

UNIVERSIDAD DE GRANADA

Escuela de Posgrado



Máster en Profesorado de Educación Secundaria
Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional
y Enseñanza de Idiomas

Curso Académico 2015 - 2016

***INTERPRETACIÓN DE RELACIONES
ESPACIO-TIEMPO POR ALUMNOS DE
PRIMERO DE BACHILLERATO***

Trabajo Fin de Máster presentado por

Laura María Estrella Luque

UNIVERSIDAD DE GRANADA

Escuela de Posgrado

Máster en Profesorado de Educación Secundaria
Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional
y Enseñanza de Idiomas

Curso Académico 2015 - 2016

***INTERPRETACIÓN DE RELACIONES
ESPACIO-TIEMPO POR ALUMNOS DE
PRIMERO DE BACHILLERATO***

Trabajo Fin de Máster presentado por

Laura María Estrella Luque

Tutor: Juan Francisco Ruiz Hidalgo
Departamento: Didáctica de la Matemática



Universidad de Granada

CURSO 2015/2016

Trabajo Fin de Máster realizado bajo la tutela del doctor D. Juan Francisco Ruiz Hidalgo del departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada que presenta Laura María Estrella Luque, dentro del Máster Universitario de Formación de Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas.

Fdo.: Laura María Estrella Luque

Vº Bº del tutor

Fdo.: D. Juan Francisco Ruiz Hidalgo

Índice

1. Introducción	1
2. Antecedentes y marco teórico	3
3. Metodología	9
3.1. Características del alumnado	9
3.2. Cuestionario	9
3.3. Aplicación del instrumento	12
3.4. Análisis de los resultados	12
4. Resultados	15
4.1. Tarea de interpretación	15
4.2. Tarea de construcción	18
4.3. Tarea de interpretación y construcción	23
5. Conclusión	27
Bibliografía	30

Capítulo 1

Introducción

En nuestro día a día nos encontramos ante situaciones en las que tenemos que saber qué nos quiere decir un gráfico. Mucha de la información dada en los medios de comunicación y en los periódicos viene dada en forma de gráfico. Por este motivo, el estudio de las representaciones gráficas y su construcción tienen gran relevancia en los institutos.

En el siguiente trabajo se presenta una investigación educativa realizada en el contexto de las prácticas del máster de Educación en un Instituto de la provincia de Granada. Dicho trabajo se adecúa a la tipología de Trabajo Fin de Máster establecido en las Directrices Generales sobre el Trabajo de Fin de Máster, en concreto, se trata de un Trabajo de investigación derivado de la experiencia desarrollada por el estudiante durante las Prácticas externas. En todo momento nos hemos basado en el artículo de Cuesta Borges, Escalante Vega y Ruiz Hidalgo (2016) para su realización.

En primer lugar se preparan tres cuestiones sobre funciones que se centran principalmente en la interpretación y la representación de gráficas. Estas cuestiones son una réplica de las utilizadas en el artículo nombrado anteriormente. El objetivo principal es determinar los significados que los alumnos asignan a los conceptos que aparecen en las actividades propuestas, así como su capacidad para relacionarlos, interpretarlos y representarlos gráficamente en situaciones contextualizadas. En concreto, nos centramos en los conceptos de velocidad, espacio y tiempo.

Como hemos mencionado, nuestro estudio se centra en el tema de funciones y gráficas, especialmente en su interpretación y construcción. Por este motivo, los objetivos van a estar relacionados con el tipo de actividades propuestas en el cuestionario que aplicaremos a los alumnos. A partir del cuestionario pretendemos determinar la capacidad de los alumnos ante el tipo de problemas propuestos, y que estos utilicen un razonamiento claro y consecuente con lo que se pide, siempre justificando la respuesta.

La elección de las preguntas que componen el cuestionario no ha sido de forma arbitraria, sino que su interés surge tras leer el artículo de Cuesta

Borges, Escalante Vega y Ruiz Hidalgo (2016). Se nos ocurre realizar la misma prueba, una réplica al cuestionario que ellos aplican, aunque con menos preguntas, a los alumnos de primero de bachillerato, de forma que al final del trabajo podamos comparar nuestros resultados con los obtenidos por estos autores.

Una vez conocido el porqué de la elección de las preguntas que componen el cuestionario, presentamos la herramienta que vamos a utilizar, el cuestionario, que aparece en el apartado de Metodología. En él incluiremos las preguntas de que consta el cuestionario, el tipo de actividades que son y las habilidades que queremos observar ante estas preguntas. También describimos las características del alumnado al que va destinado, y cómo se ha llevado a cabo dicho cuestionario en el aula.

A continuación, mediante la técnica de análisis de contenido, se analizarán los resultados de los alumnos, para lo cual se tendrán en cuenta estudios anteriores en los que se haya tratado el tema, y que presentamos en el apartado Antecedentes y marco teórico.

Hemos podido relacionar las confusiones que han presentado los alumnos con confusiones que aparecen en la literatura previa, y recogidas en la bibliografía, como son confusión tipo pendiente-altura, confusión gráfico-dibujo y confusión punto-intervalo (Janvier, 1987). Se ha podido comprobar que muchas de las dificultades que presentan son debidas a la relación que establecen entre el concepto que tienen sobre el tema y su relación con el contexto en que tiene lugar la situación problema.

Por último, extraeremos las conclusiones más destacadas que hemos observado en el trabajo, y compararemos como hemos dicho antes con otros trabajos.

Capítulo 2

Antecedentes y marco teórico

En este apartado, proporcionamos los pilares teóricos en que hemos fundamentado el trabajo, así como estudios previos que hacen referencia a las dificultades y errores que los estudiantes manifiestan sobre el concepto de función, su interpretación y sus representaciones.

Currículo

Debido a que este trabajo se centra en estudiantes de primero de Bachillerato de ciencias de la salud, en el tema de funciones, concretamente, en la construcción e interpretación de gráficas, es importante enmarcarlo dentro del currículo de primero de Bachillerato.

Atendiendo al Real Decreto 1105/2014 por el que se establecen los contenidos mínimos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables, los alumnos de estas edades, deberán ser capaces de:

- Reconocer analítica y gráficamente las funciones reales de variable real elementales.
- Seleccionar de manera adecuada y razonada ejes, unidades, dominio y escalas, y reconocer e identificar los errores de interpretación derivados de una mala elección.
- Interpretar las propiedades globales y locales de las funciones.
- Extraer e identificar informaciones derivadas del estudio y análisis de funciones en contextos reales.

Representación

El término representación es complejo en el ámbito escolar, por sus diversos significados y la gran variedad de contextos en que puede ser utilizado,

formando parte fundamental de los procesos de aprendizaje y comprensión de las matemáticas. De acuerdo con Castro y Castro (1997), las representaciones constituyen el conjunto de “notaciones simbólicas o gráficas, mediante las que se expresan conceptos y procedimientos matemáticos, así como sus características y propiedades más relevantes” (p.96), que se clasifican en registros de representación semiótica (Duval, 1999).

Una de las preocupaciones en investigación en Didáctica de la Matemática se centra en averiguar cómo se produce el conocimiento de los alumnos. Una vez se establece lo que se entiende por conocimiento, éste estará vinculado a las representaciones de los conceptos, ideas o relaciones. De ahí la importancia que las representaciones tienen en la investigación en Educación Matemática (Blázquez y Ortega, 2001).

“Castro y Castro (1997) hacen una revisión bibliográfica sobre la noción de representación y muestran cómo para pensar y razonar sobre ideas matemáticas es necesario hacer representaciones internas de las mismas (para que así la mente pueda operar sobre ellas), mientras que para comunicar estas ideas se necesitan representaciones externas de las mismas por medio de signos. Según Duval (1993) las primeras se desarrollan al interiorizar las segundas y la diversificación de representaciones del mismo objeto o concepto aumenta la capacidad cognitiva de los sujetos sobre ese objeto o concepto, y en este sentido, para Castro y Castro (1997, 103), dominar un concepto matemático consiste en conocer sus principales representaciones y el significado de cada una de ellas, así como operar con las reglas internas de cada sistema y en convertir o traducir unas representaciones en otras, detectando qué sistema es más ventajoso para trabajar con determinadas propiedades.”(citado por Blázquez y Ortega, 2001, p.2)

En este sentido, un objeto especial de análisis ha sido la instrucción sobre el concepto de función, en cuyo proceso de aprendizaje los alumnos se pueden encontrar con varias representaciones (gráficas, expresiones, algebraicas, tablas, diagramas de flechas, etc).

Tipos de tareas de representación de funciones y errores

En lo referente al estudio de funciones y su representación gráfica, existen dos tipos de tareas que los relacionan: las de interpretación y las de construcción.

Las tareas de interpretación hacen referencia a las habilidades de los estudiantes para leer una gráfica tanto local como globalmente, y darle sentido o significado (Leinhardt, Zaslavsky y Stein, 1990).

A diferencia de la interpretación, en la construcción el alumno genera algo nuevo, construyendo una gráfica o trazando puntos a partir de datos con una regla funcional o a partir de una tabla.

La interpretación de gráficas requiere de procesos de visualización, algo que tal y como mostraron Eysemberg y Dreyfus (1991) utilizan poco los estudiantes, que prefieren trabajar siguiendo un pensamiento algorítmico.

En general, las actividades de interpretación están relacionadas con la representación de situaciones (Janvier, 1980, 1981a, 1981b; Preece, 1983a). Por ejemplo, dada una situación representada por un gráfico se puede hacer preguntas de carácter local, que centran su atención en los puntos, y de carácter global, centrándose en la detección de tendencias. Entre las características globales que se pueden interpretar de una función están la forma del gráfico, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, o intervalos de crecimiento o decrecimiento estricto.

Por su parte, la construcción también puede ser local, como por ejemplo, dibujar un número de puntos (Kerslake, 1981; Wavering, 1985), o global, completar un gráfico dado un número determinado de puntos (Karplus, 1979; Markovits, Eylon y Bruckheimer, 1986).

La interpretación y la construcción comparten una serie de características. En ambos casos, dichas acciones pueden darse en forma gráfica, algebraica, mediante pares ordenados, o describiendo sus relaciones de forma verbal.

Errores

Janvier (1987) sostiene que los errores que aparecen en la construcción e interpretación de funciones se deben a confusiones visuales, entre las que considera: confusión del tipo pendiente-altura, confusión gráfico-dibujo y confusión punto-intervalo. Para Janvier, las confusiones también pueden deberse a experiencias personales (personal distractors), que pueden aparecer de manera simultánea con las confusiones visuales, dificultando así los intentos de los estudiantes para encontrar significado a las gráficas, en concreto, a su interpretación y construcción.

En contraste, en Leinhardt, Zaslavsky y Stein (1990), se distinguen cuatro tipos de errores, entre ellos: confusión intervalo-punto, confusión pendiente-altura, la interpretación de una gráfica como un dibujo literal de una situación y la contemplación de una gráfica como construida a partir de un punto o un conjunto de puntos. Este último error puede tener su origen en que normalmente se le pide a los alumnos que construyan una gráfica a partir de una tabla de valores y luego se le hace preguntas que pueden responder fijándose simplemente en la tabla.

En este último artículo, se discuten las cuatro confusiones citadas anteriormente, y se proponen ejemplos en los que aparecen. Podemos citar algunas de las actividades que discuten.

Para la confusión intervalo-punto, uno de los ejercicios propuestos era la interpretación de un gráfico que representaba los cambios en una población de dos microbios en relación con su período de alimentación, de forma que cuando se preguntaba a los alumnos cuándo una población era mejor que la otra, respondían con el máximo de un intervalo y no con el intervalo de tiempo durante el cual esa población era mejor (Bell y Janvier, 1981).

En este caso, se llega a que los estudiantes tienden a focalizar su atención en un sólo punto, aunque un intervalo de puntos sea más conveniente, muchas veces debido a la ambigüedad de las preguntas que se hacen (Preece, 1983b; Bell y Janvier, 1981).

También encontramos ejemplos en los que se ha detectado la confusión pendiente-altura, tratada por autores como Bell y Janvier (1981); Janvier (1978); McDermott, Rosenquist y vanZee (1987); Preece (1983b). Esta confusión se pudo observar en ejemplos como dada la gráfica en que aparecen dos rectas que representan el espacio recorrido frente al tiempo de dos coches A y B, decir si en un instante de tiempo determinado, la velocidad del coche A es mayor, menor o igual a la del coche B (McDermott, Rosenquist y van Zee, 1987).

Otro ejemplo interesante que tratan en este artículo fue mostrar los gráficos siguientes

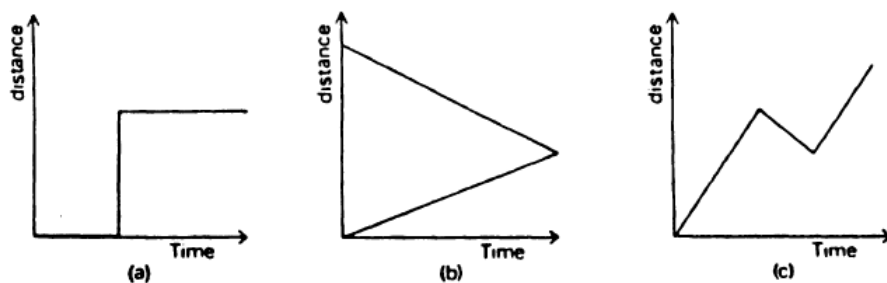


FIGURE 11. *Graph interpretation task*

Note. From Kerslake, 1981, p. 128; reprinted by permission.

Figura 2.0.1: Tarea de interpretación de gráficos (Leinhardt et al., 1990, p. 11)

que representan gráficos de viajes, de forma que los estudiantes los interpretaron como caminos reales de viajes (Kerslake, 1981).

Velocidad

Clement (1989) identifica que en gráficos de velocidad-tiempo los estudiantes confunden máximo valor de la ordenada con la pendiente. Por otro lado, McDermott, Rosenquist y van Zee (1987) observa que confunden el

concepto físico de velocidad con distancia cuando las cuestiones no incluyen un gráfico.

Para identificar la confusión gráfico-dibujo, una de las actividades es mostrar tres gráficos que pueden representar viajes, donde se aprecia que los alumnos razonan de forma errónea al intentar seguir la gráfica de la función como si fuera un camino.

Clement (1989) propone un modelo sobre estructuras que se usan para comprender y generar gráficos, en el que incorpora las conexiones con el contexto auténtico y la idea de variación. En este artículo también encontramos dos confusiones, a saber: confusión pendiente-altura y tratamiento de un gráfico como un dibujo. Estas confusiones aparecen en actividades del tipo: dada una gráfica espacio-tiempo, en $t=2$, ¿ es la velocidad del objeto A mayor, menor o igual a la velocidad del objeto B? (McDermott, Rosenquist, Popp y van Zee, 1983); dibuja la gráfica velocidad tiempo para una bicicleta que baja por una colina.

Dolores, Alarcón y Albarrán (2002) llevan a cabo una investigación en la que se plantean actividades de análisis de funciones de coordenadas distancia-tiempo, en las que detectan las concepciones siguientes: asociación entre la mayor velocidad media con la representación gráfica de la ordenada de mayor altura, o con el intervalo al que le corresponden las ordenadas de mayor altura; asociación de la gráfica cartesiana que se asemeja a la trayectoria para el caso de la caída libre de los cuerpos con la trayectoria misma; la no aceptación de que una gráfica de coordenadas distancia-tiempo y otra de coordenadas velocidad-tiempo puedan representar al mismo movimiento. En dicho análisis se notó poca capacidad del alumnado en la visualización y análisis de gráficas e inclinación a realizar operaciones. Tal y como describen otros autores, Dolores (2004) identificó en otro de sus trabajos sobre lectura e interpretación de gráficas, la asociación de intervalos con puntos de la gráfica.

Ortega y Pecharroman (2014), expusieron algunos errores que manifiestan los alumnos cuando trabajan con funciones a través de sus gráficas, e hicieron una clasificación de los mismos en función de que los alumnos van adquiriendo los conceptos mediante tres estadios (semiótico, estructural y autónomo). Para la realización de este trabajo, se tuvo en cuenta una valoración del conocimiento previo de los alumnos y el aprendizaje de nuevos contenidos.

Cuesta Borges, Escalante Vega y Ruiz Hidalgo (2016) realizaron un estudio a los estudiantes de primero de la Licenciatura de Economía, en el que propusieron tareas de interpretación y construcción de gráficos funcionales con el fin de conocer qué relación establecían entre los conceptos de velocidad, distancia y tiempo. Gracias al cuestionario y las entrevistas individuales que realizaron, detectaron confusiones y errores a la hora de interpretar o construir un gráfico de una situación contextualizada. Descubrieron que cuando estos alumnos entran a la Universidad presentan limitaciones en

este ámbito de las matemáticas, pues aunque conocen la relación algebraica entre las variables, siguen cometiendo errores al afrontar problemas de interpretación y construcción de gráficas.

Capítulo 3

Metodología

Este trabajo se ha llevado a cabo mediante un cuestionario utilizado para detectar concepciones que presentan los alumnos ante actividades de interpretación y construcción de gráficos.

3.1. Características del alumnado

Esta investigación se ha llevado a cabo en el contexto de las prácticas del máster de secundaria en un I.E.S. de Granada, para alumnos de primer curso de bachillerato de la modalidad de ciencias de la salud.

El grupo al que hemos pasado el cuestionario consta de veintisiete alumnos, de los cuales solo lo realizaron veinticinco. Tenemos que destacar que se considera una clase muy buena, con un comportamiento inmejorable, que por lo general presenta bastante interés por la asignatura de matemáticas, y el nivel es medio-alto.

No encontramos alumnos que cursen este nivel educativo por segunda vez, ni con intención de abandonar el curso.

3.2. Cuestionario

En este apartado presentamos las cuestiones de que consta el cuestionario, herramienta fundamental de esta investigación. El formato original del mismo se encuentra en el anexo que adjuntamos posteriormente. Explicaremos la finalidad de cada una de las preguntas que aparecen y cómo analizarlas.

El cuestionario está basado en el utilizado por Cuesta Borges, Escalante Vega y Ruiz Hidalgo (2016). Se compone de tres preguntas que representan situaciones contextualizadas, dadas principalmente de forma gráfica o mediante la descripción de la situación. Todas ellas se centran en la relación espacio recorrido y tiempo empleado en recorrerlo, y velocidad y tiempo, de

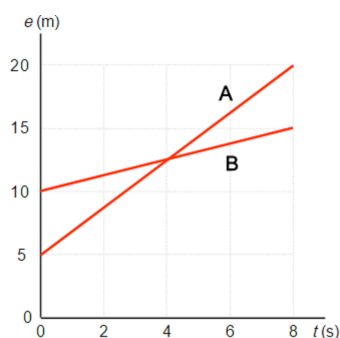
forma que para su resolución los alumnos necesitan identificar características que no son apreciables de forma inmediata en los gráficos o el enunciado.

Describamos cada una de las actividades de que se compone por separado.

Actividad 1.

La figura muestra las gráficas “distancia contra tiempo” del movimiento de dos coches, denotados A y B, respectivamente. Se pide responder a las siguientes preguntas:

- ¿En el instante de tiempo $t=2$, la velocidad del coche A es menor, igual o mayor que la velocidad del coche B? Justifica tu respuesta.
- ¿En el instante de tiempo $t=4$, la velocidad del coche A es menor, igual, o mayor que la del coche B? Justifica tu respuesta.



Nota. $e(m)$ denota la distancia en metros y $t(s)$ el tiempo en segundos.

Este primer problema nos permite apreciar la capacidad de los alumnos para interpretar una situación dada por un gráfico, atendiendo a la forma del mismo y a las variables que intervienen.

Para dar solución a dicha actividad se requiere cierta capacidad para:

- Extraer información de unos datos representados gráficamente.
- Interpretar un gráfico en que aparecen de forma simultánea dos variables.
- Capacidad de obtener nuevas características que no se ven de forma inmediata a partir del gráfico, es decir, la capacidad de interpretar las variables de un gráfico, que aparecen de forma explícita o implícita.
- Interpretar la velocidad como la pendiente de la recta.
- Conocer la relación existente entre los conceptos de velocidad, espacio y tiempo.

Actividad 2.

Un ciclista sale de casa a dar un paseo, desde las 8 de la mañana a las 12 del mediodía. Durante la primera hora lleva una velocidad constante de 30 km/h y luego descansa una hora. Después del descanso, regresa a una velocidad de 15 km/h.

- c) Realiza una tabla de valores donde se represente el tiempo (horas) y la distancia a la que se encuentra de la casa.
- d) Realiza una gráfica donde se represente esta situación. Justifica la respuesta con tus palabras.

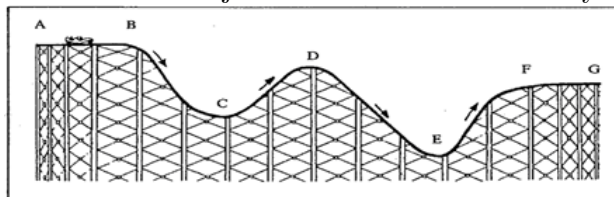
Esta segunda actividad parte de un enunciado verbal de una situación, a partir del cual hay que responder a algunas cuestiones de tipo interpretativo y constructivo, y finalmente representar dicha situación de forma gráfica. De este modo, el alumno ha de traducir al lenguaje gráfico el enunciado que se expone.

Para dar solución a dicha tarea se requiere ser capaz de:

- Organizar y tratar datos en una tabla.
- Traducir una situación del contexto auténtico a una representación gráfica.
- Conocer la relación del concepto de distancia con el de velocidad y tiempo.

Actividad 3.

La figura muestra el recorrido en una montaña rusa. La pista, por donde viajan los coches, está señalada con diferentes puntos: A, B, C, D, E, F y G. Se sabe que entre los puntos A y B los coches viajan a una velocidad lenta y constante.



- e) ¿Cómo varía la velocidad del coche durante el recorrido que va desde el punto A hasta el punto G? Explica el recorrido que sigue el coche y justifica cada cambio de velocidad.
- f) Describe tu respuesta anterior mediante una gráfica. ¿Qué representación gráfica utilizas? ¿Por qué utilizas esa y no otra?

Esta tercera actividad se trata de una tarea de construcción predicción, pues es el propio alumno el que, a partir de un enunciado verbal, tiene que decidir las variables que participan a la hora de representar gráficamente la situación dada en el enunciado, interpretándola desde un punto de vista matemático, y argumentar el por qué de elegir un tipo de representación gráfica y no otra.

Para dar solución a esta cuestión se requiere ser capaz de:

- Afrontar ejercicios sin datos numéricos, estimando el comportamiento de las variables.
- Esbozar gráficas sin tablas de datos.
- Verbalizar el razonamiento matemático que ha de seguir.
- Interpretar la variación de la velocidad en las distintas partes del recorrido y plasmar estas variaciones gráficamente.

Todas estas capacidades y habilidades que acabamos de exponer, las tendremos en cuenta a la hora de analizar los resultados obtenidos sobre cada una de las actividades.

3.3. Aplicación del instrumento

Todo ha tenido lugar gracias al consentimiento del profesor de matemáticas de este curso, que nos dio permiso para poder realizarlo durante una hora de clase.

Comenzamos comentando a los alumnos en qué consiste el A3 que le entregamos, insistiendo en que esta prueba escrita no será valorada con fin de evaluarlos, sino que simplemente es un estudio para el máster. Asimismo, se enfatiza que ha de hacerse de forma individual y que pongan sus nombres, por si alguna respuesta necesitara de una entrevista. Disponen de toda la hora para resolverlo y ante cualquier pregunta o duda se atenderá de forma individual para evitar condicionar las respuestas de otros compañeros.

Resulta interesante señalar que el primer comentario que hizo la mayoría de la clase fue el de que no se tuviera en cuenta su nombre, pues se avergonzaban de lo que pudieran escribir en el cuestionario.

Para terminar, destaquemos que todos los alumnos contribuyeron de forma muy positiva en la realización del cuestionario, esforzándose en la respuesta, y que varios de ellos pidieron folios a parte para poder escribir una respuesta más extensa de la tercera actividad.

3.4. Análisis de los resultados

Presentamos aquí unos comentarios previos al apartado de Resultados con objeto de explicar cómo hemos analizado las respuestas escritas por los

alumnos.

Las respuestas dadas por los alumnos han sido analizadas con el método de análisis de contenido. Según Cohen, Manion y Morrison (2011), y Rico y Fernández-Cano (2013), se entiende dicho método como el análisis riguroso, el examen y la verificación de los contenidos en datos escritos, y cuya finalidad es descubrir la estructura interna de la comunicación, estudiando para ello su contenido semántico.

En primer lugar, realizamos un análisis de cada pregunta, estudiando la cantidad de alumnos que han cometido errores en la actividad, separando según los distintos errores que aparecen en la interpretación y construcción de gráficos sobre enunciados de situaciones contextualizadas.

En segundo lugar, discutimos los distintos tipos de errores que aparecen en este tipo de actividades, atendiendo a los resultados expuestos por los alumnos.

De esta forma, obtendremos la información que nos proporciona la realización de este cuestionario tanto de forma global como de forma más profunda, y así tendremos posibilidad de hacer valoraciones sobre lo obtenido.

Capítulo 4

Resultados

A continuación analizamos las tres actividades propuestas, para lo cual tendremos en cuenta las habilidades descritas anteriormente.

Se comienza con una clasificación de las respuestas según sean correctas o incorrectas, seguido de las distintas interpretaciones erróneas que mostraremos por categorías.

La notación utilizada para referirnos a los alumnos es A_i , con $i=0, \dots, 25$, pues sus respuestas son anónimas.

4.1. Tarea de interpretación

En esta primera tarea, y tal y como hemos comentando antes, nos encontramos ante una situación dada por su representación gráfica en la que aparecen dos rectas correspondientes a la distancia recorrida por dos vehículos diferentes frente al tiempo. Las cuestiones que se plantean requieren de extraer información que no aparece de forma explícita en el gráfico, pues en los ejes coordenados están representadas las variables espacio y tiempo, sin embargo, se piden cuestiones relacionadas con la velocidad.

Con los resultados recogidos, hemos podido observar que un 24 % ha contestado de forma correcta el apartado a) y un 16 % el apartado b). En ambas cuestiones, las ideas propuestas por los estudiantes han sido:

- En el mismo intervalo de tiempo, la distancia recorrida por el coche A es mayor que la recorrida por el coche B.
- La pendiente de la recta que representa el movimiento del coche A es mayor que la del coche B.

El resto de estudiantes han respondido de forma incorrecta ambos apartados, un 76 % en el caso del primer apartado y un 84 % el segundo. Las principales confusiones en que incurren son: pendiente-altura y gráfica-dibujo real. Confusiones que se deben a la aparición de forma simultánea de los

conceptos de espacio y velocidad, a lo que se puede añadir la visualización del gráfico como el recorrido físico seguido por los coches.

La dificultad de estas preguntas recae en el hecho de que se pregunta por velocidad, cuando lo que nos dan es la gráfica espacio-tiempo, por lo que los alumnos deben conocer bien la relación existente entre los conceptos de velocidad, espacio y tiempo, a la vez que interpretan el gráfico.

Con el análisis de las respuestas nos damos cuenta de que en el apartado a), la mayor parte de los alumnos que contestan de forma incorrecta, conocen la relación entre los conceptos que aparecen, y su principal error reside en la lectura del gráfico.

Del apartado b), que hace referencia al punto de corte de ambas rectas, podemos decir que el 72 % del alumnado responde de forma incorrecta y un 4 % da una respuesta que no tiene sentido. Con este último caso nos referimos a que el alumno responde dando datos numéricos que no se corresponden con los que se observan en el gráfico.

La complejidad aquí recae en saber interpretar que en ese punto simplemente ha transcurrido el mismo intervalo de tiempo para ambos coches, y poner atención a las pendientes de las rectas o al espacio recorrido por el coche. En este caso, vuelve a verse frecuentemente la confusión de altura con distancia, es decir, no reconocen el verdadero recorrido del coche, aunque sí la relación entre velocidad, espacio y tiempo. Sólo un pequeño porcentaje de alumnos da como razonamiento que al cortarse las dos rectas, ese punto indica igual velocidad.

Destaquemos que durante la prueba escrita, los alumnos no hicieron preguntas de esta actividad, pues consideraban que lo tenían claro, ya que es algo que se ha trabajado en la asignatura de Física y Química.

En la siguiente tabla, presentamos el porcentaje de alumnos distinguiendo por respuestas correctas e incorrectas y por la interpretación que dan a las variables que aparecen.

Respuestas	Apartado a)	Apartado b)
Correctas	24 %	16 %
Incorrectas	76 %	84 %
Interpretaciones dadas a las variables	Apartado a)	Apartado b)
Identifica altura como distancia	52 %	48 %
Interpreta la recta como recorrido físico		8 %
Identifica distancia como velocidad	4 %	20 %
Otras	20 %	8 %

Cuadro 4.1: Tabla 1.

Por tanto, nos hemos encontrado con diversas respuestas en función de lo que ha entendido el alumno del enunciado.

Explicaremos de forma más detallada los tipos de errores que hemos

encontrado en las respuestas de los alumnos, poniendo como ejemplo alguno de ellos.

1. *Identifica altura como distancia*: se reconoce que para el cálculo de la velocidad se necesitan la distancia y el tiempo; sin embargo, interpreta la distancia que ha recorrido el coche como la altura vista en el eje vertical. Un ejemplo de esta confusión lo podemos ver en la siguiente respuesta.

a. La velocidad del coche A es menor, ya que en $t=2$ el coche A recorre 7 m aproximadamente y el B recorre 11 m aproximadamente.

b. Es igual, ya que lo que recorren los 2 en $t=4$ es 12 m aproximadamente, por lo tanto la velocidad es la misma.

Figura 4.1.1: Respuesta del alumno A5 a la tarea 1.

2. *Interpreta recta como recorrido físico*: se consideran las rectas como superficies inclinadas por las que circulan los coches A y B. Una de las respuestas que muestran esta situación es la siguiente.

mayor

b) En el instante $t=4$ la velocidad es igual. en la recta B no aumenta mucho la distancia en el espacio de tiempo. entonces como la velocidad de la va creciendo llegan a cruzarse.

Figura 4.1.2: Respuesta del alumno A25 a la tarea 1.

3. *Confunde distancia con velocidad*: se hace una lectura de la velocidad como la altura leída en el eje vertical, no reconociendo la relación existente entre la velocidad, la distancia y el tiempo. El siguiente ejemplo muestra dicha confusión.

a. En el instante de tiempo $t=2$ la velocidad del coche A es menor que la velocidad del coche B, porque la gráfica de A en ese punto corresponde con una velocidad de 7 m/s. y en el coche B en el mismo instante está a 10 m/s aproximadamente.

Figura 4.1.3: Respuesta del alumno A4 a la tarea 1.

4. *Otros*: no responde a lo que se pide en la pregunta, o responde de forma incoherente. Un ejemplo de esta situación podría ser el siguiente.

a) En el instante de $t=2$ la velocidad del coche A es menor que la del coche B ya que el coche B tiene una aceleración ~~mayor~~ superior y hace que en poco tiempo vaya más rápido.

b) Sin embargo en $t=4$ la velocidad de los coches A y B será igual pero conforme vaya aumentando el tiempo el coche A será más rápido con diferencia.

Figura 4.1.4: Respuesta del alumno A15 a la tarea 1.

4.2. Tarea de construcción

En esta tarea se describe una situación mediante un enunciado escrito. Se trata de que los alumnos sean capaces de construir una tabla de datos y de esbozar la gráfica que la representa. Las cuestiones que se plantean en este caso, requieren de una reflexión sobre el concepto de distancia en relación con el de velocidad y tiempo.

Tras analizar los resultados, los que presentamos en la siguiente tabla, encontramos que sólo un 32% de los alumnos es capaz de crear una tabla de datos que relacione las variables distancia y tiempo, y un 36% de construir la gráfica que representa la situación.

Distintas interpretaciones del enunciado combinado con las confusiones que aparecen en este tipo de actividades, han dado lugar a que un 68% de los estudiantes conteste de forma incorrecta al apartado c) y un 64% al apartado d). Los principales errores en que incurren los estudiantes se deben

Respuestas	Apartado c)	Apartado d)
Correctas	40 %	40 %
Incorrectas	60 %	60 %
Interpretaciones dadas a las variables	Apartado c)	Apartado d)
Interpretación del enunciado	16 %	32 %
Identifica intervalo con punto	24 %	12 %
Identifica velocidad como distancia		8 %
Otros	20 %	8 %

Cuadro 4.2: Tabla 2.

a la interpretación del enunciado, la confusión de velocidad con distancia y la identificación de intervalo con punto.

La complejidad de esta actividad reside en saber reconocer la relación existente entre las variables velocidad, distancia y tiempo, así como hacer una lectura adecuada del enunciado para poder describir lo que nos piden.

La lectura personal que cada alumno hace del enunciado dan lugar a las distintas confusiones que surgen a la hora de establecer la relación existente entre las variables que intervienen en el problema (velocidad, espacio y tiempo). De esta forma, podemos hacer una clasificación de las distintas respuestas dadas, en función de la lectura personal de cada alumno, tal y como la que describimos:

- *Interpretación del enunciado:* el alumno realiza una lectura equivocada del enunciado, causado por la frase “Después del descanso, regresa a una velocidad de 15 km/h”, y en consecuencia, crea una tabla de datos y una gráfica como las siguientes:

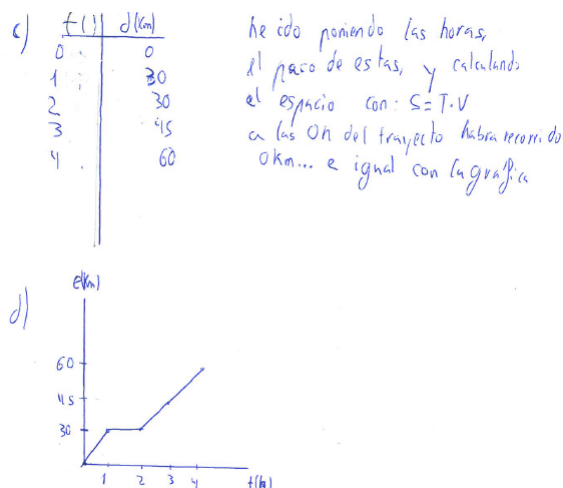


Figura 4.2.1: Respuesta del alumno A9 a la tarea 2.

- *Identificación de intervalos con puntos:* el alumno responde con una tabla que relaciona valores discretos, debido a no entender la continuidad de las variables distancia y tiempo. Un ejemplo de esta caso podría ser el siguiente.

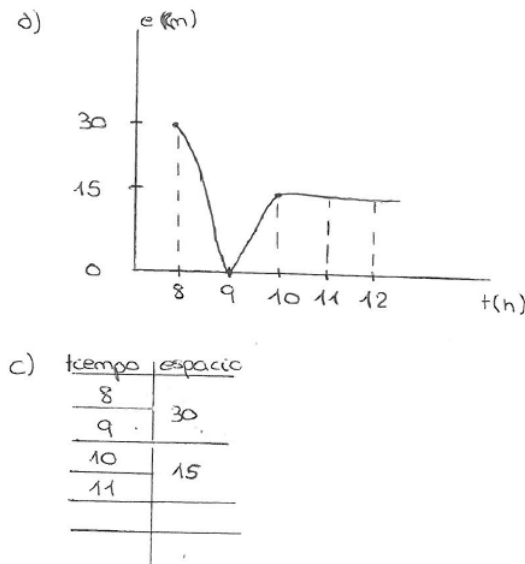


Figura 4.2.2: Respuesta del alumno A6 a la tarea 2.

- *Identificación de velocidad como distancia:* el alumno da su respuesta en términos de la distancia y el tiempo, sin embargo, razona tal y como el enunciado describe la velocidad. Las siguientes respuestas ejemplifican este caso.
 1. *Primer ejemplo:* el alumno no sólo hace una lectura errónea del enunciado, en tanto que no responde la distancia a la que se encuentra de casa en el descanso, sino que trabaja con la distancia que ha recorrido, sino que también, cuando construye la gráfica que representa la situación, parece interpretar que cuando el coche lleva velocidad constante durante un tiempo se encuentra a la misma distancia desde que comienza a funcionar, algo que también manifiesta en las siguientes horas, y que puede deberse a que utiliza de forma directa la fórmula que relaciona la velocidad, el espacio y el tiempo. Dicha confusión se ejemplifica con la siguiente respuesta.

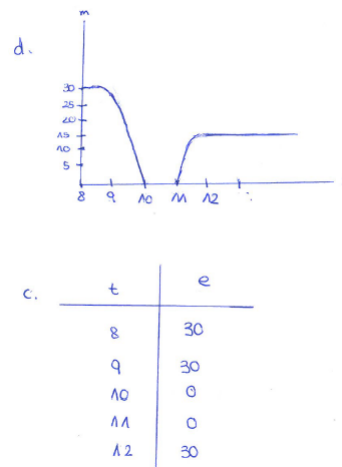


Figura 4.2.3: Respuesta del alumno A5 a la tarea 2.

2. *Segundo ejemplo:* el siguiente alumno hace un gráfico similar al anterior, pero llama la atención el hecho de que sepa explicar claramente el enunciado y no sepa representarlo de forma correcta. Quizás el problema en este caso se encuentra en la capacidad para transferir la información escrita al gráfico.

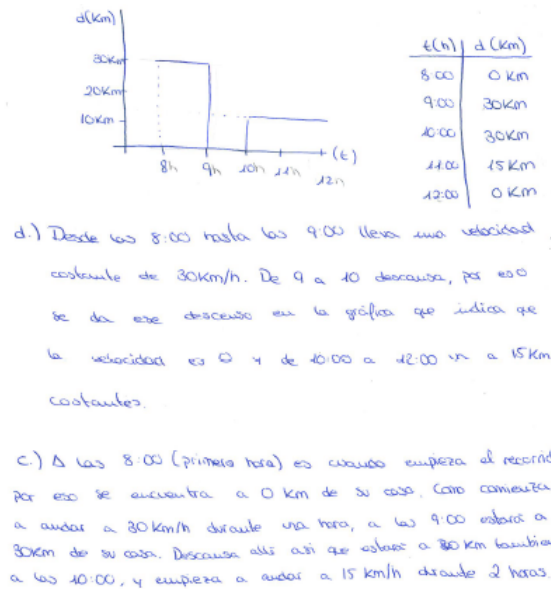


Figura 4.2.4: Respuesta del alumno A8 a la tarea 2.

- *Otros:* el alumno no lee correctamente el enunciado, combinado con algunas de las confusiones nombradas anteriormente, lo que lo lleva

a contestar de forma errónea. En otros casos simplemente argumenta que no lo sabe hacer.

Dentro de este apartado distinguimos subapartados, pues resulta interesante saber los motivos por los que ciertos alumnos han cometido errores a la hora de resolver esta segunda actividad.

1. *Mala interpretación del enunciado y confusión intervalo-punto*: el alumno hace una lectura incorrecta del enunciado, considerando distancia recorrida por el coche y no distancia a la que se encuentra de casa, y, además, asocia la hora de descanso a un único punto, el 0. La siguiente respuesta es un ejemplo significativo de esta situación.

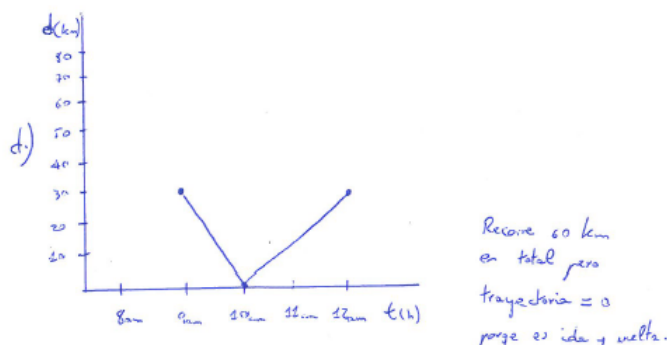
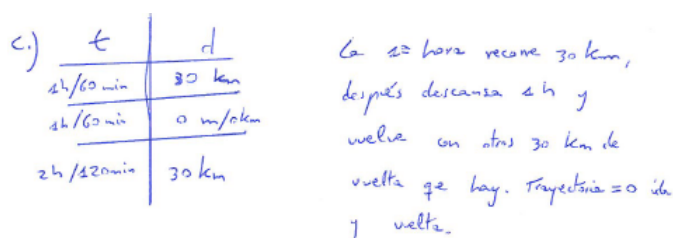


Figura 4.2.5: Respuesta del alumno A2 a la tarea 2.

2. Otros alumnos directamente se dejan el ejercicio en blanco o argumentan que no saben hacerlo, entre ellos, un 12 % corresponde al apartado c) y un 4 % al d).

Cabe resaltar que la mayor parte de las dudas que surgieron eran referentes a esta actividad 2. No sabían lo que les estaban preguntando con la construcción de una tabla de datos. En concreto, me sorprendió que algo en lo que se ha trabajado como es la tabla de datos fuera algo desconocido para los alumnos.

4.3. Tarea de interpretación y construcción

Esta tercera actividad es de interpretación y construcción. Se busca que los alumnos sean capaces de saber interpretar la variación de velocidad que experimenta un coche en una montaña rusa en sus distintas etapas y esbozar la gráfica que lo representa.

Un 92 % del alumnado explica correctamente esas variaciones de velocidad con unas herramientas mejores o peores, pero en sí entienden lo que ocurre en cada una de las etapas por las que pasa el coche. Cabe destacar que la mayor parte de estos alumnos hacen hincapié en el hecho de que la velocidad del coche en el tramo DE es bastante mayor que en el tramo BC, dando como justificación que la pendiente en el tramo DE es mayor. Con ello, nos damos cuenta de que la interpretación que le dan al concepto de pendiente es la de longitud de la cuesta que baja el coche, pues la longitud en este último tramo es mayor.

Sin embargo, sólo un 28 % de ellos es capaz de representar gráficamente la situación, pues en su mayoría se dejan guiar por la imagen real de la montaña rusa, o contestan utilizando gráficos a los que están más acostumbrados.

Las confusiones se pueden deber a la lectura que hacen del enunciado, así como a la imagen y las variables que participan, la velocidad, el tiempo y el espacio. Dichas confusiones se pueden resumir en las siguientes:

- *Identificación gráfica como dibujo:* a pesar de saber explicar las variaciones en la velocidad, un 16 % de los alumnos dibujan una gráfica que es una imagen idéntica a la de la montaña rusa.

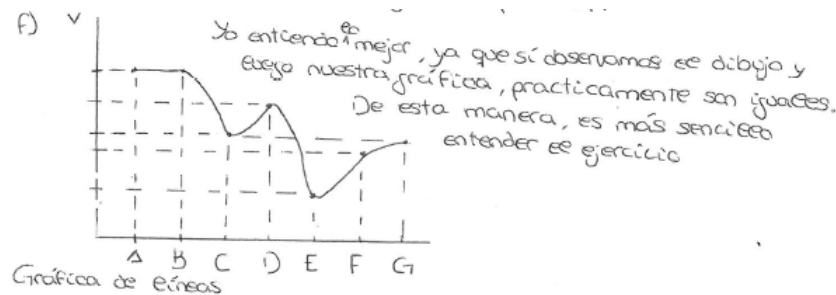


Figura 4.3.1: Respuesta del alumno A6 a la tarea 3.

El alumno hace una interpretación adecuada en el apartado e), sin embargo, su representación es una imagen exacta de la montaña.

- *Identificación de altura como velocidad:* se representa la velocidad asociada a cada tramo como una única velocidad, de forma que cuando hay un tramo en el que la velocidad disminuye, se considera como una "velocidad baja", mientras que cuando aumenta, la velocidad tendrá

un valor alto. Por tanto, a cada tramo se le hace corresponder un único valor, alto o bajo de velocidad, que luego unen mediante rectas. El siguiente ejemplo muestra esta situación.

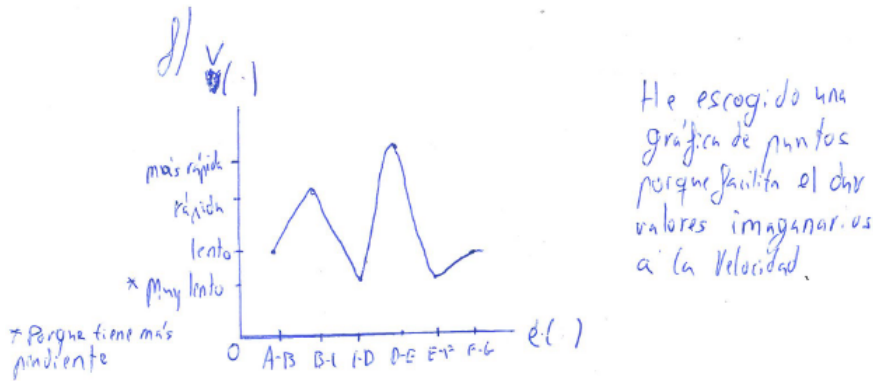


Figura 4.3.2: Respuesta del alumno A9 a la tarea 3.

- *Representación por prototipos*: el alumno asocia el comportamiento de la velocidad a un tipo de gráfica muy conocido y trabajado en el instituto, el gráfico de barras. En todos los casos en que se ha utilizado el gráfico de barras, los alumnos se han visto en la necesidad de construir el polígono de frecuencias. El siguiente es un claro ejemplo de esta situación.

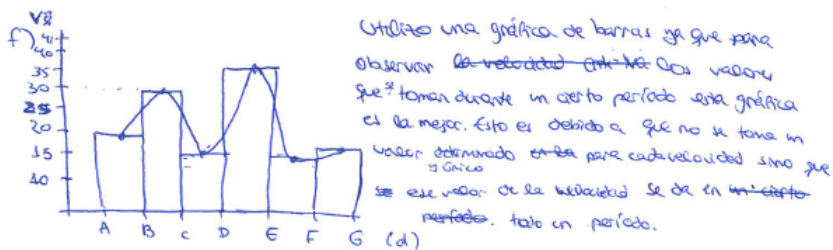


Figura 4.3.3: Respuesta del alumno A21 a la tarea 3.

El estudiante considera que este tipo de gráfico le ayuda a simbolizar la velocidad en cada período o etapa por las que pasa el coche.

- *Interpretación incorrecta del enunciado*: se representan otras variables en el gráfico, a veces relaciones que no tienen sentido, para dar respuesta a la cuestión, o simplemente se crea un gráfico que no tiene coherencia para lo que se pregunta, dando como argumento que no saben otra forma de hacerlo. Algunas de estas respuestas son como la siguiente.

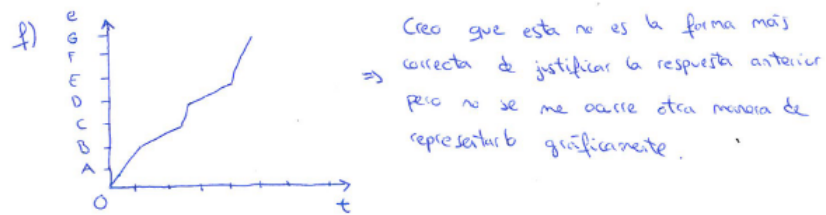


Figura 4.3.4: Respuesta del alumno A24 a la tarea 3.

El análisis llevado a cabo para esta actividad, y siguiendo el modelo utilizado en las actividades anteriores, se puede resumir en la siguiente tabla, en la que mostramos en términos de porcentajes, las actuaciones de los alumnos y el sentido que ellos dan a las variables que aparecen.

Respuestas	Apartado e)	Apartado f)
Correctas	92 %	32 %
Incorrectas	8 %	68 %
Interpretaciones dadas a las variables	Apartado e)	Apartado f)
Identifica gráfica-dibujo		20 %
Identifica altura-velocidad		8 %
Representa por prototipos		16 %
Interpretación incorrecta del enunciado	4 %	16 %
Otros	4 %	8 %

Cuadro 4.3: Tabla 3.

Capítulo 5

Conclusión

Con el estudio hemos podido comprobar que existen errores en la interpretación y/o construcción que los alumnos hacen de gráficas en situaciones contextualizadas. Errores que son principalmente debidos al significado que los alumnos entienden de los conceptos de velocidad, espacio y tiempo, unido con la lectura que hacen del enunciado.

Tal y como aparece en el artículo de Cuesta Borges, Escalante Vega y Ruiz Hidalgo (2016), en las actuaciones de los alumnos hemos observado confusiones que quedan recogidas en la literatura previa, y que hemos aportado en la bibliografía: “(i) la confusión entre la pendiente de una recta y su altura, (ii) la consideración de una gráfica de una situación contextualizada como un dibujo, (iii) la confusión entre un intervalo y un punto, y (iv) la confusión entre el enunciado verbal de una situación contextualizada y las representaciones en forma de tabla y/o gráfica.” (citado por Cuesta Borges, Escalante Vega y Ruiz Hidalgo, 2016, p. 18)

Se ha podido mostrar que los alumnos no parecen tener asimilado el significado de función y de relación entre variables, tal y como queda corroborado de igual manera en el artículo de Borges, Escalante Vega y Ruiz Hidalgo (2016), por lo que, presentan un conocimiento insuficiente para afrontar problemas de funciones en los que aparezcan distintos sistemas de representación.

Se ha comprobado que una gran parte del alumnado no reconoce la pendiente de la recta como un indicador de la velocidad. Por el contrario, el alumnado tiende mucho a identificar pendiente de la recta como altura vertical de la recta, o incluso gráfica con dibujo real. A pesar de ello, todos los alumnos conocen la fórmula para calcular la velocidad, teniendo la distancia y el tiempo, pero no son capaces de asimilar el concepto geométrico y funcional, lo cual se ha podido corroborar en este estudio, y en estudios anteriores como el de Cuesta Borges, Escalante Vega y Ruiz Hidalgo (2016).

Por otro lado, también se ha podido identificar una propensión a hacer una lectura literal del enunciado. A esto hay que añadir que los alumnos se

fijan en los puntos importantes de la gráfica, lo que da lugar a las confusiones punto-intervalo, pues establecen las características de un intervalo a un sólo punto.

También se ha podido apreciar una tendencia a representar situaciones icónicas. La mayor parte de los alumnos decían que el gráfico que mejor representaba las variaciones de velocidad del coche en la montaña rusa era la propia forma de la montaña rusa. Esto resulta contradictorio con el hecho de que eran capaces de describir verbalmente esos cambios de velocidad que llevaba el coche.

Esta investigación pone de manifiesto la existencia de problemas en el alumnado a la hora de combinar el conocimiento algorítmico de velocidad con otros tipos de representaciones como la geométrica, que ha sido la más trabajada en las preguntas propuestas. Tal y como aparece en el artículo de Cuesta Borges, Escalante Vega y Ruiz Hidalgo (2016), el concepto de velocidad, y su relación con la distancia y el tiempo, no se ha construido de forma satisfactoria.

Nombremos algunos aspectos a notar durante el estudio.

- En un curso como primero de bachillerato, ya han trabajado con tablas de datos para dibujar gráficas, en particular, saben dibujar rectas mediante una tabla de datos. Por tanto, me resultó raro que la principal preocupación de los alumnos durante la aplicación del instrumento fuera que no sabían lo que era una tabla de datos, ya que no paraban de preguntar.
- Otro aspecto a tener en cuenta es la necesidad de tomar valores numéricos para interpretar un gráfico. En la primera actividad, no se pueden establecer datos exactos sobre la posición de un coche en un tiempo determinado, sin embargo, la mayor parte de los alumnos argumentaban dando un espacio recorrido aproximado en un tiempo concreto. Esto puede deberse principalmente a que no están acostumbrados a interpretar un gráfico sin datos exactos.
- Algo que se ha podido observar, especialmente en las actividades 2 y 3, es el hecho de no saber identificar la relación entre los apartados que las componen, de forma que expresaban cosas con significados distintos en el primer apartado en relación con el segundo de la actividad correspondiente.

Por tanto, reflexionado según los resultados obtenidos, es importante trabajar un concepto según todas sus representaciones, no sólo la algebraica, pues la mayor parte de los alumnos sabe la relación que presenta la velocidad con el espacio y el tiempo, pero a la hora de llevarlo a un gráfico, presentan errores y no saben interpretarlo.

En conclusión, en este curso de primero de bachillerato de ciencias gran parte de los alumnos no presentan el nivel de conocimiento adecuado sobre el concepto de velocidad y su relación con la distancia y el tiempo, si los problemas que se plantean van más allá de la representación algebraica.

Por último, me gustaría aportar mis reflexiones personales sobre el trabajo. Considero que es un estudio interesante desde el punto de vista de un profesor, pues se abordan temas que son muy mejorables a la hora de tratarlos en clase. Con este trabajo y con el de Cuesta Borges, Escalante Vega y Ruiz Hidalgo (2016), me he dado cuenta de las limitaciones que presentan los alumnos en Bachillerato y al inicio de la Universidad acerca de la interpretación y construcción de gráficos de situaciones contextualizadas.

Es nuestra función como profesores intentar corregir esas limitaciones en la medida de lo posible, de forma que cuando estos alumnos se enfrenten a gráficos en su día a día, como pueden ser los que aparecen en los medios de comunicación, en los periódicos o incluso en sus propios trabajo sean capaces de hacer la interpretación correcta de los mismos, pues muchas veces se nos pasan detalles importantes de los gráficos, que son los que nos dan la información.

Referencias

- Bell, A., y Janvier, C. (1981). The interpretation of graphs representing situations. *For the Learning of Mathematics*, 2(1), 34-42.
- Blázquez, S., y Ortega, T. (2001). Los sistemas de representación en la enseñanza del límite. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 4(3), 219-236.
- Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. *En L. Rico (Ed.), La educación matemática en la enseñanza secundaria*, 95-124. Barcelona: Horsori.
- Clement, J. (1989). The concept of variation and misconceptions in Cartesian graphing. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1-2), 77-87.
- Cohen, L., Manion, L., y Morrison, K. (2016). . *Research methods in education*. Londres, Reino Unido: Routledge.
- Cuesta Borges, A., Escalante Vega, J. E., y Ruiz Hidalgo, J. F. (2016). Velocidad. Significados manifestados por estudiantes universitarios a partir de representaciones gráficas. *Avances de Investigación en Educación Matemática*(9), 105-125.
- Dolores, C.; Alarcón, G. y Albarrán, D. (2002). Concepciones alternativas sobre las gráficas cartesianas del movimiento: el caso de la velocidad y la trayectoria. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(3), 225-250.
- Dolores, C. (2004). Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas: concepciones alternativas de estudiantes de bachillerato. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 7(3), 195-218.
- Duval, R. (1993). Sémosis et Noésis. *Conférence A.P.M.E.P.I.R.E.M.*
- Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano. *Registros semióticos de aprendizajes intelectuales*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Eysemberg, T. y Dreyfus, T. (1991). On the reluctance to visualize in mathematics. *En W. Zimmerman y S. Cunningham(Eds.). Visualization in teaching and learning mathematics*, 25-37. Washington, DC, USA: The Mathematical Association of America.
- Janvier, C. (1978). The interpretation of complex cartesian graph representing situations-Studies and teaching experiences. *Doctoral dissertation*. University of Nottingham.
- Janvier, C. (1980). Reading cartesian graphs for understandingReading cartesian graphs for understanding. *Short communication presented at ICME IV, International Congress on Mathematical Education, Berkeley, CA*.
- Janvier, C. (1981a). Difficulties related to the concept of variables presented graphically. *In C. Comiti (Ed.). Proceedings of the fifth international*

- conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education, 189-193. Grenoble, France: IGPME.
- Janvier, C. (1981b). Use of situations in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 113-122.
- Janvier, C. (1987). Representations and understanding: The notion of function as an example. *En C. Janvier. (Ed). Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, 67-71. NJ: Lawrence Er.
- Karplus, R. (1979). Continuous functions: Students' viewpoints. *European Journal of Science Education*, 1(4), 397-413.
- Kerslake, D. (1981). Graphs. *In K. M. Hart (Ed.). Children's understanding of mathematics concepts*, 11-16, 120-136. London: John Murray.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of educational research*, 60(1), 1-64.
- Markovits, Z., Eylon, B., y Bruckheimer, M. (2014). Functions today and yesterday. *For the Learning of Mathematics*, 6(2), 18-28.
- McDermott, L., Rosenquist, M., Popp, B., y van Zee, E. (1987). Student difficulties in connecting graphs, concepts and physical phenomena: Example from kinematics. *Presented at the American Educational Research Association meetings, Montreal, Canada.*
- McDermott, L., Rosenquist, M., y van Zee, E. (1987). Student difficulties in connecting graphs and physics: Example from kinematics. *American Journal of Physics*, 55(6), 503-513.
- Ortega, T. y Pecharromán, C. (2014). Errores en el aprendizaje de las propiedades globales de las funciones. *Revista de Investigación en Educación*, 12(2), 209-221.
- Preece, J. (1983a). Graphs are not straightforward. *In T. R. G. Green y S. J. Payne (Eds.). The psychology of computer use: A European perspective*, 41-56. London: Academic Press.
- Preece, J. (1983b). . *A survey of graph interpretation and sketching errors*. (CAL Research Group Tech. Rep. No. 34). Milton Keynes, England: Institute of Educational Technology, The Open University, Walton Hall.
- Rico, L. y Fernández-Cano, A. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. *En L. Rico, J.L. Lupiañez y M. Molina (Eds.), Análisis Didáctico en Educación Matemática*, 1-22. Granada: Comares.
- Wavering, M. J. (1985). The logical reasoning necessary to make line graphs. *Paper presented at the annual meeting of the National Association for Research in Science Teaching, French Lick Springs, Indiana.*

Anexo

Incluimos aquí el formato original del cuestionario que se utilizó para realizar el estudio.

Nombre:

Edad:

Sexo:

Curso:

Modalidad: Bachillerato de Ciencias y Tecnología.

_____ Bachillerato de Ciencias de la Salud.

Interés por la materia: Muy grande Grande Bastante

_____ Poco Muy poco Nada

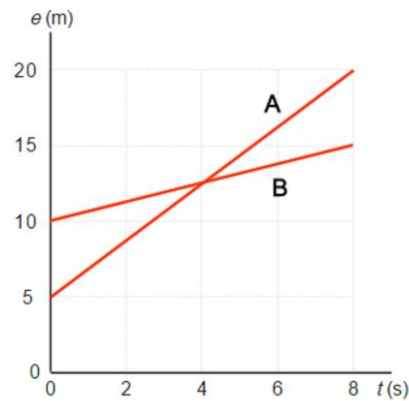
Calificación que normalmente obtienes en la materia:

Sobresaliente (9-10) Notable (7-9) Bien (6-7)

Aprobado (5-6) Suspenso (0-5)

1. La figura muestra las gráficas “distancia contra tiempo” del movimiento de dos coches, denotados A y B, respectivamente. Se pide responder a las siguientes preguntas:

- ¿En el instante de tiempo $t=2$, la velocidad del coche A es menor, igual o mayor que la velocidad del coche B? Justifica tu respuesta.
- ¿En el instante de tiempo $t=4$, la velocidad del coche A es menor, igual, o mayor que la del coche B? Justifica tu respuesta.

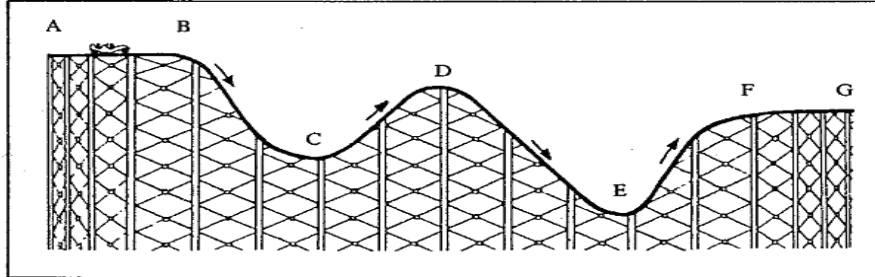


Nota. $e(m)$ denota la distancia en metros y $t(s)$ el tiempo en segundos.

2. Un ciclista sale de casa a dar un paseo, desde las 8 de la mañana a las 12 del mediodía. Durante la primera hora lleva una velocidad constante de 30 km/h y luego descansa una hora. Después del descanso, regresa a una velocidad de 15 km/h.

- c) Realiza una tabla de valores donde se represente el tiempo (horas) y la distancia a la que se encuentra de la casa.
- d) Realiza una gráfica donde se represente esta situación. Justifica la respuesta con tus palabras.

3. La figura muestra el recorrido en una montaña rusa. La pista, por donde viajan los coches, está señalada con diferentes puntos: A, B, C, D, E, F y G. Se sabe que entre los puntos A y B los coches viajan a una velocidad lenta y constante.



- e) ¿Cómo varía la velocidad del coche durante el recorrido que va desde el punto A hasta el punto G? Explica el recorrido que sigue el coche y justifica cada cambio de velocidad.
- f) Describe tu respuesta anterior mediante una gráfica. ¿Qué representación gráfica utilizas? ¿Por qué utilizas esa y no otra?