

**ELABORACIÓN Y
EXPERIMENTACIÓN EN EL AULA
CON EL LIBRO INTERACTIVO
“RESOLVIENDO UN PROBLEMA
CON GEOGEBRA”**

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER REALIZADO POR:

MARCOS ASCANIO ZÁRATE

UNIVERSIDAD DE GRANADA

CRUSO ACADÉMICO 2013-2014



ugr

Universidad
de Granada

Trabajo Fin de Máster realizado bajo la tutela de los doctores D. José Luis Lupiáñez Gómez y D. Matías Camacho Machín del departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada y Universidad de La Laguna, respectivamente, que presenta Marcos Ascanio Zárate, dentro del Máster Universitario de Formación de Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, en la especialidad de Matemáticas.

Fdo.: Marcos Ascanio Zárate

Vº Bº de los tutores

Fdo.: José Luis Lupiáñez Gómez

Fdo.: Matías Camacho Machín

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quiero agradecer el apoyo, trabajo y dedicación que me han brindado los directores de este trabajo, ya que sin su ayuda no hubiera sido posible el desarrollo del mismo.

También me gustaría agradecer a mi tutor de prácticas del Máster, D. Manuel Román, la enseñanza de lo que es realmente una clase de Matemáticas y sus consejos. Así como a todos los estudiantes que han hecho de ese mes y medio una experiencia única.

Quiero también manifestar mi agradecimiento al profesor Rafael Ramírez, responsable del grupo de alumnos con el que realizamos la experiencia, por su disposición y su apoyo a la realización de la misma; así como a los 8 alumnos con los que trabajamos. En especial quiero dar las gracias a Rossellimac el prestamos desinteresado de los iPad para la realización de la sesión.

Por último, y no por ello menos importante, mencionar el apoyo de mi familia, amigos y esa persona tan especial, que han sido pilares fundamentales en momentos de debilidad ofreciendo consejos y ayuda para seguir adelante.

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo.”

Benjamin Franklin

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	5
1. JUSTIFICACIÓN	7
1.1 MOTIVACIÓN	7
1.2 INVESTIGACIONES HACIENDO USO DE IPAD	9
1.3 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CURRÍCULO DE SECUNDARIA	10
1.4 TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS EN EL CURRÍCULO DE SECUNDARIA	11
1.5 EL USO DE LA TECNOLOGÍA EN EL CURRÍCULO DE SECUNDARIA	12
1.6 OBJETIVOS DE LA INNOVACIÓN	14
2. FUNDAMENTACIÓN	17
2.1 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	17
2.2 TECNOLOGÍA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	20
2.3 LA GEOMETRÍA DINÁMICA Y LOS IPAD	22
2.4 LOS LIBROS INTERACTIVOS	24
3. DISEÑO DEL RECURSO DIDÁCTICO	26
3.1 EL IPAD	26
3.2 LA APLICACIÓN IBOOK AUTHOR	28
3.3 EL LIBRO INTERACTIVO "RESOLVIENDO UN PROBLEMA CON GEOGEBRA"	29
3.3.1 ESTRUCTURA GENERAL	31
3.3.2 ELEMENTOS INTERACTIVOS Y ENLACES	33
4. EXPERIMENTACIÓN EN EL AULA	39
4.1 POBLACIÓN DE ESTUDIO	39
4.2 DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA Y RECOGIDA DE DATOS	40
5. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN	44
5.1 EL USO DEL LIBRO INTERACTIVO EN EL AULA	44
5.2 EL CUESTIONARIO	47
6. CONCLUSIONES	56
BIBLIOGRAFÍA	60

INTRODUCCIÓN

El documento que se presenta es un Trabajo de Fin de Máster desarrollado durante el curso 2013-2014, para la obtención del título de Máster Universitario de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, en la especialidad de Matemáticas.

En este trabajo presentamos el diseño y la puesta en práctica de un material didáctico para la introducción en el aula. Se trata de un libro interactivo con el que se trabajan los movimientos geométricos planos: simetrías, giros y traslaciones. Dicho material se dirige a alumnos de primer curso de la Educación Secundaria Obligatoria, o cualquier lector que esté interesado en este contenido.

El libro interactivo está disponible para iPad en la iBook Stores de Apple; se titula “Resolviendo un problema con GeoGebra”¹.

El trabajo se estructura en seis capítulos:

En el primer capítulo se justifica el interés del diseño de este material. Se resalta la importancia del uso de la tecnología en el aula en los tiempos que corren, los diferentes dispositivos que se pueden usar, las investigaciones que ya se están realizando usando iPad como herramienta de trabajo en el aula y un análisis del currículo de secundaria centrado en la resolución de problemas, la tecnología y los contenidos a tratar. También se presentan tanto los objetivos que persigue este trabajo, cómo los objetivos específicos del libro interactivo.

El segundo capítulo recoge algunas de las investigaciones que fundamentan el trabajo. En dichas investigaciones se describe la resolución de problemas como pilar básico de la enseñanza de las matemáticas y la introducción de la tecnología en la resolución de problemas, la importancia de los software de geometría dinámica y por último el libro interactivo que se elabora.

¹ Se puede descargar en libro en el siguiente enlace:
<https://itunes.apple.com/ES/book/id880642033?l=en>

En el tercer capítulo se muestra el diseño del libro interactivo, detallando su contenido y estructura, y se explica cómo se utiliza. Además se realiza un análisis de todos los elementos y recursos que se encuentran en él.

En el cuarto capítulo se describe la experiencia en el aula y la forma de recoger los datos para la posterior valoración de la utilidad de este material. Se muestra el tipo de alumnado con el que se trabajó, sus conocimientos y sus motivaciones.

En el quinto capítulo se presentan los resultados obtenidos al analizar la preguntas del cuestionario que los alumnos han respondido, junto a un estudio de lo que se ha observado en la sesión de trabajo en el aula.

Por último, en el sexto capítulo se realiza un balance del libro interactivo, estudiando las conclusiones obtenidas tras utilizar el recurso. También se analiza si se han conseguido los objetivos específicos y generales, junto a las posibles modificaciones del material tras haber observado su funcionamiento.

1. JUSTIFICACIÓN

A continuación se realiza una justificación, en la que se presenta la motivación del trabajo, algunas investigaciones que ya se están realizando con el uso del iPad en las aulas, y los objetivos de esta innovación. También se encuentra un análisis del papel de la resolución de problemas y de la tecnología en el currículo de secundaria, junto con un análisis de los contenidos que se trabajan en el libro interactivo.

1.1 MOTIVACIÓN

En los últimos años ha habido una notable tendencia a cambiar los programas de los diferentes países, incluyendo la tecnología en ellos, haciéndose cada día algo más importante en las aulas. No es nada que nos deba extrañar, ya que poseemos muchos recursos que nos pueden ayudar en la enseñanza y aprendizaje de los contenidos de todas las disciplinas, pero más concretamente en la asignatura de matemáticas. Es muy común entrar en una aula y encontrar elementos tecnológicos como calculadoras, ordenadores o pizarras electrónicas, entre otros.

Es habitual encontrar dentro de un Departamento de Matemáticas de un Instituto de Enseñanza Secundaria a profesores buscando recursos en la web para impartir sus clases. Cada vez más se buscan nuevos materiales que usen tecnología para la enseñanza de contenidos que pueden parecer complejos para los alumnos, o incluso para los propios profesores. Es muy frecuente usar programas informáticos o/y plataformas interactiva, como pueden ser los de geometría dinámica o las plataformas como Wolframalpha o Descartes, para resolver problemas.

Por otro lado tenemos a los alumnos. Estos jóvenes viven en un mundo de tecnología, hoy muchos de los niños de nuestro país poseen móvil propio, o en casa tienen ordenador con internet. Ellos viven en un mundo de tecnología, de comunicación e información constante, con las aplicaciones de mensajería y las redes sociales. ¿Por qué no introducir elementos que ellos ya manejan en el aula? ¿Por qué la tecnología de la que dispone el alumno en su día a día no la puede utilizar cuando está dentro del aula?

Es necesario un control y un conocimiento sobre el uso de cómo poder introducir esos recursos, como portátiles, móviles, tabletas,... dentro del aula, haciendo que sea necesario una

formación previa por parte del profesorado. Esta formación es necesaria, ya que esto es una realidad que ya tenemos en nuestras aulas, y la que tenemos que dar respuesta.

En el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas estadounidense (NCTM, 2003) se hace hincapié en un Principio Tecnológico que enfatiza la importancia de su introducción en el aula, defendiendo que la tecnología es muy importante los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas:

“La tecnología es fundamental en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; influye en las matemáticas que se enseñan y enriquecen su aprendizaje” (p. 26)

Desarrolla tres puntos de vista claves, que determinan como debe usarse la tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática:

- La tecnología enriquece el aprendizaje de las matemáticas, ayudando a los estudiantes a examinar más representaciones o ejemplos que los que son posibles a mano, formulando y explorando conjeturas fácilmente. Además se puede potenciar la implicación del alumno en las ideas matemáticas abstractas, y por otro lado ofrece la posibilidad de la adaptación de la enseñanza a las necesidades especiales de los alumnos.
- La tecnología apoya la enseñanza eficaz de las matemáticas. Los profesores deben utilizar la tecnología para enriquecer las oportunidades del aprendizaje de sus alumnos; en ningún caso la tecnología sustituye al profesor, ya que éste debe decidir si se emplea la tecnología, cuándo se emplea, y cómo hacerlo.
- La tecnología influye en qué matemáticas se enseñan, no solo en cómo se enseñan y aprenden. Al disponer de la tecnología, los niños pueden explorar y resolver problemas que incluyan números grandes, o pueden investigar las características de figuras por medio de programas de Geometría dinámica. Esta herramienta puede ayudar a los profesores a relacionar el desarrollo de las destrezas y los procedimientos con el desarrollo más general del conocimiento matemático.

Una de las herramientas tecnológicas cuyo uso se está generalizando cada vez más, es la tableta. Poco a poco, se van haciendo un hueco dentro de los recursos a utilizar debido a su tamaño, facilidad de uso e interactividad. Antes se podía ver como en algunos colegios e institutos los alumnos tenían dos o tres ordenadores en clase, o incluso se les entregaba un portátil a cada uno a principio del curso. Ahora con las tabletas, estos ordenadores ya no serán necesarios, ya que las actuaciones que realizaba el alumno con el ordenador, las puede realizar

en uno de estos dispositivos, teniendo la ventaja del tamaño, peso, interactividad e incluso, el precio. En éstas no existe un teclado y un ratón, sino que el alumno lo realiza todo con el dedo, otro elemento motivacional importante.

Los iPad son un tipo de tabletas, de la marca Apple que se describirán con más detalle en el capítulo 3. El iPad está basado en el modelo de móvil iPhone, que también lo fabrica la misma empresa. Para la realización de la sesión de experimentación hemos tenido que usar este tipo de tableta en concreto, ya que el libro interactivo solo puede reproducirse en este dispositivo. Por este motivo el uso de ella no radica más allá de que es la única tableta que puede reproducir tanto el libro interactivo, cómo todos los contenidos que tiene dentro éste.

Es muy probable que en poco tiempo existan programas que nos pongan las cosas tan fáciles como hasta ahora lo hace Apple con iBooks Author (programa con el que se ha elaborado el libro interactivo), pero hasta entonces seguiremos usando este programa y las tabletas de esta marca.

En líneas generales, el trabajo que se presenta consiste en el diseño, elaboración, experimentación en el aula y posterior validación de un libro interactivo.

1.2 INVESTIGACIONES HACIENDO USO DE IPAD

En la actualidad podemos encontrar algunas investigaciones que se basan en el uso del iPad, y su introducción en el aula. No existen muchas, pero las que se han encontrado tratan del papel del iPad en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se presentan a continuación tres de estas investigaciones que nos ayudan en el desarrollo de este trabajo.

En Fisher et al. (2013) se hace un estudio del papel del iPad en la construcción de espacios de aprendizaje colaborativos. En este artículo se explora si existen variaciones en los resultados obtenidos al trabajar con un ordenador de sobremesa o con un iPad. Estos autores realizan una experiencia de aula con estos dispositivos para verificar si realmente eran beneficiosos para la educación y su puesta en funcionamiento dentro del aula. Los resultados obtenidos por los tres autores probaron lo que se esperaba: el iPad es un elemento que al ser usado por los alumnos transforma los espacios de trabajo, haciendo que se facilite la colaboración entre ellos, debido a su pantalla y al modo de introducir la información. Uno de los aspectos más importantes que defienden estos autores es la forma de entrada de datos a ambos aparatos tecnológicos. Un portátil posee un teclado y un ratón restringiendo así la

entrada de información a un único usuario, mientras que una tableta apoyada sobre una mesa permite que varios usuarios puedan interactuar, debido a su gran pantalla.

Ingraham (2013) se refiere a la forma en la que estos dispositivos pueden modificar la enseñanza brindando oportunidades tanto a alumnos como a profesores para demostrar sus conocimientos de matemáticas. Esta autora estudia la implementación de una actividad geométrica realizada con iPad en el aula y cómo el uso de esta tecnología evidencia buenos resultados. En este caso la gran cantidad de recursos, Apps, internet,... que se pueden encontrar dentro de este aparato hace que el alumno pueda seguir su propio ritmo dentro de unas mismas directrices comunes para toda el aula, apoyando así a los diferentes ritmos de aprendizaje que nos podemos encontrar.

Parrot y Holving (2012) destacan el éxito obtenido con un material elaborado con iBooks Author para trabajar una actividad de matemáticas con escolares de 14 años. Los autores de este artículo muestran como este programa nos puede ayudar en la difícil tarea de enseñar los contenidos matemáticos, y la facilidad de la construcción del recurso. El artículo se basa en la construcción de una actividad matemática con el programa que también se utiliza en este trabajo para la construcción del libro interactivo. Los autores destacan la facilidad para la construcción de la actividad y los buenos resultados que se obtienen.

En la tesis de maestría de Reyes (2012), se presenta un estudio de la construcción de un libro interactivo. El análisis que se presenta en dicha tesis es similar al utilizado en este trabajo. En el caso de la tesis se analiza las ventajas de la resolución de problemas ayudados de tecnología, desarrollando un libro interactivo (con iBook Author, al igual que nosotros). Aunque no se trabaja en el aula el libro que se ha desarrollado, se hace un análisis muy profundo de la resolución de problemas, el papel de la tecnología en el aula, los iPad, y los libros interactivos. El objetivo principal de dicho es promover el desarrollo del sentido matemático al resolver problemas y trabajar con actividades, objetivo que también se busca cuando se desarrolla cualquier recurso para introducir en el aula de matemáticas.

1.3 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CURRÍCULO DE SECUNDARIA

El currículo se entiende como el conjunto de contenidos, competencias básicas, objetivos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación. (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006, p. 17166).

Dentro del Currículo de Matemáticas, la resolución de problemas es una de las piezas fundamentales.

“Para que el aprendizaje sea efectivo, los nuevos conocimientos que se pretende que el alumno construya han de apoyarse en los que ya posee, tratando siempre de relacionarlos con su propia experiencia y de presentarlos preferentemente en un contexto de resolución de problemas.” (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007a, p. 31789).

Los contenidos se encuentra divididos en diferentes bloques a lo largo de la etapa de la Educación Secundaria Obligatoria. En estos bloques se desarrollan los conceptos y procedimientos que se requieren a los alumnos, de forma que a medida que van avanzando en los diferentes cursos se va aumentando la complejidad de estos conceptos y procedimientos, ayudando así a que el alumno sea competente en matemáticas.

Dentro de los seis bloques en los que se divide la materia Matemática, existe uno que se trabaja de forma transversal con los demás. Se trata de la resolución de problemas.

“Desde un punto de vista formativo, la resolución de problemas es capaz de activar las capacidades básicas del individuo, como son leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo, revisarlo, adaptarlo, generar hipótesis, verificar el ámbito de validez de la solución, etc. pues no en vano es el centro sobre el que gravita la actividad matemática en general” (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007, p. 31789).

Así, la resolución de problemas debe ser un procedimiento que se trabaje en todos los cursos, haciendo que los alumnos vayan obteniendo la capacidad de resolverlos de forma correcta.

1.4 TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS EN EL CURRÍCULUM DE SECUNDARIA

En el Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, a través del cual se presenta el Currículo de dicha comunidad, se agrega lo siguiente sobre los contenidos de Geometría a impartir en todos sus cursos:

“Los contenidos se encuentran recogidos en el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre: Bloque 4, Geometría, de 1º a 4º.

La presencia de mosaicos y frisos en distintos monumentos permitirá descubrir e investigar la geometría de las transformaciones para explorar las características de las reflexiones (Geometría desde 1º), giros y traslaciones, y para determinar relaciones entre la composición de transformaciones (Geometría desde 3º).” (Junta de Andalucía, 2008, 54)

Al buscar en la legislación andaluza los contenidos que se deben impartir en la etapa de secundaria obligatoria, nos encontramos con que son exactamente los mismos que se introducen en el Real Decreto 1631/2006, sin ninguna modificación. De esta forma, si acudimos al Real Decreto, encontramos que las simetrías, giros y traslaciones, deben introducirse en el tercer curso

“Bloque 4. Geometría.

- Determinación de figuras a partir de ciertas propiedades. Lugar geométrico.
- Aplicación de los teoremas de Tales y Pitágoras a la resolución de problemas geométricos y del medio físico.
- Traslaciones, simetrías y giros en el plano. Elementos invariantes de cada movimiento.
- Uso de los movimientos para el análisis y representación de figuras y configuraciones geométricas.
- Planos de simetría en los poliedros.
- Reconocimiento de los movimientos en la naturaleza, en el arte y en otras construcciones humanas.
- Coordenadas geográficas y husos horarios. Interpretación de mapas y resolución de problemas asociados.
- Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas.” (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007b, p. 756).

De los contenidos anteriormente citados, marcamos en negrita los contenidos que se tomarán en cuenta para el libro interactivo que se desarrolla en este trabajo.

1.5 EL USO DE LA TECNOLOGÍA EN EL CURRÍCULUM DE SECUNDARIA

Desde todas las asignaturas de la Educación Secundaria Obligatoria nos debemos de comprometer para trabajar las competencias básicas, que son: competencia en comunicación lingüística, competencia matemática, competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico, tratamiento de la información y la competencia digital, competencia social y

ciudadana, competencia cultural y artística, competencia para aprender a aprender y autonomía e iniciativa personal.

En el currículo de secundaria se destaca la importancia del uso de la tecnología en la educación. Incluso una de las competencias básicas que se debe adquirir al finalizar la secundaria obligatoria son las competencias de tratamiento de la información y la competencia digital.

Aunque en el currículo hay una competencia matemática, nos tenemos que esforzar como profesores para que nuestros alumnos lleguen a alcanzar todas las demás. En concreto destacamos la competencia digital, que es la que habla del uso de la tecnología en el aula. Como bien se describe en el currículo:

“Ser competente en la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación como instrumento de trabajo intelectual incluye utilizarlas en su doble función de transmisoras y generadoras de información y conocimiento. Se utilizarán en su función generadora al emplearlas, por ejemplo, como herramienta en el uso de modelos de procesos matemáticos, físicos, sociales, económicos o artísticos. Asimismo, esta competencia permite procesar y gestionar adecuadamente información abundante y compleja, resolver problemas reales, tomar decisiones, trabajar en entornos colaborativos ampliando los entornos de comunicación para participar en comunidades de aprendizaje formales e informales, y generar producciones responsables y creativas.” (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007b, p. 688).

Es decir, tenemos no sólo que conseguir que nuestros alumnos sean capaces de utilizar diestramente las herramientas tecnológicas, sino que aprendan a buscar, obtener, procesar y comunicar información. Todo ello es un conjunto de estrategias que debemos desarrollar en nuestras aulas ayudados por la tecnología. Debemos conseguir individuos autónomos que sepan crecer y desarrollarse en su época, en la época de la comunicación y la tecnología.

Para alcanzar este objetivo tendremos que trabajar en las aulas lo que nuestros alumnos se encontraran en el exterior de ellas con el uso de recursos eficientes. No lo puede desarrollar de forma más explícita el currículo:

“Disponer de información no produce de forma automática conocimiento. Transformar la información en conocimiento exige de destrezas de razonamiento para organizarla, relacionarla, analizarla, sintetizarla y hacer inferencias y deducciones de distinto nivel de complejidad; en definitiva, comprenderla e integrarla en los esquemas previos de

conocimiento. Significa, asimismo, comunicar la información y los conocimientos adquiridos empleando recursos expresivos que incorporen, no sólo diferentes lenguajes y técnicas específicas, sino también las posibilidades que ofrecen las tecnologías de la información y la comunicación.” (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007b, p. 688)

“En definitiva, la competencia digital comporta hacer uso habitual de los recursos tecnológicos disponibles para resolver problemas reales de modo eficiente. Al mismo tiempo, posibilita evaluar y seleccionar nuevas fuentes de información e innovaciones tecnológicas a medida que van apareciendo, en función de su utilidad para acometer tareas u objetivos específicos.” (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007b, p. 688)

1.6 OBJETIVOS DE LA INNOVACIÓN

Para este trabajo, tal y como hemos indicado, se construyó un libro interactivo con el objetivo de utilizarlo en un aula de matemáticas, tratando de responder a algunas preguntas básicas que surgieron cuando nos planteamos el desarrollo de esta innovación docente y que nos ayudaron a guiar el trabajo de innovación en el aula que nos planteamos desarrollar desde el principio. Se tratará de contestar a interrogantes tales como:

- ¿El libro ayudará a los alumnos en los procesos de resolver problemas?
- ¿Mostrarán los alumnos estrategias diferentes después de haber utilizado software de geometría dinámica?
- ¿Trabajar con imágenes interactivas, Software de Geometría Dinámica, enlaces web, ... hace más dinámico el trabajo para los alumnos?
- ¿Será un buen recurso si lo introducimos en el aula?

A partir de tales planteamientos, los objetivos generales que nos proponemos alcanzar con este Trabajo de Fin de Máster son:

- Diseñar un libro interactivo basado en la resolución de Problemas de Matemáticas para Educación Secundaria
- Experimentar en el aula el diseño realizado
- Evaluar la calidad del recurso didáctico elaborado

Estos objetivos generales se pueden desglosar en una serie de objetivos específicos que se infieren, entre otras cosas, del propio diseño del libro interactivo, que son los que evaluarán

la calidad del mismo. Para evaluar la calidad es necesario fijarse en los cambios que se producen al utilizar el recurso. Así, los objetivos específicos del recurso son:

- Observar si las estrategias utilizadas por los alumnos son diferentes a las utilizadas habitualmente con la resolución de problemas con lápiz y papel
- Analizar si el libro interactivo fomenta la adquisición de los nuevos conceptos matemáticos que se incorporan.
- Analizar el papel de los diferentes elementos dinámicos que se han incorporado al libro
- Analizar cómo utilizan el libro los alumnos, y cómo evalúan los alumnos su experiencia con el uso de este nuevo dispositivo.

A continuación describimos las tres etapas llevadas a cabo en el trabajo, y que coinciden con los objetivos generales del trabajo.

El diseño del libro

Como hemos comentado con anterioridad, el libro fue elaborado con iBooks Author. Este programa permite introducir elementos como texto formateado, vídeos, enlaces a páginas webs, imágenes interactivas e incluso varios *widget*² con diferentes utilidades. En nuestro caso los widgets que hemos incorporado son construcciones de GeoGebra, debido a la posibilidad de arrastre y modificación que permite dicho programa, y la facilidad para construirlos. El libro se titula “Resolviendo un problema con GeoGebra” (Figuras 1 y 2) y se puede descargar gratuitamente desde la biblioteca del iBook Store.

Dicho recurso ha sido construido para que los escolares puedan explorarlo directamente, no hacen falta explicaciones previas si se sabe utilizar el iPad y se estructura en tres secciones, que serán analizadas a continuación, en el apartado que dedicamos a dicho recurso.

² En informática, un **widget** o **artilugio** es una pequeña aplicación o programa, usualmente presentado en archivos o ficheros pequeños que son ejecutados por un motor de *widgets* o *Widget Engine*. Entre sus objetivos están dar fácil acceso a funciones frecuentemente usadas y proveer de información visual. Aparecieron originalmente en el ambiente del sistema de accesorios de escritorio de Mac OS X. Descripción recogida en Wikipedia (<http://es.wikipedia.org/wiki/Widget>).

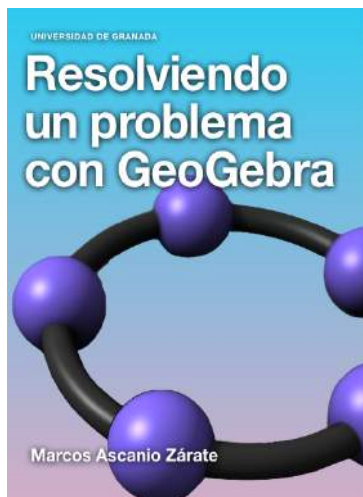


Figura 1. Portada del libro



Figura 2. Ejemplo de una página

La implementación en el aula y posterior evaluación

Para comprobar la calidad del recurso es necesario que los alumnos hagan uso del mismo, observando cuál es el comportamiento de ellos con el libro. En un paso posterior analizaremos las respuestas que nos brindan los alumnos, observando las estrategias utilizadas, y de esta forma podremos obtener resultados para poder afirmar o desmentir que el libro es una buena herramienta para utilizar en el aula.

Como describimos en Ascanio et al. (En prensa), los alumnos con los que realizamos la experiencia fueron ocho, del Colegio El Carmelo, situado en la parte sur de Granada y pertenecientes al primer curso de la Educación Secundaria Obligatoria. Además pertenecen a un programa de enriquecimiento curricular en el que se reúnen una hora semanal con otros alumnos de quinto y sexto curso de educación primaria.

Se realizó una única sesión de tres horas en la que los alumnos estuvieron trabajando con los iPad y el libro interactivo. En el apartado que dedicamos a la implementación describimos el desarrollo de la sesión y el cuestionario que cumplimentaron estos chicos y chicas.

2. FUNDAMENTACIÓN

Para realizar la fundamentación lo que haremos será centrarnos en cuatro aspectos fundamentales que rigen nuestro el trabajo. En primer lugar hablaremos de la resolución de problemas y de cómo el alumnos debe enfrentarse a ellos, para luego introducir el papel de la tecnología en este proceso tan complejo y tan importante de las matemáticas. Como la tecnología que se utiliza en el libro es un software de geometría dinámica e iPad, también hablaremos del papel que juegan estos software y los iPad dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Por último se desarrollará descripción del papel jugado por el libro interactivo.

2.1 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas es uno de los pilares fundamentales de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles educativos. Resolver problemas permite a los estudiantes desarrollar habilidades y contextualizar el conocimiento matemático que poseen. Como se puede leer en Santos (2007), Postman y Wingartner (1969) afirman que:

“El conocimiento se produce en respuesta a preguntas... Una vez que [el estudiante] ha aprendido cómo preguntar -preguntas relevantes, apropiadas y sustanciosas- el estudiante ha aprendido cómo aprender y ya nadie lo puede detener en el camino de seguir aprendiendo lo que necesite y quiera conocer”. (Santos, *Op. cit.*, p. 23)

De esta forma es necesario que los alumnos aprendan a preguntar, a seguir heurísticos y estrategias que les ayuden a resolver los problemas. En Ascanio (2013) se hace un resumen de los estudios realizados sobre las etapas de la resolución de problemas. Destacamos a continuación tres de esos estudios.

Para Polya (1945), la tarea de resolver problemas se divide en 4 etapas diferenciadas. Así se dividen en:

- Entender el problema (understanding the problem): En esta etapa el alumno debe trabajar con las estrategias que le ayude a entenderlo y a generar una representación del mismo. Algunas de las preguntas que se deben realizar son ¿cuáles es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿cuál es la condición?, ...

- Trazar un plan (devising a plan): en este momento, después de haber entendido el problema es necesario trazar una estrategia. Algunas preguntas que pueden guiar esta etapa son: ¿has trabajado este problema antes?, ¿existe alguna relación entre los datos y la incógnita?, trata de pensar una solución, si no puedes solucionar el problema propuesto, trata de resolver primero algún problema relacionado, ¿se te ocurre algún problema que sea parecido pero más accesible?, ...
- Ejecutar el plan (carrying out the plan): En esta etapa se desarrolla la estrategia elegida anteriormente. Al ejecutar el plan de solución hay que comprobar cada paso, ver si se puede ver claramente que es correcto, y probar que es correcto.
- Visión de lo realizado (looking back): Por último se debe verificar los datos obtenidos y razonamientos utilizados. Para ello, algunas preguntas que nos pueden guiar: ¿puedes comprobar el resultado?, ¿puedes comprobar el razonamiento?, ¿puedes demostrar el resultado de forma diferente?, ¿puedes usar el resultado, o el método, en algún otro problema?

Años después, Schoenfeld (1980) profundiza en los planteamientos de enseñanza de Polya, proponiendo, en las categorías desarrolladas anteriormente, heurísticos que facilitan la resolución de problemas. Dichos heurísticos son :

- En la primera etapa de analizar el problema, propone dibujar un diagrama cada vez que sea posible, examinar casos especiales (ejemplificar el problema, explorar los casos límites, encontrar un patrón por inducción,...). Lo que propone el autor es intentar simplificar el problema.
- En la segunda etapa, en la que el resolutor del problema debe diseñar y plantear una solución, propone plantear soluciones jerárquicamente, ser capaz de explicar el proceso de solución
- En la tercera etapa, en la que se exploran las soluciones para problemas difíciles, propone considerar problemas equivalentes (reemplazando condiciones por algunas equivalentes, recombinando los elementos del problema de manera diferente, introducir elementos auxiliares, reformular el problema cambiando la notación, por argumentos de contradicción o contrarrecíprocos, asumiendo soluciones y determinando propiedades), considerar problemas ligeramente modificados (eligiendo submetas, trabajar por casos, relajando condiciones y luego volviéndolas a imponer) o considerar problemas modificados sustancialmente (examinar problemas

con menos variables, explorar el papel de las variables cuando otras están fijas, aprovechar problemas relacionados con forma, datos o conclusiones similares).

- En la última etapa de verificación de la solución propone usar preguntas específicas (¿se usan todos los datos pertinentes?, ¿la solución está de acuerdo con las estimaciones o las predicciones razonables?) o utilizar preguntas generales (¿se puede obtener de manera diferente?, ¿se puede probar por casos especiales?, ¿se puede reducir a casos conocidos?,...)

Por último, destacar el trabajo de Santos (2007), en el que se modifica ligeramente las etapas de la resolución de problemas y las resume, considerando únicamente tres etapas fundamentales:

- El análisis, en el que se puede dibujar un diagrama siempre que sea posible, se deben examinar casos especiales (seleccionando valores particulares, examinando casos límites). El resolutor debe buscar una simplificación del problema con el uso de la reducción o buscando argumentos en los que no haya pérdida de generalidad.
- La exploración, en la que se pueden considerar problemas equivalentes reemplazando condiciones, recomblando elementos de diferentes formas, introduciendo elementos auxiliares, reformulando el problema (cambiando notación o perspectiva, introduciendo métodos de contradicción) , considerando problemas modificados ligeramente (seleccionando submetas, o trabajando por casos), o considerando problemas modificados sustancialmente (diseñando problemas semejantes con menos variables, fijando variables y modificando otras o tratando problemas relacionados que se asemejen en la forma, los datos o las conclusiones).
- La verificación de la solución, en la que se debe verificar que se usan los datos pertinentes, tiene concordancia con las predicciones, es resistente a pruebas de simetría, dimensiones o escalas, se puede obtener de otro modo diferente, puede ser reforzada con casos especiales, puede reducirse a resultados conocidos o puede ser generada a partir de algo conocido.

Estas etapas son las que se incorporan dentro del libro interactivo para que los alumnos las sigan en el proceso de la resolución del problema planteado. Es importante que el estudiante siga una guía en la resolución de los problemas o un esquema que lo ayude a en esta tarea.

2.2 TECNOLOGÍA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La incorporación de la tecnología al proceso de resolución de problemas abre muchas puertas, pero también cambia el escenario en que este proceso se realizaba anteriormente. Existe una gran cantidad de herramientas disponibles que podemos introducir en ese proceso, pero es necesario saber no sólo las ventajas que estas poseen para los estudiantes, sino también tenemos que conocer que estrategias, representaciones y formas de razonamientos pueden aprender los alumnos utilizándolas.

- ¿Qué herramientas pueden favorecer el desarrollo de la competencia matemática en el estudiante?
- ¿Cómo podemos emplear esta herramienta?
- En el proceso llevado a cabo por los alumnos de sistematizar alguna herramienta, ¿qué es lo importante?
- ¿Qué razonamientos y estrategias evidencian los estudiantes al resolver problemas con el uso de herramientas tecnológicas?

En el trabajo con herramientas tecnológicas para la resolución de problemas, es importante la búsqueda de relaciones. Los estudiantes deben construir su propio repertorio de resultados matemáticos a partir de los cuáles pueden analizar el comportamiento de los elementos de sus construcciones. En este proceso es muy importante lo que se destaca en el apartado anterior, es necesario que el alumno plantee preguntas, formule conjeturas, busque argumentos que le permita explicar la validez de sus conjeturas y comunique los resultados obtenidos de forma razonada.

En el proceso de resolución de problemas con herramientas tecnológicas es necesario que el profesor conozca las preguntas que el estudiante se puede realizar. Es necesario guiar el trabajo de los alumnos para que los estos puedan llegar a realizar diferentes conjeturas, extiendan sus ideas o incluso realicen conexiones con conjeturas de otros alumnos.

En este trabajo se utilizan herramientas tecnológicas en la resolución del problema. Los alumnos trabajan con un iPad y con un software de geometría dinámica, restando importancia a los procesos realizados con lápiz y papel, que se utilizarán muy poco.

Este proceso conlleva que los alumnos realicen construcciones dinámicas para conocer los conceptos que van a ser necesarios. De esta forma los alumnos construirán su propio conocimiento y un conjunto de resultados matemáticos que serán necesarios para analizar

Santos y Camacho (2007) presentan un marco metodológico en el que se introducen algunos aspectos relevantes para la resolución de problemas con tecnología. La principal característica es la de utilizar el software de Geometría dinámica para construir en primer lugar un modelo dinámico del problema que permita establecer conjeturas, buscar relaciones o explorar el problema. Este marco de referencia debería ser utilizado por los profesores para reflexionar y estructurar el uso de tecnología en el aula y en la resolución de problemas. A la hora de resolver un problema, se propone adaptar las fases de Polya y las consideraciones hechas por Schoenfeld y Santos en los siguientes términos.

- Comprensión del enunciado: se trata de darle sentido al enunciado del problema. Las preguntas deben tener un papel principal en esta etapa, deben de ayudar a identificar los conceptos que se presentan y pensar en las representaciones que se podrían utilizar para facilitar la exploración del problema. Las preguntas deben ser exploradas y discutidas por los estudiantes para poder dar sentido al enunciado del problema y matematizarlo.
- Exploración del problema: en esta etapa debe construir una representación dinámica del problema para poder explorar las propiedades del problema. Esta representación puede hacer que el estudiante formule conjeturas que después pueden ser justificadas. Las herramientas tecnológicas pueden ayudar a obtener una justificación del problema sin necesidad de definir un modelo algebraico para obtener una solución.
- Resolución del problema desde distintos enfoques: en esta etapa se brinda la oportunidad a los estudiantes para explorar, representar y resolver los problemas. Para ello los alumnos tendrán que utilizar diferentes conceptos y recursos, junto a las exploraciones realizadas anteriormente para poder llegar a una justificación del problema. En esta etapa también se buscan conexiones y extensiones de las condiciones iniciales que ayuden vislumbrar una solución general al problema planteado.
- La integración: en esta última etapa se le brinda la oportunidad al estudiante de relacionar y contrastar diferentes conceptos y recursos que se utilizaron en la para construir los diferentes enfoques, ya que normalmente estos enfoques se desarrollan por separado.

Este marco metodológico es el que se ha utilizado para trabajar con el problema que desarrolla en el libro interactivo. Se presenta dividido en diferentes fases de resolución,

ayudando al alumno para la resolución del problema mediante una serie de preguntas adaptadas para cada una de las fases. Los diferentes enfoques utilizados son el geométrico con el uso del GeoGebra y el algebraico. En el último apartado proponemos algunas extensiones y se le propone los alumnos a encontrar y “hacer crecer” el problema utilizando las mismas etapas.

2.3 LA GEOMETRÍA DINÁMICA Y LOS IPAD

Estos programas son muy importantes dentro de las herramientas tecnológicas que se pueden introducir en un aula debido a ser “dinámicos”. Permiten construir y manipular construcciones geométricas. Hasta hace algunos años solo se podría trabajar con geometría plana, pero ya hay algunos programas como *GeoGebra 5* (en versión beta) que permite las construcciones en el espacio.

El uso de la tecnología para enseñar geometría es un campo bastante reciente. Se empezó a generalizar en los años 80 con la aparición de Logo, famoso programa que cuya característica más conocida es la tortuga que se puede ir moviendo por la pantalla con un lenguaje de programación sencillo. La siguiente revolución se produjo algunos años más tarde, durante el ICME-6, donde se presentó *Cabri*³. Ya en la actualidad existen muchos programas de este tipo, como puede ser también *Geometer Sketchpad*⁴.

En el año 2001, Markus Hohenwarter, revolucionó el mundo de los software de geometría dinámica al presentar su proyecto en la Universidad de Salzburgo. Presentó *GeoGebra*⁵, un procesador geométrico y algebraico, es decir una mezcla entre matemáticas con software interactivo con geometría, algebra y cálculo. En la actualidad ya dicho programa cuenta con una CAS, con la que también se puede trabajar el análisis.

En la gran mayoría de dichos programas el proceso de construcción suele ser el mismo. Se comienza por la colocación de algunos puntos y a partir de ellos se definen nuevos conceptos, como pueden ser rectas, polígonos, intersección de objetos,... Una vez realizada la construcción deseada se pueden mover los puntos iniciales y así observar como todos los elementos de la construcción cambian.

³ <http://www.cabri.com/es/>

⁴ <http://www.dynamicgeometry.com>

⁵ <http://www.geogebra.org/>

Existe una gran cantidad de programas de geometría dinámica. Incluso ya los podemos encontrar en tabletas e incluso en móviles. Existe una gran diferencia entre los programas de dibujo, que pueden incorporar herramientas geométricas, y un programa de geometría dinámica. Se trata del arrastre (dragging), característica que permite mover los elementos de la construcción sin alterar la relación matemáticas existente entre ellos. En Chumpitaz (2013) se hace un estudio de los arrastres que se introducen en Arzarello y otros (2002), describiendo siete tipos, de los cuales vamos a destacar cuatro, que son los que los estudiantes van a utilizar en el desarrollo de las actividades:

- Arrastre errático: desplazar de manera aleatoria los puntos básicos, sin un plan preciso, para descubrir configuraciones interesantes o regularidades de la figura.
- Arrastre limitado: desplazar puntos que pertenecen a objetos y que solo pueden ser desplazados sobre éste.
- Arrastre guiado: desplazar los puntos básicos de una construcción con el fin de darle una forma particular para que se mantengan una propiedad geométrica.
- Arrastre de test: mover un punto libre, o que pertenece a un objeto a fin de ver si se conservan algunas propiedades estudiadas.

Estos arrastres podrían no ser suficientes para que los alumnos resuelvan el problema, o se den cuenta de las relaciones matemáticas que guardan los objetos construidos. Por ello tenemos que tener en cuenta otra de las características importantes de este tipo de programa como son las mediciones. Estos programas tiene gran cantidad de herramientas para medir áreas, perímetros, grados de ángulos,... Todo ello resulta útil a la hora de construir un modelo dinámico.

Para el uso correcto de estos software por parte de los alumnos es necesario que se apropien del artefacto y lo transformen en un instrumento de utilidad para la comprensión de las matemáticas. Como Reyes (2012) destaca en su Tesis, para esta transformación del artefacto en un instrumento es necesario que los alumnos conozcan no solo la manipulación de los elementos del programa, sino trabajen en la propia construcción de los modelos, donde es necesario destacar los siguientes aspectos:

- Control del movimiento: debe mover los elementos de la construcción de forma libre por la pantalla o sobre otros elementos geométricos construidos.
- Dominio de los movimientos geométricos: se deben conocer las diferentes herramientas que posee el programa para realizar estos movimientos.

“Resolviendo un problema con GeoGebra”

- Cuantificación de parámetros: cuantificar e identificar relaciones entre elementos que integran la construcción (perímetros, áreas, longitudes, ángulos).
- Uso del sistema cartesiano: puede ser una estrategia para la construcción de argumentos cartesianos.

En la actualidad ya podemos encontrar algunos de estos programas dentro de los iPad como aplicaciones. En este caso se trabaja con GeoGebra que al igual que para su versión para el ordenador, es gratuita. No es tan completa como su versión de escritorio, pero permite hacer una gran cantidad de construcciones. Esta versión permite acceder también a las construcciones realizadas por otras personas y que se encuentran en la plataforma de *geogebraTube*⁶.

También nosotros podemos realizar construcciones y subirlas a dicha plataforma. Si no, también se permite guardar las construcciones realizadas en la tabletas y mandarlas a la versión de escritorio, a través de un email o subiéndolas a alguna plataforma de almacenamiento online. Estos archivos se envían con la extensión “.ggb” permitiendo que cualquier ordenador con GeoGebra instalado los pueda abrir, dando oportunidad de observar los pasos llevados a cabo en la construcción, modificarla, o mejorarla.

2.4 LOS LIBROS INTERACTIVOS

Actualmente el término eBook o libro electrónico se corresponde con varias realidades, pudiendo designar así al software con el que se visualiza un libro, el hardware mediante el cual lo leemos o al contenido del propio libro. En Reyes (2012) se presenta una definición de eBook que consta de dos partes:

- Objeto digital con contenido de texto y/u otro tipo, que surge como resultado de la integración del concepto familiar de libro con características que se pueden proporcionar en un entorno electrónico.
- Los eBook, tienen, por lo general funciones de búsquedas, hipervínculos, referencias cruzadas, marcadores, notas, funciones para resaltar textos, objetos multimedia y herramientas interactivas.

⁶ <http://www.geogebraTube.org>

De esta forma definidos, se pueden destacar algunas diferencias con los libros de texto tradicionales, como son el formato, la distribución del texto, la funcionalidad, el manejo, las revisiones, la accesibilidad, el diseño, entre otras muchas otras, dando un giro radical a la imprenta como se conocía hasta el nacimiento de estos nuevos libros y abriendo nuevas puertas a los autores de las obras.

Como se describe en Reyes (2012) existen dos tipos de libros interactivos, los que utilizan un diseño de página fija o los que utilizan un diseño de página fluido. La diferencia es clara, un ejemplo clásica de diseño de página fijo es un PDF, ya que no importa el tipo de libro en el que se lea el archivo. Al abrir en diferentes dispositivos un archivo PDF, sus elementos serán invariantes, es decir, no cambiarán de sitio.

Por otro lado, los otros tipos de texto se reajustan al dispositivo en los que sean leídos, pudiendo redimensionarse, cambiando el tipo de letra, el color del fondo de la pantalla, etc. Los tipos de documentos más conocidos son los ePub y el Mobi.

El libro interactivo que se construye con iBook Author se encuentra a medio camino entre los dos tipos de formato de texto, esto se debe a los elementos que el libro contiene y al dinamismo de los mismos.

Los “eReaders” son los dispositivos electrónicos en los que podemos leer estos libros interactivos. Existen gran cantidad de marcas que fabrican estos dispositivos de lectura, aumentándose el número en estos últimos años. Al igual que nos ocurre con iBook Author y el iPad, existen muchos dispositivos que se encuentran limitados por el tipo de formato soportado. Existen libros interactivos que son de formato propietario (como el construido, que solo puede ser abierto por el programa iBook de Apple), o de formato abierto que se pueden reproducir en cualquier tipo de dispositivo. En este apartado cabe destacar que en el iPad podemos reproducir todo tipo de formato abierto, además del formato que se genera al construir el libro con iBook Author.

3. DISEÑO DEL RECURSO DIDÁCTICO

3.1 EL IPAD

En los años 60 del pasado siglo, Alan Kay presenta su Dynabook. Se trató de un equipo portátil cuya finalidad era el mantenimiento de equipos militares y documentación militar. Es de los primeros ejemplos de tabletas. Dicho trabajo marcó tendencia y poco después se construyeron PDA, videoconsolas o teléfonos móviles siguiendo esta línea.

Años después, en el 2000, Microsoft lanzó su propia tableta, con la característica de que para usarla era necesaria un lápiz especial. Apple, en el año 2010 revolucionó este mercado; basándose en su novedoso iPhone, lanzó el iPad (figura3), una tableta que elimina el lápiz, basada en la interacción con los dedos del propio usuario.



Figura 3. iPad

No es de extrañar que desde su lanzamiento, el iPad ha sido un éxito, aunque en su primera versión no contaba con muchas de las características que ahora posee. Ahora mismo se trata de una de las tabletas más completas del mercado, permitiendo hacer un sin fin de actividades con ella.

Desde el nacimiento del iPad ha habido un "boom" de este mercado. Muchas marcas querían tener un producto como el de Apple y se pusieron manos a la obra. Los modelos de las diferentes marcas no difieren tanto una de la otra, diferenciándose únicamente en el diseño o en las especificaciones de hardware.

La característica más importante del iPad, y la que lo hace único es su pantalla táctil multitouch. Esta pantalla es capaz de reconocer diferentes tipos de movimientos con los dedos

y los diferentes toques que puede hacer en ella con uno o varios dedos a la vez. Para poder escribir, aparece en la pantalla un teclado interactivo que podemos tocar a través de la pantalla, además de incluir un acelerómetro que permite rotar el aparato para colocarlo en la posición que nos parezca más cómoda en cada momento, horizontal o vertical.

Hay muchos factores que han hecho que el iPad sea un éxito, como puede ser su tienda de aplicaciones, su manejo intuitivo y fácil, su exclusividad, sus aplicaciones integradas,... además de la garantía de la marca Apple, marca que desde el lanzamiento de su primer Macintosh construye dispositivos únicos, duraderos, con un gran diseño, hardware, sistema operativo, etc.

Como ya hemos comentado con anterioridad, el uso del iPad por nuestra parte radica en que es el único dispositivo capaz de reproducir este tipo de libros y los widgets que el mismo posee. Cuando otras casas desarrollen un programa como iBook Author se pensará la posibilidad de desarrollar los libros en dichas plataformas.

iBook es la aplicación de Apple que permite que el iPad se convierta en un eReader, haciendo suyas las características de estos aparatos como son redimensionar los textos, hacer búsquedas, tener acceso a un diccionario, poder incluir notas en los textos y resaltarlos. Además posee una tienda donde podremos buscar los títulos que deseemos. Una vez descargados podremos organizar los libros como en una estantería física, a modo de biblioteca.

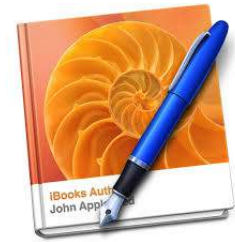
Actualmente muchos textos antiguos, y no tan antiguos, se están reproduciendo digitalmente para poder obtenerlos en dicho formato, actualizándose y adquiriendo todas las características de estos libros modernos.

Por otro lado, estos libros presentan algunas ventajas a los escritores, como puede ser la corrección de errores o modificación del contenido, o los comentarios que se pueden introducir en los textos. Antes el autor de una obra únicamente podía hacer cambios y revisiones antes de mandarlo a imprenta.

Todo ello hace que los eReaders, con este nuevo tipo de libro interactivo, estén revolucionando el mercado de las imprentas y las editoriales, haciendo que se establezcan nuevas “reglas” dentro de ese mundo.

3.2 LA APLICACIÓN IBOOK AUTHOR

Este programa es el que brinda la plataforma para poder construir los libros interactivos, cualquier persona sin conocimientos previos, solamente conociendo el manejo de un ordenador, puede sentarse delante de iBook Author y empezar a desarrollar su creatividad para construir un libro. No se trata de un programa de diseño profesional, y se dirige a todos aquellos que quieran invertir todo su tiempo en construir un buen libro.



La gran ventaja de este programa es que no hace falta conocer ningún lenguaje de programación, podemos construir nuestro recurso sin la necesidad de incluir ni una línea de comandos. Todo su funcionamiento nos recuerda al de los procesadores de textos, como puede ser Pages o el Word de Microsoft. Además, el programa permite utilizar los dos formatos de páginas que se han descrito arriba, el formato fijo o el fluido, es el primer programa de este tipo.

Aunque el programa permita construir el libro para las dos posiciones posibles del iPad (horizontal y vertical), nosotros lo hemos realizado de forma horizontal, debido a que el diseño no se ajustaba de forma correcta a la disposición vertical. La navegación por el libro es muy sencilla, ya que el lector únicamente tendrá que desplazar los dedo por el libro y así pasará las páginas.

El formato de archivo que se genera al construir un libro con iBook Author es una extensión .ibook, creada por Apple al lanzar dicho programa. La idea de Apple es que el autor no tenga que escribir un código a mano, aunque éste quiera, debido a que son códigos propios de la empresa. Con todo ello Apple hace una apuesta muy fuerte para introducirse en el mundo de la auto publicación, como bien se resume en Reyes (2012), reinventando el espacio de la educación. Todo esto conlleva que la empresa se quede con un 30% de los libros vendidos en su tienda virtual, aunque se tiene la posibilidad de publicar un libro en dicha tienda de forma gratuita, de forma que ni la empresa ni el autor tienen beneficios.

Esta idea de los formatos de propietario único no es sólo de Apple, Amazon a principios de 2012 ya lanzó un formato único para sus dispositivos *Kindle*, aunque ambas empresas también admiten que en sus dispositivos también se puedan reproducir archivos ePubs o PDF.

El aspecto que más destaca de este programa es la posibilidad de introducir en las páginas del libro elementos interactivos (widget). Dentro de estos elementos hay siete opciones que nos brinda el programa:

- Galería de imágenes, es posible meter varias imágenes y permite las transiciones entre unas y otras.
- Video, en nuestro libro los videos son construcciones realizadas con GeoGebra.
- Repaso, permiten poner a prueba los conocimientos de los lectores a través de una pregunta tipo test.
- Keynotes, se trata de una presentación realizada con el programa isomorfo a Powerpoint pero de Mac.
- Imagen interactiva, permite poner etiquetas en la imagen que queramos con explicaciones.
- Elementos 3D, que el lector puede observar desde cualquier ángulo.
- HTML, es el widget más importante para agregar interactividad al libro. Permite introducir mapas de Google Maps, enlaces a videos de Youtube, conexiones a Twitter, geometría dinámica,

Estos libros, gracias a programas como iBook Author, harán que en un futuro próximo, los libros de formato ePub pasen a un segundo plano, con títulos baratos o gratuitos del mercado genérico. Los libros que incluyan interactividad serán los que coparán el mercado tanto de la educación como de la lectura de entretenimiento.

3.3 EL LIBRO INTERACTIVO “RESOLVIENDO UN PROBLEMA CON GEOGEBRA”

La elaboración del libro interactivo se configuró en cuatro etapas principales:

1ª Etapa: Selección del problema

En primer lugar hemos buscado un problema de geometría “rico” en extensiones. Tratamos de encontrar un problema de proporcionalidad de áreas de figuras planas de tal manera que mediante transformaciones geométricas sencillas se pueda, de forma dinámica, diseccionar la figura como si fuera un puzzle para obtener los resultados pedidos. También se intenta que el problema elegido permita una amplia variedad de extensiones de resultados.

“Nos encontramos frente a un cuadrado de vértices A, B, C y D . En éste hemos marcado los puntos medios de cada uno de sus lados, obteniendo así otro polígono $EFGH$, que está inscrito en el anterior. Si estudiamos la razón entre las áreas de los dos cuadrados, es decir, hacemos el cociente entre el área del cuadrado grande y el área del cuadrado interior, obtenemos 2. Entonces, el área del cuadrado $ABCD$ es dos veces el área del cuadrado $EFGH$, o lo que es lo mismo, el cuadrado $EFGH$ cabe dos veces en el cuadrado $ABCD$. Obsérvalo en la imagen adjunta. ¿Sabrías decir por qué?”

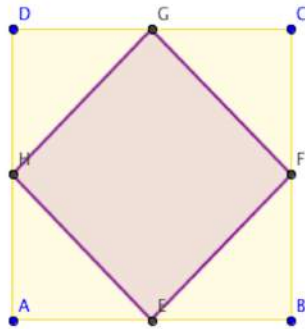


Figura 4. Representación del problema

2ª etapa: Búsqueda de los contenidos necesarios para su resolución

La segunda etapa se concretó en analizar todos los contenidos que se trabajan con este problema y su justificación. En dicho análisis se obtuvo que tendríamos que trabajar con figuras geométricas regulares e irregulares, características de sus elementos (ángulos, lados, puntos medios, ...), mediciones de áreas y sobre todo los movimientos geométricos planos: simetrías, traslaciones y giros.

3ª etapa: Posibles soluciones

En tercer lugar pasamos a la elaboración de posibles soluciones, llevando a cabo todos los pasos que proponemos en el esquema de resolución de problemas geométricos con tecnología, como describimos arriba: análisis del problema, exploración del mismo, justificación geométrica, justificación algebraica y búsqueda de generalizaciones. Al realizar todos estos pasos nos encontramos con que habría que introducir un capítulo del libro en el que explicar los elementos del software de geometría dinámica que nos ayudarían en la construcción de la justificación.

4ª etapa: Elaboración del recurso. El iBook

En la cuarta etapa, y última, pasamos a la construcción del recurso utilizando el software de Apple iBook Author.

A continuación se presenta una descripción de la estructura del libro interactivo que ha sido desarrollado teniendo en cuenta a los alumnos a los que va dirigido, añadiendo sugerencias y anotaciones de cómo se puede realizar cada uno de los pasos a seguir. En el recurso se intenta utilizar un lenguaje matemático pero al mismo tiempo buscando cierta cercanía con los alumnos.

El libro interactivo puede encontrarse en las 51 iBook Store de Apple, de los diferentes países bajo el título: “Resolviendo un problema con GeoGebra”, y que, como hemos señalado antes, se puede descargar gratuitamente desde el siguiente enlace: <https://itunes.apple.com/ES/book/id880642033?l=en>

3.3.1 ESTRUCTURA GENERAL

El recurso interactivo se encuentra dividido en tres partes principales que hemos denominado capítulos. Cada capítulo se dividió en diferentes secciones. (Figura 5)



Figura 5. Capítulos del libro.

En la Figura 5 podemos observar la estructura del libro. La primera hoja sitúa el libro interactivo como parte de este Trabajo Fin de Máster.

En el primer capítulo introduce el recurso didáctico que se utilizará y se establece el problema que habrá que resolver, así como el libro que tiene el lector en sus manos. En el capítulo 2 se presenta el software de Geometría Dinámica GeoGebra, que será la herramienta con el que trabajamos durante todo el recurso. Los alumnos que participarán en el estudio no conocen el software y aprovechamos este capítulo para que sirva también para cualquier lector que no conoce Geogebra.

Se introducen algunos de los comandos más importantes y que utilizaremos para la resolución del problema. En las tres primeras secciones del capítulo se incluyen las indicaciones necesarias para construir puntos, rectas y segmentos, y un cuadrado. Se dan varias posibilidades de construcción, usando algunas de los comandos que posee GeoGebra. En el caso de la construcción del cuadrado se presentan tres formas diferentes para hacerlo: a partir de sus vértices, a partir de uno de sus lados, o con el comando de construcción polígono regular.

En las tres secciones siguientes de este mismo capítulo, se definen los tres movimientos geométricos planos: las simetrías, los giros y las traslaciones. Cada una de ellos se explican como si los lectores no tuvieran conocimientos sobre ellos. Los alumnos no han trabajado con las transformaciones geométricas y ésta constituyen la base para resolver el problema dinámicamente. Con la introducción de estos conceptos matemáticos podremos conocer su grado de adquisición por parte de los alumnos y nos permitirá analizar si el libro es un buen recurso para estudiarlos. Un indicador importante será ya que posteriormente lo han tenido que explicar con sus palabras en el cuestionario.

Por último, el tercer capítulo se dedica específicamente a la resolución del problema planteado. Cada una de las secciones se corresponde con una de las etapas utilizadas en Santos y Camacho (2009). De esta forma en la primera sección tenemos el análisis del problema, con una representación del mismo. En la segunda se desarrollan una serie de indicaciones para explorar dinámica del problema, guiando a los alumnos con la construcción de una posible representación del problema con GeoGebra y algunas preguntas que se puede hacer el lector para tratar de buscar una justificación.

En las dos siguientes secciones se trabaja sobre las dos justificaciones de la solución que se buscan, la geométrica primero y luego la algebraica. En la justificación geométrica, se

presentan algunos ejemplos de movimientos que el alumno puede realizar. Estos movimientos se introducen como una ayuda para que los estudiantes puedan llegar a la justificación geométrica de forma correcta. En la justificación algebraica se busca que el alumno utilice el Teorema de Pitágoras para hallar en el área del cuadrado interior “EFGH” en función de uno de los lados del cuadrado exterior “ABCD”.

En la última sección de este capítulo se presentan algunas extensiones del problema, invitando al lector a realizar alguna de éstas. También se recuerdan los conceptos de cuadrilátero cóncavo y convexo, ya que en una de las extensiones se trabaja con ellos.

Dentro de la estructura de este libro encontramos muchos elementos interactivos que pasaremos a describir a continuación. La manipulación de estos elementos son los que permiten a los alumnos formular conjeturas y desarrollar una posible demostración, por ellos se utilizan los widgets construidos con GeoGebra, además de la posibilidad de realizar todas las construcciones con la versión de este programa para iPad.

3.3.2 ELEMENTOS INTERACTIVOS Y ENLACES

La elaboración del libro ha requerido incluir como partes importantes del mismo una serie de elementos interactivos para ayudar a los alumnos en la exploración de las relaciones matemáticas entre objetos, la formulación de conjeturas o la obtención de argumentos matemáticos para la justificación.

Estos elementos son fotografías (algunas interactivas), enlaces webs, un elemento de repaso, videos y elementos HTML. A continuación pasamos a detallar cada uno de ellos.

También se ha incluido una foto interactiva con notas explicativas, una situada en la sección 2 del capítulo 1, para explicar la pantalla de GeoGebra (Figura 6). Si pinchamos sobre los títulos de las notas se desplegarán unos textos explicativos de dicho elemento.

Imagen interactiva 1.3 Pantalla principal de GeoGebra

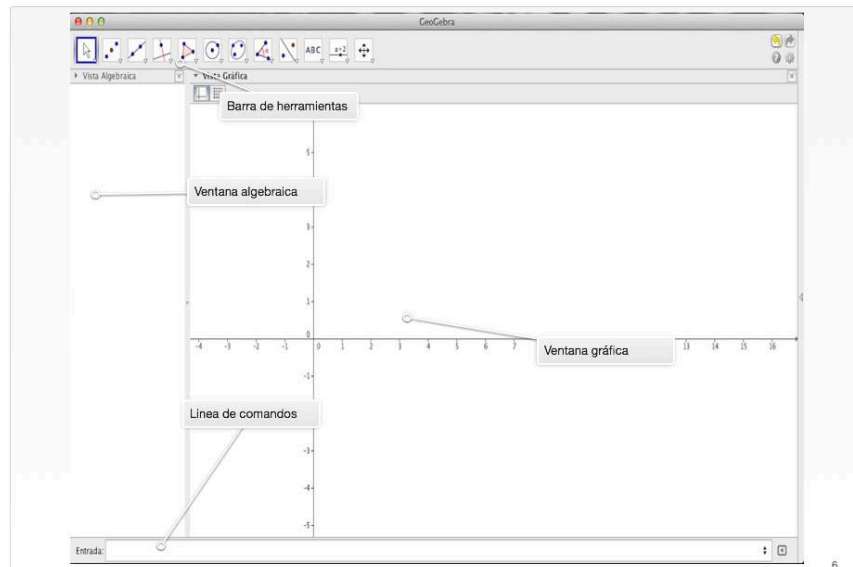
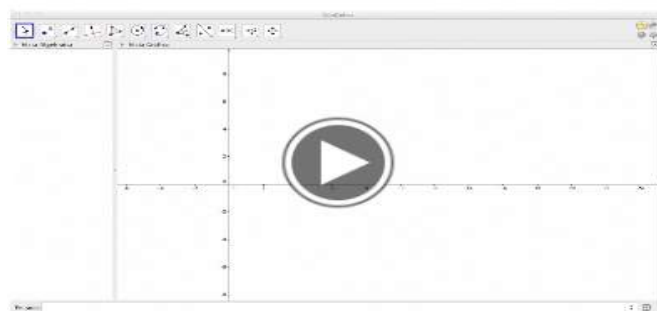


Figura 6. Foto interactiva con notas.

El segundo elemento que se incorpora al libro son es un conjunto de videos. Se trata de una serie de grabaciones de la versión de escritorio de GeoGebra, con construcciones que el lector tiene que aprender a hacer para poder hacer la justificación geométrica que se le pide. Estos elementos tienen un símbolo de *play* en el centro para empezar a ver el pequeño corto (Figura 7). Estos videos los podemos encontrar en el capítulo 2, como es de esperar, en la explicación de algunas de las herramientas del programa.

Película 2.1 Construcción de un punto



En el video se explica los dos métodos posibles de construir un punto en el programa GeoGebra.

Figura 7. Elementos con videos explicativos.

Existen dos tipos de imágenes en el libro. Las primeras son las fijas, como las que podemos encontrar en este documento, y las otras son imágenes que al pinchar encima se abre una ventana emergente con una ampliación de la misma, o con el lugar en el que se encuentra una herramienta en el software (Figura 8 y 9).

Elaboración y experimentación en el aula con el libro interactivo
"Resolviendo un problema con GeoGebra"

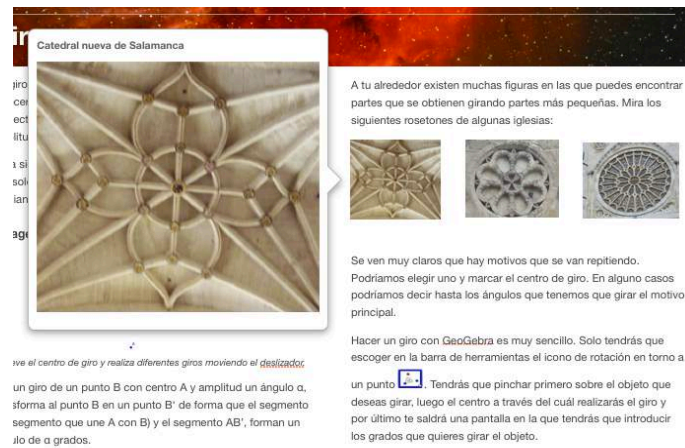


Figura 8. Imagen con ventana emergente para mejorar la observación.

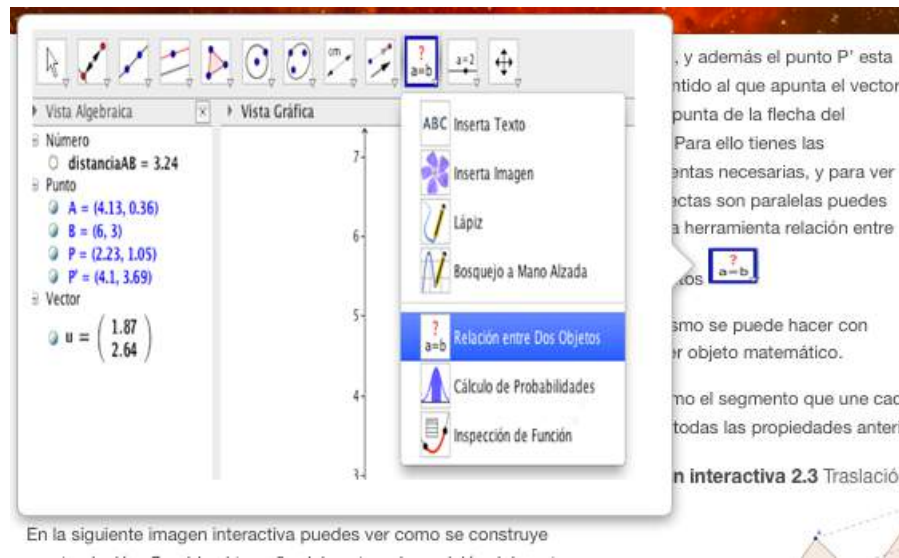


Figura 9. Imagen con ventana emergente para explicar donde se encuentra una herramienta.

En el libro interactivo se incluye un enlace a una web, se trata de un video de YouTube, en el que se explica como dividir un segmento en partes iguales utilizando el Teorema de Tales. Para acceder a este enlace hay que pinchar debajo del logo de YouTube, en la palabra "Pincha aquí" (Figura 10). Este elemento lo podemos encontrar en la sección dos del capítulo 3.



Figura 10. Enlace a YouTube

También encontramos una pregunta de "repaso" en el que se plantea una pregunta al lector (Figura 11). Con dicha pregunta trata de comprobar si el lector ha comprendido cual es

el procedimiento más rápido para que al construir un cuadrado, no se deforme al arrastrar uno de sus vértices dinámicos.

Repaso 2.1 Opción más fácil

Si tuvieras que dibujar un cuadrado en GeoGebra, ¿cuál es la opción que no nos dará buen resultado, ya que se deformaría al arrastrarlo?

A. Tomar cuatro vértices y construir el cuadrado.

B. Utilizar la opción de polígono regular.

C. Hacerlo como si tuviéramos regla y compás

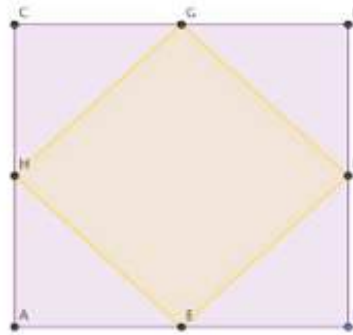
Reintentar

Figura 11. “Repaso” que se les plantea a los lectores.

El último elemento interactivo del libro son los HTML (Figura 12). Se trata de un lenguaje de programación que permite introducir muchos elementos, como son mapas, videos o geometría dinámica. A estos elementos, el software, los reconoce como imágenes interactivas. En nuestro caso, estas imágenes interactivas son construcciones de GeoGebra que representan los contenidos que se estén trabajando en ese capítulo, y se encuentran distribuidas por todo el libro. Simplemente tenemos que “clicar encima” para que se habrá un applet de GeoGebra con la construcción (Figura 13). Esta construcción se puede manipular y modificar a necesidad del lector. Además es necesario tener acceso a internet para que se pueda tener acceso a dicho applet.

Imagen interactiva 3.1 Cuadrado ABCD y polígono interior

Área de ABCD = 113.55 Área de EFGH = 56.78 razón = 2



Comprueba que se mantiene constante la razón

Figura 12. Imagen interactiva que abre el applet de GeoGebra.

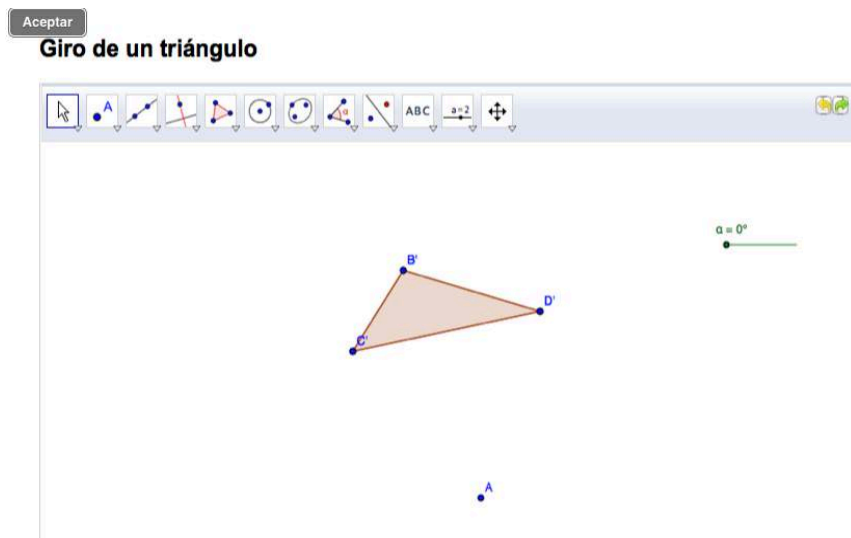


Figura 13. Applet de GeoGebra abierto.

Se incorporan en la última sección en un apartado denominado Glosario, con el objetivo de ampliar la información sobre ese concepto o clarificarlo (Figura 14). En el glosario solamente incluimos texto e imágenes para explicar dichos conceptos, ya que no se pueden introducir elementos interactivos en este apartado.

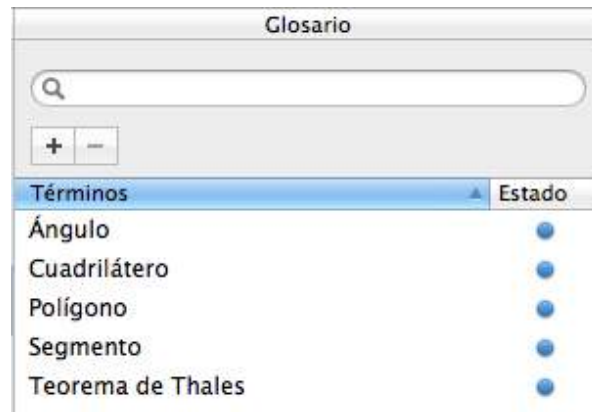


Figura 14. Términos incluidos en el Glosario

Como se describió en el apartado correspondiente a iBook Author, existen más elementos interactivos que no hemos introducido, ya que no aportan grandes beneficios en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que se busca en este libro. Es el caso de las imágenes 3D, o las presentaciones de Keynotes.

4. EXPERIMENTACIÓN EN EL AULA

A continuación se pasa a la descripción del desarrollo de la experiencia que se realizó el mes de mayo de 2014, con una duración de tres horas, con un descanso intermedio. Diferenciamos dos partes en esta experiencia. Nos referimos a la sesión 1 cuando se habla de la primera parte, antes del descanso; y la sesión dos la que tuvo lugar después del descanso.

La población de estudio fueron 8 alumnos del colegio El Carmelo situado en la parte sur de Granada. En los apartados siguientes se procede a describir a la población, el colegio y las características de ambos.

4.1 POBLACIÓN DE ESTUDIO

Los participantes en la experiencia realizada con iPad fueron ocho alumnos que cursaban primer curso de Educación Secundaria Obligatoria del Colegio “El Carmelo”, un colegio concertado situado al sur de Granada. Seis de estos alumnos tenían 12 años y dos de ellos 13 años. Este grupo de alumnos participan en un programa de enriquecimiento curricular, que se trata de una propuesta del centro en la que los alumnos que destacan en matemáticas se reúnen una vez a la semana para trabajar contenidos de matemáticas desde otro punto de vista. En este grupo están los alumnos con los que realizamos la experiencia junto a otros alumnos de quinto y sexto curso de educación primaria. Ellos acuden a este programa debido a que algunos son alumnos diagnosticados con talento matemático y otros tienen alto rendimiento en dicha materia.

Los alumnos que asisten al taller han sido seleccionados por dos vías: Están diagnosticados por el departamento de orientación como alumnos con sobredotación intelectual, talento simple o talento compuesto. Independientemente de que tengan talento matemático, tienen puntuaciones altas en la componente matemática de su diagnóstico. Otro vía por la que son seleccionados es que son nominados por sus profesores correspondientes, que detectan en el alumno alguna característica que les hace destacar en las clases ordinarias, pudiendo ser o no de alto rendimiento en matemáticas. Es decir, el grupo está formado por alumnos de sobredotación intelectual, talentos académicos, talento matemático (diagnosticado por test o por los profesores) y/o alto rendimiento en matemáticas. La participación en el taller es voluntaria, de modo que no asisten en esa hora semanal a la clase

ordinaria, donde ese día no se avanza en contenidos y se solventan dudas para el resto de los alumnos.

En las sesiones de enriquecimiento curricular no se trata de que los alumnos aprendan nuevos contenidos, sino que se profundiza en los contenidos que ya conocen, en habilidades o destrezas y en elementos de razonamiento matemático. Por ejemplo, en este curso se trabajó los sistemas de numeración en el primer trimestre, utilizando algoritmos diferentes a los que conocían (ABN) para las operaciones conocidas y analizando la formación de números en lenguajes como el Braille y el Morse. En el segundo trimestre se trabajaron las habilidades de visualización con actividades de sentido espacial y los problemas cooperativos en equipo. En la actualidad (tercer trimestre) están participando en un proyecto para calcular centros geográficos, utilizando sistemas de coordenadas, y utilizando conceptos como la media ponderada.

En el momento de realizar la sesión, los alumnos habían desarrollado la parte del currículo correspondiente a Números, Álgebra y Funciones y Gráficas que se especifican en el currículo para el primer curso de la Educación Secundaria Obligatoria. No se había trabajado aún el bloque correspondiente a Geometría, con lo que los contenidos sobre esta rama de las matemáticas eran los que se habían impartido en los años de enseñanza primaria.

4.2 DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA Y RECOGIDA DE DATOS

Durante las dos sesiones trabajamos en un salón de actos del colegio, donde teníamos espacio suficiente para que los alumnos no se molestaran unos a otros.

Cuando los alumnos entraron a la sala ya las sillas estaban colocadas por parejas, con un iPad para cada uno, y una grabadora en la que pudimos registrar las conversaciones que ellos tuvieron, explicándose unos a otros los procedimientos llevados a cabo (Figura 15).

A lo largo de las dos sesiones cada alumno llevaba su ritmo, tanto dentro de la pareja como dentro del conjunto de alumnos, siguiendo las directrices que íbamos dictando. Esto les permitió libertad a la hora de trabajar y analizar el libro, habiendo alumnos que prestaban atención a todos los detalles que en cada página del libro se encontraban, y otros leían por encima y se ponían a investigar con GeoGebra. El libro se encontraba proyectado en la pizarra para llevar un seguimiento y resolver algunas dudas que surgían mientras ellos trabajaban.



Figura 15. Alumnos en la sesión de experimentación

La experiencia se dividió en dos partes claramente diferenciadas (sesión 1 y sesión 2), y todo lo que iban haciendo los alumnos en GeoGebra del iPad, lo iban guardando para poder tener también las construcciones que ellos realizaron.

En la primera sesión trabajamos el primer y segundo capítulo del libro, haciendo un descubrimiento e iniciación a los alumnos del software de geometría dinámica GeoGebra, ya que los alumnos nunca habían trabajado con dicho programa, con lo que tuvimos que hacer hincapié en los detalles que nos iban a servir para nuestro problema.

Los estudiantes fueron descubriendo los contenidos del libro a la vez que resolvían diferentes apartados o exploraban algunas propuestas para afianzar los procedimientos y conceptos que se les presentaban. Al no conocer el manejo del GeoGebra, los alumnos exploraron con curiosidad las situaciones propuestas en el recurso, incluso descubriendo en muchas ocasiones determinados aspectos por sí solos. No se explicó en voz alta, sino que cada uno de los alumnos leyeron los que se incluía en el libro y lo interpretaban. Los alumnos en ocasiones paraban el trabajo realizado para preguntar en voz alta todas las dudas que les iban surgiendo. Para introducir los movimientos geométricos si se tuvo que reducir el ritmo de trabajo, debido a que era algo nuevo para ellos. Hicieron pocas preguntas y cuando se les preguntaba que si tenían dudas argumentaban que en el libro se podían seguir las explicaciones de forma clara.

Al terminar con los movimientos geométrico tuvimos un descanso, y a la vuelta comenzamos la segunda sesión de trabajo, en la que se enfrentaron al problema presentado.

En la segunda sesión se comenzó con el problema planteado directamente. Se siguieron las etapas que hemos explicado en los apartados anteriores sin poder llegar a finalizarlas todas por falta de tiempo. En primer lugar los alumnos analizaron el problema, construyéndolo cada uno en su iPad. A cada uno de los estudiantes se les dio la libertad para construir el cuadrado del análisis del problema. Una vez analizado el problema, se pasó a la justificación geométrica utilizando la misma construcción realizada en el análisis anterior. En esta exploración dinámica, los alumnos elaboraron algunas conjeturas, ya que tenían que encontrar una justificación al problema original utilizando los movimientos vistos en la parte anterior de la sesión.

Los dos últimos apartados del capítulo, en los que se invita al lector del libro a buscar una justificación algebraica y a resolver alguna de las extensiones del problema, no se pudieron realizar por falta de tiempo.

Finalmente los alumnos respondieron a un cuestionario en el que pudimos recoger los datos para analizarlos y poder validar este recurso. Dicho cuestionario será analizado con profundidad a continuación.

Debido a que el libro no tiene la característica de poder escribir en él, o guardar los resultados a una pregunta que haga, desarrollamos un cuestionario en el que los alumnos tuvieron que responder a unas preguntas para poder confirmar la validez de este material.

Para el análisis de la experiencia, se diseñó un cuestionario que consta de 8 preguntas, con el objetivo de analizar si el libro interactivo cumple los objetivos específicos propuestos.

El cuestionario se estructura en cuatro categorías:

- Categoría 1: Estrategias evidenciadas por los alumnos para resolver los problemas
- Categoría 2: Interpretación de los movimientos estudiados con el libro interactivo
- Categoría 3: Papel jugado por los recursos que posee el libro (enlaces web, imágenes interactivos, videos,...)
- Categoría 4: Opinión de los alumnos sobre el libro y sobre GeoGebra

Una vez desarrolladas las categorías de preguntas, se pasó a la elaboración de las mismas, haciendo que hubiera más de una pregunta por cada categoría. A continuación presentamos las preguntas que se incluyen en el cuestionario:

“1. Explica con tus palabras uno de los movimientos estudiados (simetrías, giros o traslaciones). Escribe en qué consiste ese movimiento después de la explicación propuesta en la sección dos del libro interactivo.

2. ¿Se lo explicarías a un compañero de la misma manera? Si no es así, ¿qué cambiarías?

3. ¿Te ha ayudado utilizar GeoGebra para resolver el problema? ¿Qué herramientas son las que más facilidades te han dado para resolverlo?

4. Explica la justificación obtenida con GeoGebra, si te hace falta algún dibujo hazlo.

5. Explica como has llegado a la justificación algebraica. Usa los dibujos que quieras.

6. Describe la ampliación que has realizado, y cómo la has realizado.

7. Responde a las siguientes cuestiones:

¿Te ha gustado trabajar con el iPad? ¿Por qué?

¿Te gustaría usarlo en tus clases de Matemáticas?

¿Te ha gustado el libro interactivo? ¿Por qué?

¿Te gustaría que el libro de Matemáticas fuera así? ¿Por qué?

¿Te ha parecido muy difícil el uso del libro?

¿Qué añadirías o quitarías?

8. ¿Qué te ha parecido utilizar GeoGebra para solucionar el problema? ¿Lo volverías a utilizar cuando te manden algún problema de clase?”

Como dijimos con anterioridad cada categoría incluye dos o más preguntas que hacen posible analizar si se han conseguido los objetivos específicos. De esta forma, la primera y segunda pregunta están dentro de la categoría 2, de interpretación de los movimientos. La pregunta 3 y 4 las podemos incluir en la categoría 1 de estrategias utilizadas por parte de los alumnos, junto a las preguntas 5 y 6, aunque los alumnos no las pudieron responder por falta de tiempo. Por últimos las preguntas 7 y 8 son de opinión y nos dará información para poder comprobar el papel jugado por los recursos del libro, y la propia opinión de los alumnos sobre el libro interactivo, con lo que las podemos incluir en la categoría 3 y 4.

5. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

En Rico et al. (2003) se introducen tres dimensiones para estudiar la calidad de un programa de formación. Aunque estos investigadores se centran en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, estas tres dimensiones las podemos extrapolar al estudio de la calidad del recurso que hemos elaborado.

Los tres indicadores que se introducen en ese estudio de calidad y que vamos a tener en cuenta son:

- Relevancia: es la medida del grado en el que el recurso se adecua a los requerimientos actuales y a las expectativas del entorno. Es decir, cómo responde a la mejora de la enseñanza y de los aspectos que trabaja.
- Eficacia: es la medida del grado en la que el recurso logra los objetivos que se han propuesto.
- Eficiencia: es la medida en la que el recurso consigue los objetivos con la menor dificultad posible.

La relevancia del iBook ya ha sido analizada y detallada en los capítulos 1 y 2, donde se desarrolla la justificación y la motivación de este trabajo. A continuación analizaremos la eficacia de este recurso interactivo con el análisis y discusión de los resultados obtenidos en las sesiones realizadas a cabo en el aula de matemáticas.

En primer lugar analizaremos las observaciones realizada en el aula durante el desarrollo de la experiencia, para pasar a continuación a sintetizar y analizar la información que hemos recogido en los cuestionarios.

5.1 EL USO DEL LIBRO INTERACTIVO EN EL AULA

Para analizar el uso en el aula del libro interactivo “Resolviendo un problema con GeoGebra” nos basamos en las observaciones realizadas en las sesiones de experimentación. Presentamos un relato secuencial del desarrollo.

- Familiaridad con el dispositivo

Nada más llegar los alumnos al aula, tomaron el iPad entre sus manos como si de un objeto cotidiano se tratara. Muchos de ellos ya habían trabajado con este aparato e incluso

alguno de los alumnos cerró las aplicaciones abiertas que tenía el iPad. Una vez que se le comentó el desarrollo de la sesión y lo que íbamos a hacer en esa mañana empezamos a trabajar con el libro interactivo.

- Descubriendo nuevas formas de manejar un libro y de aprender matemáticas

Ninguno de los allí presentes había trabajado con este tipo de libros, con lo que se sorprendieron al ver que podían pasar las páginas con los dedos y podían interactuar con las figuras. Al mismo tiempo que trabajaban con el libro, tenían abierto la aplicación GeoGebra para el iPad, con la que iban haciendo las construcciones y ejercicios que se les pedía.

Nada más empezar con el libro ya se invita al lector que empiece a usar el software de geometría dinámica y fue lo que hicieron los alumnos. Como no conocían dicho programa ellos solos iban probando, haciendo experimentos con las diferentes herramientas que tienen el programa. A la vez que iban trabajando las tres primeras secciones del capítulo uno, iban investigando con GeoGebra.

- Iniciativa en el uso de nuevas herramientas

Algunos de los estudiantes se atrevían a realizar más pasos de los que se proponían en el libro, incluso alguno, se atrevió a construir una aproximación al problema que íbamos a trabajar en la siguiente parte de la sesión.

Muchos de ellos al ver que ya dominaban el uso del programa, se aventuraron a seguir adelante con lo propuesto en el libro, es decir con la construcción de cuadrados, sin prestar mucha atención a los que allí se describía. La gran mayoría de ellos hicieron una construcción del cuadrado de forma intuitiva y al arrastrar algún vértice se les deformaba la figura, dejando de ser un cuadrado, y obligándolos a volver al libro a estudiar cómo podían hacerlo de forma correcta. Este proceso nos muestra una estrategia por ensayo y error, procedimiento muy habitual en las aulas de matemáticas para resolver un problema.

- Aprendizaje de nuevos conceptos

Cuando los alumnos terminaron de dar sus primeros pasos con el software, pasaron a los movimientos geométricos. En este apartado se guiaron mucho más del libro ya que no conocían estos movimientos, siguiendo las definiciones y las construcciones que se proponen en el libro. Cada vez que se encontraban con un posible ejercicio, enseguida se pasaban a GeoGebra a intentar solucionarlo o buscar algunas características que se pudieran destacar de

los mismos; como por ejemplo la conservación de las distancias en todos ellos. Algunos de ellos investigaron hasta conseguir introducir un deslizador para poder realizar los giros de un polígono dado. Esta herramienta no se explica cómo construirla en el libro, con lo que los alumnos tuvieron que indagar por su cuenta hasta encontrar cómo introducirla.

- La resolución de problemas con herramientas tecnológicas

Ya, en la segunda parte de la sesión, los alumnos trabajaron el problema, dividiendo el trabajo en las etapas que se describen en el libro. Para el análisis del problema hubieron muchos tipos de construcciones de cuadrados. Algunos de ellos lo construyeron por intuición, introduciendo los cuatro vértices y utilizando las cuadrículas del programa; otros lo construyeron utilizando rectas paralelas y perpendiculares, y los demás utilizando la herramienta de polígono regular. Se dieron cuenta rápidamente que las dos primeras construcciones no le servían para analizar el problema, ya que al arrastrar los diferentes puntos para comprobar si la razón de la áreas se mantenía constante, se les deformaba la figura. Esto los llevo a tener que construir la representación del problema de nuevo, dando los pasos correctos.

Mientras algunos arreglaban sus construcciones, otros ya comprobaban las propiedades de la representación del problema y comenzaban a buscar alguna justificación. En el libro se da una idea para la justificación geométrica, realizando los tres movimientos descritos con anterioridad a alguna parte de la figura. De esta forma se busca activar el pensamiento de los alumnos y conducirlos hacia una justificación correcta. Algo que nos sorprendió es que los asistentes primero observaban en su mente como podrían realizar la resolución, y luego o comprobaban en el iPad, evitando dar pasos en falso en el uso del software.

Al realizar la construcción del cuadrado interior EFGH, se forman cuatro triángulos rectángulos en las esquinas del cuadrado original ABCD (Figura 16).

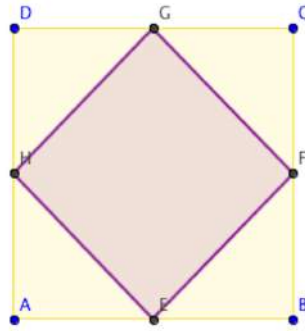


Figura 16. Construcción del problema

Si realizamos la simetría de estos triángulos por su hipotenusa, tenemos que se forma el cuadrado interior, obteniendo así una justificación geométrica. Esta relación no la observaron los alumnos, sino que hicieron otra usando rotaciones y traslaciones. La secuencia de justificación que ellos elaboraron fue la siguiente:

- Rotar el triángulo GDH por el punto G 180° en sentido antihorario
- Realizar la misma rotación del triángulo FEB por el punto F
- Realizar una traslación del triángulo AEH con vector AC.

De esta forma se obtiene un cuadrado exactamente igual que el interior. A nuestro parecer este razonamiento es más complejo, ya que los alumnos tienen que realizar dos giros y una traslación.

En líneas generales, a partir de las observaciones de aula realizadas, podemos afirmar que los alumnos se desarrollaron diestramente tanto con el iPad, como con el libro interactivo y con GeoGebra. Se pudo observar como disfrutaban mientras resolvían las cuestiones planteadas. Al final de la última sesión, algunos alumnos hicieron comentarios tales como “¿podríamos volver otro día?”

5.2 EL CUESTIONARIO

Para analizar las respuestas de los cuestionarios utilizaremos la categorización descrita en la sección 4.2 en la que se describe el diseño de la recogida de datos.

- Las preguntas 3 y 4 del cuestionario nos permitirán analizar las estrategias que mostraron los estudiantes para resolver las situaciones propuestas (Categoría 1). Principalmente la pregunta 4.

"3. ¿Te ha ayudado utilizar GeoGebra para resolver el problema? ¿Qué herramientas son las que más facilidades te han dado para resolverlo?"

4. Explica la justificación obtenida con GeoGebra, si te hace falta algún dibujo hazlo."

En relación con la pregunta 3, todos los alumnos indican que GeoGebra ha servido de ayuda para resolver el problema, y que el comando de construcción de polígonos regulares les ha facilitado la resolución. Los siguientes comandos que destacan son los que permiten realizar las transformaciones geométricas, y los comandos de medida. Las que menos mencionan los alumnos son las de construcciones de puntos y rectas.

A la hora de describir el proceso realizado (pregunta 4), los alumnos no han presentado en líneas generales sus razonamientos. Por lo que se pudo observar, estos alumnos escriben muy poco, ya que según su propio profesor manifestó, ven las situaciones principalmente de forma gráfica o mental y no se preocupan en describir la justificación.

Uno de los alumnos presenta el razonamiento llevado a cabo, haciendo una breve descripción de la imagen que acompaña. Tampoco es que haya plasmado en el papel su razonamiento completo, sino que ha hecho una serie de dibujos que indican los pasos seguidos y los explica brevemente. Se puede decir que ha realizado una demostración sin palabras (figura 17).

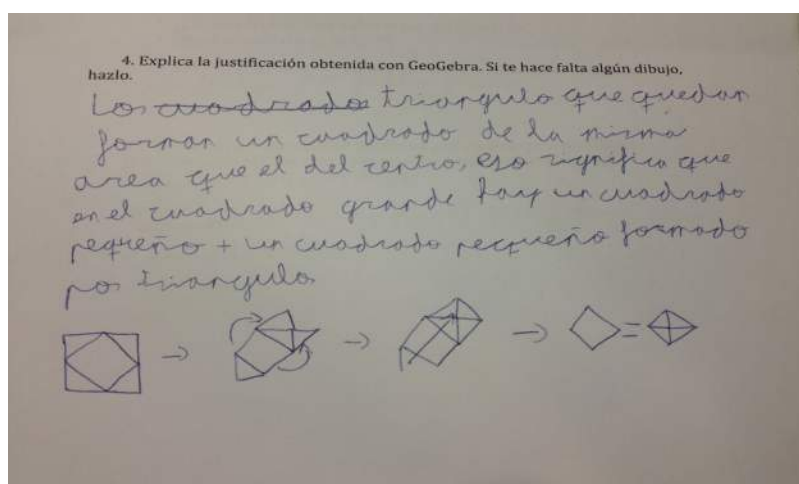


Figura 17. Demostración sin palabras

Dos de los alumnos describieron parte del razonamiento utilizado. Estos alumnos dejaron de lado los movimientos utilizados con anterioridad, y se centraron en los comandos de medida. Calculan el área de los triángulos rectángulos que se forman y comprueban que la

suma de las áreas de dichos triángulos coincide con al área del cuadrado interior. Los alumnos arrastran la figura y verifican su conjetura sea cual sea el tamaño del cuadrado original.

Cinco alumnos no explican los razonamientos utilizados, sino que describen el resultado final, indicando que si juntamos los triángulos que se forman dentro del cuadrado original al construir el interior, formamos otro cuadrado igual que el interior, sin explicar cómo juntarlos.

De la primera pregunta podemos extraer que el uso de GeoGebra es una buena herramienta para introducir en el aula e introducirla en los procesos de resolución de problemas. De la segunda pregunta no podemos extraer muchas conclusiones, ya que los alumnos no expusieron las justificaciones del problema. Esto no quiere decir que no hayan sido capaces de resolver el problema, sino que lo han resuelto sin explicar el procedimiento seguido.

- Las preguntas 1 y 2 del cuestionario tratan de suministrarnos información sobre cómo interpretan los alumnos las distintas transformaciones geométricas estudiadas

“1. Explica con tus palabras uno de los movimiento estudiados (simetrías, giros o traslaciones). Escribe en qué consiste ese movimiento después de la explicación propuesta en la sección dos del libro interactivo.

2. ¿Se lo explicarías a un compañero de la misma manera? Si no es así, ¿qué cambiarías?”

Podemos englobar las respuesta dadas por los alumnos en dos grupos: los que han descrito el movimiento conceptualmente, y los que han descrito cómo realizar el movimiento haciendo uso de GeoGebra.

Dos alumnos explican como hacer la transformación con el software. Uno de ellos describe como realizar un giro, explicando cuales son los pasos a seguir, pero sin describir las características de este movimiento. La otra alumna explica como hacer una simetría axial con el software. Analiza como realizarla indicando que “es mejor tomar un polígono no muy grande”. Al hacer el movimiento ella lo ve como un “truco de magia” (figura 18).

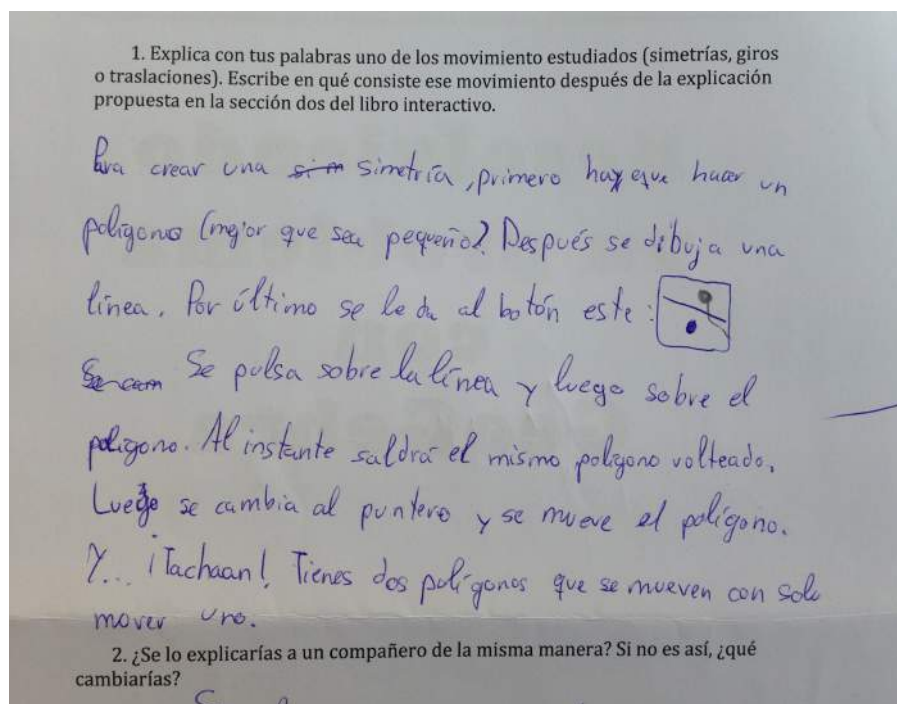


Figura 18. Explicación de una alumna

El resto de alumnos, han descrito los movimientos sin hacer uso de GeoGebra, es decir, centrándose en alguna de las características de este movimiento y explicándolo a partir de ella.

Uno de ellos describe las traslaciones, y lo hace fijándose en un detalle de la construcción, observando que los dos polígonos se separan por el "tamaño del vector" que se utiliza. Este alumno incluye dentro de la construcción los segmentos que unen los vértices del polígono con su trasladado. Esto se debe a que en una de las cuestiones planteadas en el libro interactivo, se proponía que construyeran estos segmentos para observar que la distancia entre los puntos de una figura y su transformada mediante una traslación es la misma para todos los puntos y coinciden con el módulo del vector traslación.

Los otros cinco alumnos que presentan ese tipo de respuesta, escogen la simetría. Tres de ellos, describen las simetrías como una herramienta para ver si dos figuras son iguales. Uno de los alumnos utiliza un pliegue de la figura sobre sí misma para ver si coincide, sin incluir la recta de simetría, ni indicar por qué lugar de la figura hacer el doblado. Las otras dos respuestas sí presentan el eje de simetría, una de ellos como objeto auxiliar que se encuentra en medio de las dos figuras que quiere comprobar que son iguales, y la otra como un elemento que se encuentra "en el medio de la construcción" a través del cual se genera el movimiento de la otra figura al mover la original.

Estos dos últimos analizan la simetría de forma “matemática” como una transformación que permite construir una figura exactamente igual al otro lado del eje de simetría. Estos dos alumnos consideran la recta de simetría como elemento fundamental de la transformación.

Podemos sintetizar las actuaciones en la siguiente tabla:

	Explicación de cómo hacer transformación con GeoGebra		Explicación de la transformación sin GeoGebra	
Nº Alumnos	2		6	
Movimiento	Giro	Simetría	Traslación	Simetría
Nº Alumnos	1	1	1	5
Tipo Definición			Igualdad	Def. matemática
			3	2

Se puede observar como ha habido una mayoría de alumnos que han elegido la simetrías, lo que puede deberse a que es el primer movimiento presentado en el libro electrónico. Sólo dos de los ocho alumnos han definido los movimientos desde un punto de vista matemático, lo que puede ser debido a que no se pudo profundizar en todos los movimientos trabajos por limitaciones de tiempo. Creemos, no obstante, que la esencia de los movimientos ha sido adquirida por todos los alumnos, ya sea desde un punto de vista dinámico (explicaciones con el programa), o como herramienta para comprobar propiedades de una figura cualquiera (no solo matemática).

La segunda cuestión planteada se centraba en que dijeran si cambiarían el tipo de explicación de la transformación seleccionada anteriormente al tener que explicársela a un amigo. Los dos alumnos que no han elegido las simetrías en la pregunta anterior son los únicos que no cambiarían su explicación. Los demás alumnos, los que escogieron la simetría, cambiarían algunos detalles de la explicación. Cuatro de estos alumnos añadirían a sus explicaciones alguna representación del concepto, ya sea con papel y lápiz, con GeoGebra o con alguna aplicación del iPad. Los otros dos alumnos, se basan en una explicación que enfatiza las aplicaciones del movimiento, como puede ser copiar un objeto igual o la característica de mantener las distancias iguales; ambos enfatizando el papel del eje de simetría.

- Parte de la pregunta 7 nos servirá para analizar el papel jugado por los recursos del libro enlaces web, imágenes interactivos, videos,...)

“¿Te ha gustado el libro interactivo? ¿Por qué?”

¿Te ha parecido muy difícil el uso del libro? ¿Qué añadirías o quitarías?”

Todos los alumnos coincide en que el libro les ha gustado, aunque los motivos difieren de un alumno a otro. Cuatro de los alumnos manifiestan que le ha gustado debido al uso de todos los elementos que integra el libro, sin destacar ninguno en concreto. Dos de ellos destacan la interactividad que proporciona el iPad, y la oportunidad de buscar información mientras se está trabajando con él, como puede ser la oportunidad de trabajar con varias aplicaciones a la vez. Los otros dos apuntan las mejoras al introducir GeoGebra para resolver los problemas y el uso de los widget con las construcciones dinámicas en las que se pueden mover diferentes partes de las figuras construidas.

Además, todos los alumnos coinciden en que no les ha parecido difícil el trabajo con el libro. Aunque uno de los alumnos nos propone tener una sección en el primer capítulo que guíe con mayor detalle al lector, tanto en el uso como en los contenidos que se encuentran en el libro. Otros dos alumnos consideran que en ocasiones el lenguaje utilizado era difícil de entender y sugieren que a lo mejor se podría modificar para hacerlo más accesible a su edad y a sus conocimientos.

En síntesis y a partir de las respuestas analizadas, se puede considerar que recursos didácticos como éste, han ayudado a los alumnos a entender los conceptos trabajados en él, del mismo modo que lo ha hecho el conocimiento y aprendizaje de la herramienta de aprendizaje que representa el software de geometría dinámica GeoGebra.

- La otra parte de la pregunta 7, y la pregunta 8 nos suministra la información del estado de opinión de los alumnos sobre el libro interactivo “Resolviendo un problema con GeoGebra”, considerado como un recurso para la enseñanza

En relación a la pregunta 7:

“¿Te ha gustado trabajar con el iPad? ¿Por qué?”

¿Te gustaría usarlo en tus clases de Matemáticas?

¿Te gustaría que el libro de Matemáticas fuera así? ¿Por qué?

8. ¿Qué te ha parecido utilizar GeoGebra para solucionar el problema?

¿Lo volverías a utilizar cuando te manden algún problema de clase?”

Si consideramos las respuestas dadas por los alumnos a las cuatro cuestiones anteriores, se observa que , todos los alumnos han dado la aprobación tanto al trabajo con el iPad como a su inclusión como recurso para trabajar en las clases. Todos han respondido que les ha gustado el iPad, haciendo variar las respuestas en el argumento utilizado. Cuatro de ellos señalan que les ha gustado por su interactividad y facilidad de uso, mientras que los otros cuatro han apoyado el uso debido a su ayuda en el proceso de aprendizaje. Todos los alumnos han afirmado que les gustaría que el iPad se usara con regularidad en todas sus clases.

A la pregunta que planteamos sobre la posibilidad de que el libro de matemáticas fuera interactivo, hemos obtenido como respuesta un rotundo sí. Todos los alumnos quieren que el libro de matemáticas sea como el que han usado. Dos alumnos no dan explicación alguna, otros tres aprueban que sea así por el uso del iPad, porque es más divertido y por razones ecológicas (figura 19); los otros tres destacan los recursos y aplicaciones que tiene el libro interactivo, así como que es fácil trabajar con él y que se puede utilizar para aprender matemáticas.

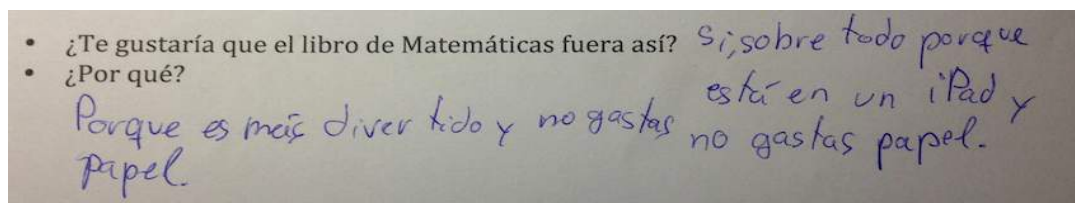


Figura 19. Respuesta de un alumno

La totalidad de respuestas a la pregunta 8 muestran opiniones positivas hacia el iPad. A todos los alumnos les ha gustado trabajar con el software de geometría dinámica. Uno de los alumnos destaca la rapidez para ver cómo se resuelven los problemas, otros cinco destacan la facilidad para poder justificar un problema y “lo fácil que hace ver las matemáticas”, y otros dos destacan todas sus herramientas, y todo lo que se puede hacer en él. Además, todos los alumnos han apuntado que lo utilizarían otra vez en clase, dado que es una “herramienta que facilita el aprendizaje y la resolución de problemas”.

Del análisis de la experiencia desarrollado en este capítulo y a partir de las evidencias señaladas, se puede concluir que todas las opiniones de los alumnos son favorables hacia el uso tanto del libro electrónico, como del iPad y de GeoGebra. Los alumnos destacan la facilidad que todo ello aporta al aprendizaje de las matemáticas y la motivación que les supone utilizar este tipo de recursos.

De las preguntas anteriores hemos sacado mucha información sobre el recurso, y además la observación realizada en la sesión también afirman los datos obtenidos en el cuestionario. El separar las preguntas por categorías nos ayuda a realizar un resumen de las respuestas de los alumnos e incluso valorar si se valida el libro interactivo como un recurso útil en el aula de matemáticas.

De las estrategias utilizadas por los alumnos para resolver el problema no podemos extraer gran información, ya que los alumnos no han sido capaces de exponerlas sobre el folio, aunque en la sesión sí que han sido capaces de resolver el problema, y así lo confirma la observación. Por otro lado se observa como GeoGebra ayuda en los procesos de resolución de problemas, y brinda otras oportunidades que no lo hace el resolver problemas con papel y lápiz.

De puede afirmar que el libro es un buen recurso didáctico para introducir conceptos nuevos dentro del aula, y no solo para trabajar la resolución de problemas. Todos los alumnos han sido capaces de explicar los movimientos que aprendieron con el libro, aunque cada uno ha resaltado diferentes características del mismo. La parte fundamental de los movimientos ha sido adquirida por los alumnos, ya que han sido capaces de utilizarlos para resolver el problema. Hay que resaltar cómo estos alumnos añaden en las supuestas explicaciones a otros compañeros de clase el uso de las herramientas que han aprendido en esa misma sesión, como es GeoGebra.

Por último, los alumnos han destacado como positivo todos los recursos presentes en el libro, que ayudan al proceso de aprendizaje y a resolver el problema. El uso de GeoGebra también ha ayudado a todo ello, haciendo que los alumnos lleguen a resolver el problema planteado y ellos mismos digan que lo utilizarán para resolver sus problemas de clase. También la observación de la sesión avala la utilidad de los recursos ya que los alumnos los utilizaban con frecuencia para la justificación.

Con todo lo anterior podemos afirmar que el libro interactivo “Resolviendo un problema con GeoGebra” es un buen recurso para introducir en el aula, siendo de gran utilidad tanto para presentar nuevos conceptos como para resolver problemas. Se puede aventurar, a pesar de las limitaciones propias del estudio (número, características de los alumnos,...), que genera un aprendizaje efectivo y los alumnos así lo definen en las respuestas que presentan en el cuestionario. En definitiva, consideramos que el uso de la tecnología ha dado buenos resultados dentro del aula.

6. CONCLUSIONES

En este último capítulo del trabajo recogemos las conclusiones del diseño puesta en práctica y validación del recurso elaborado.

En los tiempos que corren, y con la situaciones que nos encontramos dentro de nuestro país, los profesores tienen una gran responsabilidad en sus manos. Cada vez son más los estudios que los colocan en los últimos lugares de evaluaciones de educación. Aún así, el profesor de matemáticas tiene más responsabilidad que cualquier otro, debido a la importancia que esta ciencia tiene en la formación obligatoria de las personas. Los profesores de matemáticas tendrán que tratar de que sus alumnos aprendan y también tratar de que sientan actitudes positivas hacia la materia.

Para ello es necesario cambiar la metodología de enseñanza, innovar en las aulas e introducir recursos diferentes a los que se han venido utilizando años atrás. Por este motivo se ha elaborado este libro electrónico, como un recurso para la enseñanza que tiene como una de sus finalidades la de motivar a los alumnos en el estudio de nuevos conceptos matemáticos y presentarlos desde una perspectiva tecnológica.

Como se indicó en el primer capítulo, la tecnología ya es una realidad dentro del aula, y cada vez más son los estudios e investigaciones que se hacen dentro de los colegios o institutos que defienden el uso de la tecnología y los buenos resultados que se obtienen. Se puede introducir de muchas maneras, pero una de las más sencillas puede ser incorporando en las tareas propuestas una guía basada en distintas etapas propias de resolución de problemas.

El estudio de la Geometría da pie a la introducción de programas informáticos de geometría dinámica, que, como vimos en el capítulo dos, dan lugar a otro tipo de aprendizajes que no se producen con los procedimientos habituales de papel y lápiz, ya que trabajan con otro tipo de representaciones de los conceptos que los alumnos no están acostumbrados a trabajar.

El estudio de la geometría, como es sabido, provoca un gran número de dificultades en los estudiantes, siendo una de las partes más complicadas de asimilar si nos limitamos exclusivamente al uso del lápiz y papel. Con este trabajo se ha intentado introducir algunos

conceptos junto con la resolución de un problema desde otro punto de vista, un punto de vista dinámico dirigido por los avances tecnológicos que se poseen actualmente.

Consecución de los objetivos

Una vez recogidos los datos, tanto a partir de la observación directa en el aula cuando los alumnos trabajaban con el dispositivo, como los suministrados por los cuestionarios que cumplimentaron los alumnos en la sesión experimental, podemos concluir que el material construido puede ser considerado como un buen recurso para introducirlo en el aula. Se trata de un material que facilita la comprensión de nuevos conceptos, brinda la oportunidad de presentar diferentes representaciones del mismo, y es una buena guía en el proceso de resolución de problemas.

En primer lugar, conviene destacar el tipo de respuestas que dan los alumnos a las preguntas del cuestionario, en las que se ha podido observar cómo han disfrutado aprendiendo con el libro interactivo y manifestando sus deseos de tener un iPad como recurso en el aula, o que el libro de matemáticas fuera interactivo. También han expuesto las facilidades que les ha brindado GeoGebra y su uso en situaciones futuras de resolución de problemas.

En el capítulo 5 se ha desarrollado, mediante un análisis detallado, si los objetivos que nos habíamos propuesto se iban alcanzando. Podemos afirmar, y los datos lo avalan, que dichos objetivos han sido alcanzados. Como se comentaba en dicho capítulo, pese a que todas las estrategias de resolución de problemas utilizadas no han sido descritas por los alumnos, afirmamos lo que aparece evidenciado porque todos los estudiantes llegaron a la justificación del problema de una forma u de otra.

En ese mismo capítulo (Capítulo 5) también se ha detallado la eficacia del recurso elaborado. Hemos comprobado, con las respuestas y las actuaciones de los alumnos en la sesión experimental, que los objetivos que nos proponíamos alcanzar a partir de la construcción del material se han conseguido. Podemos afirmar a partir de las diferentes evidencias mostradas allí, que el libro interactivo “Resolviendo un problema con el GeoGebra” resultó ser un recurso eficaz que puede ser introducido en un aula de matemáticas, con el cual se podría alcanzar un aprendizaje de los conceptos matemáticos trabajados más práctico y efectivo.

Por otro lado conviene señalar que es cierto que no todo son ventajas. Es necesario poseer iPads u ordenadores Mac para poder trabajar con iBooks el libro interactivo e introducirlo en el aula, lo cual no es fácil de conseguir y requiere establecer convenios de colaboración con empresas distribuidoras.

Por otra parte debemos indicar que la eficiencia no ha sido posible medirla, ya que no se ha podido comparar con otro tipo de exposición de contenidos o con otro recurso similar.

En resumen, podemos concluir que se trata de un buen recurso para introducir en el aula, con el que se han alcanzado los objetivos específicos propuestos, ayudando a los alumnos en el proceso de aprendizaje y al profesor en el proceso de enseñanza. Además, la experiencia desarrollada ha conseguido una importante motivación en los alumnos cuando trabajaron las matemáticas.

Otra limitación importante es que los alumnos con los que se realizó la experiencia eran alumnos con ciertas características que no todos las posee. Convendría hacer réplicas en una clase con un mayor número de estudiantes y con expectativas diferentes hacia las matemáticas

Posibles mejoras del material

Como ya nos han comentado los propios alumnos, hay algunas cosas que mejorar en el libro interactivo, como puede ser el vocabulario empleado (haciéndolo más accesible a los estudiantes), así como la sugerencia que hacen de incorporación de algunas instrucciones de uso o de resumen de los contenidos del libro.

Estas modificaciones se harán en un futuro, ya que el mismo programa permite hacer actualizaciones del libro, sin necesidad de elaborar uno nuevo. El libro se actualizará y a cada uno de los lectores que lo tengan en sus estantería de iBook, les saldrá un mensaje de actualización. De esta forma se hace que el proceso de reedición de un libro sea muy sencillo.

Otro aspecto a mejorar, que no depende de nosotros, es la mejora de la aplicación GeoGebra para iPads. Aún se encuentra muy limitada comparándola con su versión de ordenadores. Esperemos que en un futuro no muy lejano esta aplicación sea tan completa como la del ordenador.

Valoración del Máster y del TFM

Para terminar este trabajo me gustaría añadir unas líneas de valoración del máster realizado este año en la Universidad de Granada.

El contenido del máster me ha parecido muy interesante, debido a que accedo a él desde la Licenciatura de Matemáticas, estudios en los que no se imparten contenidos destinados a los amantes de la educación, de otra rama diferente a las matemáticas (Psicología, Sociología,...). A pesar de ser un máster que puede ser considerado como “un trámite”, creo que las asignaturas se ajustan a las necesidades de los futuros profesores, aunque en ocasiones no estaría mal que algunas de ellas tuvieran más importancia, lo que se traduce en horas de trabajo, dentro del plan de estudio.

A lo largo de este año considero que he adquirido conocimientos que se harán muy importantes en mi futura profesión como docente, y que me ayudarán a la hora de impartir una clase.

Gracias a la realización de este trabajo de Fin de Máster, he podido profundizar en la investigación e innovación dentro de un aula de matemáticas. Me gustaría retomarlo más adelante e introducirlo en una clase más numerosa y con otro tipo de alumnado para comprobar si los resultados son similares o no. Gracias a este trabajo también he podido comprobar la importancia que tiene la innovación dentro de un aula, y más concretamente en la de matemáticas, asignatura que no suele ser del agrado de nuestros alumnos.

BIBLIOGRAFÍA

- Ascanio, M.; Camacho, M. (2013). *Un recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en un ambiente tecnológico, basado en la resolución de problemas*. Trabajo Académicamente Dirigido (sin publicar). Universidad de La Laguna.
- Ascanio, M.; Lupiáñez, J. L. y Camacho, M. (En prensa). Resolución de Problemas, GeoGebra e iPads en Educación Secundaria. *Educación 3.0*.
- Chumpitaz, I. D. (2013), *La Génesis Instrumental: un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediados por el software GeoGebra con estudiantes de ingeniería*. Tesis para optar al grado de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas. Universidad de ...
- Fisher, B.; Lucas, T. y Galstyan, A. (2013). The role of iPads in constructing collaborative learning spaces. *Technology, Knowledge and Learning*, 18(3), 165-178.
- Ingraham, M. (2013). Incorporating iPad technology into the classroom: a geometry project. *Ohio Journal of School Mathematics*, 67, 27-32.
- Junta de Andalucía (2007). ORDEN de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía. *BOJA*, 171, 23-65.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2006). Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación. *BOE*, 106, 17158-17207.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2007a). Orden ECI 2220/2007, de 12 de julio, por la que se establece el Currículo y se regula la ordenación de la Educación Secundaria Obligatoria. *BOE*, 174, 31680-31828.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2007b). REAL DECRETO 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. *BOE*, 5, 677-773.
- NCTM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Granada: Sociedad Andaluza de Educación de Matemáticas Thales.

- Parrot, C. y Holving, K. (2012). Teaching with technology and iBooks Author. *Mathematics teaching in the middle school*, 18(5), 267-269.
- Polya, G. (2008). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. NJ: Princeton University Press.
- Reyes, I. (2012). *El diseño de un libro interactivo que incorpora la resolución de problemas y el uso coordinado de tecnología digital*. Tesis de Maestría (sin publicar). Cinvestav-IPN. México.
- Rico, L.; Gómez, P.; Moreno, M. F.; Romero, I.; Lupiáñez, J. L.; Gil, F. y González, M. J. (2003). Indicadores de calidad para la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. En E. Castro, P. Flores, T. Ortega, L. Rico y A. Vallecillos (Eds.), *Investigación en educación matemática. Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)* (pp. 289-297). Universidad de Granada.
- Santos, L. M. (2007). *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*. México: Trillas.
- Santos-Trigo, L. M. y Camacho-Machín, M. (2009). Towards the construction of a framework to deal with routine problems to foster mathematical inquiry. *PRIMUS*, 19(3), 260-279.