que la mayor parte de los estudiantes entendieran el uso y significado de los sistemas de ecuaciones. He podido comprobar que con la metodología de enseñanza, la innovación de los ejercicios y su vinculación con la vida real el alumnado ha tenido una motivación hacia el aprendizaje.

Durante el periodo de observación pude ver la actuación de cada uno de los/as alumnos/as. Un porcentaje bajo de estos no tenía ningún interés por alguna de las materias y su estancia en las aulas no tenía gran productividad. Cuando terminé las sesiones de la unidad “Sistemas de ecuaciones” muchos de los estudiantes me dieron las gracias por la forma en la que les había enseñado estos conceptos. En concreto hubo una alumna cuyo transcurso escolar estaba teniendo malos resultados. Conforme pasaban las sesiones impartidas por mi, iba prestando más atención y siendo más participativa tanto de forma individual como en ejercicios grupales, llegando a aprobar la prueba escrita final. Uno de los mejores momentos que he podido vivir en esta estancia fue cuando esta alumna se despidió de mi dándome las gracias por cuánto la había ayudado. Con este acto me di cuenta que mi trabajo había tenido una repercusión positiva en el alumnado sobre todo en aquel que más lo necesitaba.

Da una profunda felicidad el hecho de poder diseñar una metodología para un grupo de estudiantes y ver que ellos la aceptan de forma positiva, tanto es así, que un día en el que parte de la clase se quedó en el aula porque no se iba de excursión, uno de ellos me pidió que jugáramos a hacer ecuaciones a modo de concurso formado por dos grupos. Cuando un/a alumno/a prefiere invertir su tiempo libre en ampliar su destreza y conocimientos en algo que le has enseñado, es que realmente ha tenido una buena acogida y quiere fomentar esa habilidad.

Después de ver la influencia de esta alternativa en la metodología de enseñanza en el alumnado se puede hacer una adaptación para otros niveles en el ámbito de las Matemáticas. Los resultados de este trabajo han sido bastante óptimos y adecuados a los objetivos que desde un primer momento se marcaron.

Se ha podido ver cómo el alumnado se ha involucrado mucho más por aprender el lenguaje algebraico que en un principio lo veían algo abstracto y complicado de entender.

Gracias a la oportunidad que se me ha brindado de poder ser docente durante un periodo de tiempo, he podido comprobar de primera mano el esfuerzo y dedicación que se debe hacer para realizar una buena enseñanza de calidad. Quise realizar este Trabajo Final de Máster basándome en mi experiencia en las prácticas del Máster de Profesorado para así ver que las pautas que pude seguir en el inicio y desarrollo han dado sus frutos y de esta manera poder transmitirlo a otros compañeros. He desarrollado a su vez habilidades comunicativas de cara a un público de edad comprendida entre los 12-14 años, de lo que se puede sacar que todo docente debe adquirir un vocabulario rico para poder tener un mayor número de herramientas a la hora de explicar un concepto de diferentes maneras.

Desde el primer día que entré tuve una sensación de agobio ya que muchos docentes me decían que la clase en la que íbamos a impartir la materia de Matemáticas era la más complicada que había en el centro escolar, por lo que los primeros días me dediqué a observar y analizar cada grupo de estudiantes que formaba la clase del segundo nivel de la Enseñanza Secundaria. Tenía mis dudas a la hora de cómo hacer entender a un/a alumno/a qué es el lenguaje algebraico, cómo usarlo y hallar la solución. Me puse como objetivo que el mayor porcentaje posible entendiera la unidad utilizando más o menos tiempo para ello. Los primeros días impartiendo la materia pude ver quiénes tenían más dificultad o se esforzaban menos y me di cuenta que la metodología de enseñanza clásica no era la mejor vía para poder cumplir los objetivos. De este hecho tengo la certeza de que el equipo docente debe tener una formación y una mayor habilidad en el uso del lenguaje algebraico en situaciones diferentes haciendo conexiones con otros ámbitos, fomentando así el aprendizaje constructivo.

En mi opinión, creo que el uso de otras alternativas en la enseñanza ya sean informáticas o de otro tipo hacen que el alumnado, y más en este caso que presentan gran dificultad, pueden tener una mayor motivación a la hora de estudiar. Plantenado líneas futuras de actuación, creo oportuno llevar este modelo a otras asignaturas del currículo en las que se pueda implementar y conseguir así óptimos resultados.

Las clases teóricas que se han dado durante el Máster de Profesorado han sido muy productivas ya que han habido matices y estrategias que se han podido implementar a la hora de enseñar, por lo que el paso por estas clases teóricas es fundamental para nuestro aprendizaje.

Por último agradecer en primer lugar el periodo que hemos tenido de prácticas en el que tanto mis compañeros como yo hemos podido ser docentes durante un corto periodo y que en mi caso ha sido fundamental para la creación de este Trabajo Final de Máster. Del mismo modo agradecer todos los conocimientos impartidos por el profesorado del Máster tanto en las clases teóricas como prácticas, a mi supervisora durante el periodo de prácticas por su ayuda y entrega en enseñarme cada uno de los aspectos que son necesarios tener en cuenta. Y para acabar, a mi tutor de prácticas y del Trabajo Final de Máster por darme consejos y asesorarme en la concreción y realización de éste.

# CAPÍTULO VI

## BIBLIOGRAFÍA

- Alba C. (Dir). *Educación inclusiva*. Consultado en: <http://www.ite.educacion.es/formacion/materiales/72/cd/curso/unidad1/u1.1.2.htm>
- Ana María AB. (2016). *Ventajas y Desventajas de La Educación Inclusiva*. Consultado en: <https://es.scribd.com/doc/232044013/Ventajas-y-Desventajas-de-La-Educacion-Inclusiva>.
- Berenguer L., Cobo B., Flores P., Moreno A., Navas J. y Toquero M. *Trabajo cooperativo en clase de matemáticas*. Descargado el 24/04/16 de: <http://www.ugr.es/~pflores/textos/otros/LaXSanFernando.pdf>
- El portal de la educación. *El Trabajo Cooperativo como Metodología para la Escuela Inclusiva*. Consultado en: <http://www.orientacionandujar.es/wp-content/uploads/2013/06/El-Trabajo-Cooperativo-como-Metodolog%C3%ADa-para-la-Escuela-Inclusiva.pdf>.
- Escardibul J. y Mediavilla M. (2016). El efecto de las TIC en la adquisición de competencias. Un análisis por tipo de centro educativo. *Revista española de pedagogía* nº 264, mayo-agosto 2016. Consultado de: <http://revistadepedagogia.org/index.php/es/ano-2016/285-n-264-mayo-agosto-2016/1366-el-efecto-de-las-tic-en-la-adquisicion-de-competencias-un-analisis-por-tipo-de-centro-educativo>
- Gómez, P., & Lupiáñez, J. L. (2007). Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *PNA*, 1 (2), 79-98.
- IES Zaidín-Vergeles (2015). Programación didáctica del Departamento de Matemáticas curso 2015-2016 ESO.
- Junta de Andalucía, (2007). Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria en Andalucía. *BOJA*, 171. 51-56.
- Junta de Andalucía, (2007). Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación de Andalucía. *BOJA*, 252. 5.
- Labraña A., Plata A., Peña C., Crespo E., Segura R. (1995). *Álgebra lineal. Resolución de sistemas lineales*. Madrid. Editorial Síntesis.
- Lupiáñez, J. L. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Universidad de Granada.
- Lupiáñez, J. L., & Rico, L. (2008). Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares. *PNA*, 3 (1), 35-48.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2006). REAL DECRETO 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. *BOE*, 5.

- OCDE (2005). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana*. Madrid: Editorial Santillana.
- Redal, E. (Coords). (2008). *Matemáticas 2 ESO Andalucía, Proyecto La casa del Saber*. Madrid: Graza-lema Santillana.
- Rico, L. (1997). *Consideraciones sobre el currículo de Matemáticas para la Educación Secundaria*. Universidad de Granada.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L., & Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Suma*, 58, 7-23.
- Rué, J. (1998). El aula: un espacio para la cooperación. En Mir, C. (Coord.). *Cooperar en la escuela. La responsabilidad de educar para la democracia*. Barcelona, Grao.
- Socas, M., Camacho M., Palarea M., Hernández J. (1989). *Iniciación al álgebra*. Madrid. Editorial Síntesis.
- Vela J. *Recursos para matemáticas de eso y bachillerato (enseñanza secundaria)*. Consultado en: <http://jesusprofemates.blogspot.com.es/p/2-eso.html>

#### **PÁGINAS WEB VISITADAS:**

<https://sites.google.com/site/ecuacionesisfd10/home>  
<http://www.mcnbiografias.com/app-bio/do/show?key=brahmagupta>  
<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/14/historia.html>  
<https://prezi.com/ay1bg0t57yj0/historia-y-desarrollo-de-los-sistemas-de-ecuaciones-lineales/>  
Plataforma KAHOOT!  
Unidades interactivas de ANAYA: [http://www.edistribucion.es/anayaeducacion/8430049/recursos\\_U02.html](http://www.edistribucion.es/anayaeducacion/8430049/recursos_U02.html)

# CAPÍTULO VII

## ANEXOS

A continuación se detalla la relación de anexos que completan este Trabajo Fin de Máster.

- Anexo I: Análisis didáctico
- Anexo II: Prueba escrita realizado al alumnado de 2º eso
- Anexo III\_Cuestionario seguimiento metodología
- Anexo IV\_Cuestionario final como docente

### ANEXO I \_ANÁLISIS DIDÁCTICO

Como se ha dicho en el capítulo IV, el análisis didáctico es una fuerte herramienta que nos ayuda a estructurar y planificar una unidad didáctica, en este caso de Matemáticas, de cara a la identificación y análisis de cualquier problemática que se pueda presentar a la hora de su enseñanza. Está ligado directamente con el ejercicio profesional del docente y su repercusión en el alumnado.

Este bloque está compuesto a su vez por tres componentes que son:

- el análisis de contenido (magnitud cultural)
- el análisis cognitivo (magnitud cognitiva)
- y en último lugar el análisis de instrucción (magnitud formativa), correspondientes a cada una de las dimensiones de las que consta el currículo.

Para terminar indicaremos el análisis de actuación (magnitud social) como el resultado didáctico de todo lo visto anteriormente. Esta estructura es la que se ha mostrado durante las clases teóricas del Máster Universitario de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas en este presente curso 2015/16. Se han tomado apuntes de los trabajos de Gómez (2007), Lupiáñez (2009) y Rico (1997).

Este bloque se estructura de la siguiente manera:

- 1. ANÁLISIS DE CONTENIDO**
  - DESARROLLO HISTÓRICO
  - ESTRUCTURA CONCEPTUAL
  - SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN
  - FENOMENOLOGÍA
- 2. ANÁLISIS COGNITIVO**
  - EXPECTATIVA DE APRENDIZAJE
  - ANÁLISIS DE LAS LIMITACIONES
  - OPORTUNIDADES DE APRENDIZAJE
- 3. ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN**
  - FASE DE INICIO
  - FASE DE DESARROLLO
  - FASE DE CIERRE
  - EVALUACIÓN

## 1. ANÁLISIS DE CONTENIDO

Según Rico y colaboradores (2007), el análisis de contenido se define como una potente herramienta para organizar e instruirse en la gran variedad de significados en cuanto a los contenidos matemáticos se refiere y de esta manera poder desarrollar una adecuada planificación.

Para comenzar esta sección, haremos una descripción del desarrollo histórico de los Sistemas de ecuaciones para así poder comprender cómo ha evolucionado hasta llegar a la noción que hemos adquirido en la actualidad. Este proceso ha tenido una duración de miles de años. Seguidamente se desarrollarán los tres puntos básicos de este bloque.

---

### DESARROLLO HISTÓRICO

Los Sistemas de ecuaciones han dado respuesta a una gran problemática en las civilizaciones más antiguas desde el siglo XVII a. de C., pasando desde los babilonios, egipcios, griegos... Los problemas que se resolvían en esta época hacía referencia a la supervivencia y gestión de los enseres, víveres, cosechas o los propios materiales. Cada una de estas civilizaciones, que ha sido estudiada por arqueólogos, historiadores y por supuesto matemáticos, tiene un pensamiento distinto en cuanto a los Sistemas de ecuaciones y a su vez una manera diferente de resolución. Los Sistemas de ecuaciones que se han estudiado en épocas antiguas están compuestas por dos ecuaciones y dos incógnitas. Se va a realizar una cronología desde su creación hasta nuestro tiempo.

Los **babilonios** es una de las civilizaciones que resolvían problemas semejantes a lo que hoy llamamos sistema de ecuaciones. En la época mesopotámica se desarrollaron en mayor cantidad los sistemas de ecuaciones y las ecuaciones de segundo grado antes que las ecuaciones lineales. Para ellos el nombre de las incógnitas variaba en función del resultado al que se quería llegar o calcular, entre estas palabras podemos ver algunas como *longitud*, *ancho*, *área* o *volumen*. Podemos ver la transcripción de un problema tomado de una tablilla babilónica en la que se propone un sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \text{ de la anchura} + \text{longitud} &= 7 \text{ manos} \\ \text{longitud} + \text{anchura} &= 10 \text{ manos} \end{aligned}$$

Para comenzar con su resolución le asignaban el valor 5 a la incógnita *mano* y veían que la solución podía ser:

$$\text{anchura} = 20 \quad \text{longitud} = 30$$

Para comprobarlo usaban un método parecido al nuestro. Llevándolo al nuestro lenguaje algebraico actual sería de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} y + 4x &= 28 \\ y + x &= 10 \end{aligned}$$



Portada de la obra de Diofanto

Resolviendo el sistema por el método de reducción, se obtiene  $3x = 18$ , por lo que,  $x = 6$  e  $y = 4$ .

Los **egipcios** dejaron muestras de las ecuaciones en sus papiros, teniendo dos de los más importantes llamados Rhind, datado del 1650 a.C., y Moscú del 1850 a.C. Desarrollaron un sistema algebraico muy básico basado en la repartición de víveres y alimentos, situaciones de la vida cotidiana de esa época.

No usaban una notación simbólica como podemos hacerlo actualmente sino que usaban el jeroglífico *hau*, vocablo que se usaba en lugar de incógnita que significaba montón o pila. Las ecuaciones que utilizaban los egipcios eran del tipo:

$$\begin{aligned}x + ax &= b \\x + ax + bx &= c\end{aligned}$$

En el papiro anteriormente mencionado, Rhind, se plantea un problema que reza tal que así:

*“Un montón y un séptimo del mismo es igual a 24”*

cuya traducción a la notación algebraica actual sería:  $x + 1/7 x = 24$

Estas ecuaciones eran resueltas a través del “método de la falsa posición”. Éste consistía en tomar un valor cualquiera como sustituto de la incógnita o *hau*. Cuando la solución escogida daba como verdadera la igualdad, entonces se verificaba que ese valor era solución de la ecuación lineal, en caso contrario se iba probando con más valores hasta encontrar el exacto. Este método llevaba mucho tiempo y a su vez se usaban operaciones con fracciones.

A diferencia de las civilizaciones anteriores, en la **griega** se resolvían sistemas de ecuaciones mediante métodos de resolución geométricos, por lo que su dedicación al álgebra fue media. Thymaridas, un matemático griego que vivió entre el 400 a.C. - 350 a.C., encontró una fórmula para poder obtener soluciones a  $n$  ecuaciones con  $n$  incógnitas. Cabe mencionar a Euclides, matemático y geómetra griego, considerado “el padre de la geometría”. Escribió el libro “Los Elementos” en el que dos de sus trece libros, II y V, están dedicados íntegramente al álgebra orientada a la geometría.

Diofanto de Alejandría fue otro matemático griego de gran importancia, que fue considerado “el padre del álgebra” y vivió desde el año 200/214 a.C. hasta el año 284/298 a.C. Obtenía las soluciones a sistemas de ecuaciones pasándolas previamente a ecuación lineal, empleando métodos distintos en cada una de las resoluciones. Sus estudio e intereses no tuvieron mucha inmersión en el álgebra ya que su mayor preocupación era la geometría y sus aplicaciones.

El libro más importante de Diofanto fue titulado *Arithmética* está compuesto por trece libros. Los seis primeros son los únicos que han llegado a nuestros días y se basan en la resolución de problemas mediante ecuaciones de primer grado. Diofanto fue el primero en introducir el “álgebra sincopada”, es decir, dejaba a un lado las palabras con las que se formaban las ecuaciones y empezó a usar abreviaturas en su lugar que daban significado a las magnitudes y operaciones.



Portada del libro *Arithmética*

Como punto de interés que atrajo mi atención fue el epitafio de Diofanto, su tumba fue redactada en forma de problema:

*Transeúnte, esta es la tumba de Diofanto: los números pueden mostrar, ¡oh maravilla! la duración de su vida. Su niñez ocupó la sexta parte de su vida; después, durante la doceava parte, de vello se cubrieron sus mejillas. Pasó aún una séptima parte de su vida antes de tomar esposa y, cinco años después, tuvo un precioso niño que, una vez alcanzada la mitad de la edad de su padre, pereció de una muerte desgraciada. Su padre tuvo que sobrevivirle, llorándole, durante cuatro años. De todo esto se deduce su edad.*

Podemos deducir la edad transcribiendo dicho texto que nos dará una ecuación de primer grado, cuyo resultado nos da 84 años:  $x/6 + x/12 + x/7 + 5 + x/2 + 4 = 4$

En el siglo I d.C. se escribió el libro *Jiu zhang suan shu*, en el que los matemáticos **chinos** dieron respuesta con varios métodos a la resolución de las ecuaciones. Otro libro en el que podemos encontrar problemas donde se involucran las ecuaciones es *Nueve capítulos sobre el arte matemático* cuyo autor fue Chuan Tsanom en el año 152 a.C. En este libro se puede encontrar un esbozo para el método de las matrices en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

En la época **india**, existen documentos en los que se muestran los sistemas de ecuaciones, pero al contrario que en otras poblaciones, no llegan a desarrollar métodos de resolución. Los *Sulvasūtras* fueron los primeros documentos matemáticos recogidos. De éstas se conservan tres versiones. De esta época destaca el matemático y astrónomo indio Brahmagupta (598 d.C.) cuya obra más representativa se titula *Brahmasfuta - Siddhanta*. En dicha obra se recogen conceptos matemáticos que han llegado a nuestros días, tales como el concepto de “cero”, las operaciones sencillas entre números (incluyendo los números negativos) y la representación de fracciones.

A continuación tenemos las muestras del álgebra en la cultura **árabe**. Tiene un papel fundamental Al-Khowârizmî, cuyo libro se titula *Al-jabr wa'l muqâbalah*. De este título se ha obtenido la actual palabra *álgebra* que fue usada para describir la suma de cantidades iguales a ambos lados de una ecuación. El contenido de este libro pretende ser un paso más en la resolución de ecuaciones y sobre todo las de segundo grado, no se centra en plantear problemas algebraicos. Al-Khowârizmî escribió textos describiendo el sistema decimal, las operaciones básicas de multiplicar y dividir y un pequeño círculo acercándose al concepto de cero. En algunos aspectos como es la nomenclatura algebraica, no se producen avances ya que las incógnitas siguen nombrándose con palabras, sin usar el álgebra sincopada de Diofanto en la época griega. Aunque cabe destacar que el álgebra se encuentra en evolución y cada época tiene la herencia de las épocas adyacentes y anteriores a ella.

Durante la Edad Media y el Renacimiento, los  **europeos**  también tuvieron su aporte a la resolución de los sistemas de ecuaciones lineales. De esta época podemos destacar a Leonardo de Pisa (1170-1250), más conocido como Leonardo Fibonacci, quien difundió por Europa el sistema de numeración indioarábigo, numeración posicional, usado actualmente. Introdujo el concepto del cero y la famosa secuencia de Fibonacci. Otro matemático, y médico, que destacó dentro del Renacimiento por sus publicaciones de álgebra fue Cardano (1501-1576) que mediante su libro *Ars Magna* (1545) muestra soluciones a ecuaciones lineales con dos incógnitas junto con las de tercer y cuarto grado.

Años más tarde, en el siglo XVIII aparece Cramer (1704-1752) que nos da la solución a un sistema de  $n$  ecuaciones con  $n$  incógnitas en su publicación *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, datada dos años antes de su muerte.

En los años posteriores vamos a destacar entre todos los que han estudiado el álgebra, a René Descartes y a Euler.

**René Descartes** fue un filósofo, matemático y físico francés (1596-1650) que en su libro *La géométrie* se acerca bastante al lenguaje algebraico que podemos usar actualmente. El lenguaje utilizado por Descartes consistía en nombrar a los símbolos que se mantienen con letras del alfabeto como  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ... y a las incógnitas las denomina  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Además de esto incluye los signos positivo y negativo. Con estos rasgos se ve con gran claridad la aproximación de esa nomenclatura a la nuestra.



Terminando este apartado de la historia de los Sistemas de ecuaciones, debemos nombrar a **Euler (1707-1783)**. Trabajó en distintos ámbitos de las Matemáticas como son la geometría, el cálculo o el álgebra, entre otros. En su libro *“Elementos del Álgebra”* (1770) desarrolla soluciones a distintos tipos de ecuaciones llegando incluso a las de cuarto grado.

## ESTRUCTURA CONCEPTUAL

Damos el primer paso en el análisis de contenido con la estructura conceptual, es decir, una descripción detallada de los conceptos y las relaciones entre ellos. En este apartado podemos diferenciar el ámbito conceptual del procedimental.

En el campo conceptual podemos diferenciar tres bloques denominados: *hechos*, *conceptos* y *estructuras conceptuales*. Se nombran de forma que la complejidad conceptual va en aumento, de esta forma, los hechos se sitúan en el escalón de nivel básico pudiéndose dividir a su vez en *términos*, *notaciones*, *convenios* y *resultados*. En el nivel medio se sitúan los *conceptos* y por último en el superior destacamos las *estructuras conceptuales*. En el campo procedimental veremos las *destrezas*, *razonamientos* y *estrategias*.

Comenzaremos por el bloque de los hechos, dentro del campo conceptual:

### Términos

Solución	⋮	Coeficiente	⋮	Incógnita	⋮	Polinomio
Ecuación	⋮	Término independiente	⋮	Miembro	⋮	Variable
Valor	⋮	Parte literal	⋮	Igualdad	⋮	Grado
Sistema	⋮	Equivalencia	⋮	Método	⋮	Monomio
Polinomio	⋮	Fracción	⋮		⋮	

### Notaciones

- Ecuación:  $ax + b = 0$   
 $ax + by + c = 0$
- Sistemas de ecuaciones:  $ax + by = t$   
 $cx + dy = r$
- Variables:  $x, y, z$
- Coeficientes:  $a, b, c$
- Término independiente:  $t, r$
- Signo igual =
- Operaciones elementales: suma (+), resta (-), multiplicación (.) y división (/).

### Convenios

- La ecuación se lee:  
  - “*a quis más b igual a 0*”
  - “*a equis más b y más c igual a 0*”
- Los sistemas de ecuaciones se leen:  
  - “*a equis más b y igual a t; c quis más d y igual a r*”
- Para resolver la ecuación se toma el término de la derecha igual a 0.
- Usamos  $x, y, z$  para las incógnitas y la nomenclatura  $a, b, c$  para los coeficientes.
- Se comienza poniendo la incógnita  $x$  seguida de la incógnita  $y$ , y posteriormente el término independiente.

- Se tiene presente la jerarquía en las operaciones donde priman los paréntesis sobre todo lo demás.
- El signo de multiplicar se simbolizará con un punto (.) para no tener equivocación con la incógnita  $x$ .

### Resultados

- Toda ecuación lineal tiene una solución real.
- Cada sistema de ecuaciones tiene un par de valores que son solución.
- En la transposición de términos en una igualdad, se pasa con la operación opuesta a la original (suma - resta, multiplicación - división).
- Para cada sistema de ecuaciones, el valor  $x$  tendrá una solución y el valor  $y$  otra solución.

A continuación veremos el nivel de complejidad media llamado conceptos:

### Conceptos

- Noción de monomio y polinomio.
- Noción y operaciones con expresiones algebraicas.
- Noción y significado de ecuación lineal y sistema de ecuaciones.
- Noción de solución.
- Noción de ecuaciones equivalentes.

Por último en el nivel de complejidad más alto nos encontramos con las estructuras, definidos de la siguiente manera:

### Estructuras

$(P(X), +, \cdot)$  anillo conmutativo.

Una vez visto el campo conceptual, se procede a estudiar el campo procedimental.

### Destrezas

- Uso del paréntesis y jerarquía de las operaciones.
- Simplificación de expresiones.
- Escritura y lectura de ecuaciones y sistemas de ecuaciones.
- Dominio de la transposición de términos de un lado a otro de la igualdad dejando los números a un lado y las incógnitas al otro. De esta forma de halla la solución de la incógnita.
- Conocer y usar los distintos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones: sustitución, igualación y reducción.
- Saber resolver la ecuación.
- Traducción de un enunciado a lenguaje algebraico e inversa.
- Resolución de ecuaciones lineales.

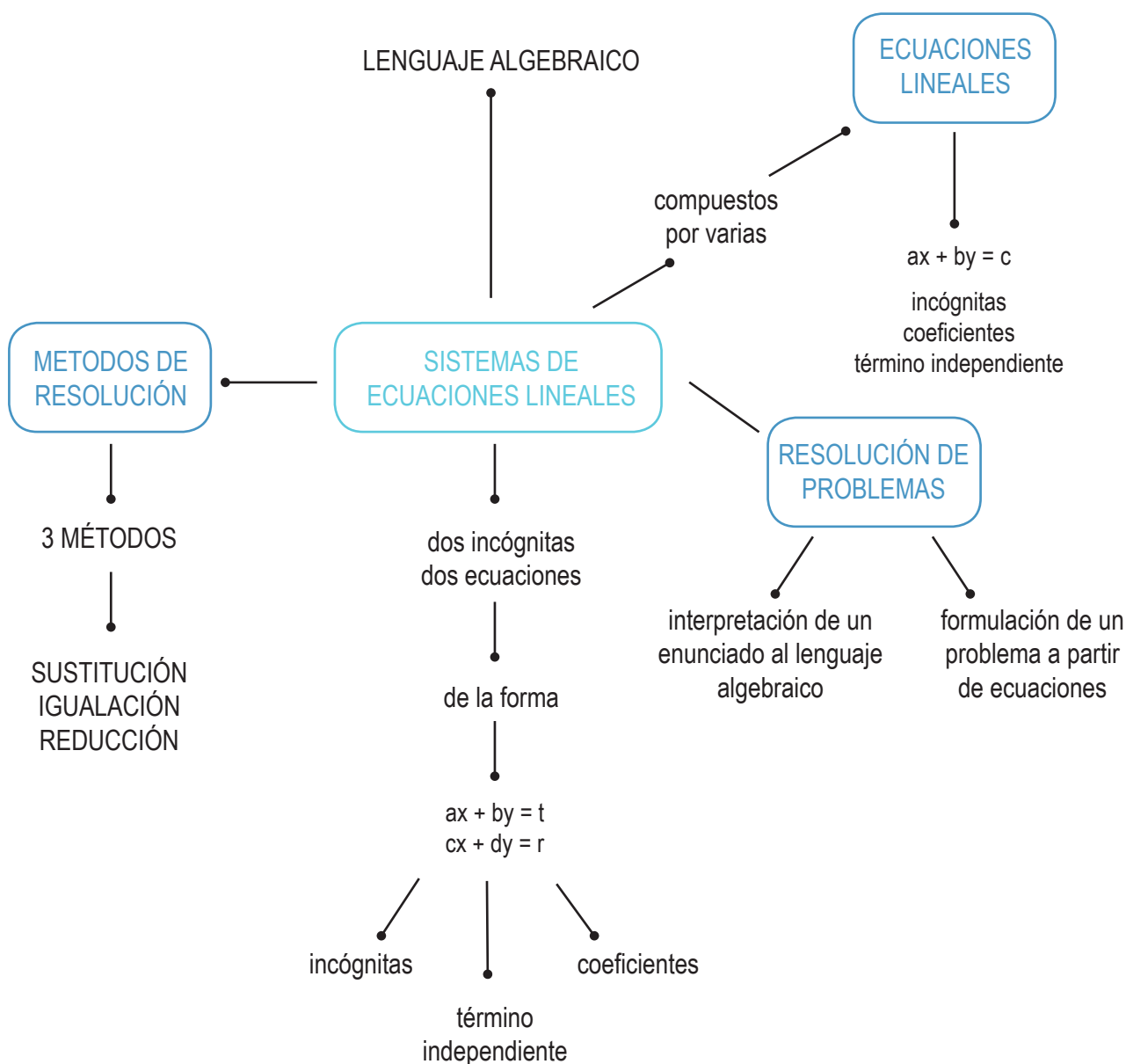
### Razonamientos

- Deductivo: propiedad de las operaciones.
- Inductivo: transformar ecuaciones en otras más sencillas de para resolver.
- Figurativo: argumentos para dar respuesta a las propiedades algebraicas de las ecuaciones y los sistemas.

**Estrategias**

- Cálculo mental.
- Estimación de la solución de la ecuación.
- Resolución de problemas mediante la formulación de las ecuaciones dadas en el enunciado y dada la ecuación plantear el enunciado.
- Distinción de los distintos métodos y aplicaciones.

A continuación se plantea un mapa conceptual que engloba la totalidad del capítulo estructura conceptual:



## SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN

Dentro del tercer punto del análisis de contenido veremos los sistemas de representación. Los conceptos que anteriormente hemos visto pueden agruparse en distintos bloques en función de su representación, ya que las matemáticas pueden ser desarrolladas desde otros puntos que no sean el numérico. Podemos destacar cuatro sistemas de representación: verbal, simbólica, manipulativa y numérica. Dentro de cada uno de estos sistemas veremos su uso y aplicación específica.

### Representación verbal

En este bloque se muestra como se procede a la lectura de las ecuaciones y de los sistemas de ecuaciones:

Leer la ecuación:

*“a equis más b igual a 0”* ( $ax + b = 0$ ) o *“a equis más b y más c igual a 0”* ( $ax + by + c = 0$ )

Leer sistemas de ecuaciones:

*“a equis más b y igual a e, ce equis más d y igual a f”* ( $ax + by = e$  /  $cx + dy = f$ )

La lectura de las ecuaciones suele comenzarse por la incógnita  $x$  seguida de la incógnita  $y$  finalizando en la otra parte de la igualdad con el término independiente.

### Representación simbólica

Esta representación intenta mostrar cómo con la combinación de letras y números dentro de una igualdad, se llega a la interpretación de una ecuación y a su vez con la unión de varias, a un sistema de ecuaciones, lo que llamamos lenguaje algebraico:

$$\begin{aligned} ax + by &= t \\ cx + dy &= r \end{aligned}$$

En este sistema podemos distinguir las letras  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  los cuales son valores que conocemos y denominaremos como coeficientes. Las letras  $x$ ,  $y$  son las incógnitas que deben averiguarse para verificar este sistema. Las letras que quedan a la derecha del signo igual  $t$ ,  $r$  son llamados términos independientes que no van acompañados de ninguna incógnita y con términos conocidos.

### Representación manipulativa

Esta representación trata de cómo podemos transformar un sistema de ecuaciones mediante un instrumento que se pueda manejar tanto física como digitalmente. Uno de los programas informáticos más utilizados en el conocido como Geogebra. En él podemos introducir sistemas de ecuaciones y ver tanto sus soluciones como su representación gráfica. Al igual que este software también podemos encontrar otros de las mismas características llamado Derive o Mathematica.

Las calculadoras programables son otro instrumento con el que podemos obtener las soluciones de un sistema de ecuaciones. Este tipo de instrumento no suele usarse en los centros educativos para el nivel de 2º ESO pero es bueno que los alumnos sepan de materiales con los que pueden enfrentarse en unos años.

### Representación numérica

Esta representación está enfocada a las soluciones numéricas que nos dan solución al sistema de ecuaciones tanto para el valor  $x$  como para el valor  $y$ .

## FENOMENOLOGÍA

Esta última parte del análisis de contenido intenta mostrar las relaciones y vínculos entre los conceptos y estructuras asociadas a aspectos de la vida real ya sea en diversos contextos como el ámbito social, personal, educativo o laboral.

Para empezar desde el principio veremos el significado de contexto. Un contexto es un entorno matemático, en este caso, en el que los conocimientos vistos como conceptos y estructuras dan respuesta a unos hechos. Para poder estudiar esta fenomenología, primero debemos tener claro el significado de los Sistemas de ecuaciones, para así reconocer con mayor facilidad estas situaciones. Los Sistemas de ecuaciones se conforman de varias ecuaciones lineales, como ya hemos visto, es decir combinaciones lineales donde tenemos coeficientes e incógnitas. Estos últimos son los valores que deben ser hallados y verificar el sistema.

El contexto que engloba el significado de los Sistemas de ecuaciones se puede definir de la siguiente manera:

“Hallar los valores que verifiquen una serie de combinaciones lineales”

Con esta premisa podremos estudiar de una manera más efectiva la fenomenología del concepto a estudiar. Los Sistemas de ecuaciones pueden encontrarse en ámbitos tales como el científico, la ingeniería, economía... que ayudan a resolver cuestiones de tipo físico o social, entre otros.

A continuación veremos las situaciones en las que podemos encontrar la presencia de los Sistemas de ecuaciones y que se acercan a la vida real del alumnado. Cada una de estas situaciones vienen dadas por la vinculación o proximidad al mundo en el que vivimos ya sea de tipo cultural o social.

Según el estudio PISA, estas situaciones pueden clasificarse en distintos ámbitos diferenciándolas tanto en personales, educativas o laborales, como públicas y científicas. (OCDE, 2005; pp. 41-42).

Con los conceptos bien definidos vamos a ver algunos ejemplos de cada una de las situaciones en el campo de los Sistemas de ecuaciones.

1. Situaciones personales: son las que están vinculadas con la vida del alumno y en la mayoría de los casos, situaciones vividas, como por ejemplo:

*Andrés ha ahorrado 20 € para el día de su cumpleaños poder hacer una fiesta de cumpleaños. Ha comprado 14 paquetes de magdalenas y batidos de chocolate de un litro. El paquete de magdalenas cuesta a 1,20 € y cada batido 0,80 €. ¿Cuánto ha comprado Andrés de cada cosa?*

Este problema puede ser resuelto por cualquier método de los que se conocen (sustitución, igualación y reducción). En este caso el más rápido sería el de sustitución por tener coeficiente 1 en las incógnitas de la primera ecuación.

2. Situaciones educativas o laborales: son las situaciones que se vinculan con el entorno laboral del alumnado que en este caso está en el centro educativo y en el que debe plasmar los conocimientos que ha adquirido. Un ejemplo podría ser el siguiente:

*Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por cualquiera de los métodos:*

$$\begin{aligned}x + y &= 12 \\x - y &= 2\end{aligned}$$

Este sistema puede ser resuelto por cualquiera de los métodos que se ven en la unidad ya que el coeficiente de las incógnitas en ambas ecuaciones es 1.

3. Situaciones públicas: son las situaciones que hacen referencia a una agrupación. En éstas deben aplicar los conocimientos matemáticos para comprender y saber enfrentarse a ellas ya que son situaciones externas a la vida del alumnado pero que tienen consecuencias en la vida pública. Un ejemplo de ello puede ser el siguiente:

*Una empresa de refrescos ha envasado 5000 l en 3000 botellas de 1.5 l y 2 l. ¿Cuántas botellas ha empleado de cada clase?*

Para la resolución de este problema de situación pública se recomienda usar el método de igualación o de sustitución con los que se llegará a la solución rápidamente.

4. Situaciones científicas: son las situaciones que tienen que ver con aspectos científicos. De carácter abstracto y de difícil comprensión como es enunciar teoremas de forma precisa. Vemos un ejemplo a continuación:

*¿Qué dos números suman 21 y el doble de uno más el triple del otro es 56?*

En este caso el método más rápido para hallar la solución sería el método de igualación frente a los demás ya que el hecho de que alguna incógnita tenga coeficiente 0 ayuda en su resolución.

## 2. ANÁLISIS COGNITIVO

Una vez terminado el análisis de contenido, pasamos al análisis cognitivo en el que se pone de manifiesto el aprendizaje matemático analizando las dificultades y conexiones entre el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Para el desarrollo del análisis cognitivo se seguirá el trabajo realizado por Lupiáñez (2009). En este apartado, mediante un orden, se organizarán las expectativas de aprendizaje junto con las limitaciones en éste. Este estudio está compuesto de tres organizadores que atienden tanto al docente como al alumnado y con ellos se estudiará qué es lo que se espera de los alumnos con esta unidad, el papel del profesorado en el aprendizaje y ver si ese aprendizaje se ha hecho correctamente.

La finalidad del análisis cognitivo como dice Gómez (2007) se basa en que “el profesor describe su hipótesis acerca de cómo los estudiantes pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre la estructura matemática cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje”.

---

### EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE

Este primer punto nos muestra la organización y concreción de los conocimientos que el docente pretende y espera que el alumnado adquiera durante este periodo.

Lo primero que haremos será establecer ciertos focos de interés sobre los Sistemas de ecuaciones que nos ayudarán a sustentar y priorizar las expectativas. Se han establecido los siguientes focos de interés:

- Conocimientos básicos sobre las ecuaciones lineales el lenguaje algebraico
- Conocimiento y aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones
- Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones

Ya que tenemos establecidos los distintos focos de interés, dentro de este punto de expectativas de aprendizaje distinguiremos entre los objetivos específicos y las competencias.

Nos centraremos a continuación en el primer punto, objetivos específicos dentro del tema a tratar que son los Sistemas de ecuaciones. Estos objetivos están ligados a cada uno de los focos de interés mencionados con anterioridad:

#### **Conocimientos básicos sobre las ecuaciones lineales y el lenguaje algebraico**

1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales.
2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones.
3. Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico.

#### **Conocimiento y aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones**

4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas.
5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente.
6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales.

### Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones

- 7. Interpretación del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico de un enunciado dado.
- 8. Desarrollar enunciados que se puedan mostrar de forma matemática mediante una ecuación lineal o un sistema de ecuaciones.
- 9. Expresar algebraicamente enunciados de situaciones reales y posteriormente identificar e interpretar los resultados obtenidos.

Definidos los objetivos específicos, a continuación nos vamos a centrar en las competencias matemáticas PISA y su relación con los objetivos anteriores. Las competencias establecidas por PISA son las siguientes (OCDE, 2005):

<p><b>PR:</b> Pensar y razonar</p> <p><b>AJ:</b> Argumentar y justificar</p> <p><b>C:</b> Comunicar</p> <p><b>M:</b> Modelizar</p>	<p><b>RP:</b> Plantear y resolver problemas</p> <p><b>R:</b> Representar</p> <p><b>LS:</b> Uso de lenguaje y operaciones</p> <p><b>HT:</b> Emplear soportes y herramientas tecnológicas</p>
--	---

A continuación se organizarán los objetivos con las correspondientes competencias PISA mediante tablas:

Conocimientos básicos sobre las ecuaciones lineales y el lenguaje algebraico	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	HT
Conocer el uso de las ecuaciones lineales	●						●	
Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones						●	●	
Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico	●	●					●	

Conocimiento y aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	HT
Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas					●		●	
Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente	●		●		●			
Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales	●		●				●	



Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	HT
Interpretación del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico de un enunciado dado	●						●	
Desarrollar enunciados que se puedan mostrar de forma matemática mediante una ecuación lineal o un sistema de ecuaciones	●		●	●				
Expresar algebraicamente enunciados de situaciones reales y posteriormente identificar e interpretar los resultados obtenidos	●		●			●	●	

Una vez puestas las competencias en cada uno de los objetivos, vamos a ver qué competencia es la que prima con respecto a las demás:

Conocimientos básicos sobre las ecuaciones lineales y el lenguaje algebraico	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	HT
total	2	1	-	-	-	1	3	-

Conocimiento y aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	HT
total	2	-	2	-	2	-	2	-

Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	HT
total	3	-	2	1	-	1	2	-

Según esos balances por cada uno de los objetivos específicos que se han ido describiendo anteriormente, podemos ver cuál ha sido la competencia más nombrada:

Competencia	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	HT
total	7	1	4	1	2	2	7	-

Como podemos ver, la competencia más nombrada es “Pensar y razonar” y “Uso de lenguaje y operaciones”. Esto es lo que se esperaba ya que en los Sistemas de ecuaciones prima el uso algebraico en todo el proceso de resolución. Seguida de estas competencias tenemos la de “Comunicar” ya que se deben interpretar conceptos y enunciados a lenguaje ordinario. El alumnado se encuentra en su segundo año de la Enseñanza Obligatoria por lo que deben potenciar la competencia del uso del lenguaje simbólico.

---

## ANÁLISIS DE LAS LIMITACIONES

Este punto va enfocado a tratar los posibles errores y dificultades que nos podemos encontrar tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de los Sistemas de ecuaciones. Esto nos ayuda a ver qué puntos son los más significativos en los que el alumnado tenga más dificultad y pueda hacer que el ritmo de la clase se ralentice.

A continuación se recoge el estudio de los errores y dificultades que se pueden presentar en esta unidad por cada uno de los focos de interés:

### Conocimientos básicos sobre las ecuaciones lineales y el lenguaje algebraico

E1\_Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). Por ejemplo:

$$-(x + 4) - x = 5; -x + 4 - x = 5$$

E2\_Despejar la incógnita de manera inversa. Por ejemplo:

$$10x = 20; x = 10/20$$

E3\_Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros. Por ejemplo:

$$2/5x + 3/4x = 2; 2/20x + 3/20x = 2/20$$

E4\_Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación. Por ejemplo:

$$-20x - x = 7; x = 7 + 21$$

### Conocimiento y aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones

E5\_Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes. Por ejemplo:

$$-2x + 2x = x$$

E6\_Confundir las incógnitas en la transcripción de un enunciado a una ecuación o sistema de ecuaciones.

### Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones

E7\_Mezclar los pasos de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones.

E8\_Traducir de forma errónea los enunciados a lenguaje algebraico y viceversa.

E9\_Desconocer dónde hallar la otra incógnita en un sistema de ecuaciones.

E10\_En el método de reducción, multiplicar algunos coeficientes de la ecuación. Por ejemplo:

$$\begin{array}{ll} x + y = 1 & 3x + 3y = 1 \\ 3x + 2y = -4 & 3x + 2y = -4 \end{array}$$

E11\_Confundir la suma o la resta de las ecuaciones en el método de reducción.

Una vez vistos los errores y dificultades que se pueden dar en la enseñanza y aprendizaje de esta unidad, se verá la relación de ellos con los objetivos específicos que se definieron en el apartado anterior.

Errores y dificultades		Objetivos específicos
E1	Manipular de forma incorrecta el signo menos (-)	2, 3, 7
E2	Despejar la incógnita de manera inversa	1, 2, 4
E3	Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros	2, 4, 6
E4	Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación	2, 4, 5
E5	Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes	2, 4, 6
E6	Confundir las incógnitas en la transcripción de un enunciado a una ecuación o sistema de ecuaciones	3, 7, 8, 9
E7	Mezclar los pasos de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones	4, 5
E8	Traducir de forma errónea los enunciados a lenguaje algebraico y viceversa	7, 8, 9
E9	Desconocer dónde hallar la otra incógnita en un sistema de ecuaciones	4, 5
E10	En el método de reducción, multiplicar algunos coeficientes de la ecuación	5, 6
E11	Confundir la suma o la resta de las ecuaciones en el método de reducción	2, 4
E12	Conocer el uso y las partes que forman una ecuación lineal	1, 2

A continuación veremos el número de errores y limitaciones por cada uno de los focos de interés a los que se han asociado los primeros.

### 1. Conocimientos básicos sobre las ecuaciones lineales y el lenguaje algebraico

número de errores/limitaciones: 11 (30%)

### 2. Conocimiento y aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones

número de errores/limitaciones: 14 (47%)

### 3. Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones

número de errores/limitaciones: 7 (23%)

## OPORTUNIDADES DE APRENDIZAJE

En este punto se van a exponer algunos ejercicios en los que se pueden ver cumplidos algunos objetivos y expectativas del aprendizaje y junto con esto eliminar ciertos errores y limitaciones que hemos visto en el capítulo anterior.

### TAREA 1

Comprueba si este sistema de ecuaciones está correcto. Indica los errores, comenta cuál sería la forma adecuada y resuélvelo.

$$\begin{array}{l} 5x - y = 1 \longrightarrow x = (1-y) \cdot 5 \\ 2x + 4y = -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x + 4y = -1 \longrightarrow 2(1-y) + 4y = -1 \\ 2 - 2y + 4y = -1 \longrightarrow 2y = -3 \\ y = -3-2 = -5 \longrightarrow y = -5 \\ x = (1-y) \cdot 5 \longrightarrow x = (1 - (-5)) = 30 \longrightarrow x = 30 \end{array}$$

Esta es una tarea que nos ayuda a poder eliminar ciertos errores y por tanto a superar sus correspondientes objetivos. Es un ejercicio en el que el alumnado tiene el desarrollo completo matemático de un sistema de ecuaciones y deben comprobar si hay algún error en el mismo y si es así, resolverlo de forma correcta.

Gracias a esta tarea podemos ver cómo se alcanza el objetivo 2, “Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones” y el 4 “Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas”.

También ayuda al desarrollo de la competencia “Pensar y Razonar” (PR) y “Plantear y resolver problemas” (RP).

### TAREA 2

¿Qué dos números suman 21 y el doble de uno más el triple de otro es 56?

- Halla el sistema de ecuaciones que verifica el enunciado
- Resuelve el sistema del apartado a).

Con esta tarea que puede parecer teórica en un principio pero desarrolla los conceptos matemáticos de los sistemas de ecuaciones, se intentan superar numerosas expectativas. Entre las más importantes podemos destacar el objetivo 4 “Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas”, el objetivo 7 “Interpretación del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico de un enunciado dado” y por consiguiente el objetivo 9 “Expresar algebraicamente enunciados de situaciones reales y posteriormente identificar e interpretar los resultados obtenidos”.

Mediante la realización de esta tarea se puede ver como se alcanzan las competencias PISA tales como “Pensar y razonar” (PR) y “Uso del lenguaje y operaciones” (LS). Dos competencias que para el alumnado de segundo curso de la Enseñanza Obligatoria, en mi opinión, son fundamentales para asentar las bases principales en el aprendizaje de esta unidad en particular y del lenguaje algebraico en general.

### TAREA 3

Realiza el siguiente sistema de ecuaciones por el método que prefieras, comentando el método que se usa posteriormente.

$$\begin{aligned}x - (y + 1) &= 3 \\ y + (x + 2) &= 4\end{aligned}$$

Con esta tarea además de superar objetivo también se subsanan algunos errores o limitaciones ya que se realizan operaciones básicas que ya se deben tener adquiridas pero que parte del alumnado aún tienen dificultades en ellas.

En esta tarea nos podemos encontrar algunos errores que el alumnado presenta con mayor frecuencia, éstos se ven en los pasos iniciales para obtener el sistema modelo:

- E1\_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-)
- E2\_ Despejar la incógnita de manera inversa
- E4\_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación

Asociados a estos errores tenemos los siguiente objetivos:

- 1\_ Conocer el uso de las ecuaciones lineales
- 2\_ Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones
- 4\_ Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas
- 5\_ Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente

Los errores y objetivos asociados a éstos que podemos ver en los pasos siguientes del ejercicio 3 también se comparten con el primer paso.

### TAREA 4

A partir del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}x + 2y &= -1 \\ 2x - y &= 3\end{aligned}$$

- a) Formula un enunciado que dé respuesta al sistema.
- b) Resuelve el sistema de ecuaciones indicando el método que se escoge.
- c) Interpreta las soluciones.

En esta tarea se engloban numeroso objetivos tanto teóricos como prácticos.

Con el apartado a) se tienen los siguientes objetivos y se pueden presentar los correspondientes errores o limitaciones.:

E8\_ Traducir de forma errónea los enunciados a lenguaje algebraico y viceversa.

A este error se le asocian los siguientes objetivos específicos:

7. Interpretación del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico de un enunciado dado.
8. Desarrollar enunciados que se puedan mostrar de forma matemática mediante una ecuación lineal o un sistema de ecuaciones.
9. Expresar algebraicamente enunciados de situaciones reales y posteriormente identificar e interpretar los resultados obtenidos.

En el apartado b) y c) encontramos los siguientes errores y sus objetivos específicos:

E1\_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-)

E2\_ Despejar la incógnita de manera inversa

E4\_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación

Asociados a estos errores tenemos los siguiente objetivos:

- 1\_ Conocer el uso de las ecuaciones lineales
- 2\_ Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones
- 4\_ Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas
- 5\_ Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente

Gracias a esta tarea se desarrollan las siguientes competencias: “Pensar y Razonar” (PR), “Plan-tear y resolver problemas” (RP) y “Uso de lenguaje y operaciones” (LS).

## PROPIEDADES DE LAS TAREAS

TAREA	CONTENIDO	CONTEXTO	COMPLEJIDAD
Tarea 1	Cantidad	Educativo/personal	Reflexión
Tarea 2	Relaciones	Educativo/personal	Conexión
Tarea 3	Cantidad	Educativo/personal	Reproducción
Tarea 4	Incertidumbre	Cualquiera	Reflexión

### 3. ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN

El análisis de instrucción se focaliza en el diseño, adecuación y secuenciación de las diferentes tareas que se van a desarrollar dentro de la unidad didáctica. Este análisis va de la mano del análisis cognitivo, uno depende del otro.

La organización de este último análisis, según la estructura de Marín (2009), se articula mediante siete elementos teniendo como elemento organizador a las tareas. Dichos elementos son: *la adecuación, la complejidad, la resolución de problemas y la modelización, el empleo de materiales y recursos, la secuenciación, la evaluación y gestión del aula de matemáticas.*

En esta organización de las tareas, se empleará la estructura proporcionada por el docente Luis Rico a través de la asignatura “Didáctica de las Matemáticas” del Máster Universitario de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional e Idiomas.

Lo primero que haremos será el diseño de las tareas y su orden a lo largo de la unidad didáctica, teniendo en cuenta los conocimientos que el alumnado va adquiriendo. En esta descripción de las actividades se incluirán características tales como el contenido, complejidad, presentación, agrupamiento... todo ello dentro de la organización de cada una de las sesiones.

Lo primero que vamos a ver es la estructura de cada una de las sesiones que compone esta unidad. A continuación, se hará una descripción detallada de cada una de las sesiones con sus correspondientes tareas asignadas.

#### ESTRUCTURA DE LAS SESIONES

Nº DE SESIÓN	FOCO CONCEPTUAL
Sesión 1	Introducción de una ecuación lineal
Sesión 2	Introducción de los sistemas de ecuaciones
Sesión 3	Método de sustitución
Sesión 4	Método de igualación
Sesión 5	Método de reducción
Sesión 6	Repaso de los tres métodos
Sesión 7	Evaluación. Examen
Sesión 8	Corrección del examen

## FASE DE INICIO

### SESIÓN 1: INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES LINEALES

En esta sesión se hará una introducción a las ecuaciones lineales. De otros niveles más avanzados, el alumnado tiene ciertos conocimientos que están asociados al lenguaje algebraico, sin embargo en el segundo nivel de la Enseñanza Obligatoria, es el primer contacto con este lenguaje comenzando con las ecuaciones de segundo grado y terminando con los sistemas de ecuaciones.

Durante esta sesión de inicio se introducirán conceptos básicos como son la definición y usos de la ecuación lineal, expresión y solución de una ecuación lineal al igual que los elementos que la forman. Las sesiones se estructuran con una duración de una hora, por lo que la totalidad de las partes en las que se divida la sesión deben sumar 60 minutos.

SESIÓN 1. INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES LINEALES	
TIEMPO	DESCRIPCIÓN
15 minutos	<b>INTRODUCCIÓN: Conceptos previos</b> Se hará una breve introducción del significado de las ecuaciones lineales y sus usos, motivando el aprendizaje de los alumnos/as. Mediante preguntas y de forma general se harán preguntas tales como, ¿qué entendéis por una ecuación lineal?, ¿y por incógnita? o ¿cuántas soluciones puede tener una ecuación lineal?. De esta forma se fomenta la participación.
10 minutos	<b>DEFINICIÓN: ecuación lineal</b> Una vez hecha la breve introducción, definiremos qué es una ecuación lineal y se muestra el modelo de ecuación con el que se sustenta, diferenciando incógnitas de términos.
10 minutos	<b>TAREA EN EL AULA</b> TAREA 1: ¿ecuación lineal, si o no?
20 minutos	<b>TAREA EN EL AULA</b> TAREA 2 TAREA 3 TAREA 4
5 minutos	<b>DUDAS</b>

Las competencias que se van a trabajar en esta sesión son las siguientes: “Pensar y Razonar” (PR), “Lenguaje simbólico” (LS), “Modelizar” (M) y “Comunicar” (C). Dentro de las expectativas de aprendizaje que se van a desarrollar encontramos las siguientes:

#### Conocimientos básicos sobre las ecuaciones lineales y el lenguaje algebraico

1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales.
2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones.
3. Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico.





TAREA 2. DURACIÓN APROXIMADA 8´		
Elementos de tarea	Meta	Introducción del concepto de ecuación lineal. Obtener soluciones (x, y) a varios ejemplos dados.
	Recursos/Operaciones	Papel y lápiz.
	Contenido	Ecuaciones lineales con dos incógnitas.
	Situación aprendizaje	Académica
	Complejidad	Reproducción
Condiciones	Presentación	Encuentra tres soluciones para cada ecuación lineal a) $x - y = 10$ b) $2x - 3y = 8$
	Comunicación Cómo Cuándo	Esta tarea se introduce después de haber explicado por parte del profesor/a la ecuación modelo que da respuesta a las ecuaciones lineales y las soluciones que ésta puede llegar a tener. El alumnado copia los dos apartados resolviéndolos de forma individual y posteriormente un alumno, por voluntad propia, dice la solución que él cree correcta. Esta solución se comprueba y se añaden algunas más para demostrar que puede haber más de una solución.
	Agrupamiento	Individual
Ob	Actividad de iniciación	

Vamos a ver la relación de esta tarea con los correspondientes objetivos, competencias desarrolladas y errores o limitaciones:

TAREA 2	
Objetivos	1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales. 2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones.
Competencias	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS) “Comunicar” (C)
Errores	E1_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). E2_ Despejar la incógnita de manera inversa. E3_ Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros. E4_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación. E5_ Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes.

Con esta tarea se intenta que el alumnado vea la cantidad de soluciones que puede tener una ecuación lineal ya que ha tenido dificultades para entender este concepto de infinitas soluciones.

TAREA 3. DURACIÓN APROXIMADA 7'		
Elementos de tarea	Meta	Introducción del concepto de ecuación lineal. Comprobar soluciones (x, y) a varios ejemplos dados.
	Recursos/Operaciones	Papel y lápiz.
	Contenido	Ecuaciones lineales con dos incógnitas.
	Situación aprendizaje	Académica
	Complejidad	Reproducción
Condiciones	Presentación	Comprueba si $x = -1$ , $y = 8$ es solución de estas ecuaciones:  a) $2x + y = 6$ c) $x - y = 7$ b) $7x - y = 11$ d) $x + y = 7$
	Comunicación Cómo Cuándo	Seguida de la tarea anterior se introduce ésta más práctica que teórica en la que dadas unas ecuaciones lineales y unas soluciones para las incógnitas x, y se debe decir cuáles son correctas o no.
	Agrupamiento	Individual
Ob	Actividad para practicar lo que se ha visto en clase.	

Al igual que las anteriores tareas, se muestra a continuación la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias y posibles errores:

TAREA 3	
Objetivos	1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales. 2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones.
Competencias	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS) “Comunicar” (C)
Errores	E1_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). E2_ Despejar la incógnita de manera inversa. E3_ Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros. E4_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación. E5_ Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes.

Esta tarea mantiene los mismos objetivos, competencias y errores que la tarea anterior, por lo que con distintos ejercicios se desarrollan aún más estos puntos.

TAREA 4. DURACIÓN APROXIMADA 5'		
<b>Elementos de tarea</b>	<b>Meta</b>	Introducción del concepto de ecuación lineal. Transcribir ecuaciones lineal a través de lenguaje ordinario.
	<b>Recursos/Operaciones</b>	Papel y lápiz.
	<b>Contenido</b>	Ecuaciones lineales con dos incógnitas.
	<b>Situación aprendizaje</b>	Académica
	<b>Complejidad</b>	Reproducción
<b>Condiciones</b>	<b>Presentación</b>	Expresa, mediante una ecuación lineal con dos incógnitas, los enunciados:  a) La diferencia de dos números es 3. b) El doble de un número más otro es 43.
	<b>Comunicación Cómo Cuándo</b>	Este es uno de los ejercicios en el que el alumnado tiene más dificultades ya que debe transcribir un enunciado a lenguaje simbólico. Una vez tenidos los conceptos anteriores adquiridos y ejercitados mediante las tareas, es apropiado introducir este tipo de tareas teóricas, de un modo sencillo, que poco a poco aumentarán en complejidad.
	<b>Agrupamiento</b>	Individual
<b>Ob</b>	Actividad de reflexión.	

Las relaciones de esta tarea con los objetivos, competencias y errores son las siguientes mostradas en esta tabla:

TAREA 4	
<b>Objetivos</b>	1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales. 2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones. 3. Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico
<b>Competencias</b>	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS) “Comunicar” (C) “Modelizar” (M)
<b>Errores</b>	E1_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). E6_ Confundir las incógnitas en la transcripción de un enunciado a una ecuación o sistema de ecuaciones E8_ Traducir de forma errónea los enunciados a lenguaje algebraico y viceversa

## FASE DE DESARROLLO

### SESIÓN 2: INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS DE ECUACIONES

En esta segunda sesión se repasan los conceptos vistos en la primera sesión junto con los nuevos. Entre estos nuevos conceptos encontramos la introducción de los sistemas de ecuaciones, nunca vistos por el alumnado de este nivel.

SESIÓN 2. INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS DE ECUACIONES	
TIEMPO	DESCRIPCIÓN
20 minutos	<b>REPASO: ecuaciones lineales</b> Se hará un repaso de las ecuaciones lineales a través de una serie de ejercicios dictados para que se trabaje la transcripción de un enunciado a lenguaje simbólico. Este ejercicio se dicta al alumnado, se deja un tiempo de 12-13 minutos para realizarlo y posteriormente se recoge. TAREA 5 Y TAREA 6.
10 minutos	<b>INTRODUCCIÓN: sistema de ecuaciones</b> Una vez hecha la breve introducción, definimos qué es un sistema de ecuaciones y se muestra el modelo de sistema de ecuaciones con el que se sustenta, diferenciando incógnitas de coeficientes y términos independientes.
10 minutos	<b>TAREA EN EL AULA</b> TAREA 7: ¿sistemas de ecuaciones, si o no?
10 minutos	<b>TAREA EN EL AULA</b> TAREA 8
10 minutos	<b>SISTEMAS DE ECUACIONES EQUIVALENTES</b>

Las competencias que se van a trabajar en esta sesión son las siguientes: “Pensar y Razonar” (PR), “Lenguaje simbólico” (LS), “Modelizar” (M) y “Comunicar” (C). Dentro de las expectativas de aprendizaje que se van a desarrollar encontramos las siguientes:

#### Conocimientos básicos sobre las ecuaciones lineales y el lenguaje algebraico

1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales.
2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones.
3. Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico.

#### Conocimiento y aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones

6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales.

A continuación veremos la secuenciación de tareas diseñadas y organizadas para esta segunda sesión acorde con la teoría que se imparte.

TAREA 5. DURACIÓN APROXIMADA 15´		
Elementos de tarea	<b>Meta</b>	Repaso ecuaciones lineales. Transcribir ecuaciones lineal a través de lenguaje ordinario.
	<b>Recursos/Operaciones</b>	Papel y lápiz.
	<b>Contenido</b>	Ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante un enunciado teórico
	<b>Situación aprendizaje</b>	Académica
	<b>Complejidad</b>	Conexión
Condiciones	<b>Presentación</b>	Expresa mediante una ecuación lineal con dos incógnitas estos enunciados, e indica qué representan las incógnitas:  a) la suma de dos números es 15 b) la mitad de un número más el doble de otro es igual a 52 c) la diferencia entre las edades de un padre y un hijo es 28 años d) el precio de 2 kg de naranjas y 3 kg de manzanas es 5,80 € e) dos bocadillos y tres refrescos cuestan 14 €
	<b>Comunicación Cómo Cuándo</b>	El alumnado tiene algunas dificultades en la transcripción a lenguaje simbólico de un enunciado, por lo que es conveniente que con pequeños ejercicios cortos se recuerden estos conceptos. Éstos se hacen al principio de la clase para tener la mente clara y que no se confundan con conceptos nuevos que se impartan en esa hora de clase. El ejercicio se recoge al ser terminado para posteriormente ver la evolución.
	<b>Agrupamiento</b>	Individual
<b>Ob</b>	Actividad de repaso.	

Se muestra en la tabla siguiente la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias desarrolladas y los posibles errores o limitaciones que se pueden dar:

TAREA 6	
<b>Objetivos</b>	1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales. 3. Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico
<b>Competencias</b>	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS) “Modelizar” (M)
<b>Errores</b>	E1_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). E6_ Confundir las incógnitas en la transcripción de un enunciado a una ecuación o sistema de ecuaciones E8_ Traducir de forma errónea los enunciados a lenguaje algebraico y viceversa

TAREA 6. DURACIÓN APROXIMADA 5'		
Elementos de tarea	Meta	Repaso ecuaciones lineales. Asociación de un enunciado con una ecuación lineal.
	Recursos/Operaciones	Papel y lápiz.
	Contenido	Ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante un enunciado teórico
	Situación aprendizaje	Académica
	Complejidad	Conexión
Condiciones	Presentación	Sabiendo que $y =$ silla y que $x =$ patas de una silla, ¿cuáles de las siguientes ecuaciones lineales relacionan la silla con el número de patas?:  a) $y = x + 4$ d) $x = 4y$ b) $y = x / 4$ e) $y = 4x$ c) $4xy = 4$ f) $4x + y = 1$
	Comunicación Cómo Cuándo	Este ejercicio se plantea de manera rápida en la pizarra y debe ser copiado en el cuaderno. Con el conocimiento de que el alumnado conoce qué es una silla y cómo está formada, se plantea la siguiente cuestión: se debe relacionar la silla con el número de sus patas, se relacionan estos conceptos con cada incógnita ( $x, y$ ) con sólo una ecuación lineal, que es la verdadera. Este ejercicio, al igual que el anterior, se recoge al ser terminado.
	Agrupamiento	Individual
Ob	Actividad de repaso.	

Se muestra en la tabla siguiente la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias desarrolladas y los posibles errores o limitaciones que se pueden dar:

TAREA 6	
Objetivos	1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales. 3. Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico
Competencias	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS) “Modelizar” (M)
Errores	E6_ Confundir las incógnitas en la transcripción de un enunciado a una ecuación o sistema de ecuaciones. E8_ Traducir de forma errónea los enunciados a lenguaje algebraico y viceversa. E12_ Conocer el uso y las partes que forman una ecuación lineal

TAREA 7. DURACIÓN APROXIMADA 5'		
<b>Elementos de tarea</b>	<b>Meta</b>	Introducción del concepto de sistema de ecuaciones lineales. Ver cuáles de los ejemplos son o no sistemas de ecuaciones lineales.
	<b>Recursos/Operaciones</b>	Papel y lápiz.
	<b>Contenido</b>	Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas
	<b>Situación aprendizaje</b>	Académica
	<b>Complejidad</b>	Reproducción
<b>Condiciones</b>	<b>Presentación</b>	Decide cuáles de estos sistemas son lineales:  a) $x - 2y = 5$ b) $3x - 2y = 9$ $x + y^2 = 15$ $x + y = 8$  c) $x^2 + 3y = 5$ d) $x - 5y = 6$ $xy + 5y = 3$ $2x + y = 9$
	<b>Comunicación Cómo Cuándo</b>	De igual forma que se hizo con la introducción de las ecuaciones lineales, se muestran ejemplos de lo que si son sistemas de ecuaciones lineales y lo que no. Con este ejercicio, que debe ser copiado en la pizarra y por tanto en el cuaderno conforme se va realizando, permite ver si el alumnado ha entendido el concepto.
	<b>Agrupamiento</b>	Individual
<b>Ob</b>	Actividad de iniciación.	

Se muestra en la tabla siguiente la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias desarrolladas y los posibles errores o limitaciones que se pueden dar:

TAREA 7	
<b>Objetivos</b>	1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales. 3. Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico
<b>Competencias</b>	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS)
<b>Errores</b>	E12_Conocer el uso y las partes que forman una ecuación lineal



TAREA 8. DURACIÓN APROXIMADA 10´		
Elementos de tarea	Meta	Desarrollo del concepto de sistema de ecuaciones lineales. Dados unos valores para x, y comprobar el sistema
	Recursos/Operaciones	Papel y lápiz.
	Contenido	Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas
	Situación aprendizaje	Académica
	Complejidad	Reproducción
Condiciones	Presentación	Realiza los siguientes apartados: a) Comprueba si $x = 1$ e $y = -1$ es solución de este sistema: $2x - 3y = 5$ $x + y = 0$ b) Si $x = 0$ , ¿qué valor tendrá y en el siguiente sistema?: $2x + y = 3$ $x + 5y = 15$
	Comunicación Cómo Cuándo	Una vez introducido el concepto de sistemas de ecuaciones, se van desarrollando ciertos ejercicios de forma ascendente en complejidad en el que se puede ver que el alumnado va adquiriendo los conocimientos adecuados para posteriormente enfrentarse a los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones.
	Agrupamiento	Individual
Ob	Actividad de profundización.	

Se muestra en la tabla siguiente la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias desarrolladas en ella y los posibles errores o limitaciones que se pueden dar:

TAREA 8	
Objetivos	1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales. 2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones.
Competencias	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS)
Errores	E1_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). E2_ Despejar la incógnita de manera inversa. E3_ Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros. E4_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación. E5_ Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes.

### SESIÓN 3: PRIMER MÉTODO RESOLUCIÓN SISTEMAS DE ECUACIONES: SUSTITUCIÓN

En esta tercera sesión se hace un repaso de las dos sesiones dadas anteriormente para que el alumnado tenga frescos y presentes los conceptos y a continuación se introducirá el método de sustitución para la resolución de sistemas de ecuaciones.

SESIÓN 3. PRIMER MÉTODO RESOLUCIÓN SISTEMAS: SUSTITUCIÓN	
TIEMPO	DESCRIPCIÓN
20 minutos	<p><b>REPASO: ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones</b></p> <p>Como se ha dicho anteriormente, creo que es de gran ayuda hacer un repaso de los conceptos dados y mejor si es de una forma dinámica. Este repaso se ha hecho con una aplicación llamada KAHOOT!. Gracias a la pizarra digital se ha preparado esta tarea que mediante un juego de preguntas y varias opciones en las repuestas, los/as alumnos/as deben ir respondiéndolas con un tiempo determinado. No es necesario libreta ni bolígrafo ya que las respuestas son dichas en voz alta.</p> <p>TAREA 9</p>
25 minutos	<p><b>INTRODUCCIÓN: método de sustitución</b></p> <p>Vistos los conceptos ecuación lineal y de sistemas de ecuaciones, se comienza con el método de sustitución, ya que es uno de los más sencillos para su enseñanza.</p>
10 minutos	<p><b>TAREA EN EL AULA</b></p> <p>TAREA 10</p>
5 minutos	<p><b>DUDAS</b></p>
15 minutos (casa)	<p><b>TAREA PARA CASA</b></p> <p>TAREA 11</p>

Las competencias que se van a trabajar en esta sesión son las siguientes: “Pensar y Razonar” (PR), “Lenguaje simbólico” (LS), “Modelizar” (M) y “Comunicar” (C). Dentro de las expectativas de aprendizaje que se van a desarrollar encontramos las siguientes:

**Conocimientos básicos sobre las ecuaciones lineales y el lenguaje algebraico**

2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones.
3. Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico.

**Conocimiento y aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones**

4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas.
5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente.
6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales.

A continuación veremos la secuenciación de tareas diseñadas y organizadas para esta segunda sesión acorde con la teoría que se imparte.

TAREA 9. DURACIÓN APROXIMADA 20´		
<b>Elementos de tarea</b>	<b>Meta</b>	Repaso de ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones mediante software informático.
	<b>Recursos/Operaciones</b>	Software informático KAHOOT!
	<b>Contenido</b>	Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y ecuaciones lineales
	<b>Situación aprendizaje</b>	Académica
	<b>Complejidad</b>	Reproducción
<b>Condiciones</b>	<b>Presentación</b>	Este repaso se basa en un juego de lo que se ha visto con las ecuaciones lineales y los sistemas de ecuaciones. Se hace de esta forma para que el alumnado tenga una mayor motivación hacia las matemáticas y en concreto al álgebra.
	<b>Comunicación Cómo Cuándo</b>	La plataforma KAHOOT! se basa en la creación de una serie de preguntas con sus respuestas para poder hacer el aprendizaje más ameno. De esta forma se crean una serie de preguntas. Al inicio de la clase se le comenta al alumnado el funcionamiento del juego en el que cada pregunta tiene cuatro respuestas posibles con un determinado tiempo. En ese tiempo se debe responder la pregunta que se cree correcta mediante un color que está asociado a cada respuesta.
	<b>Agrupamiento</b>	Individual / grupal
<b>Ob</b>	Actividad de repaso.	

Se muestra en la tabla siguiente la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias desarrolladas en ella y los posibles errores o limitaciones que se pueden dar:

TAREA 9	
<b>Objetivos</b>	1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales. 2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones. 4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas. 5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente.
<b>Competencias</b>	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS) “Comunicar” (C)

<b>Errores</b>	<p>E1_Manipular de forma incorrecta el signo menos (-).</p> <p>E2_ Despejar la incógnita de manera inversa.</p> <p>E3_ Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros.</p> <p>E4_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación.</p> <p>E5_ Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes.</p> <p>E6_Confundir las incógnitas en la transcripción de un enunciado a una ecuación o sistema de ecuaciones</p> <p>E9_ Desconocer dónde hallar la otra incógnita en un sistema de ecuaciones.</p>
----------------	--

TAREA 10. DURACIÓN APROXIMADA 10'		
<b>Elementos de tarea</b>	<b>Meta</b>	Conocimiento del método de sustitución para resolución de sistemas de ecuaciones.
	<b>Recursos/Operaciones</b>	Papel y lápiz
	<b>Contenido</b>	Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, método de sustitución.
	<b>Situación aprendizaje</b>	Académica
	<b>Complejidad</b>	Reproducción
<b>Condiciones</b>	<b>Presentación</b>	<p>Comprueba si estos sistemas de ecuaciones están correctos:</p> <p>a) <math>5x - y = 1</math> -----&gt; <math>x = (1-y) \cdot 5</math>  <math>2x + 4y = -1</math></p> <p><math>2x + 4y = -1</math> -----&gt; <math>2(1 - y) \cdot 5 + 4y = -1</math>  <math>2 - 2y + 4y = -1</math> -----&gt; <math>2y = -3</math>  <math>y = -3 - 2 = -5</math> -----&gt; <math>y = -5</math>  <math>x = (1 - y) \cdot 5</math> -----&gt; <math>x = (1 - (-5)) = 30</math>  <math>x = 30</math></p> <p>b) <math>3x - 4y = -6</math> -----&gt; <math>x = (-6 + 4y) / 3</math>  <math>2x + 4y = 16</math></p> <p><math>2(-6 + 4y)/3 + 4y = 16</math> -----&gt; <math>(-12 + 8y)/3 + 4y = 16</math>  <math>(-12 + 8y)/3 + 12y/3 = 48</math>  <math>-12 + 8y + 12y = 48</math> -----&gt; <math>20y = 60</math> -----&gt; <math>y = 3</math>  <math>3x - 4 \cdot 3 = -6</math> -----&gt; <math>3x - 12 = -6</math> -----&gt; <math>3x = 6</math> -----&gt; <math>x = 2</math></p>
	<b>Comunicación Cómo Cuándo</b>	Este ejercicio es repartido al alumnado en un folio en el que debe ver la veracidad o falsedad del desarrollo y resolución de estos dos sistemas de ecuaciones por el método de sustitución. El ejercicio es presentado para hacerse por parejas para que sea más sencilla su resolución y se fomente el trabajo cooperativo.
	<b>Agrupamiento</b>	Individual / grupal
<b>Ob</b>	Actividad de repaso.	

Se muestra en la tabla siguiente la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias desarrolladas en ella y los posibles errores o limitaciones que se pueden dar:

TAREA 10	
<b>Objetivos</b>	1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales. 2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones. 4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas. 5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente.
<b>Competencias</b>	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS) “Comunicar” (C)
<b>Errores</b>	E1_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). E2_ Despejar la incógnita de manera inversa. E3_ Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros. E4_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación. E5_ Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes. E9_ Desconocer dónde hallar la otra incógnita en un sistema de ecuaciones.

TAREA 11. DURACIÓN APROXIMADA 15'		
<b>Elementos de tarea</b>	<b>Meta</b>	Aplicación del método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones.
	<b>Recursos/Operaciones</b>	Papel y lápiz
	<b>Contenido</b>	Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas
	<b>Situación aprendizaje</b>	Académica
	<b>Complejidad</b>	Reproducción
<b>Condiciones</b>	<b>Presentación</b>	Resuelve por el método de sustitución:  $\begin{array}{ll} \text{a) } x + y = 5 & \text{b) } x - (y + 1) = 3 \\ -x + 2y = -2 & y + (x + 2) = 4 \end{array}$
	<b>Comunicación Cómo Cuándo</b>	Se ha comenzado con la explicación del método de sustitución por lo que estos ejercicios se realizan en casa ya que durante la clase se han realizado otros para asentar los conocimientos. Además con estos ejercicios se repasan nociones de operaciones básicas.
	<b>Agrupamiento</b>	Individual
<b>Ob</b>	Actividad de desarrollo.	

Se muestra en la tabla siguiente la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias desarrolladas en ella y los posibles errores o limitaciones que se pueden dar:

TAREA 11	
<b>Objetivos</b>	1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales. 2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones. 4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas. 5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente. 6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales.
<b>Competencias</b>	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS) “Comunicar” (C)
<b>Errores</b>	E1_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). E2_ Despejar la incógnita de manera inversa. E3_ Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros. E4_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación. E5_ Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes. E9_ Desconocer dónde hallar la otra incógnita en un sistema de ecuaciones.

#### SESIÓN 4: SEGUNDO MÉTODO RESOLUCIÓN SISTEMAS DE ECUACIONES: IGUALACIÓN

En esta cuarta sesión se hace un repaso de la sesión dada anteriormente para que el alumnado tenga frescos y presentes los conceptos y a continuación se introducirá el método de igualación para la resolución de sistemas de ecuaciones. Se dejan los pasos claros para que el alumnado no tenga confusión en la realización de ambos métodos dados.

SESIÓN 4. SEGUNDO MÉTODO RESOLUCIÓN SISTEMAS: IGUALACIÓN	
TIEMPO	DESCRIPCIÓN
20 minutos	<b>REPASO: método de sustitución</b> Se hace un repaso del método de sustitución con ejercicios de una página web paso a paso. En dicha resolución se deben rellenar huecos con los números que correspondan. TAREA 12
20 minutos	<b>INTRODUCCIÓN: método de igualación</b> Vistos los conceptos ecuación lineal, de sistemas de ecuaciones y el método de sustitución, se comienza con el método de igualación, dado paso a paso, ya que es uno de los más sencillos para su enseñanza junto con el anterior.

15 minutos	<b>TAREA EN EL AULA</b> TAREA 13
5 minutos	<b>DUDAS</b>
15 minutos (casa)	<b>TAREA PARA CASA</b> TAREA 14

Las competencias que se van a trabajar en esta sesión son las siguientes: “Pensar y Razonar” (PR), “Lenguaje simbólico” (LS), “Modelizar” (M) y “Comunicar” (C). Dentro de las expectativas de aprendizaje que se van a desarrollar encontramos las siguientes:

**Conocimientos básicos sobre las ecuaciones lineales y el lenguaje algebraico**

- 2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones.
- 3. Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico.

**Conocimiento y aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones**

- 4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas.
- 5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente.
- 6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales.

A continuación veremos la secuenciación de tareas diseñadas y organizadas para esta segunda sesión acorde con la teoría que se imparte

TAREA 12. DURACIÓN APROXIMADA 20'		
<b>Elementos de tarea</b>	<b>Meta</b>	Repaso método de sustitución
	<b>Recursos/Operaciones</b>	Software informático. Unidades interactivas de ANAYA. Papel y lápiz
	<b>Contenido</b>	Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas
	<b>Situación aprendizaje</b>	Académica
	<b>Complejidad</b>	Reproducción
<b>Condiciones</b>	<b>Presentación</b>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="background-color: #92D050; margin: 0; padding: 2px;"><b>UNIDAD 6 Sistemas de ecuaciones</b></p> <p style="margin: 0; padding: 2px;"><b>2. Repasa la resolución de sistemas por el método de sustitución</b> <span style="float: right; font-size: small;">Pág. 1 de 2</span></p> <p><b>1</b> Resuelve los siguientes sistemas completando los pasos propios del método de sustitución:</p> <p>a) <math>\begin{cases} 2x - 5y = 6 \\ x - 3y = 2 \end{cases}</math></p> <p>① Despeja <math>x</math> en la 2.ª ecuación (es la incógnita más sencilla de despejar):  <math>x - 3y = 2 \rightarrow x = \square + \square y</math></p> <p>② Sustituye esta expresión de la <math>x</math> en la 1.ª ecuación:  <math>2x - 5y = 6 \rightarrow 2 \cdot (\square + 3y) - 5y = \square</math></p> <p>③ Resuelve la ecuación resultante:  <math>2 \cdot (2 + 3y) - 5y = 6 \rightarrow 4 + \square y - 5y = 6 \rightarrow y = \square</math></p> <p>④ Sustituye el valor de <math>y</math> en la igualdad que obtuviste en el paso ① y calcula el valor de <math>x</math>:  <math>x = 2 + 3y \rightarrow x = 2 + 3 \cdot \square \rightarrow x = \square</math></p> <p>⑤ La solución del sistema es:  <math>x = \square, y = \square</math></p> </div>

<b>Condiciones</b>	<b>Comunicación</b> <b>Cómo</b> <b>Cuándo</b>	Este ejercicio se plantea de forma que mediante la pizarra digital se van rellenando los distintos huecos hasta llegar a la solución del sistema. Cada alumno/a realiza las operaciones que no sepan de cabeza con papel y lápiz. Conforme se hace un paso, se corrige y se muestra la siguiente pantalla que corresponde a otro paso y así sucesivamente hasta verificar el sistema.
	<b>Agrupamiento</b>	Grupal
<b>Ob</b>	Actividad de desarrollo.	

Se muestra en la tabla siguiente la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias desarrolladas en ella y los posibles errores o limitaciones que se pueden dar:

<b>TAREA 12</b>	
<b>Objetivos</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales.</li> <li>2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones.</li> <li>4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas.</li> <li>5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente.</li> <li>6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales.</li> </ol>
<b>Competencias</b>	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS) “Comunicar” (C) “Emplear soportes y herramientas tecnológicas” (HT)
<b>Errores</b>	E1_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). E2_ Despejar la incógnita de manera inversa. E3_ Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros. E4_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación. E5_ Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes. E6_ Confundir las incógnitas en la transcripción de un enunciado a una ecuación o sistema de ecuaciones E7_ Mezclar los pasos de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones E9_ Desconocer dónde hallar la otra incógnita en un sistema de ecuaciones.



TAREA 13. DURACIÓN APROXIMADA 15'		
Elementos de tarea	Meta	Aplicación del método de igualación para resolver sistemas de ecuaciones.
	Recursos/Operaciones	Papel y lápiz
	Contenido	Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas
	Situación aprendizaje	Académica
	Complejidad	Reproducción
Condiciones	Presentación	Resuelve por el método de igualación:  a) $x + y = 12$ $x - y = 2$ <span style="margin-left: 200px;">b) <math>x + y = 5</math>  <math>-x + 2y = -2</math></span>
	Comunicación Cómo Cuándo	Estos ejercicios se realizan una vez explicado el método de igualación para que se practique y se adquieran de forma correcta los pasos para su realización.
	Agrupamiento	Individual
Ob	Actividad de desarrollo.	

Se muestra en la tabla siguiente la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias desarrolladas en ella y los posibles errores o limitaciones que se pueden dar:

TAREA 13	
Objetivos	1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales. 2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones. 4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas. 5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente. 6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales.
Competencias	"Pensar y razonar" (PR) "Uso de lenguaje y operaciones" (LS) "Comunicar" (C)
Errores	E1_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). E2_ Despejar la incógnita de manera inversa. E3_ Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros. E4_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación. E5_ Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes. E7_ Mezclar los pasos de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones E9_ Desconocer dónde hallar la otra incógnita en un sistema de ecuaciones.

TAREA 14. DURACIÓN APROXIMADA 15'		
Elementos de tarea	Meta	Aplicación del método de igualación para resolver sistemas de ecuaciones.
	Recursos/Operaciones	Papel y lápiz
	Contenido	Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas
	Situación aprendizaje	Académica
	Complejidad	Reproducción
Condiciones	Presentación	Corrige los errores cometidos en la resolución del sistema:  a) $x + y = 7 \rightarrow x = 7 - y$ $4x - y = 3 \rightarrow x = 3 + y/4$  $7 - y = 3 + y/4 \rightarrow 4(7 - y) = 4(3 + y/4)$ $28 - 4y = 12 + 4y \rightarrow -8y = 40 \rightarrow y = 5$ $x = 7 - y \rightarrow x = 7 - 5 = 2$
	Comunicación Cómo Cuándo	Con este ejercicio se pretende que el alumnado tenga claro tanto el método de igualación como las operaciones básicas, ya que si esto no es así, no se podrá verificar el sistema de ecuaciones.
	Agrupamiento	Individual
Ob	Actividad de desarrollo.	

Se muestra en la tabla siguiente la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias desarrolladas en ella y los posibles errores o limitaciones que se pueden dar:

TAREA 14	
Objetivos	2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones. 4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas. 5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente. 6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales.
Competencias	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS) “Comunicar” (C)
Errores	E1_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). E2_ Despejar la incógnita de manera inversa. E3_ Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros. E4_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación. E5_ Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes. E7_ Mezclar los pasos de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones

## SESIÓN 5: TERCER MÉTODO RESOLUCIÓN SISTEMAS DE ECUACIONES: REDUCCIÓN

En esta quinta sesión se hace un repaso de la sesión dada anteriormente para que el alumnado tenga frescos y presentes los conceptos y a continuación se introducirá el método de reducción para la resolución de sistemas de ecuaciones. Se dejan los pasos claros para que el alumnado no tenga confusión en la realización de ambos métodos dados.

SESIÓN 5. TERCER MÉTODO RESOLUCIÓN SISTEMAS: REDUCCIÓN	
TIEMPO	DESCRIPCIÓN
20 minutos	<b>REPASO: método de igualación</b> Se hace un repaso del método de igualación con las unidades interactivas de ANAYA paso a paso en el que se deben de rellenar huecos con los números que correspondan. TAREA 15
20 minutos	<b>INTRODUCCIÓN: método de reducción</b> Vistos los conceptos ecuación lineal, de sistemas de ecuaciones y el método de sustitución e igualación, se comienza con el método de reducción, dado paso a paso, ya que es uno de los más sencillos para su enseñanza junto con el anterior.
15 minutos	<b>TAREA EN EL AULA</b> TAREA 16
5 minutos	<b>DUDAS</b>
25 minutos (casa)	<b>TAREA PARA CASA</b> TAREA 17

Las competencias que se van a trabajar en esta sesión son las siguientes: “Pensar y Razonar” (PR), “Lenguaje simbólico” (LS), “Modelizar” (M) y “Comunicar” (C). Dentro de las expectativas de aprendizaje que se van a desarrollar encontramos las siguientes:

### **Conocimientos básicos sobre las ecuaciones lineales y el lenguaje algebraico**

2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones.
3. Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico.

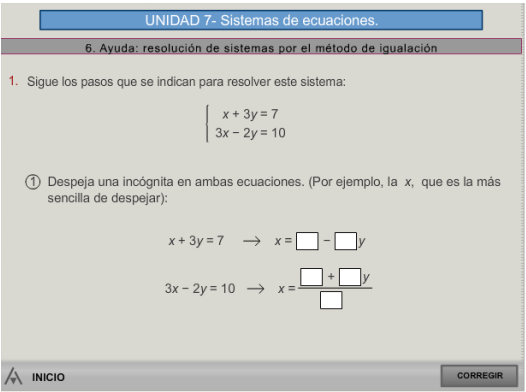
### **Conocimiento y aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones**

4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas.
5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente.
6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales.

### **Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones**

7. Interpretación del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico de un enunciado dado.
8. Desarrollar enunciados que se puedan mostrar de forma matemática mediante una ecuación lineal o un sistema de ecuaciones.
9. Expresar algebraicamente enunciados de situaciones reales y posteriormente identificar e interpretar los resultados obtenidos.

A continuación veremos la secuenciación de tareas diseñadas y organizadas para esta segunda sesión acorde con la teoría que se imparte:

TAREA 15. DURACIÓN APROXIMADA 20'		
<b>Elementos de tarea</b>	<b>Meta</b>	Aplicación del método de igualación para resolver sistemas de ecuaciones.
	<b>Recursos/Operaciones</b>	Papel y lápiz. Software informático.
	<b>Contenido</b>	Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas
	<b>Situación aprendizaje</b>	Académica
	<b>Complejidad</b>	Reproducción
<b>Condiciones</b>	<b>Presentación</b>	
	<b>Comunicación Cómo Cuándo</b>	Este ejercicio se plantea de forma que mediante la pizarra digital se van rellenando los distintos huecos hasta llegar a la solución del sistema. Cada alumno/a realiza las operaciones que no sepan de cabeza con papel y lápiz. Conforme se hace un paso, se corrige y se muestra la siguiente pantalla que corresponde a otro paso y así sucesivamente hasta verificar el sistema.
	<b>Agrupamiento</b>	Grupal
<b>Ob</b>	Actividad de desarrollo.	

Se muestra en la tabla siguiente la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias desarrolladas en ella y los posibles errores o limitaciones que se pueden dar:

TAREA 15	
<b>Objetivos</b>	2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones. 4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas. 5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente. 6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales.



TAREA 16	
<b>Objetivos</b>	2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones. 4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas. 5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente. 6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales.
<b>Competencias</b>	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS) “Comunicar” (C)
<b>Errores</b>	E1_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). E2_ Despejar la incógnita de manera inversa. E3_ Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros. E4_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación. E5_ Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes. E7_ Mezclar los pasos de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones E9_ Desconocer dónde hallar la otra incógnita en un sistema de ecuaciones E10_ En el método de reducción, multiplicar algunos coeficientes de la ecuación. E11_ Confundir la suma o la resta de las ecuaciones en el método de reducción.

TAREA 17. DURACIÓN APROXIMADA 25'		
<b>Elementos de tarea</b>	<b>Meta</b>	Aplicación del método de reducción para resolver sistemas de ecuaciones.
	<b>Recursos/Operaciones</b>	Papel y lápiz
	<b>Contenido</b>	Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas
	<b>Situación aprendizaje</b>	Académica
	<b>Complejidad</b>	Reproducción
<b>Condiciones</b>	<b>Presentación</b>	Ana tiene 5 cromos más que Juan y entre los dos suman 59 cromos. ¿Cuántos cromos tiene cada uno?
	<b>Comunicación Cómo Cuándo</b>	Con este ejercicio se pretende que el alumnado tenga claro tanto el método de reducción como las operaciones básicas, ya que si esto no es así, no se podrá verificar el sistema de ecuaciones. Se muestra con lenguaje ordinario para que se desarrollen los objetivos de la correcta transcripción a lenguaje algebraico. Los enunciados son de fácil comprensión.
	<b>Agrupamiento</b>	Individual
<b>Ob</b>	Actividad de desarrollo.	

Se muestra en la tabla siguiente la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias desarrolladas en ella y los posibles errores o limitaciones que se pueden dar:

TAREA 17	
<b>Objetivos</b>	2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones. 4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas. 5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente. 6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales. 7. Interpretación del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico de un enunciado dado. 9. Expresar algebraicamente enunciados de situaciones reales y posteriormente identificar e interpretar los resultados obtenidos.
<b>Competencias</b>	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS) “Comunicar” (C)
<b>Errores</b>	E1_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). E2_ Despejar la incógnita de manera inversa. E3_ Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros. E4_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación. E5_ Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes. E7_ Mezclar los pasos de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones E8_ Traducir de forma errónea los enunciados a lenguaje algebraico y viceversa E9_ Desconocer dónde hallar la otra incógnita en un sistema de ecuaciones E10_ En el método de reducción, multiplicar algunos coeficientes de la ecuación. E11_ Confundir la suma o la resta de las ecuaciones en el método de reducción.

## FASE DE CIERRE

### SESIÓN 6: REPASO DE LOS MÉTODOS

Antes de la evaluación se dedica una sesión para repasar todos los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones.

SESIÓN 6. TERCER MÉTODO RESOLUCIÓN SISTEMAS: REDUCCIÓN	
TIEMPO	DESCRIPCIÓN
50 minutos	<b>REPASO: todos los métodos</b> Se hace un repaso del método de igualación con el software informático KAHOOT! TAREA 18
10 minutos	<b>TAREA EN EL AULA</b> TAREA 19

Las competencias que se van a trabajar en esta sesión son las siguientes: “Pensar y Razonar” (PR), “Lenguaje simbólico” (LS), “Modelizar” (M) y “Comunicar” (C). Dentro de las expectativas de aprendizaje que se van a desarrollar encontramos las siguientes:

**Conocimientos básicos sobre las ecuaciones lineales y el lenguaje algebraico**

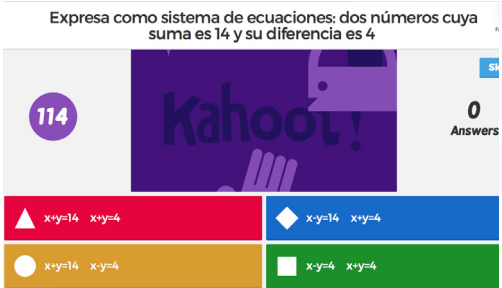
2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones.
3. Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico.

**Conocimiento y aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones**

4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas.
5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente.
6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales.

**Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones**

7. Interpretación del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico de un enunciado dado.
8. Desarrollar enunciados que se puedan mostrar de forma matemática mediante una ecuación lineal o un sistema de ecuaciones.
9. Expresar algebraicamente enunciados de situaciones reales y posteriormente identificar e interpretar los resultados obtenidos.

TAREA 18. DURACIÓN APROXIMADA 50´		
<b>Elementos de tarea</b>	<b>Meta</b>	Aplicación de los tres métodos de resolución de sistemas de ecuaciones
	<b>Recursos/Operaciones</b>	Papel y lápiz. Software informático
	<b>Contenido</b>	Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas
	<b>Situación aprendizaje</b>	Académica
	<b>Complejidad</b>	Reproducción
<b>Condiciones</b>	<b>Presentación</b>	<p>El repaso se hace mediante pantallas que hay que ir superando en este juego llamado KAHOOT!. A continuación se muestran algunas de estas pantallas con las que se enfrentará el alumnado.</p> 
	<b>Comunicación Cómo Cuándo</b>	Este juego ha sido diseñado para trabajarlo en dos grupos. Se divide a la clase en dos grupos y a cada uno de ellos se les da cuatro cartulinas con los colores de las respuestas que las guardará un representante. Con el inicio de cada pregunta, se lee en voz alta y en el tiempo establecido en cada una de ellas, los grupos deben pensar la respuesta y levantar una cartulina que corresponda al color. Se van anotando los puntos en la pizarra.
	<b>Agrupamiento</b>	Grupal
<b>Ob</b>	Actividad de repaso.	



Se muestra en la tabla siguiente la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias desarrolladas en ella y los posibles errores o limitaciones que se pueden dar:

TAREA 18	
<b>Objetivos</b>	2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones. 3. Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico. 4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas. 5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente. 6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales. 7. Interpretación del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico de un enunciado dado. 8. Desarrollar enunciados que se puedan mostrar de forma matemática mediante una ecuación lineal o un sistema de ecuaciones. 9. Expresar algebraicamente enunciados de situaciones reales y posteriormente identificar e interpretar los resultados obtenidos.
<b>Competencias</b>	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS) “Comunicar” (C) “Argumentar y justificar” (AJ)
<b>Errores</b>	E1_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). E2_ Despejar la incógnita de manera inversa. E3_ Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros. E4_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación. E5_ Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes. E7_ Mezclar los pasos de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones E8_ Traducir de forma errónea los enunciados a lenguaje algebraico y viceversa. E9_ Desconocer dónde hallar la otra incógnita en un sistema de ecuaciones E10_ En el método de reducción, multiplicar algunos coeficientes de la ecuación. E11_ Confundir la suma o la resta de las ecuaciones en el método de reducción.

TAREA 19. DURACIÓN APROXIMADA 10'		
<b>Elementos de tarea</b>	<b>Meta</b>	Resolución ecuación lineal
	<b>Recursos/Operaciones</b>	Pizarra y tiza. Papel y lápiz
	<b>Contenido</b>	Ecuaciones lineales
	<b>Situación aprendizaje</b>	Académica
	<b>Complejidad</b>	Conexión

<b>Condiciones</b>	<b>Presentación</b>	¿Por qué siempre se obtiene el mismo número? Expresa algebraicamente el proceso. 1. Piensa en un número de dos cifras 2. Multiplícalo por 5 3. Suma 25 a ese resultado 4. Divide entre 5 5. Réstale el número que habías pensado
	<b>Comunicación Cómo Cuándo</b>	Esta actividad se presenta como una adivinanza. Con los pasos del enunciado deben sacar la ecuación que cumple que siempre sale el mismo número. Esto se hace para ver que las ecuaciones están en todas partes incluso en una adivinanza. Se dice en voz alta el enunciado para que todos/as los/as alumnos/as puedan hacer las cuentas del proceso y obtener un resultado. Cuando todos lo tengan se realizará en la pizarra para adivinar la ecuación solución.
	<b>Agrupamiento</b>	Grupal
<b>Ob</b>	Actividad de repaso.	

Se muestra en la tabla siguiente la relación de esta tarea con sus objetivos, competencias desarrolladas en ella y los posibles errores o limitaciones que se pueden dar:

<b>TAREA 18</b>	
<b>Objetivos</b>	1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales. 2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones. 3. Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico.
<b>Competencias</b>	“Pensar y razonar” (PR) “Uso de lenguaje y operaciones” (LS) “Comunicar” (C) “Argumentar y justificar” (AJ)
<b>Errores</b>	E1_ Manipular de forma incorrecta el signo menos (-). E2_ Despejar la incógnita de manera inversa. E3_ Incorrecta transformación de la ecuación con términos fraccionarios en otra equivalente con términos enteros. E4_ Transposición incorrecta de los términos de un lado a otro de la ecuación. E5_ Operaciones aritméticas incorrectas con el término incógnita y sus coeficientes. E8_ Traducir de forma errónea los enunciados a lenguaje algebraico y viceversa.

## SESIÓN 7: PRUEBA ESCRITA

En esta séptima sesión se realiza la prueba escrita para ver que el alumnado ha adquirido los conocimientos adecuados.

SESIÓN 7. PRUEBA ESCRITA	
TIEMPO	DESCRIPCIÓN
5 minutos	<b>INDICACIONES Y DUDAS</b> Dar aquellas indicaciones que se consideren necesarias para realizar el examen correctamente, dejar a los alumnos que lean todos los enunciados y resolver las dudas referentes a ellos pero no de contenido, en caso de que las haya.
55 minutos	<b>PRUEBA ESCRITA</b> Durante este tiempo los estudiantes deben realizar el examen sin realizar preguntas, puesto que las preguntas referentes a comprensión de enunciados se deberían de haber realizado antes de comenzar y no se admiten preguntas a cerca de los contenidos a evaluar.

Las competencias que se van a trabajar en esta sesión son las siguientes: “Pensar y Razonar” (PR), “Lenguaje simbólico” (LS), “Modelizar” (M) y “Comunicar” (C). Dentro de las expectativas de aprendizaje que se van a desarrollar encontramos las siguientes:

### Conocimientos básicos sobre las ecuaciones lineales y el lenguaje algebraico

1. Conocer el uso de las ecuaciones lineales.
2. Resolver ecuaciones lineales aplicando jerarquía de operaciones.
3. Interpretar información dada mediante el lenguaje cotidiano a lenguaje algebraico.

### Conocimiento y aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones

4. Conocer el desarrollo matemático de los tres métodos de resolución de S.E.L. de dos ecuaciones con dos incógnitas.
5. Aplicar cada método de resolución al S.E.L. adecuadamente.
6. Identificar sistemas equivalentes mediante transformaciones elementales.

### Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones

7. Interpretación del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico de un enunciado dado.
8. Desarrollar enunciados que se puedan mostrar de forma matemática mediante una ecuación lineal o un sistema de ecuaciones.
9. Expresar algebraicamente enunciados de situaciones reales y posteriormente identificar e interpretar los resultados obtenidos.

SESIÓN 7. PRUEBA ESCRITA	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN
1	Si tengo un sistema de ecuaciones y lo resuelvo por los tres métodos, ¿me da el mismo resultado? ¿Por qué?

2	Si tengo la ecuación lineal $2x + 3y = 10$ y $x = 2$ , ¿cuanto vale “y”?
3	¿Cuántas soluciones tiene una ecuación lineal? ¿y un sistema de ecuaciones?
4	Busca dos números cuya suma es 21 y el doble de uno más el triple del otro es 56. Resuelve el sistema de ecuaciones por el método que quieras e indica qué método es.
5	Nombra los tres métodos para resolver sistemas de ecuaciones.
6	<p>¿Es correcta la resolución del sistema? Si es incorrecta, hazlo por el mismo método.</p> $\begin{aligned} x + y &= 7 & \longrightarrow & x = 7 - y \\ 4x - y &= 3 & \longrightarrow & x = 3 + y/4 \end{aligned}$ $7 - y = 3 + y/4$ $4(7 - y) = 4(3 + y/4) \longrightarrow 28 - 4y = 12 + 4y \longrightarrow -8y = 40 \longrightarrow y = 50$ <p>Obtenemos la x <math>\longrightarrow x = 7 - y \longrightarrow x = 7 - 5 = 2 \longrightarrow x = 2</math></p>
7	<p>Resuelve por el método que quieras el siguiente sistema, e indica que método has usado. (2 puntos)</p> $\begin{aligned} x + y &= 5 \\ -x + 2y &= -2 \end{aligned}$
8	<p>¿Cuáles de estas ecuaciones tienen como solución <math>x = -1, y = 3</math>?</p> <p>a) <math>3x + y = -3</math>                      c) <math>3x - y/3 = 0</math>  b) <math>3x + y = 0</math>                          d) <math>x + 2y = 5</math></p>

### SESIÓN 8: CORRECCIÓN PRUEBA ESCRITA

Una vez hecha la sesión de la prueba escrita, se cree conveniente considerar una novena para la corrección de dicha prueba, comentar y corregir los posibles errores o dudas.

SESIÓN 8. CORRECCIÓN PRUEBA ESCRITA	
TIEMPO	DESCRIPCIÓN
60 minutos	<p><b>CORRECCIÓN DE LA PRUEBA ESCRITA Y RESOLUCIÓN DE DUDAS</b>  Resolver el examen en clase, señalando aquellos errores cometidos por el alumnado que son graves o muy comunes.  También se resolverán aquellas dudas que surjan a lo largo de dicha resolución o que aparecieran a la hora de realizar el examen.</p>

Una vez desarrolladas todas las sesiones tanto teóricas como prácticas y sus tareas correspondientes, se van a analizar atendiendo a diversos factores para comprobar que son coherentes tanto en su uso como en su posición en la secuenciación de las sesiones.

Este análisis se hará atendiendo a los siguientes factores:

- expectativas
- errores y limitaciones
- sesiones y fases

Estos puntos son los más importantes a la hora de desarrollar las sesiones ya que se deben cumplir ciertas expectativas para subsanar errores y limitaciones que pueda presentar el alumnado.

### EXPECTATIVAS

OBJETIVOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
TAREAS	1	●								
	2	●	●							
	3	●	●							
	4	●	●	●						
	5	●		●						
	6	●		●						
	7	●		●						
	8	●	●							
	9	●	●		●	●				
	10	●	●		●	●				
	11	●	●		●	●	●			
	12	●	●		●	●	●			
	13	●	●		●	●	●			
	14		●		●	●	●			
	15		●		●	●	●			
	16		●		●	●	●			
	17		●		●	●	●	●		●
	18		●		●	●	●	●	●	●
	19	●	●	●						
<b>TOTAL</b>	14	15	5	10	10	8	2	1	2	

Se puede ver cómo en la secuenciación de las tareas, éstas van cumpliendo todos los objetivos propuestos en un primer momento. Hay tareas que cubren bastantes objetivos para de esta manera que el alumnado pueda tener los conocimientos anteriores presentes en todo momento.

Hay algunos objetivos que no se repiten el número de veces que otros, esto se debe a que son objetivos que se refieren a un apartado en concreto, como en este caso el objetivo 8 “Desarrollar enunciados que se puedan mostrar de forma matemática mediante una ecuación lineal o un sistema de ecuaciones.” que hace referencia a la resolución de problemas. Este objetivo lo tenemos también para ecuaciones lineales por lo que es prioritario este último.

### ERRORES O LIMITACIONES

ERRORES		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
TAREAS	1												●
	2	●	●	●	●	●							
	3	●	●	●	●	●							
	4	●					●		●				
	5	●					●		●				
	6						●		●				●
	7												●
	8	●	●	●	●	●							
	9	●	●	●	●	●					●		
	10	●	●	●	●	●	●				●		
	11	●	●	●	●	●					●		
	12	●	●	●	●	●	●	●			●		
	13	●	●	●	●	●			●				
	14	●	●	●	●	●			●				
	15	●	●	●	●	●			●		●		
	16	●	●	●	●	●			●		●	●	●
	17	●	●	●	●	●			●	●	●	●	●
	18	●	●	●	●	●			●	●	●	●	●
	19	●	●	●	●	●					●		
<b>TOTAL</b>		16	14	14	14	14	5	7	5	9	3	3	3

Como se puede ver, el error que más se puede cometer en el número 1 “Manipular de forma incorrecta el signo menos (-)” junto con los 4 siguientes que lo acompaña. Todos ellos tratan sobre las operaciones básicas y la transposición de los números en una ecuación.

Hay otros errores que pueden parecer más complicados como son los pasos para el desarrollo de cada uno de los métodos, pero éstos primeros son fundamentales y los que tienen más dificultad a la hora de que el alumnado resuelva una ecuación lineal y por consiguiente un sistema de ecuaciones.

### SESIONES Y FASES

FASE		INICIAL	DESARROLLO				CIERRE
SESIÓN		1	2	3	4	5	6
TAREAS	1	●					
	2	●					
	3	●					
	4	●					
	5		●				
	6		●				
	7		●				
	8		●				
	9			●			
	10			●			
	11			●			
	12				●		
	13				●		
	14				●		
	15					●	
	16					●	
	17					●	
	18						●
	19						●

En esta tabla se ha visto el estudio de las fases y sus correspondientes actividades. Se ha intentado que cada fase y sesión esté equilibrada con el mismo número o similar de tareas. En la fase inicial

encontramos cuatro tareas, en la fase de desarrollo tenemos cuatro sesiones en donde tres de ellas tienen tres tareas y la restante cuatro. Por último la sesión de cierre se compone de dos tareas.

## EVALUACIÓN

Como último punto del análisis de instrucción encontramos la manera en que van a ser evaluados los escolares con los numerosos recursos que podemos utilizar. La evaluación se hará de forma sumativa en todas las fases de las sesiones:

**Evaluación inicial:** esta evaluación tendrá su lugar en la primera sesión sobre todo, ya que en ésta se podrá ver cómo el alumnado se enfrenta a las ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones. Con esta sesión podemos ver qué alumno/a tiene mayor predisposición y motivación ante esto. Dentro de esta sesión primera hay cuatro tareas que complementan las explicaciones teóricas que se imparten. La evaluación inicial se realiza mediante observación directa, realizando preguntas directas a los alumnos para que las resuelvan con el objetivo de conocer aquellos conceptos que recuerdan y que son necesarios para comprender esta unidad. Dichas preguntas se harán en voz alta a varios alumnos/as, pudiendo responder aquellos alumnos/as que conozcan la respuesta, y después se les explicará el concepto. Entre estas preguntas encontramos:

- ¿Qué entiendes por ecuación lineal?
- ¿Qué elementos forman una ecuación lineal?
- ¿Qué entiendes por solución de una ecuación lineal?

**Evaluación continua o de seguimiento:** esta evaluación tiene su desarrollo durante alrededor del 80% de la totalidad de las sesiones, ya que se llevará un seguimiento y posterior evaluación del trabajo diario del alumnado. Dentro de este punto tendremos presente la observación directa ya que con esto se puede obtener gran información del comportamiento y actitud. Junto a esto se valorarán aspectos como el trabajo en clase, cuaderno de trabajo, realización de tareas para casa, participación, prueba escrita final... La nota final está compuesta por un 50% dedicado a la prueba escrita final y el otro 50% restante hace referencia al comportamiento, trabajo en clase y actitud. Para evaluar estos aspectos el profesor debe:

- Tomar nota tanto de comportamientos positivos como negativos y el número de ocasiones en las que cada alumno participa en clase y resuelve ejercicios en la pizarra.
- Revisar el cuaderno con cierta regularidad de un grupo de alumnos diferente:
  - Tomar nota de aquellos alumnos que han hecho las tareas que se han mandado para casa en la sesión anterior.
  - Tomar nota de aquellos alumnos que completan el cuaderno con las explicaciones y los ejercicios resueltos en clase.
  - Al terminar la unidad para anotar aquellos alumnos que han completado el cuaderno y tienen todos los ejercicios realizados tanto en casa como en clase durante el desarrollo de la unidad.

**Evaluación a término o final:** se llevará a cabo en la última sesión (7) de esta unidad didáctica y se desarrollará mediante una prueba escrita de preguntas teóricas y prácticas donde poder ver los conocimientos que se han adquirido por parte del alumnado. Para tener frescos todos estos conocimientos, la sesión 6 es un repaso de todo lo que se ha visto, de una forma dinámica y amena.



Decir que se puede consultar la prueba tal y como se les daría al alumnado en el ANEXO II\_PRUEBA ESCRITA REALIZADA AL ALUMNADO DE 2º ESO. A continuación podemos ver como se van a evaluar cada uno de los ejercicios puestos en la prueba escrita y su relación con los objetivos, competencias y complejidad.

EJERCICIO	PUNTUACIÓN	OBJETIVOS	COMPETENCIAS	COMPLEJIDAD
1	1	1, 4	PR, AJ	REFLEXIÓN
2	0,5	2	LS, RP, PR	REPRODUCCIÓN
3	1	1, 4	PR, AJ	REFLEXIÓN
4	2	3, 4, 7, 8, 9	RP, R, LS	CONEXIÓN
5	0,5	4	C, AJ	REFLEXIÓN
6	2	4, 5, 6	AJ, PR, LS	REPRODUCCIÓN
7	2	4, 5, 6	C, RP, LS	REPRODUCCIÓN
8	1	2	RP, PR, LS	REPRODUCCIÓN

La prueba escrita será evaluada entre una puntuación de 0 a 10 y se considerará como aprobada cuando se tenga una puntuación mayor a 5.

Esta prueba ha sido ideada de manera que el alumnado se sienta seguro a la hora de enfrentarse a ella. Los ejercicios teóricos, de enunciados cortos y de respuesta sencilla hacen que el alumnado se sienta motivado a la hora de continuar con su prueba escrita. Se ha intentado tener en cuenta todos los objetivos teniendo más en unos que en otros, al igual que las competencias donde la que predomina es "Pensar y razonar" (PR) ya que se deben entender estos conceptos algebraicos para así poder demostrarlos matemáticamente.

## CRITERIOS DE EVALUACIÓN

A continuación se muestran los distintos criterios de evaluación que se van a usar para esta unidad didáctica:

- C1:** Utiliza el lenguaje algebraico para simbolizar, generar e incorporar el planteamiento y la resolución de ecuaciones.
- C2:** Halla el valor de una incógnita a través de la otra.
- C3:** Transponer los términos en una ecuación para despejar la incógnita.
- C4:** Transcribe un enunciado de la vida cotidiana a lenguaje algebraico.
- C5:** Resuelve los sistemas de ecuaciones por los tres métodos.
- C6:** Usar adecuadamente los recursos tecnológicos .
- C7:** Enuncia situaciones reales que se expresan mediante un sistema de ecuaciones dado.



## ANEXO II\_PRUEBA ESCRITA REALIZADA AL ALUMNADO DE 2º ESO

### EXAMEN TEMA 7 “SISTEMAS DE ECUACIONES”

**Nombre y apellidos:**

**Curso:**

**1** Si tengo un sistema de ecuaciones y lo resuelvo por los tres métodos, ¿me da el mismo resultado? ¿Por qué? (1 punto)

**2** Si tengo la ecuación lineal  $2x + 3y = 10$  y  $x = 2$ , ¿cuanto vale “y”? (0,5 punto)

**3** ¿Cuántas soluciones tiene una ecuación lineal? ¿y un sistema de ecuaciones? (1 punto)

**4** Busca dos números cuya suma es 21 y el doble de uno más el triple del otro es 56. Resuelve el sistema de ecuaciones por el método que quieras e indica qué método es. (2 puntos)

**5** Nombra los tres métodos para resolver sistemas de ecuaciones. (0,5 puntos)

**6** ¿Es correcta la resolución del sistema? Si es incorrecta, hazlo por el mismo método. (2 puntos)

$$\begin{cases} x + y = 7 & \longrightarrow & x = 7 - y \\ 4x - y = 3 & \longrightarrow & x = 3 + \frac{y}{4} \end{cases}$$

$$7 - y = 3 + \frac{y}{4}$$

$$4(7 - y) = 4\left(3 + \frac{y}{4}\right) \longrightarrow 28 - 4y = 12 + y \longrightarrow -8y = 40 \longrightarrow y = 50$$

$$\text{Obtenemos la } x \longrightarrow x = 7 - y \longrightarrow x = 7 - 50 = -43 \longrightarrow x = -43$$

**7** Resuelve por el método que quieras el siguiente sistema, e indica que método has usado. (2 puntos)

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ -x + 2y = -2 \end{cases}$$

**8** ¿Cuáles de estas ecuaciones tienen como solución  $x = -1$ ,  $y = 3$ ? (1 punto)

a)  $3x + y = -3$

c)  $3x - \frac{y}{3} = 0$

b)  $3x + y = 0$

d)  $x + 2y = 5$

## **ANEXO III\_ CUESTIONARIO SEGUIMIENTO METODOLOGÍA**

Al finalizar cada sesión se ha repartido este cuestionario para poder tener la opinión de los estudiantes y saber si está siendo de gran ayuda el trabajo. A continuación se muestra cómo se les entregó:

**Responde del 1 al 10, siendo 1 la peor puntuación y 10 la mejor, puedes poner números decimales. Si quieres escribir alguna respuesta, hazlo detrás de la hoja.**

**¿Qué te ha parecido la explicación de hoy?**

**¿Has necesitado ayuda de tus compañeros?**

**¿Te han parecido interesantes las actividades?**

**¿Has entendido la explicación?**

## ANEXO IV\_CUESTIONARIO FINAL COMO DOCENTE

A continuación se muestra el cuestionario que les pasé a los estudiantes al finalizar mi periodo como docente el último día de clase:

**Puntúa del 1 (mínima) al 5 (máxima) los siguientes enunciados sobre tu profesora de prácticas.**

1\_¿Te ha gustado el periodo de clase de la profesora de prácticas?

1      2      3      4      5

2\_Explica con claridad los conceptos nuevos y usa un vocabulario claro.

1      2      3      4      5

3\_Se preocupa porque los alumnos entiendan la lección y responde a las dudas.

1      2      3      4      5

4\_ Al finalizar la clase, ¿entiendes lo que se ha explicado?

1      2      3      4      5

5\_Intenta que todos los alumnos tengan una activa participación en clase.

1      2      3      4      5

6\_La profesora dedica el tiempo necesario a las explicaciones y los ejercicios.

1      2      3      4      5

7\_Es puntual para llegar al aula y al acabar la clase.

1      2      3      4      5

8\_Cuando la profesora explica, pregunta a los alumnos si lo han entendido o no.

1      2      3      4      5

9\_A parte del libro de texto de Matemáticas, usa recursos como fichas de ejercicios y el proyector, juegos...

1      2      3      4      5

10\_La profesora de prácticas sigue una metodología clara: corregir ejercicios, explicación de nuevos conceptos, ejercicios para practicar...

1      2      3      4      5

11\_ Considerando las clases que ha impartido la profesora de prácticas y las respuestas que has dado, elige una puntuación del 1 al 10.

1      2      3      4      5      6      7      8      9      10

**Comenta algunos aspectos que te han gustado:**

**Comenta algunos aspectos que no te han gustado y se podrían mejorar:**

## ANEXO V\_CUESTIONARIO TUTOR DE PRÁCTICAS

A continuación se muestra el cuestionario que entregué a mi tutora de prácticas para tener en cuenta su visión sobre las nuevas tecnologías en el aula:

**El siguiente cuestionario va dirigido a docentes de Matemáticas del centro IES Zaidín – Vergeles en relación a los nuevos recursos tecnológicos que se llevan a cabo hoy en día en la enseñanza.**

**Alumna en prácticas: María Martín Rodríguez**

**1. ¿Cuánto tiempo de experiencia posee impartiendo la asignatura de matemáticas en Educación Secundaria?**

10 años

**2. ¿En qué cursos ha desarrollado su práctica docente?**

ESO y Bachillerato

**3. ¿Cómo cree que es el nivel de los alumnos en las Matemáticas y concretamente en el álgebra?**

Regular

**4. ¿Crees que una nueva metodología en la docencia puede fomentar la capacidad de aprendizaje del alumnado? ¿Por qué?**

No estoy totalmente de acuerdo. El problema es la falta de interés.

**5. ¿Existe alguna desventaja en la inclusión en las aulas de esta nueva metodología?**

**6. ¿Qué área dentro del currículo de Matemáticas crees es la de más difícil comprensión para el alumnado?**

Álgebra

**7. ¿Cree que ha aumentado el abandono escolar? ¿A qué cree que se debe?**

No creo que haya aumentado.

**8. ¿Cree que el trabajo cooperativo ayuda al aprendizaje del alumnado? ¿Por qué?**

Sí, se fomenta la relación entre iguales.

**9. ¿Qué métodos conoce del trabajo cooperativo? ¿Los ha utilizado alguna vez?**

Trabajo en grupos.

**10. La metodología didáctica está cambiando, ¿Cree que evoluciona favorablemente o no? ¿Por qué?**

Sí se están usando las nuevas tecnologías más. Pienso que está evolucionando favorablemente pero como ya comenté anteriormente el problema es la falta de interés.