

UNIVERSIDAD DE GRANADA

PROPUESTA DE UNIDAD DIDÁCTICA: NÚMEROS ENTEROS

Máster Universitario de Profesorado de
Educación Secundaria Obligatoria, Formación
Profesional y Enseñanza de Idiomas.
Especialidad: Matemáticas

Miguel Vílchez Marín

Tutor: Luis Rico Romero

Junio 2015



Universidad de Granada

PROPUESTA DE UNIDAD DIDÁCTICA: NÚMEROS ENTEROS

Trabajo Fin de Máster realizado bajo la dirección del Doctor Luis Rico Romero del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada que presenta Miguel Vílchez Marín dentro del Máster Universitario de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas. Especialidad: Matemáticas.

Fdo.: Miguel Vílchez Marín



Vº Bº del director

Fdo.: Luis Rico Romero

ÍNDICE

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN	1
1.1. Ubicación en el currículum	1
1.2. Estructura del trabajo	4
1.3. Diferentes significados	5
CAPÍTULO 2: ANÁLISIS DE CONTENIDO	7
2.1. El número entero a lo largo de la historia	7
2.2. Estructura conceptual.....	11
Conocimiento conceptual.....	12
Conocimiento procedimental	13
2.3. Sistemas de representación	15
2.4. Sentido de los números relativos. Situaciones y contextos	17
2.5. Mapa conceptual	22
CAPÍTULO 3: ANÁLISIS COGNITIVO.....	23
3.1. Objetivos del foco seleccionado	24
3.2. Dificultades y errores del foco	27
CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN.....	29
4.1. Tareas para la fase Inicial	30
4.2. Tareas para la fase de Desarrollo	33
4.3. Tareas para la fase de Cierre.....	35
4.4. Materiales y recursos	37
CAP. 5: PROGRAMACIÓN Y DESARROLLO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	39
5.1 Estructura y número de sesiones.....	39
5.2. Distribución temporal general de cada sesión	40
5.3. Desarrollo de las sesiones	40
Análisis de las tareas escogidas para la prueba final.....	57
Criterios de evaluación:.....	58
Ponderación de los instrumentos de evaluación:.....	59
CAPITULO 6: ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD	61
REFERENCIAS	63

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Los números negativos presentan dificultades importantes cuando se enseñan a los alumnos. El mayor inconveniente en el aprendizaje de estos números por los escolares viene dado por las limitaciones para proporcionar significado a la idea de magnitud negativa lo cual, a su vez, le ocurrió a los matemáticos lo largo de la historia.

La combinación de números y signos se trabaja en enseñanza Primaria con números naturales a los cuales precede el símbolo $-$, pero solo con el objeto de realizar una sustracción, por ello estas operaciones tienen limitaciones ya que “menos que cero no hay nada”. Estas operaciones no se entienden como números relativos, que resultan de la conjunción de cantidad y cualidad. En el currículo actual los conceptos de número relativo y de número entero solo se introducen como tales en el primer ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria. Junto con estos conceptos se incluyen otros, como son los de valor absoluto, orden en la recta numérica, operaciones y la regla de los signos.

Este trabajo presenta una propuesta de unidad didáctica de números enteros de acuerdo con el modelo de análisis didáctico con el que se ha trabajado en el Máster.

1.1. Ubicación en el currículum

Para la realización de este trabajo se ha tomado como marco legislativo el currículo de la LOE, aunque la ley vigente en este momento es la LOMCE. El motivo de ello es que esta última ley no está desarrollada aún en la Comunidad de Andalucía, con lo cual falta información relevante para el diseño de unidades didácticas según la normativa de esta Comunidad, a la cual pertenece la Universidad de Granada.

Por consiguiente, según la ORDEN ECI/2220/2007, de 21 de julio, se han de desarrollar los siguientes contenidos sobre Números Enteros en el primer curso de la Educación Secundaria Obligatoria:

- Necesidad de los números negativos para expresar estados y cambios.
- Reconocimiento y conceptualización en contextos reales.
- Significado y usos de las operaciones con números enteros.
- Utilización de la jerarquía y propiedades de las operaciones y de las reglas de uso de los paréntesis en cálculos sencillos.
- Utilización de la calculadora para operar con números enteros.
- Identificación de situaciones en la vida real que puedan ser representadas con los números enteros y sus operaciones. Representación en la recta numérica de los números enteros.

Estos contenidos serán evaluados siguiendo los criterios, también establecidos en la misma orden:

1. Utilizar números naturales y enteros, así como fraccionarios y decimales sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información.

Se trata de evaluar la capacidad para:

C1.1 Identificar y adquirir destrezas en el empleo de los números y las operaciones siendo consciente de su significado y propiedades.

C1.2 Aplicar la divisibilidad en la resolución de problemas asociados a situaciones cotidianas.

C1.3 Transmitir informaciones utilizando los números de manera adecuada.

C1.4 Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas.

2. Resolver problemas para los que se precise la utilización de las cuatro operaciones con números enteros, decimales y fraccionarios, utilizando la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto.

Se trata de valorar la capacidad para:

C2.1 Asignar a las distintas operaciones nuevos significados.

C2.2 Elegir la forma de cálculo: mental, escrita o con calculadora, más apropiada a cada situación.

C2.3 Interpretar los resultados obtenidos en los cálculos y comprobar si se adopta la actitud que lleva a no tomar el resultado por bueno sin contrastarlo con la situación de partida.

9. Utilizar estrategias y técnicas simples de resolución de problemas tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error o la resolución de un problema más sencillo, y comprobar la solución obtenida y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.

Con este criterio se pretende apreciar la capacidad para:

C9.1 Resolver problemas para los que no se dispone de un procedimiento estándar que permita obtener la solución.

C9.2 Comprender el enunciado a partir del análisis de cada una de las partes del texto, identificar los aspectos más relevantes y aplicar estrategias simples de resolución, siendo capaz de modificarlas a lo largo del proceso.

C9.3 Perseverar en la búsqueda de soluciones, así como en el hábito y la destreza necesarias para comprobar su validez, con confianza en la propia capacidad para lograrlo.

C9.4 Transmitir con un lenguaje adecuado, las ideas y procesos personales desarrollados, de modo que se hagan entender y entiendan a sus compañeros.

C9.5 Realizar con actitud positiva esta actividad de intercambio, valorando el proceso de discusión con los otros como una posibilidad de mejora.

10. Identificar elementos matemáticos presentes en la realidad y aplicar los conocimientos adquiridos para interpretar y tomar decisiones acerca de situaciones reales que exigen herramientas matemáticas en su tratamiento y, en su caso, para su resolución.

Se pretende valorar la competencia para:

C10.1 Reconocer elementos matemáticos de la realidad cotidiana.

C10.2 Formular verbalmente conjeturas propias y tomar decisiones teniendo en cuenta la información disponible.

C10.3 Apreciar la simplicidad del lenguaje matemático para describir e interpretar el mundo físico.

1.2. Estructura del trabajo

La estructura de esta unidad didáctica se basa en la teoría del análisis didáctico, por ello la hemos organizado en dos partes distintas. La primera parte hace una reflexión de los números enteros según cada una de las componentes de dicho análisis, que consta de:

1. Análisis de contenido (Desarrollo histórico, estructura conceptual, sistemas de representación, situaciones y contextos y síntesis conceptual).

2. Análisis cognitivo (Objetivos y competencias, errores y dificultades, Oportunidades de aprendizaje, y síntesis en el diseño de una tarea matemática escolar según variables de tarea consideradas).

3. Análisis de Instrucción (Funciones y secuenciación de tareas matemáticas escolares, materiales y recursos, gestión y organización del trabajo en el aula).

4. Análisis Evaluativo (Instrumentos y criterios de evaluación, rendimiento y resultados, toma de decisiones).

La segunda parte, basándose en los análisis anteriores, lleva a cabo el diseño de una unidad didáctica sobre números enteros para primer curso de Educación Secundaria Obligatoria.

Por tratarse de un trabajo de diseño y planificación, que no ha podido implementarse con el trabajo en el aula, algunos de sus apartados tienen un desarrollo principalmente teórico, dado que no ha resultado viable su puesta en práctica.

1.3. Diferentes significados

Entre las estructuras numéricas usuales de los números enteros y los números naturales, compartimos la conjetura de González Marí (1998), quien identifica un tercer tipo de números a los que denomina números naturales relativos.

Distinguiremos entre número entero y número natural relativo (González Marí, 1998):

- Numero natural relativo: Objeto conceptual concreto ligado a experiencias aritméticas reales con cantidades y medidas (como útil o como objeto en sí).
- Numero entero: objeto conceptual abstracto o ente matemático ligado al saber matemático estructural y algebraico (como útil o como objeto en sí).

A lo largo de este trabajo se hará referencia a estos dos conceptos como nociones complementarias pero diferentes.

CAPÍTULO 2

ANÁLISIS DE CONTENIDO

2.1. El número entero a lo largo de la historia

En el siguiente apartado se hace un rápido repaso por la historia que ha recorrido el concepto de número negativo y un resumen de algunos momentos históricos en los que ha destacado este concepto. Se pretende evidenciar que no es, ni ha sido trivial darle sentido a los números negativos.

Antiguas civilizaciones

Las civilizaciones que se van considerar son aquellas que reconocieron, abordaron o trataron de evitar los números negativos. Generalmente, el dilema de su estatus e interpretación surgía en el contexto de la resolución de ecuaciones.

Los babilonios utilizaron un álgebra descrita por lenguaje natural describiendo las reglas a seguir para resolver problemas. En los documentos de esta civilización se aprecia la presencia de los números negativos en algunas situaciones. Pero se tratan de tal manera que logran la no aparición de raíces negativas. Por lo que nunca utilizaron un concepto de negativo o similar.

En el siglo VI a.C., los filósofos griegos no habían sentido la necesidad de concebir algo parecido a una cantidad negativa, ya que tomaron la geometría como soporte del algebra. Cuando llegaban a una situación en la que tenían que sustraer un segmento mayor de otro menor, la cuestión quedaba zanjada por la imposibilidad de realizar aquella operación. Podemos conjeturar que, probablemente, la aparición de un nuevo tipo de números fue obstaculizada por que en la práctica cotidiana los números negativos relativos no son imprescindibles.

En la antigua China, realizaban sus cálculos aritméticos utilizando pequeñas varillas. Colocaban estos numerales concretos sobre una superficie plana (tablero de cálculo) llegando así a la creación de numerales posicionales decimales que mostraron desde un principio su gran potencialidad. Se utilizaron varillas de color rojo para representar los números positivos y varillas de color negro para los números negativos.

Se han encontrado escritos en los que aparecen sistemas de ecuaciones de hasta 5 incógnitas. A lo largo de los procedimientos de resolución, se puede apreciar un uso operativo bastante avanzado de los números negativos relativos, que muestra cómo en la China antigua se tenía un claro concepto de estos números y se les utilizaba en la resolución de cuestiones matemáticas, tal y como se haría hoy en día.

En la civilización hindú, allá por el siglo V, el matemático Brahmagupta escribió una obra donde aparecen por primera vez, las reglas para realizar las operaciones con números relativos, a los que llamaba “bienes”, “deudas” y “nada”, en referencia, a los positivos, los negativos y el cero, respectivamente. Estos logros hindúes fueron posibles gracias a su despreocupación por el rigor y la fundamentación lógica.

La tabla 1 esquematiza la presencia y tratamiento de los números negativos en las civilizaciones antiguas.

Tabla 1

Cuadro-resumen de la presencia de los negativos en las civilizaciones antiguas

	Nivel sintáctico	Nivel semántico	Planteamiento de la ecuación	Aceptación de n° negativo
Babilonios	Operaciones con diferencias	Deudas	Segundo miembro de la ecuación negativo	No hay indicios de solución negativa
Griegos	Sustraendos	Deudas	Todos los términos positivos	Imposibilidad de solución negativa
Chinos	Planteamiento y proceso de resolución de ecuaciones	Deudas	Admiten coeficientes negativos	No hay indicios de solución negativa

Hindúes	Planteamiento y proceso de resolución de ecuaciones	Deudas y negación de acuerdo al lugar, tiempo y objeto	Admiten coeficientes negativos	Aceptación de solución negativa
---------	---	--	--------------------------------	---------------------------------

De la Edad Media hasta su legitimación

Con la expansión de la cultura islámica, los progresos de los hindúes sobre los números enteros cayeron en el olvido. Por su parte, los árabes tropezaron con el obstáculo que impidió la aceptación de los negativos como números: la identificación de número con magnitud. Así que se limitaron a ignorar estos modos de uso que no tenían soporte real.

Durante la Edad Media la matemática se mantuvo en periodo de inactividad en la mayoría de Europa. En cuanto a los números negativos, se puede decir que, ni la matemática árabe, ni la europea medieval recogieron el avance hindú de considerar las restas “imposibles” como posibles. En este sentido la época medieval supone un retroceso en este ámbito. Los números negativos sólo se consideraban como restas indicadas. No sólo no se aceptaron los negativos como entes matemáticos diferentes, con una estructura propia, sino que, como venía ocurriendo desde la matemática griega, tales entes no se tuvieron en cuenta.

En el Renacimiento, con el desarrollo del álgebra, los números negativos aparecieron de nuevo en escena con un planteamiento diferente ya que resultaban de la aplicación de las leyes formales del álgebra, provocando entre los algebristas reacciones diversas. Hubo matemáticos que aceptaron la novedad de este concepto y otros que mantuvieron su rechazo a los mismos, lo que hizo que se les calificase de falsos. Pero este rechazo ocasionó que los matemáticos de la época se detuvieran y reflexionaran sobre el concepto. El obstáculo que se presentó esta vez fue la idea vigente de número como expresión de cantidad absoluta, característica propia de la aritmética con cantidades absolutas o relativas, pero que no se contempla para los negativos como resultados válidos para una ecuación. Por este motivo fueron llamados números ficticios, absurdos, cuando se presentaban como solución de una ecuación, raíces falsas y valores negados. Quizás el término “negativo” provenga de esta época, ya que eran elementos negados.

Durante los siglos siguientes continuó esa dicotomía entre su rechazo y su aceptación por la comunidad matemática, pero su difícil justificación como concepto de número que expresa una cantidad contribuyó a que persistiera el veto para que estos nuevos entes fueran aceptados como entes matemático diferentes. Aun así, su probada eficacia hizo que se mantuviera la búsqueda por encontrar esa justificación y surgieron las primeras interpretaciones que condujeron a legitimarlos.

En el siglo XVIII los negativos son entendidos como cantidad negativa, opuesta a una positiva. El desarrollo de la Geometría analítica hizo posible encontrar una interpretación concreta a los negativos como coordenadas de los puntos en la recta de abscisas. El desarrollo de la mecánica permitió que se les interpretara como una cantidad relativa y como movimiento: “La cantidad negativa es tan real como la positiva, pero orientada en sentido opuesto”; “Lo negativo es retroceso, mientras que lo positivo es avance”. Se imponen los términos de cantidades negativas y positivas, pero las interpretaciones concretas que admiten todas estas cantidades no permiten explicar todas sus reglas de cálculo. En esta época se quiso demostrar deductivamente la regla de los signos.

La fundamentación de los sistemas numéricos se convierte en objeto de estudio y con ello los negativos se estudian al margen de su posible utilidad. Por tanto, esto también dificulta la aceptación de los negativos como la que hoy en día tenemos, ya que se trataba de encontrarle una significación al entero negativo. Hasta el siglo XIX no se logra que los negativos sean aceptados como números cuando se interpretan y entienden como una ampliación de los naturales, donde se siguen cumpliendo las leyes de la aritmética. En este marco, inaugurado por Hankel, deja de preocupar la demostración de la regla de los signos, que pasa a ser considerada como un convenio necesario para que se conserven las leyes formales de la aritmética. Se habla de enteros negativos como extensión de los naturales y opuestos a ellos.

En este siglo se proponen diversas teorías para dar significado a los números enteros. Unas pretenden que el nuevo conjunto constituya una extensión de la aritmética natural y priman por ello el aspecto operacional del número entero. Otras plantean que el conjunto de los enteros sea una extensión del orden lineal de los naturales y priman el aspecto ordinal del número entero. En cualquier caso, el número negativo desaparece

como categoría numérica independiente y se integra en la jerarquía de los sistemas numéricos.

En este marco, se señaló la diferencia entre número natural y número entero positivo, pues de acuerdo con las diversas teorías que se habían realizado en este periodo, son objetos diferentes: “los números que no tienen signo son radicalmente distintos de los que son positivos” decía B. Russell.

Aunque todas estas teorías tienen un trasfondo intuitivo, se pretende desarrollarlas con el máximo de rigor, y por ello se elaboran sin hacer uso de ningún soporte geométrico o intuitivo. Por tanto, la diversidad de teorías y diferentes definiciones sobre este tipo de números, dificultaba la unificación del concepto.

Este problema queda subsanado con la noción de estructura que unifica las diversas teorías. Con todas ellas el conjunto de los enteros resulta ser un modelo de anillo de integridad totalmente ordenado. El concepto de isomorfismo entre estructuras algebraicas permite identificar a los naturales con los enteros positivos, con lo que de nuevo es posible considerar a Z como una ampliación de N , como su extensión aditiva, y escribir $N \subset Z$, aunque con la coletilla de que esta inclusión se hace bajo un isomorfismo.

Como vemos la evolución de los números negativos ha sido prolongada y se puede decir que el concepto de número entero, que proporciona la interpretación formalmente más adecuada, es relativamente reciente. Ha planteado importantes problemas a los matemáticos a lo largo de la historia, por lo que no es de extrañar que los alumnos de hoy en día encuentren dificultades y tengan dudas acerca de lo que es un número entero y qué sentido darle.

2.2. Estructura conceptual

Para avanzar y profundizar en el proceso de análisis del contenido de un tema conviene que el profesor determine relaciones y prioridades entre conceptos, procedimientos y estrategias. (Rico, 2008)

A continuación, se presenta este análisis del tema que nos ocupa, números enteros.

Conocimiento conceptual:

Tabla 2: HECHOS

Términos	Notaciones	Convenios	Resultados
Numero positivo	0, 1, 2,3...	Orden numérico	El simétrico del simétrico de un entero
Numero negativo	+	Cero no tiene signo	es el mismo número
Signo positivo	-	Los positivos se identifican	El signo menos delante de un
Signo negativo		con los naturales y se pueden	paréntesis afecta a todos los sumandos
Número cero	<	escribir sin signo	que se encuentren dentro del mismo
Paréntesis	>	Jerarquía de operaciones	Regla de los signos
Recta entera numérica	(...)		El mayor de dos positivos es siempre el
Valor absoluto	*		de mayor valor absoluto
Mayor que	/		El mayor de dos números negativos es
Menor que	+ <i>n</i>		el de menor valor absoluto
Numero opuesto	- <i>n</i>		Todo positivo es mayor que cualquier
Simétrico de un entero	0		negativo
Suma, resta, multiplicación, división			En el orden de los enteros no hay ni
Coordenadas enteras en el plano: eje abscisas, eje ordenadas, origen (0,0)			primer ni último elemento

CONCEPTOS	ESTRUCTURAS
Numero natural	$(\mathbb{N}, +, \cdot, \geq)$
Magnitudes absolutas y magnitudes relativas	Simetrización de $(\mathbb{N}, +)$
Cantidades relativas (positivas o negativas)	Pares ordenados $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ $(a,b) = b-a$
Orden numérico relativo	$(\mathbb{Z}, +)$ Grupo aditivo de números enteros
Orden numérico entero	(\mathbb{Z}, \cdot) Grupo multiplicativo de números enteros
Distancia entre dos enteros (valor absoluto de su diferencia)	$(\mathbb{Z}, +, \cdot, \geq)$ Cuerpo ordenado
Representación de los números racionales en la recta numérica	
Operaciones con números enteros	

Conocimiento procedimental:

DESTREZAS	RAZONAMIENTOS	ESTRATEGIAS
Ordenar y representar un conjunto de enteros	Identificar números enteros	Uso de propiedades y algoritmos de las operaciones con números enteros
Expresar comparaciones con números relativos	Comparar números enteros. Reglas para la comparación de números enteros	Cálculo mental de las operaciones con números enteros
Expresar cambios con números relativos	Ordenar números enteros. Justificar la relaciones de orden entre números enteros	Reconocimiento y uso de las propiedades correspondientes a cada estructura numérica
Calcular el opuesto de un número entero		
Sumar y restar números enteros	Suma de desigualdades entre enteros.	

ANÁLISIS DE CONTENIDO

Hallar el valor absoluto de un número entero	Reglas	Plantear y resolver problemas con números enteros
Multiplicar números enteros	Producto de desigualdades entre enteros.	Resolver problemas de la vida cotidiana
Realizar operaciones combinadas con números enteros	Reglas	donde aparecen números enteros
Determinar si un entero es factor o divisor de otro. Hallar la expresión factorizada cuando sea posible	Identificar el sentido y justificar el uso de números enteros en distintos contextos reales	
Extraer factor común en operaciones con enteros. Factor común negativo	Identificar las propiedades de las operaciones utilizadas en un cálculo con números enteros.	
Representar un punto en el plano dadas sus coordenadas enteras		
Determinar las coordenadas enteras de un punto en el plano		

2.3. Sistemas de representación

Por representación entendemos cualquier modo de hacer presente un objeto, concepto o idea. Conceptos y procedimientos matemáticos se hacen presentes mediante distintos tipos de símbolos, gráficos o signos y cada uno de ellos constituye una representación (Castro y Castro, 1997).

En la siguiente sección se procede a describir los distintos sistemas de representación utilizados para hacer presente algún concepto sobre números relativos y enteros.

Verbal:

Los dos términos más reconocidos para hablar de números relativos y de números enteros son **positivo y negativo**

Dentro de las relaciones que se utilizan para referirse a estos conceptos se encuentran las siguientes expresiones:

Tabla 3

Expresiones utilizadas que se refieren a números enteros

Números positivos	Números negativos
A la derecha de 0	A la izquierda de 0
Por encima de 0	Por debajo de 0
Desde 0 hacia arriba	Desde 0 hacia abajo
Después de 0	Antes de 0
Detrás de 0	Delante de 0

Como podemos observar, todas las expresiones utilizadas para definir número positivo y número negativo poseen la misma estructura gramatical: una expresión compuesta por complementos circunstanciales, un sustantivo o expresión sustantivada y una preposición que las enlaza, denominada *relación preposicional*. Todas las expresiones denotan posición con respecto a cero. (Vílchez, 2014)

La siguiente tabla muestra expresiones de orden y de comparación con 0 que dan sentido al concepto de negativo y al de positivo.

Tabla 4

Expresiones utilizadas que se refieren a números enteros

Números positivos	Números negativos
Mayor que 0	Menor que 0
Supera el valor de 0	Tiene un valor inferior a 0
Son superiores a 0	Son inferiores a 0

Simbólica:

Algunas representaciones simbólicas utilizadas en el ámbito de números relativos y enteros, ya mencionadas, son:

- $+n$
- $-n$
- Pares ordenados: $+n = (n,0)$, $-n = (0, n)$
- $n - 1 < n < n + 1 \quad \forall n \in Z$
- $(-n) \quad \forall n \in Nc$
- $|-n| \quad \forall n \in N$

Como se ha dicho antes, los conceptos de positivo y negativo son parte esencial en el tema que se está tratando. En el caso de los números positivos se registran dos representaciones simbólicas diferentes: números en cuya representación aparece un signo +; números en cuya representación no aparece signo. Es decir, se puede considerar 2 y +2 como dos representaciones de un mismo concepto.

Gráfica:

- Recta entera numérica horizontal
- Recta numérica vertical
- Ejes cartesianos, plano de coordenadas enteras

Manipulativa:

- Balanza (Soluciones de ecuaciones)

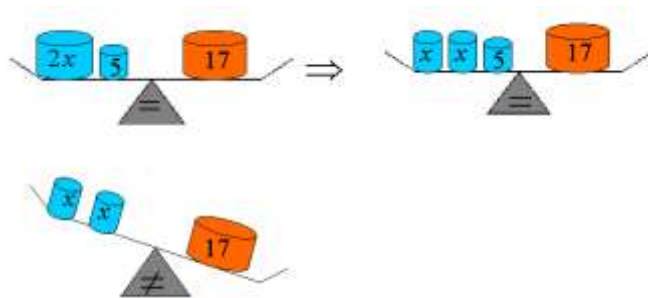


Figura 1. Balanza

- Tableros de palillos con 2 colores.

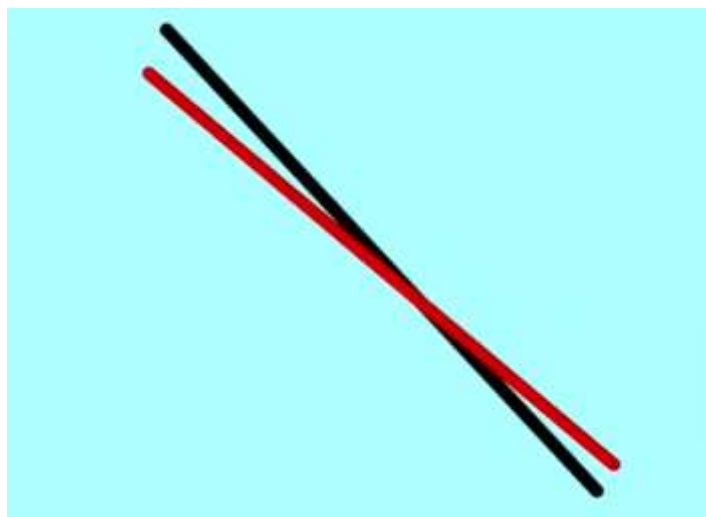


Figura 2. Varillas chinas

2.4. Sentido de los números relativos. Situaciones y contextos

Con este análisis se pretende poner de manifiesto aquellos sentidos que puede tomar el concepto de número entero, según la revisión bibliográfica realizada. Así como describir las diferentes situaciones y contextos dentro del ámbito de los números enteros.

Vargas-Machuca (1990) distingue, desde el punto de vista de su sentido, entre

- El número natural relativo como cardinal, ordinal respecto a cero, medidas orientadas, comparación numérica, operador o transformación numérica.

- El número entero como objeto matemático, con significado formal.

A continuación se hace una breve descripción de los sentidos de estas dos nociones.

Dentro del campo de la aritmética de los *números enteros* existen diferentes modos de uso del número negativo:

- **Número sustractivo.** Donde la noción de número se subordina a la magnitud. En la resta de dos cantidades $a - b$, siempre b será menor que a , donde a, b son números naturales, es decir, el signo menos sólo tiene un carácter binario a nivel de la operación de sustracción.
- **Número signado.** Es el número natural al que se le asocia el signo más o el signo menos. Surge la dualidad del signo: binario (signo de la operación de adición o sustracción) y unario (signo asociado al número natural).
- **Número aislado.** Cuando se acepta un número negativo como resultado de una operación o ecuación.

Los *números relativos* tienen dos sentidos o modos de uso básicos, un sentido de cambio y un sentido de comparación.

- **Cambios Posición/Ubicación:** Se utiliza el número relativo como una ubicación posicional en un contexto linealmente organizado según una referencia. Ejemplo: Estoy en el piso 4 y quiero bajar al parking, que está en la planta -1.
- **Orden/Comparación:** El número relativo denota la posición o valor de una cantidad según su comparación con respecto a otra. Ejemplo: Mi hermano es mayor que tú, porque tú tienes 3 años menos.

Algunas de las expresiones que acompañan a cantidades relativas y denotan cambio o comparación son:

Tabla 5

Expresiones que denotan cambio o comparación

Cambio	Comparación
Anterior/ Posterior	
A la izquierda/ A la derecha	Mayor que/ Menor que
Por encima/Por debajo	Superior/ Inferior
Hacia arriba/Hacia abajo	Alto/Bajo
Antes/Después	Ancho/Estrecho
Delante/Detrás	Largo/Corto
Avance/Retroceso	Falta/Sobra
Ganancia/Pérdida	

A su vez, dentro de la situación de comparación se pueden diferenciar dos tipos:

- **Comparaciones simples:** Respuestas cortas, una sola frase en la que aparece un verbo que cualifica al número.

Ejemplo: En una clase hay 32 alumnos, hoy han **faltado** 7

- **Comparaciones aditivas:** se utilizan diferentes cifras que combinándolas con alguna operación obtienen como resultado el número deseado.

Ejemplo: Un libro cuesta 2€ y pago con un billete de 5€. Me debe 3€.

Este análisis pretende “delimitar aquellas situaciones donde tienen uso los conceptos matemáticos involucrados, aquéllas en las que éstos muestran su funcionalidad. Las situaciones destacan el medio en el cual una determinada estructura matemática tiene uso regular. Cualquier tarea matemática a la que se enfrenta un individuo viene asociada a una situación, considerando ésta como aquella parte del mundo real en la cual se sitúa la tarea para el individuo.” (Rico, 2008)

Dentro de los dos sentidos posibles (cambio y comparación) se pueden clasificar en diferentes situaciones reales donde están implicados los números enteros. A continuación se presentan ejemplos de esta clasificación.

- **Situación Personal**

Cambio: Tengo 6 personas delante de mí antes de llegar a la taquilla

Comparación: Un libro cuesta 30€ y solo tengo 25€. Me faltan 5€.

- **Situación Laboral / Educativa**

Cambio: El 3 está a la derecha del 0

Comparación: -5 es menor que 2

- **Situación Pública**

Cambio: La oficina del presidente se ha desplazado 8 plantas más arriba.

Comparación: España retrocedió 2 puestos en el ranking de países que más contaminan.

- **Situación Científica**

Cambio: Madrid está a 420 km hacia el norte con respecto a Granada

Comparación: En invierno, podemos llegar a -3° C. En verano, a 35° C.

A continuación se presenta, como muestra, una relación de verbos que pueden denotar un cambio positivo y negativo. Esta lista no es exhaustiva por lo que no están todos los verbos existentes que tienen estas características.

Tabla 6

Verbos que denotan cambio positivo o negativo

Verbos de cambio utilizados para denotar números positivos	Verbos de cambio utilizados para denotar números negativos
Tener	Deber
Ganar	Faltar
Cumplir (años)	Perder
Comprar	Dar
Ingresar	Gastar
Regalar	Tener una deuda
Encontrar	Tomar prestado
Dar (me)	Costar
Subir	Comprar
	Pagar
	Bajar

2.5. Mapa conceptual

A continuación se presenta el mapa conceptual donde quedan recogidos los conceptos más destacados del análisis de contenido.

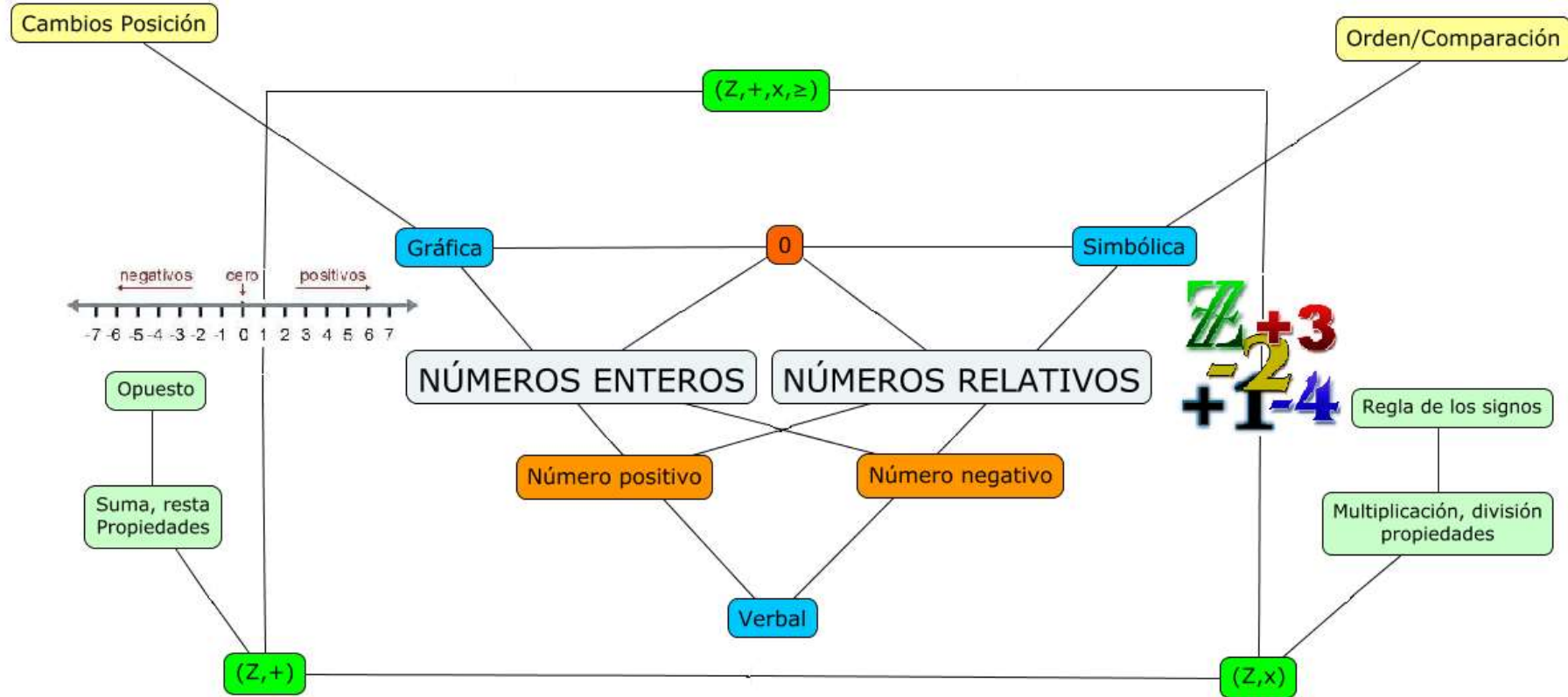


Figura 3. Mapa conceptual

CAPÍTULO 3

ANÁLISIS COGNITIVO

En este capítulo, dedicado a una segunda fase del análisis didáctico, se presentan aquellos objetivos de aprendizaje que proponemos debe alcanzar el alumno, de acuerdo con lo establecido en el currículum matemático sobre Números Enteros. Estos objetivos deben contribuir al desarrollo de las ocho competencias básicas establecidas por el MECD, en coordinación con las propuestas por la Unión Europea. Estas competencias quedan recogidas en la legislación española a través del Real Decreto 1631/2007:

1. Competencia en comunicación lingüística.
2. Competencia matemática.
3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
4. Tratamiento de la información y competencia digital.
5. Competencia social y ciudadana.
6. Competencia cultural y artística.
7. Competencia para aprender a aprender.
8. Autonomía e iniciativa personal.

Estas competencias no se evalúan aisladas y directamente, sino que deben estar siempre presentes y entrelazadas con otros componentes curriculares de manera que los criterios establecidos permitan su evaluación conjunta con las competencias básicas.

Además, se debe evaluar la adquisición o no de los objetivos o expectativas que surgen a partir de los contenidos dados en el currículum y aquellos otros referentes a la parte del análisis de contenido, tanto para conceptos y procedimientos como para actitudes.

Por otro lado, los objetivos se analizan vinculados con la competencia o alfabetización matemática según el estudio PISA/OCDE y su interrelación con los objetivos que se describirán en el Apartado 3.1.

Las siete competencias matemáticas básicas que caracterizan a la alfabetización matemática, a las que nos referimos, son:

1. Razonamiento y argumentación. (RA)
2. Comunicación. (C)
3. Matematización. (M)
4. Diseño de estrategias para resolver problemas. (RP)
5. Representación. (R)
6. Utilización de operaciones y el lenguaje simbólico, formal y técnico. (LS)
7. Utilización de herramientas matemáticas. (HM)

Para prevenir las dificultades que se puedan presentar y los errores en que el alumno pueda incurrir, se irán formulando tanto dificultades como errores relativos a cada uno de los objetivos que se enuncien. Es importante tener en cuenta estas posibles limitaciones a la hora del diseño y elección de tareas, ya que permitirá al profesor facilitar su superación. Esto puede ayudar al profesor a revisar su enfoque y mejorar su docencia, tratando de abarcar las diferencias posibles que puedan darse en un tema.

3.1. Objetivos del foco seleccionado

El análisis hecho hasta ahora muestra que el contenido del tema es demasiado extenso para las dimensiones de un trabajo de estas características por lo que, de acuerdo con mi tutor, he tomado la decisión de desarrollar solo uno de los focos identificados.

El foco elegido se ha denominado: “Orden y estructura aditiva de los números enteros”.

Los objetivos que se han desarrollado son los siguientes:

1. Identificar criterios para comparar cantidades relativas. Comparar números enteros respecto a 0.

2. Representar y ordenar cantidades relativas. Ordenar números enteros.
3. Identificar cantidades relativas opuestas en diferentes situaciones.
4. Representar y dar sentido al opuesto de un número entero.
5. Sumar y restar cantidades relativas. Operar aditivamente con enteros.
6. Representar y dar sentido a la suma y resta de dos enteros.
7. Representar un punto en el plano de coordenadas enteras y darle sentido.
8. Interpretar las coordenadas de un punto del plano en distintas situaciones.
9. Identificar contextos reales donde intervengan números enteros, e interpretar sus relaciones y operaciones aditivas.
10. Enunciar y resolver problemas en contextos reales de estructura aditiva con números relativos.

Se presenta ahora el cuadro donde se destacan las competencias PISA que se trabajan en cada uno de los objetivos.

Tabla 7

Vinculación de objetivos con competencias PISA

Objetivos del Foco de aprendizaje	Competencias PISA						
	RA	M	RP	R	LS	C	HM
Identificar criterios para comparar cantidades relativas. Comparar números enteros respecto a 0.	X			X		X	
Representar y ordenar cantidades relativas. Ordenar números enteros.		X		X	X	X	
Identificar cantidades relativas opuestas en diferentes situaciones.	X		X			X	
Representar y dar sentido al opuesto de un número entero.		X		X	X	X	
Sumar y restar cantidades relativas. Operar aditivamente con enteros.	X		X		X		
Representar y dar sentido a la suma y resta de dos enteros.		X	X	X	X	X	

Representar un punto en el plano de coordenadas enteras y darle sentido.		X		X	X	X	X
Interpretar las coordenadas de un punto del plano en distintas situaciones.	X	X		X		X	
Identificar contextos reales donde intervengan números relativos, negativos y positivos.	X	X	X			X	X
Enunciar y resolver problemas en contextos reales de estructura aditiva con números relativos.		X	X	X	X	X	X
Total	5	7	5	7	6	9	3

Como podemos ver en el recuento de las competencias por objetivos, las que presentan mayor vinculación son la de comunicación; matematización y la de representación. En este tema, la comunicación es esencial ya que los números relativos ligan los números enteros con experiencias aritméticas reales de cantidades y medidas por lo cual, que sepan expresar esas experiencias e ideas, tiene un gran peso para el aprendizaje de estos conceptos. Lo mismo ocurre con la matematización, los alumnos están comenzando la E.S.O. y se adentran en un pensamiento más abstracto en lo que a matemáticas se refiere, deben de traducir los contextos reales a un lenguaje matemático. Por otro lado, la representación, en el tema de números enteros, es muy importante ya que tanto positivos como negativos necesitan de una representación, ya sea verbal, simbólica o gráfica, para ser comprendidos.

Como se puede ver las demás competencias PISA contribuyen también con una frecuencia bastante parecida. En este foco en concreto, se desarrollan más unas competencias que otro pero en el desarrollo de las sesiones de clase se tendrá que dedicar tiempo para desarrollar todas las competencias de la manera más uniforme posible.

3.2. Dificultades y errores del foco

Las dificultades identificadas en los objetivos descritos se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 8

Dificultades del foco orden y estructura aditiva de los números relativos.

Dificultades	Objetivos asociados
D1. Dificultades para distinguir cuando una cantidad es mayor o no que otra, singularmente con cantidades negativas.	1, 2
D2. Dificultades para comparar cantidades respecto a una referencia distinta de la cantidad 0, singularmente con cantidades negativas.	1, 2
D3. Dificultades en la interpretación de cantidades opuestas.	3, 4
D4. Dificultades para representar posiciones o movimientos que se expresan mediante números enteros.	1, 2, 3, 4, 7, 8
D5. Dificultades para interpretar las diferentes expresiones que denoten números enteros. ¹	1, 2, 9
D6. Dificultades para realizar operaciones con cantidades relativas de distinto signo.	4, 5, 6
D7. Dificultades para enunciar problemas que se resuelven con números enteros.	5, 6, 10
D8. Dificultades para interpretar problemas con números enteros en diferentes situaciones reales.	9, 10

¹ En preguntas en las que el estado inicial o el estado referente es desconocido.

Veamos ahora los errores en que se puede incurrir en el foco que estamos estudiando.

Tabla 9

Errores del foco orden y estructura aditiva de los números relativos.

Errores	Objetivos asociados
E1. Interpretar el signo – siempre como una sustracción.	4, 5, 6
E2. Ignorar el signo u omitirlo cuando se está comparando. Comparar cantidades negativas/ número negativos empleando solo sus valores absolutos	1, 2, 5, 6
E3. Interpretación incorrecta de la notación de número opuesto. ²	3, 4
E4. Confundir posición y cambio.	1, 2, 3, 4, 7, 8
E5. Desconexión entre la representación simbólica y en la recta de números enteros.	1, 2, 3, 4, 7, 8
E6. Interpretación errónea de contextos reales donde intervienen números relativos.	9, 10

² Error de interpretar “-a” siempre como un número negativo y no como el opuesto de “a”.

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN

En este último análisis se seleccionan, diseñan, analizan y secuencian tareas, con el fin de alcanzar los objetivos planteados, superar los errores que pudieran producirse y minimizar las dificultades que encontrará el alumno en la unidad de números enteros.

La *complejidad* de las tareas es importante para el aprendizaje del alumno, por lo que es conveniente saber elegir tareas según vaya avanzando el contenido de la unidad. La clasificación de tareas según el grado de complejidad es el siguiente:

- Reproducción
- Conexión
- Reflexión

Dependiendo del tema en el que se esté trabajando, los contenidos tratados serán unos u otros. Esta es la clasificación hecha por PISA:

- Espacio y forma
- Cantidad
- Cambio y relaciones
- Incertidumbre

Si hablamos sobre los contextos donde se desarrollan las tareas propuestas, esta es la clasificación que hemos contemplado:

- Personales
- Educativos, ocupacionales o laborales
- Públicos
- Científicos

De la misma forma, se debe tener muy claro, cuál es la función de cada una de ellas dentro de la secuenciación de tareas. Se proponen diferentes tareas cada una con una finalidad específica. Esta es la clasificación escogida para la organización de las tareas dentro de las fases de desarrollo de la unidad didáctica.

4.1. Tareas para la fase Inicial

Esta fase permite al alumno comprender intuitivamente significados y nociones básicas del tema que inicia y, para ello, la presentación del tema le ayuda a introducir conceptos nuevos en relación con otros ya conocidos. Dentro de esa fase se identifican dos tipos de tareas.

Tareas de motivación

Una prioridad para el profesor, junto a diagnosticar el nivel de conocimiento de sus alumnos, es despertar su interés y curiosidad por los nuevos contenidos. Para ello, las tareas de mayor utilidad son aquellas que relacionan dichos contenidos con la realidad, ya que proporcionan sentido a conceptos y procedimientos con los que los alumnos van a trabajar. Antes de introducir un nuevo concepto, es interesante que cada alumno pueda anticiparse y dotar a su definición de algún sentido.

Tareas para vincular los nuevos conocimientos con otros previos

Para servir al profesor como diagnóstico de la situación de partida, al comienzo de la unidad se proponen tareas que permitan vincular la nueva información con algunos conocimientos previos.

El siguiente enunciado es un ejemplo de este tipo de tareas:

Ejemplo Tarea 1:

Se hizo una excavación de 8 metros de profundidad al lado de un muro de 8 metros de altura.

- a) ¿Qué diferencia existe entre estar a 8 metros de altura encima del muro y estar a 8 metros de profundidad en la excavación?
- b) Con respecto a la figura 4 describe alguna diferencia entre la marca para los 4 metros sobre el nivel del terreno y la marca para los 4 metros bajo el nivel del terreno. Argumenta cómo puedes diferenciar esas dos marcas
- c) Inventa un código para representar cuándo se está a 5 metros sobre el nivel del terreno o bien a 3 metros bajo el nivel del terreno. Justifica por qué el código sustituye a las frases “sobre el nivel del terreno” o “bajo nivel del terreno”.

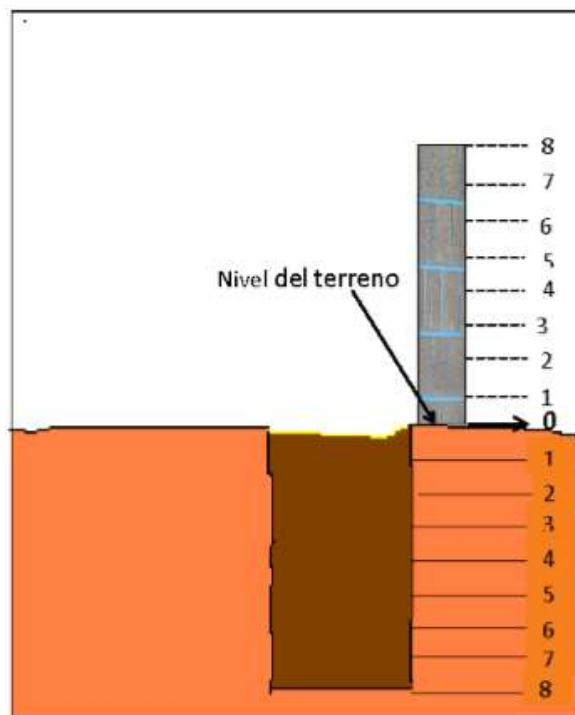


Figura 4 .Imagen del ejemplo tarea 1

En la siguiente tabla se realiza el análisis de la tarea con respecto a lo desarrollado en el análisis cognitivo.

Tabla 10

Análisis del ejemplo Tarea 1

Objetivos	1, 2, 3, 9, 10
Competencias PISA	RA, R, LS
Dificultades	D1, D4, D7, D8
Errores	E1, E2, E4, E5, E6
Criterios de evaluación ³	C1.1, C9.4, C10.1, C10.3

En el siguiente cuadro quedan recogidos los elementos y condiciones de la tarea:

Tabla 11

Elementos y condiciones del ejemplo Tarea 1

Elementos	Meta	Introducir el concepto de números negativos, así como la notación de los enteros.
	Recursos	Dibujo que se presenta en la actividad
	Contenido	Cambio y relaciones
	Situación de aprendizaje	Interpretar
	Complejidad	Conexión
	Contexto	Laboral
	Competencias básicas	Competencia matemática. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
Condiciones	Presentación	Al comienzo de la unidad, como presentación del tema.
	Comunicación	El profesor presentará la tarea a la clase por medio de una transparencia.
	Agrupamiento	Primero se trabaja la actividad individualmente. Después se pondrá en común con toda la clase, anotando las diferentes respuestas dadas.

³ Los criterios de evaluación que aparecen son los que se cumplen cada tarea según los estipulados en la ORDEN ECI/2220/2007, enunciados en el apartado 1.1. de este trabajo.

4.2. Tareas para la fase de Desarrollo

En esta fase se llevan a cabo actuaciones que lleven al alumno a trabajar y relacionarse con los contenidos matemáticos, con el fin de entenderlos, interpretarlos y aprenderlos, mediante la ejecución de tareas.

Tareas de elaboración y construcción

La intención de estas tareas es que el alumno fundamente los nuevos aprendizajes, los aplique, tome conciencia de lo aprendido y sea capaz de explorar nuevos significados, de forma constructiva, relacionando y aplicando los nuevos contenidos

Tareas exploratorias

El objetivo de este tipo de tareas es que el alumno adquiera nuevos conocimientos a través de la investigación y el descubrimiento.

Se presenta un ejemplo de tarea que estaría dentro de esta fase.

Ejemplo Tarea 2

Simplifica la escritura de las siguientes situaciones utilizando los números enteros.

Situaciones con cantidades relativas	Simbolización con números enteros
Deber 5 €	
7° C bajo cero	
Ganar 100 €	
Quinientos años AC	
Después de 5 horas	
Año en que nació Jesucristo	
Cinco pasos a la derecha	
Bajar tres metros	
Tres metros sobre el nivel del mar	

Setecientos años DC

2 horas antes

- ¿Qué elemento distingue los valores positivos y negativos en cada caso?
- Inventa enunciados donde utilices cada frase del cuadro.

Tabla 12

Análisis del ejemplo Tarea 2

Objetivos	9, 10
Competencias PISA	RA, M, LS
Dificultades	D5, D8
Errores	E6
Criterios de evaluación	C1.1, C1.3, C9.2, C10.1

Tabla 13

Elementos y condiciones del ejemplo Tarea 2

Elementos	Meta	Reconocer cantidades relativas en diferentes situaciones y representarlas con números enteros.
	Recursos	Papel y lápiz
	Contenido	Cantidad
	Situación de aprendizaje	Interpretar, traducir
	Complejidad	Conexión
	Contexto	Publico
	Competencias básicas	Competencia matemática. Competencia cultural y artística
Condiciones	Presentación	Después de comentar la relación entre el lenguaje usual y los números enteros
	Comunicación	Se leerá en clase para que quede claro en que consiste la tarea.
	Agrupamiento	Será un ejercicio individual que se realizará en casa.

4.3. Tareas para la fase de Cierre

En esta fase se estructuran y se consolidan los aprendizajes, además de examinar en qué grado se han logrado los objetivos previstos.

Tareas de aplicación y descontextualización

A través de este tipo de tareas, el profesor evalúa la capacidad del alumno para llevar la teoría estudiada a situaciones de la vida real.

Tareas de síntesis

Con estas tareas, se motiva la obtención de conclusiones a través de una recapitulación de lo aprendido. Así, servirán también como valoración de lo trabajado por parte del alumno.

Ejemplo Tarea 3

En el siguiente plano aparecen representados mi casa y los diferentes establecimientos de mi barrio.

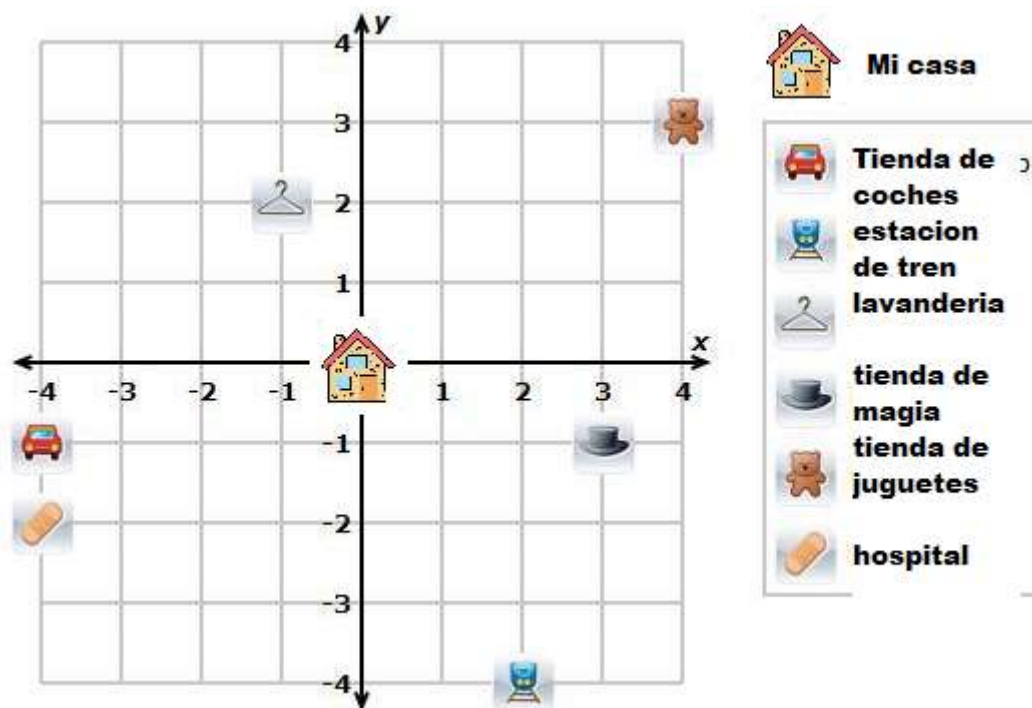


Figura 5. Imagen del ejemplo tarea 3

a) Establece las coordenadas de cada edificio respecto de “mi casa”.



b) Para indicar las direcciones utilizamos los términos Norte, Sur, Este y Oeste. La rosa de los vientos muestra esas cuatro direcciones.

Vuelve a establecer la posición de cada edificio del mapa utilizando esas palabras, sabiendo que cada cuadradito corresponde a 100 metros en la realidad. Ejemplo: “100 metros al oeste y 300 metros al norte.”

Tabla 14

Análisis del ejemplo Tarea 3

Objetivos	1, 7, 8, 9, 10
Competencias PISA	R, M, RP, RA
Dificultades	D4, D7, D8
Errores	E4, E5, E6
Criterios de evaluación	C1.1, C1.3, C10.1

Tabla 15

Elementos y condiciones del ejemplo Tarea 3

Elementos	Meta	Saber interpretar coordenadas en el plano
	Recursos	Plano del “barrio”, papel y lápiz
	Contenido	Espacio y forma
	Situación de aprendizaje	Interpretar, traducir
	Complejidad	Conexión
	Contexto	Personal
	Competencias básicas	Competencia matemática. Competencia de aprender a aprender
Condi ciones	Presentación	Después de la explicación de conceptos de coordenados del plano.
	Comunicación	Se leerá en clase para que quede claro en que consiste la tarea.

	Agrupamiento	Será un ejercicio individual que se realizará en casa.
--	---------------------	--

4.4. Materiales y recursos

Los materiales y recursos permiten al profesor plantear tareas para que los alumnos utilicen los conceptos matemáticos. Sirven de soportes para que los alumnos actúen de manera práctica frente a los problemas que componen la tarea. (Flores, 2011)

Algunos de los recursos y materiales que se utilizarán en el desarrollo de la Unidad Didáctica y se detallarán más adelante son:

- Pizarra tradicional.
- Herramientas de pizarra digital.
- Actividades interactivas sobre algún concepto concreto de la unidad, se proyectaran en la pizarra digital.
- Fichas de actividades preparadas por el profesor.
- Material manipulativo para el aprendizaje de números enteros.

CAPÍTULO 5

PROGRAMACIÓN Y DESARROLLO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

En este apartado se presenta la programación propuesta para la unidad que desarrolla el foco presentado en los puntos anteriores, para el primer curso de secundaria obligatoria.

5.1 Estructura y número de sesiones

El número de sesiones en las que se llevará a cabo esta unidad didáctica será un total de 7. El contenido de las sesiones está dedicado a los siguientes puntos:

Primera: Introducción a los números enteros.

Segunda: Comparación y orden de los números enteros. Expresión de situaciones reales mediante números enteros.

Tercera: Opuesto de un número entero. Suma y resta de números enteros.

Cuarta: Representar puntos en los ejes coordenados y hallar las coordenadas de un punto a partir de su localización en el plano con coordenadas enteras.

Quinta: Invención de problemas de cantidades relativas con números relativos en contextos reales.

Sexta: Resolución de problemas de cantidades relativas con números enteros en contextos reales

Séptima: Evaluación de la unidad.

5.2. Distribución temporal general de cada sesión

Esta distribución de tiempos será flexible, según las necesidades que se planteen durante su desarrollo y el ritmo de trabajo del alumnado. Sin embargo, fijamos criterios y establecemos una dinámica y organización común para todas las sesiones, desde la primera hasta la sexta. Las actuaciones de cada sesión se ajustarán a las siguientes fases, a cada una de las cuales se dedicará un tiempo estimado.

- Revisión y corrección de los ejercicios de la anterior sesión por parte de los alumnos. Resolución de dudas – 15 minutos.
- Introducción y explicación de nuevos contenidos por parte del profesor – 20 minutos.
- Realización y discusión de tareas con relación a los contenidos explicados por parte de los alumnos – 20 minutos.
- Selección de tareas para casa – 5 minutos.

Este es el esquema general que seguirán las sesiones. En cada una de ellas se detallará como se desarrolla cada parte.

5.3. Desarrollo de las sesiones

SESIÓN 1: Introducción a los números enteros

Conceptos trabajados: Números positivos, números negativos, números naturales, números enteros, signo +, signo -.

Se comienza una nueva unidad para los alumnos de este nivel, los contenidos que se van a tratar no han sido vistos por los estudiantes de manera formal. Por ello se pretende que los alumnos reconozcan que los números relativos están presentes en hechos cotidianos, que se percaten de la necesidad de utilizar los números negativos.

La sesión comienza con la presentación de la siguiente tarea:

Tarea 1:

En un cierto campeonato de golf se han obtenido los siguientes resultados:

Jugador	Numero de golpes
A	77
B	72
C	72
D	67
E	68
F	70
G	66
H	73
I	75
J	72
K	77
L	73
M	69

- a) El resultado normal en este campeonato es realizarlo en 72 golpes. Puntúa a cada jugador tomando como referencia el resultado normal.
- b) Elabora un ranking de los jugadores con los resultados obtenidos en el apartado anterior.

Observaciones: Para esta tarea no es necesario que los alumnos conozcan las reglas del golf. Con las indicaciones dadas basta para obtener el resultado que se desea: motivar al alumnado cuestionando cómo cuantificar por debajo de una referencia.

Agrupamiento: Esta actividad se realizara individualmente. Antes de ponerla en común se realizarán las tareas siguientes, con el propósito de que hagan sin ayuda y se desarrolle en el alumno inquietudes sobre números con los que no están familiarizados.

Se presentaran las siguientes tareas con la misma dinámica que la anterior, se dejará que los alumnos lleven a cabo su realización individualmente.

Tarea 2:

La tarea 2 corresponde a la ya descrita como *ejemplo tarea 1* en el análisis cognitivo, pagina 31.

Tarea 3:

¿Qué número habría que sumarle a 5 para que nos diera 2?

Agrupamiento: Una vez realizadas estas tareas se dará un tiempo para que las pongan en común por parejas y discutan las distintas respuestas que puedan aparecer. A continuación, los alumnos explicarán sus reflexiones al conjunto de la clase y se pondrán en común; las diferentes soluciones que aparezcan se comunicarán y comentarán. El profesor interviene como mediador, sin imponer su punto de vista.

El propósito de estas actividades consiste en detectar y cuestionar la intuición que afirma que “menos que cero no hay nada” a través de las respuestas dadas. Una vez comentadas las actividades, se les presenta el siguiente video que cuenta brevemente el origen de los números enteros y algunos contextos donde son utilizados.

<https://www.youtube.com/watch?v=BroW3U-i-t8>

El profesor comenta con mayor profundidad los contenidos tratados en el video y organiza la resolución de las tareas anteriores con ayuda de los alumnos.

Oportunidades de aprendizaje de la sesión: Las actividades de esta sesión retan la intuición que rechaza la idea de cantidad negativa. Por ello se seleccionan una serie de tareas en las que la expresión de una cantidad necesita además de una relación respecto a una referencia, usualmente una relación respecto de 0.

Competencias básicas tratadas: Competencia en comunicación lingüística, competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico, autonomía e iniciativa personal.

Contextos tratados: Personal, laborales y educativos

SESIÓN 2: Comparación y orden de los números enteros. Expresión de situaciones reales mediante números enteros.

Conceptos trabajados: números naturales, orden de los números naturales, el 0, recta entera, mayor que (<), menor que (>), verbos que denotan una acción o relación positiva o negativa, orden de los números enteros.

En esta sesión se trabajarán los conceptos aplicando la definición de lo que es un número mayor o menor que otro, con la dificultad de los números negativos como menores que 0. Por otro lado, se persigue poner de manifiesto la conexión entre sentidos de uso y experiencias reales con conceptos matemáticos.

Antes de comenzar con los contenidos de la sesión, se explica a los alumnos que deben de realizar un trabajo-mural sobre números enteros. Este trabajo es libre, debe de tener como tema central los números enteros y se debe plasmar lo que se crea conveniente, siempre con criterio. El mural se hará por grupos de tres personas y se valorará su originalidad, su presentación y la exposición del trabajo.

A continuación, se recuerda rápidamente el trabajo de la anterior sesión. Se propone a los alumnos que enuncien situaciones donde aparezcan cantidades relativas y, por tanto, tenga sentido utilizar números negativos y positivos.

El profesor se detendrá en los ejemplos proporcionados por los estudiantes y completará con otros que no sean nombrados.

Después se realizará la tarea que se propone para practicar este contenido.

Tarea 4:

La tarea 4 corresponde a la ya descrita como *ejemplo tarea 2* en el análisis cognitivo, pagina 33.

Agrupamiento: Esta tarea se hará por parejas y se resolverá conjuntamente.

A continuación, el profesor recordará el orden de los números naturales y, basándose en los ejercicios ya vistos, explicará cual es el orden de los números

negativos. Para ello se tomará como referencia la recta de números enteros, donde se presentarán ejemplos.

Con motivo de trabajar estos contenidos se propondrán tareas como las siguientes:

Tarea 5:

1. Identifica las desigualdades que son falsas, y argumenta en dos de ellas por qué las consideras falsas.

a) $0 > 3$ c) $-2 > 0$ e) $6 < -7$

b) $-1 > -5$ d) $3 < 4$ f) $-3 < -2$

2. Escribe en orden creciente (de menor a mayor) el siguiente conjunto de números enteros. Representalos en la recta de números.

2, -5, -2, -3, 10, 0, -8, 7, 6

3. Escribe un listado de números negativos en orden decreciente, de mayor a menor. Describe una situación con estas cantidades que ejemplifique esa ordenación de números.

Agrupamiento: Estas actividades se enviarán para realizarlas en casa ya que son de reproducción y no necesitan ayuda extra para realizarlas.

Expectativas de aprendizaje propuestas:

- Identificar criterios para comparar cantidades relativas. Identificar los números enteros mediante su comparación respecto a 0.
- Representar y ordenar cantidades relativas. Ordenar números enteros.
- Identificar contextos reales donde intervengan números enteros.

Limitaciones de aprendizaje abordadas:

- Dificultades para distinguir cuando una cantidad es mayor o no que otra, singularmente entre cantidades negativas.

- Dificultades para comparar cantidades respecto a una referencia distinta de la cantidad 0, singularmente con cantidades negativas.

Competencias básicas tratadas: Competencia matemática, competencia social y ciudadana.

Contextos tratados: Públicos y educativos.

Oportunidades de aprendizaje: Las tareas presentadas en esta sesión permiten al alumno dotar de sentido negativo y positivo a hechos familiares y cotidianos.

SESIÓN 3: Opuesto de un número entero. Suma y resta de números enteros.

Conceptos trabajados: Opuesto, suma, resta, recta entera (tanto en horizontal como en vertical), situaciones donde aplicar estas operaciones.

En esta sesión el alumno trabajará de diferentes formas la noción de opuesto y realizará operaciones en un contexto real, interpretando y traduciendo el lenguaje usual al ámbito matemático, así como relacionará las operaciones con desplazamientos en la recta numérica.

Después de realizar las actividades propuestas y resolver las dudas que puedan surgir, se tratará un nuevo concepto: el de número opuesto a otro.

Se introducirá preguntándoles a los alumnos que entienden por opuesto y que identifiquen cualidades y acciones, ideas que expresen cosas que sean opuestas.

Observación: Entiendo que esta tarea puede ser productiva y no sólo para los estudiantes sino también para el profesor porque podrá valorar el conocimiento de sus escolares y adaptar su explicación a lo que ellos le vayan diciendo.

La propuesta que sugiero para ilustrar el concepto en cuestión es hacer una interpretación de opuesto como las fuerzas contrarias que se ejercen en un cuerpo y que hacen que este esté en reposo.

Una vez tratado sobre el opuesto se propone la siguiente tarea para trabajar este concepto.

Tarea 6:

- a) Escribe los opuestos de los siguientes números
2, 100, - 45, 0, -7505
- b) Si A es un número ¿Cuál sería su opuesto?
Ahora, si A es un número menor que cero ¿Cómo sería su opuesto?

Agrupamiento: Esta tarea se realizará por parejas para que discutan los posibles puntos de vista que puedan surgir. Después la clase pondrá en común sus resultados.

Se continúa con los contenidos previstos: suma y resta de números enteros. Se utilizará la recta numérica para ejemplificar estas operaciones con enteros, por ello considero que es importante en esta sesión trabajar con la recta entera. Se utilizará en la explicación haciendo ver que hacia la izquierda o abajo se interpreta como restar y hacia la derecha o arriba, como sumar.

Se realizarán ejemplos de la suma y resta de números enteros utilizando soportes tecnológicos. En el siguiente enlace se propone una actividad sobre este punto:

http://www.amolasmates.es/tanque/ascensor/ascensor_ep.html

●● Tecllea en cada uno de los recuadros el número de la planta a la que crees que llega (+1, +2, 0, -1, -2,...), luego comprueba si has acertado (fíjate en el ascensor).

REALIZA

- Estás en la planta +1 y subes 2 plantas.
- Estás en la planta -2 y subes 3 plantas.
- Estás en la planta -1 y bajas 1 planta.
- Estás en la planta +3 y bajas 4 plantas.
- Estás en la planta -3 y subes 5 plantas.
- Estás en la planta -2 y subes 6 plantas.

COMPRUEBO

COMPRUEBO

COMPRUEBO

COMPRUEBO

COMPRUEBO

COMPRUEBO

COMPRUEBO

ACIERTOS 0

FALLOS 0

ANTERIOR

BORRAR

números enteros positivos

+4

+3

+2

+1

0

+4+3

+2+1

0

-1-2-3

números enteros negativos

-1

-2

-3

números enteros negativos

-3

-2

-1

0

+1

+2

+3

+4

números enteros positivos

RECTA ENTERA

Figura 6. Imagen de un ejercicio que se puede utilizar en la sesión

Después de la explicación del profesor se realizarán las siguientes tareas.

Tarea 7:

a) Describir una situación que represente las distintas opciones de la suma/ resta de números enteros:

$$\begin{array}{cccc}
 (+a) + (+b) & (+a) + (-b) & (+a) - (+b) & (+a) - (-b) \\
 (-a) + (+b) & (-a) + (-b) & (-a) - (+b) & (-a) - (-b)
 \end{array}$$

b) Reconocer en las siguientes operaciones cuáles corresponden a números opuestos:

$$(+a) + (-a) \quad (-a) + (+a) \quad (-a) - (-a) \quad (+a) - (+a)$$

Enunciar situaciones que sean un ejemplo de estas operaciones.

Agrupamiento: Esta tarea puede mostrar mayor nivel de abstracción por parte de los alumnos, por lo que considero que lo más adecuado es realizar un actividad en grupos de 4 o 5 estudiantes. A continuación, discutir con toda la clase los resultados obtenidos

Tarea 8:

Si tengo 4 € y mi tía me da 3€. ¿Cuánto dinero tengo?

Si tengo 4€ y mi primo me pide 3€. ¿Cuánto dinero tengo?

Si tengo 4€ pero tengo que darle a mi hermano 5€. ¿Cuánto dinero tengo?

Tarea 9:

Describe los pasos que debes seguir para realizar la siguiente operación sobre la recta de números enteros: $12 - 4 - 10 + 7 - 8 + 3$

Agrupamiento: Estas actividades pueden ser realizadas individualmente en casa.

Tarea 10:

Bingo de enteros.

Esta tarea se realiza siguiendo las reglas del bingo. Se pueden hacer tres variantes: la primera, se hacen cartones con cifras enteras y la persona que saca las bolas nombra operaciones que los alumnos tienen que resolver y comprobar si está en su cartón; la segunda, en los cartones se escriben las operaciones y se van nombrando cifras, los alumnos tienen que comprobar si la cifra dicha corresponde al resultado de alguna operación de su cartón; por último, para un nivel más alto de cálculo, los cartones contienen operaciones y la persona que saca las bolas también nombra operaciones que no tienen por qué ser las mismas que aparecen en los cartones.

Observación: Esta tarea, más lúdica, ocuparía mucho tiempo por lo que se puede realizar en las últimas sesiones antes de la prueba de evaluación. He decidido ubicarla en esta sesión porque trata sobre el punto de operaciones.

Expectativas de aprendizaje propuestas:

- Representar y dar sentido al opuesto de un número entero.
- Sumar y restar cantidades relativas.

- Representar y dar sentido a la suma y resta de dos enteros. Operar aditivamente con enteros.

Limitaciones de aprendizaje abordadas:

- Dificultades en la interpretación de cantidades opuestas.
- Dificultades para representar posiciones o movimientos que se expresan mediante números enteros.
- Interpretación incorrecta de la notación de número opuesto.

Competencias básicas tratadas: Competencia matemática, competencia social y ciudadana.

Contextos tratados: Públicos, laborales y educativos.

SESIÓN 4: Representar puntos en los ejes coordenados y hallar las coordenadas de un punto a partir de su localización en el plano con coordenadas enteras.

Conceptos trabajados: ejes de coordenadas cartesianas, cuadrantes, puntos, componentes del punto (x, y) .

En esta sesión el alumno trabaja aplicaciones de los números enteros, en este caso las coordenadas en un plano. Es un empleo claro de los conceptos de esta unidad. Además se relaciona con otra rama de la matemática como es la geometría, un motivo más para hacer ver que esta materia conecta diferentes ámbitos dentro de la misma área.

Una vez corregidas las tareas pendientes de sesiones anteriores, se darán unas indicaciones de cómo representar puntos en los ejes cartesianos. Se presentan las coordenadas de un punto y se establece en el plano una relación de posición entre valores del eje vertical con el eje horizontal. Esto se puede realizar con ayuda del siguiente enlace:

http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/eltanquematematico/todo_mate/numenteros/coordenadas/coordenadas_p.html

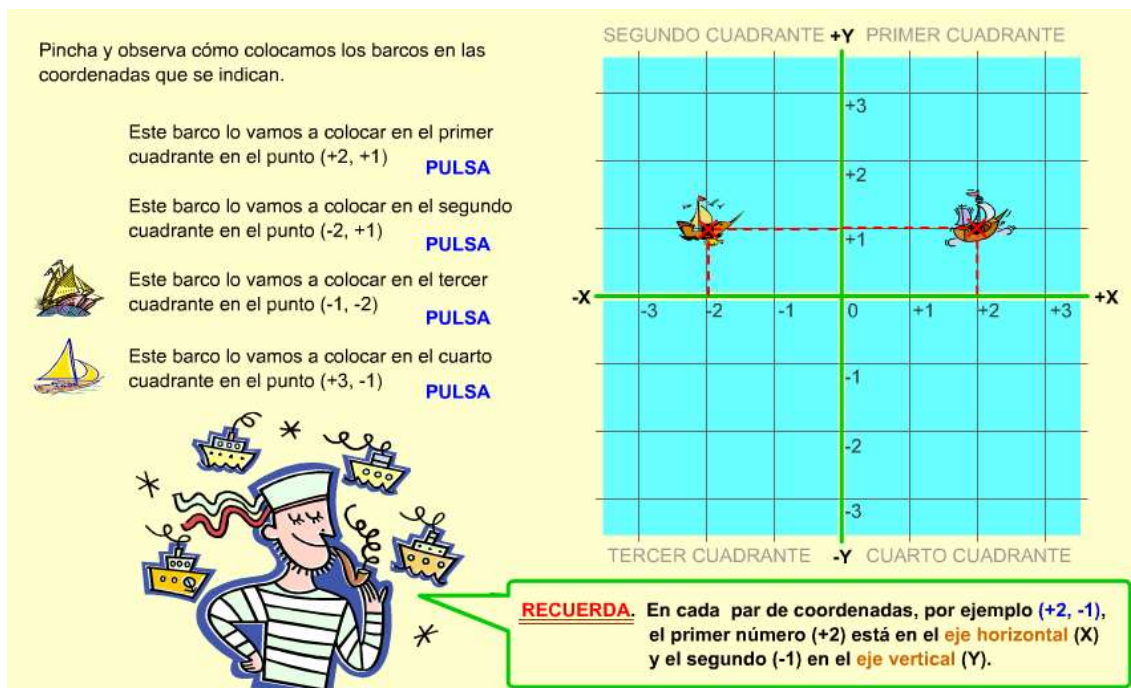


Figura 7. Imagen de un ejercicio que puede utilizar en la sesión

A continuación, se propondrán las siguientes tareas para realizar en la clase:

Tarea 11:

La tarea 11 corresponde a la ya descrita como *ejemplo tarea 3* en el análisis cognitivo, página 35.

Observaciones: En esta tarea, además de trabajar la representación de puntos en el plano, se introducen también herramientas que ayudan a interpretar mapas, como la rosa de los vientos.

Tarea 12:

Dibuja unos ejes de coordenadas y señala los puntos de coordenadas

$A(+3, +3)$, $B(+3, -3)$, $C(-3, -3)$, $D(-3, +3)$. ¿Qué figura se forma?

Observaciones: Se podrían hacer variantes de este ejercicio con diferentes figuras geométricas.

Agrupamiento: estas actividades se realizarán en clase individualmente. Después se ponen las respuestas en común y se discuten las posibles respuestas.

Expectativas de aprendizaje propuestas:

- Representar un punto en el plano de coordenadas enteras y darle sentido.
- Interpretar las coordenadas de un punto del plano en distintas situaciones.

Limitaciones de aprendizaje abordadas:

- Desconexión entre la representación simbólica y en la recta de números enteros.

Competencias básicas tratadas: Competencia social y ciudadana, competencia cultural y artística.

Contextos tratados: Públicos y personales.

SESIÓN 5: Inventar problemas con números relativos en contextos reales.

En esta sesión los alumnos deberán unir todo lo aprendido en la unidad e intentar construir problemas donde intervengan números enteros.

La tarea inicial propuesta es la siguiente.

Tarea 12:

Describe tres situaciones de tu vida diaria donde utilices números enteros, tanto positivos como negativos. Inventa un problema para que lo resuelva tu compañero.

Agrupamiento: La tarea se realiza individualmente. Los problemas inventados se intercambian para que sean resueltos por otro compañero. A continuación, se comentan las dificultades que hayan tenido los alumnos y se resolverán en la pizarra.

Observación: Como se puede apreciar este punto de la unidad no necesita de explicación previa, se deja al alumno actuar con libertad y que tenga solo la ayuda de su imaginación.

Una vez realizada la tarea anterior se dedicará el resto de la sesión a los trabajos realizados por los alumnos:

Tarea 13:

Exposición del trabajo-mural

Observaciones: Se expondrán los trabajos realizados por los alumnos. Los estudiantes deben presentar a sus compañeros su trabajo-mural comentando que han querido representar y por qué.

Expectativas de aprendizaje propuestas:

- Enunciar y resolver problemas en contextos reales de estructura aditiva con números relativos.

Limitaciones de aprendizaje abordadas:

- Dificultades para enunciar problemas relacionados con números enteros.
- Interpretación errónea de contextos reales donde intervienen números relativos.

Competencias básicas tratadas: Competencia en comunicación lingüística, competencia matemática, competencia para aprender a aprender, autonomía e iniciativa personal.

Contextos tratados: Depende de los utilizados por los alumnos en la invención de problemas y en los trabajos expuestos.

SESIÓN 6: Resolución de problemas con números relativos en contextos reales.

Esta última sesión antes de la prueba de evaluación se dedicará al completo a resolver problemas de tipo aditivo con números enteros.

Dentro de este tipo de problemas se pueden clasificar diferentes modalidades (Bruno, 1997):

Estados, expresan la medida de una cantidad de una cierta magnitud asociada a un sujeto en un instante (“debo 2”);

Variaciones, expresan el cambio de un estado con el paso del tiempo, aunque puede ocurrir que no se explicita el intervalo temporal (“perdí 2”);

Comparaciones, expresan la diferencia entre dos estados (“tengo 2 menos que tú”).

A continuación, se proponen tareas que abarcan esta clasificación dada:

Tarea 14:

Juan tiene 8 pesetas y debe 11 pesetas. ¿Cuál es su situación económica?

Observación: La estructura de este problema sería estado 1 + estado 2 = estado total

Tarea 15:

Un ascensor estaba en la quinta planta y bajó seis plantas. ¿Cuál era la posición del del ascensor después de este movimiento?

Observación: La estructura de este problema sería estado inicial + variación = estado final.

Tarea 16:

Un coche está en el kilómetro 6 a la izquierda del cero y una moto está 11 kilómetros a la derecha del coche. ¿Cuál es la posición de la moto?

Observación: La estructura de este problema sería estado 1 + comparación = estado 2.

Agrupamiento: Estas tareas serían inicialmente realizadas por los alumnos de forma individual. Una vez terminadas se pedirían voluntarios para explicar la resolución en la pizarra.

Considero que una vez dado los contenidos, los alumnos deberían tener la suficiente autonomía para realizar estos problemas por sí solos, sin ayuda de explicación previa. No obstante, si ningún alumno lograra resolver dichas tareas el profesor explicaría como realizarlas.

Por último se resolverán dudas que les queden a los alumnos antes de la prueba de la unidad.

Este enlace puede servir de repaso sobre los contenidos dados en el tema.

<https://luisamariaarias.wordpress.com/matematicas/tema-3-numeros-enteros/>

Expectativas de aprendizaje propuestas:

- Identificar contextos reales donde intervengan números relativos y su ordenación y operaciones aditivas entre ellos.
- Enunciar y resolver problemas en contextos reales de estructura aditiva con números relativos.

Limitaciones de aprendizaje abordadas:

- Dificultades para interpretar problemas en diferentes situaciones reales.

Competencias básicas tratadas: Competencia matemática, las competencias que se abarquen los problemas que se realicen.

Contextos tratados: Contextos que abarquen los problemas propuestos.

SESIÓN 7: Evaluación de la unidad

En esta sesión se realizará una prueba para evaluar si los alumnos son capaces de manejar los contenidos dados dentro de esta unidad.

Este es el examen diseñado para evaluar los conocimientos de los alumnos. Cada ejercicio tiene una puntuación de 2'5.

Ejercicio 1:

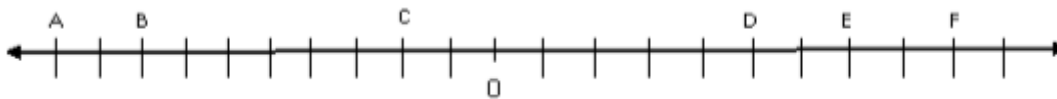
Traduce al lenguaje natural o representa con números enteros, dependiendo del caso, las siguientes expresiones:

Año -300	Deber 5 €
- 200 €	7° C bajo cero
+32°C	Ganar 100 €
-5m nivel del mar	Quinientos años AC
-3h	Cinco pasos a la derecha
Camina -5m y después +8m	Bajar tres metros

Ejercicio 2:

Orientándose por la siguiente figura.

- a) Determina los números enteros que correspondan a las posiciones A, B, C, D y F.



A: B: C: D: E: F:

- b) ¿Qué números corresponderían a $-A$, $-B$, $-E$?
- c) Calcula el número que corresponda a la posición final dadas las siguientes situaciones:

6 unidades a la izquierda de F:

4 unidades a la derecha de E:

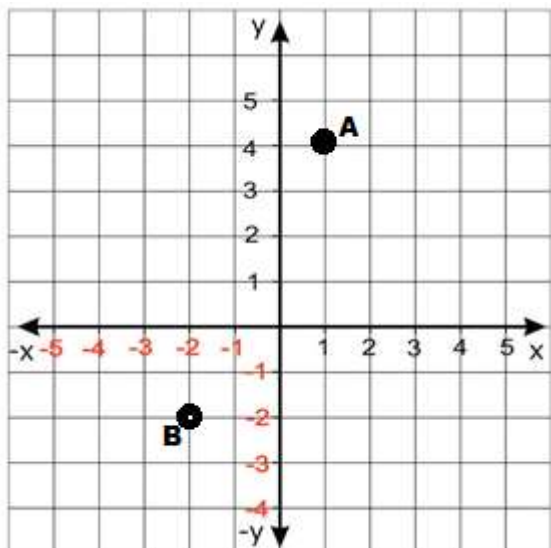
16 unidades a la izquierda de D:

22 unidades a la derecha de A:

7 unidades a la izquierda de B:

Ejercicio 3:

Observa el plano. Los puntos A y B representan dos panaderías.



a) Determina las coordenadas de las panaderías.

b) Luis vive en el segundo cuadrante de este plano cartesiano, y la panadería más próxima a su casa es A. Da las coordenadas de tres puntos en los que puede estar la casa de Luis.

Ejercicio 4:

Resuelve los siguientes problemas:

a) María y su abuelo tienen la siguiente conversación:

María: He ido de compras esta tarde y ahora tengo 5€ menos que esta mañana.

Abuelo: Pero a la hora de comer, antes de que salieras de compras, te di 3€.

¿Cuánto dinero gasto María en las compras?

b) Una persona nació en el año 15 antes de yo pero murió 7 años antes de mi nacimiento.

¿Cuántos años vivió?

c) La temperatura en Londres es de 5 grados sobre cero y en Moscú de 8 grados bajo cero. ¿Qué debe ocurrir con la temperatura en Londres para que sea igual a la de Moscú?

5.4. Evaluación de aprendizajes de la Unidad Didáctica

Además de tener como objetivo la enseñanza y el aprendizaje, otra de las características de una unidad didáctica es su posibilidad de readaptarse y mejorarse curso tras curso. Para ello es necesario realizar una evaluación en la que se contrasten los objetivos planteados, tanto para el alumno como para el propio sistema, y los resultados obtenidos. De esta manera se pretende analizar si ha habido problemas de planteamiento, puesta en práctica de actividades, falta de motivación... para tratar de anticiparse a los errores y dificultades que probablemente puedan tener al año siguiente los nuevos estudiantes. Es decir, la propia implementación de una unidad didáctica es una herramienta útil para la mejora de la enseñanza de un contenido concreto.

Los datos que nos pueden permitir hacer esta evaluación son los obtenidos a lo largo la implementación de la unidad, por lo que se necesitan diferentes instrumentos para la dicha recogida de datos, que también servirán para evaluar el conocimiento adquirido por el alumno.

En nuestro caso, al no poder implementar este trabajo, no se ha podido evaluar el diseño de la unidad, por lo que nuestra propuesta se basa en nuestro conocimiento, en datos recogidos de otras investigaciones y artículos encontrados sobre el tema de Números Enteros.

Análisis de las tareas escogidas para la prueba final

Dentro de la evaluación del alumno, se le da un peso importante a la prueba escrita. En esta prueba el alumno es donde tiene que demostrar que domina los contenidos, por lo que es muy importante la selección de las tareas de dicha prueba.

Estos ejercicios deben de abarcar los diferentes contenidos dados en la unidad, así como los objetivos pretendidos o utilizar diferentes niveles de dificultad.

A continuación se presenta un breve análisis de cada una de las actividades de la prueba final que puede encontrarse en el desarrollo de la sesión 7.

Tabla 14

Análisis de las tareas de la prueba final

	Objetivos pretendidos	Criterios que evalúa ⁴	Complejidad
Ejercicio 1	5, 9, 10	F	Conexión
Ejercicio 2	1, 2, 3, 4, 5, 6	A, C	Reproducción
Ejercicio 3	7, 8	D, E	Conexión
Ejercicio 4	5, 9, 10	B	Conexión

Una vez finalizadas las sesiones de la Unidad Didáctica, se evaluará el conocimiento adquirido por los alumnos con respecto a Números Enteros, siguiendo estas pautas:

Criterios de evaluación:

Tomando como referencia los criterios dados por la ORDEN ECI/2220/2007, descritos en el punto 1.1. de este trabajo, se han redactado unos criterios concretos para la evaluación de esta Unidad Didáctica.

- A. Representa correctamente en la recta numérica los números positivos y negativos.
- B. Resuelve problemas para los que se precisa la utilización de suma y resta de números enteros y valorando si el resultado es adecuado con las condiciones del problema.
- C. Realiza una correcta interpretación del opuesto de un número.
- D. Representa puntos en el plano.
- E. Interpreta correctamente las coordenadas de un punto situado en el plano.
- F. Reconoce y utiliza contextos reales donde están presentes los números enteros.

⁴ Los criterios están descritos a continuación

Instrumentos de evaluación:

Para poder obtener información sobre estos criterios de evaluación utilizaremos los siguientes criterios e instrumentos:

- Anotación de las actuaciones que vaya teniendo el alumno tales como: participación en clase, ya sea trabajando con los compañeros y/o con preguntas o dudas.
- Trabajos aportados por el alumno, como:
 - Pruebas escrita.
 - Trabajo-mural.
 - Cuaderno de trabajo: se observará que esté completo, con buena presentación.
 - Trabajo realizado en casa.
- Comportamiento: se valorará positivamente la buena actitud ante las sesiones y el interés hacia los contenidos, así como la ayuda a la buena marcha de la clase.

Ponderación de los instrumentos de evaluación:

- Comportamiento y participación (5%)
- Cuaderno de trabajo y tareas para casa (10%)
- Trabajo-mural (10%)
- Prueba escrita (75%)

CAPITULO 6

ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

“La Educación secundaria obligatoria se organiza de acuerdo con los principios de educación común y de atención a la diversidad del alumnado.” (Real Decreto 1631/2006 de 29 de diciembre).

Del artículo 12 de este mismo RD, Atención a la Diversidad, destacamos:

“Las administraciones educativas, con el fin de facilitar la accesibilidad al currículo al alumnado con necesidades educativas especiales que las precisen, realizarán adaptaciones buscando el máximo desarrollo posible de las competencias básicas; la evaluación y la promoción tomarán como referente los criterios de evaluación fijados en dichas adaptaciones.”

Pero la atención a la diversidad no se centra solo en aquellos alumnos que les cuesta llegar a los competencias fijadas, sino que también incluyen a los alumnos con altas capacidades intelectuales, y que en ocasiones pueden estar tan cerca del fracaso escolar como los anteriores si no enfocamos su aprendizaje de forma correcta, también el artículo 12 recoge este caso:

“La escolarización del alumnado con altas capacidades intelectuales, identificado como tal por el personal con la debida cualificación y en los términos que determinen las administraciones educativas, se flexibilizará, en los términos que determina la normativa vigente, de forma que pueda anticiparse su incorporación a la etapa o reducirse la duración de la misma, cuando se prevea que es lo más adecuado para el desarrollo de su equilibrio personal y su socialización.”

En el desarrollo de esta Unidad Didáctica se han propuesto diferentes tareas que tratan de atender estos tipos de aprendizaje de los alumnos. A pesar de esto, se dispondrá de:

- **Relación de tareas de refuerzo**, para aquellos alumnos con dificultades de aprendizaje puedan superar la evaluación.
- **Relación de tareas de ampliación**, para aquellos alumnos cuyo ritmo de aprendizaje les permite profundizar en los contenidos y ampliar sus conocimientos sobre la Unidad Didáctica.

A continuación se proponen ejemplos de este tipo de tareas:

Tarea de refuerzo:

Ordena el siguiente grupo de números de mayor a menor

-7, 11, -9, 15, 0, -1, 2: _____

19, -13, 2, 0, 55, 40, -60: _____

Ordenar los siguientes números de menor a mayor

-17, 23, 1, 4, -1, 0, -8: _____

-80, 6, -3, 20, 0, -11, -25: _____

Tarea de ampliación:

Dibuja en los ejes de coordenadas los puntos A(2,2) y B(-6,2).

Los puntos A y B son los vértices de un cuadrado. Dibuja ese cuadrado y escribe las coordenadas de los demás vértices.

¿Cuántas soluciones diferentes puedes encontrar?

REFERENCIAS

- Bruno, A. y Martín, A. (1997). Procedimientos de resolución de problemas aditivos con números negativos. *Enseñanza de las ciencias*, 15 (2), (pp. 249-258).
- Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En Rico, L. (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 95-124). Barcelona, España: Horsori.
- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada
- González Marí, J. L. (1998). *Números naturales relativos*. Granada, España: Editorial Comares.
- Iriarte, M., Jimeno, M. y Vargas-Machuca, I. (1991). Obstáculos en el aprendizaje de los números enteros. *Suma*, 7, (pp. 13-18).
- Maz, A. y Rico, L. (2009). Números negativos en los siglos XVIII y XIX: fenomenología y representaciones. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(1).
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J.L. y Gómez P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los Números Naturales. *Suma*, 58, (pp. 7-23).
- Vargas-Machuca, I., Jimeno, M. e Iriarte, M. (1990). *Números enteros*. Madrid, España: Síntesis.
- Vílchez, M., (2014). *Significados puestos de manifiesto por estudiantes de E.S.O. respecto al concepto de número entero. Estudio exploratorio*. Memoria final del Máster en Didáctica de la Matemática. Granada, España: Universidad de Granada.