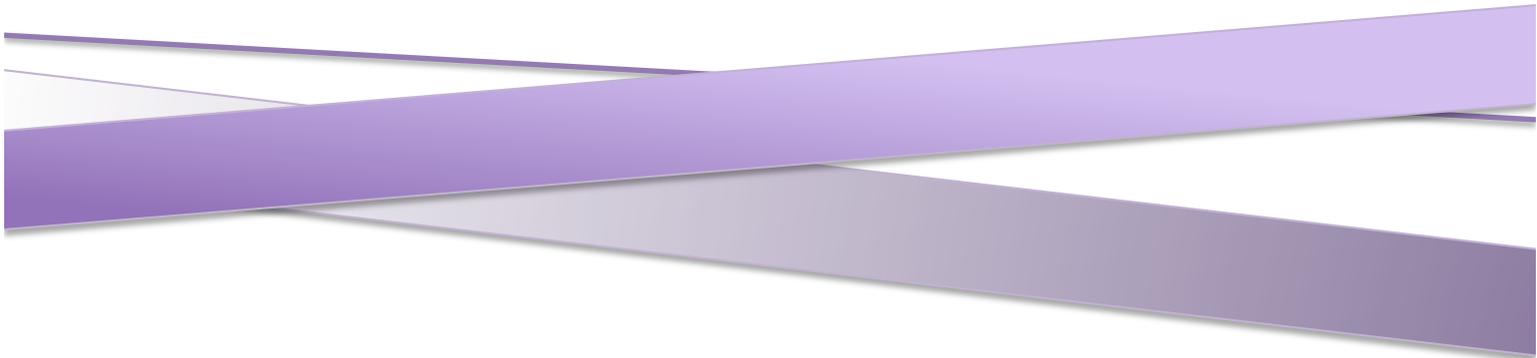


UN ESTUDIO DE CASOS PARA EVALUAR LA COMPETENCIA STEM

MÁSTER UNIVERSITARIO DE FORMACIÓN DE PROFESORADO
DE ENSEÑANZA SECUNDARIA OBLIGATORIA Y BACHILLERATO,
FORMACIÓN PROFESIONAL Y ENSEÑANZAS DE IDIOMAS.

MATEMÁTICAS

CRISTINA MATA HERNÁNDEZ





ugr

Universidad
de Granada

Trabajo Fin de Máster realizado bajo la tutela de D. José Luis Lupiáñez Gómez del departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada que presenta Cristina Mata Hernández dentro del Máster Universitario de Formación de Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, en la especialidad de Matemáticas.

Fdo.: Cristina Mata Hernández

Vº Bº del tutor

Fdo.: José Luis Lupiáñez Gómez

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, me gustaría agradecer al director de este trabajo por su tiempo, dedicación y apoyo que me ha dado para la realización de éste.

También, a mi tutora durante el período de prácticas de este máster, Purificación Vega Alonso, por sus enseñanzas y consejos, y por permitirme participar en sus clases. Así como, a los quince alumnos partícipes en esta exploración ya que sin ellos y sus respuestas no hubiera podido ser posible este trabajo.

Por último, a mi familia, amigos y esa persona tan especial por su apoyos, ayuda y consejos en los momentos de mayor dificultad.

ÍNDICE

Introducción	5
1. Fundamentación teórica	7
1.1. <i>Cambios curriculares</i>	7
1.2. <i>Competencia STEM</i>	8
1.3. <i>El uso de la tecnología</i>	11
1.4. <i>La importancia de los datos reales y la contextualización</i>	13
1.5. <i>Marco de referencia para nuestro estudio</i>	15
2. Objetivos	16
3. Diseño de la actividad	17
3.1. <i>Diseño del vídeo</i>	17
3.2. <i>Diseño del cuestionario</i>	18
4. Implementación en el aula	25
4.1. <i>Población del estudio y conocimientos previos</i>	25
4.2. <i>Desarrollo de la sesión</i>	26
5. Resultados	29
5.1. <i>Método de análisis</i>	29
5.2. <i>Análisis de los resultados</i>	29
5.2.1. <i>Ficha 1</i>	30
5.2.2. <i>Ficha 2</i>	37
5.2.3. <i>Resumen de las fichas</i>	46
6. Conclusiones	50
Bibliografía	53
Anexos	54
<i>Anexo 1</i>	55
<i>Anexo 2</i>	58
<i>Anexo 3</i>	61

INTRODUCCIÓN

El documento que se presenta es un Trabajo Fin de Máster, desarrollado durante el curso 2013-2014, en el Máster Universitario de Formación de Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas.

En este trabajo se presenta un estudio exploratorio sobre la educación STEM (Science, Technology, Engineering y Mathematics), es decir, la educación de las disciplinas de Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas como una sola debido a la aparición de una nueva competencia en el currículo de primaria de la LOMCE llamada *competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología*.

Con él, pretendemos evaluar si esta competencia STEM, en particular, nos centraremos en una competencia que una las disciplinas de Ciencias y Matemáticas, es asequible para los alumnos que tenemos, es decir, si es posible desarrollarlas en ellos. Para ello, nos ayudamos de un recurso tecnológico como es el iPad y en concreto, una aplicación de él que nos ayuda a obtener los resultados necesarios.

El trabajo está organizado en seis capítulos distribuidos de la siguiente manera.

El primero de ellos es una fundamentación teórica de nuestro trabajo explicando en qué documentos e investigaciones nos hemos basado para el desarrollo de esta exploración. Destacamos en él, tanto los cambios curriculares existentes en España como la relación que éstos tienen con la educación STEM. También, la importancia del uso de las tecnologías para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas así como la contextualización y el uso de los datos reales. Por otro lado, destacamos el marco de referencia que hemos usado tanto para la construcción de nuestros cuestionarios como para el posterior análisis de sus resultados.

En el segundo, desarrollamos los objetivos que hacen que de desarrolle esta exploración y con los que podremos concluir si se alcanza la competencia STEM o no.

El tercer capítulo recopila los pasos que hemos seguido para diseñar nuestra actividad, destacando tanto los necesarios para la construcción del vídeo del iPad como los del cuestionario.

El cuarto capítulo engloba la puesta en práctica de esta actividad llevándola a cabo en una sesión de aula de un instituto. En él, se describe la población participante en nuestro estudio y sus características así como el desarrollo de la sesión utilizada.

En el quinto capítulo, analizamos exhaustivamente los resultados obtenidos de los cuestionarios pasados a los alumnos en la sesión, sacando las conclusiones pertinentes en cada caso basadas en nuestro marco de referencia y en los objetivos marcados.

Por último, en el sexto capítulo recopilamos las conclusiones obtenidas del análisis de resultados y las conclusiones del trabajo realizado.

Al final de este documento, podemos encontrar varios anexos en los que se encuentran las fichas entregadas a los alumnos del cuestionario pasado.

1. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

La fundamentación de este trabajo está apoyada en los cambios curriculares de España actuales, en la nombrada y nueva competencia STEM (más conocida en EEUU) y la importancia de las nuevas tecnologías. También, en la importancia del uso de los datos reales y la contextualización de los problemas.

1.1. CAMBIOS CURRICULARES

Actualmente, en España existen una serie de cambios curriculares debido a la incorporación de la nueva Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, LOMCE, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014), la cual modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE), Ministerio de Educación y Ciencia (2007).

En concreto, nos centramos en los cambios presentados en Matemáticas, y en especial, en la nueva conceptualización de la competencia básica sobre esta materia. En el currículo de primaria del Real Decreto 126/2014, del 1 de marzo, se denota, en el segundo punto del artículo 2, la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología como una sola, a diferencia del anterior currículo en el que se tienen como dos competencias independientes, la competencia matemática y la competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.

Aún no se sabe si en el currículo de Educación Secundaria Obligatoria se seguirá con estas competencias propuestas para Educación Primaria, ni en particular, con esta unificación de dos competencias, pero intuimos que así será si, como en la normativa curricular anterior, la propuesta de competencias básicas es común para toda la educación obligatoria.

Como futura profesora de Matemáticas en la Enseñanza Secundaria Obligatoria me preocupan los cambios curriculares que puedan haber próximamente en la enseñanza y en particular, la modificación en las competencias básicas ya que según el currículo de secundaria, Ministerio de Educación y Ciencia (2007), las competencias básicas *son aquellas competencias que debe haber desarrollado un joven o una joven al finalizar la enseñanza obligatoria para poder lograr su realización personal, ejercer la*

ciudadanía activa, incorporarse a la vida adulta de manera satisfactoria y ser capaz de desarrollar un aprendizaje permanente a lo largo de la vida. (p. 685)

Por este motivo, he decidido informarme e investigar en ello para no sólo conocer teóricamente estas indicaciones, sino por obtener evidencias de mi capacidad docente para diseñar actividades en el aula que promuevan el desarrollo de la competencias de los alumnos. Para ello, diseñamos e implementamos un experimento de enseñanza basado en la ciencia, la tecnología y la matemática con un grupo de alumnos, para posteriormente analizar los resultados y sacar conclusiones.

1.2. COMPETENCIA STEM

Todo esto ha hecho en nuestra mente una relación de equivalencia de esta nueva competencia con una que se está desarrollando en Estados Unidos, sobre todo en estos últimos años, y que se está teniendo cada vez más presencia en la educación, que es la que sigue las siglas STEM haciendo referencia al acrónimo en inglés de Science, Technology, Engineering y Mathematics (Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas).

La base educacional de STEM intenta quitar las barreras que separan estas cuatro disciplinas mencionadas e integrarlas con experiencias de aprendizaje rigurosas y significativas para los estudiantes.

En la enciclopedia libre de Wikipedia, se resalta que los organismos del United States National Research Council y la National Science Foundation, en 2011, consideraron que la fomentación de la educación en estos campos es fundamental para las sociedades tecnológicamente avanzadas. Así lo expreso el propio Barack Obama¹: “El liderazgo del futuro depende de cómo eduquemos a nuestros alumnos hoy especialmente en Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas.”

Sin embargo, esta no es la prioridad educativa que se está promoviendo en EEUU; Lantz (2009) resalta que la mayoría de puestas en práctica de la educación en STEM en las escuelas K-12 (equivalente al tramo español desde infantil hasta los 18 años) se han centrado en la “S y M” de STEM, es decir, en las Ciencias y las

¹Intervención realizada el 16 de septiembre de 2010. Fuente: <http://www.ed.gov/stem>.

Matemáticas, dejando de lado la Ingeniería y la Tecnología, que no han recibido la misma atención en esta simplificación de STEM.

De cualquier manera, nos interesa saber qué es STEM y la forma en la que debería de funcionar este tipo de educación. Para ello, nos hemos basado en diferentes definiciones encontradas por algunos autores expertos en la materia.

Por un lado, Morrison (2006), citada por Lantz (2009), directora ejecutiva de Teaching Institute for Excellence in STEM (TIES), señala que STEM es la creación de una disciplina basada en la integración de otras en un nuevo “todo”, construyendo así un puente interdisciplinario con identidad propia.

También, Tsupros (2009), citada por Lantz (2009), especialista en el currículo de STEM para Intermediate Unit 1(IU1), define la educación en STEM como una estrategia interdisciplinaria para el aprendizaje donde los conceptos académicamente rigurosos se acoplan a lo real, es decir, se pone en práctica la ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas en contextos relacionados con la escuela, la sociedad, el trabajo y una iniciativa global del desarrollo del don en STEM y con la habilidad para competir en la nueva economía.

Además, se subrayan varias funciones de la educación en STEM. Morrison (2006), citada por Lantz (2009), sugiere que los estudiantes STEM deberían de ser:

- **Solucionadores de problemas.** Ser capaces de determinar las preguntas y los problemas, planear investigaciones para recoger, recopilar y organizar datos, sacar conclusiones y luego, ponerlo en práctica en situaciones nuevas e innovadoras.
- **Innovadores.** Usar creativamente los conceptos y principios de Ciencias, Matemáticas y Tecnología, poniéndolos en práctica en los procesos del diseño de ingeniería.
- **Inventores.** Reconocer las necesidades del mundo y creativamente, diseñar, probar y poner en marcha las soluciones obtenidas (proceso de ingeniería).

- **Autosuficientes.** Ser capaces de usar la propia iniciativa y motivación, desarrollar y ganar confianza en sí mismos, y trabajar en un determinado tiempo.
- **Pensadores lógicos.** Ser capaces de llevar a la práctica los procedimientos racionales y lógicos de las Ciencias, las Matemáticas y la Ingeniería, planteando innovaciones e invenciones.
- **Tecnológicamente cultos.** Entender y explicar la naturaleza de la tecnología, desarrollar las habilidades necesarias y llevarlas a cabo en la tecnología de manera apropiada.

Consideramos que una propuesta de actividad STEM es una tarea de modelización ya que ésta relaciona conceptos científicos con matemáticos y además, facilita la comprensión de una situación real.

Maaß (2006) afirma que mientras modelizamos un problema del mundo real, nos movemos entre la realidad y las matemáticas pues para resolver una tarea de modelización, se parte de un problema real, que posteriormente se simplifica y estructura, resaltando los datos más relevantes. Luego, se obtiene un modelo real con el cual se puede trabajar matematizándolo y convirtiéndolo en un modelo matemático con el que desarrollándolo matemáticamente se puede obtener una solución puramente matemática, que se debe interpretar para poderla llevar al mundo real, donde se valida comprobando si es apropiada a nuestro problema del mundo real del que partíamos. (ver figura 1).

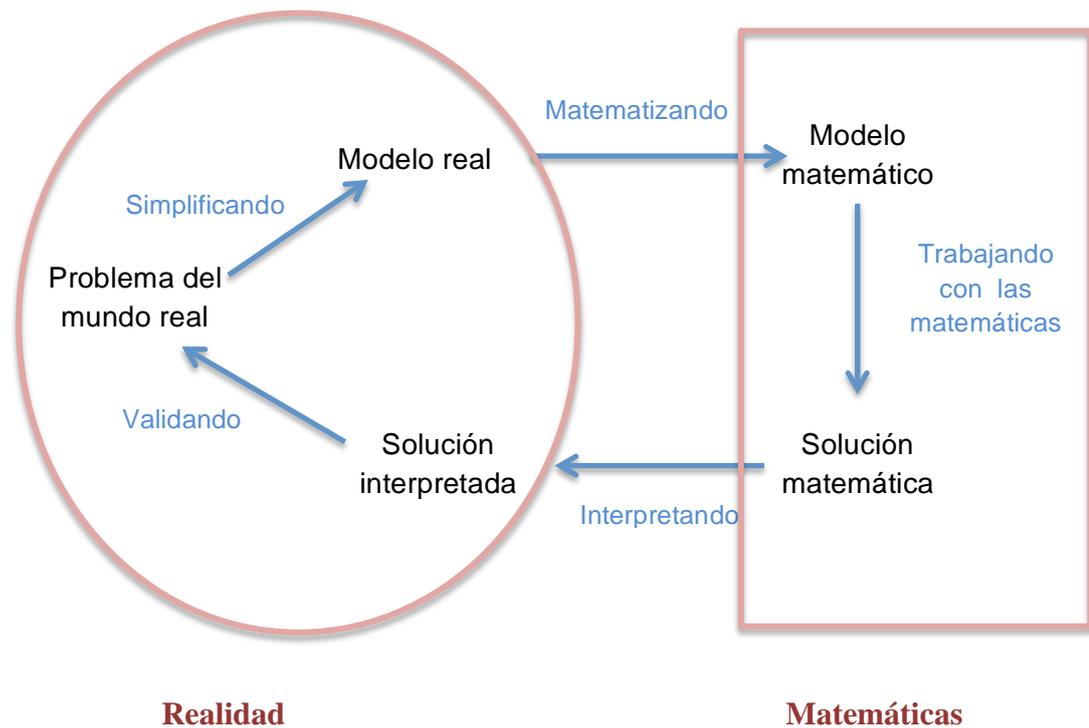


Figura 1. Proceso de modelización propuesto por Blum (1996, citado por Maaß, 2006)

1.3. EL USO DE LA TECNOLOGÍA

Las nuevas tecnologías son un buen recurso para las aulas pues pueden servir tanto para la mejora del aprendizaje de las Matemáticas como para la enseñanza de éstas a nuestros alumnos.

También, ellas nos ofrecen la posibilidad de promover una educación STEM, si quisiéramos, pues las tecnologías nos dan muchas facilidades para relacionar estas cuatro disciplinas y convertirlas en una sola, ya sea mediante programas informáticos, software, aplicaciones, etc.

En el currículo de secundaria, Ministerio de Educación y Ciencia (2007), se habla de la competencia del tratamiento de la información y competencia digital y se resalta que:

La competencia digital comporta hacer uso habitual de los recursos tecnológicos disponibles para resolver problemas reales de modo eficiente. Al mismo tiempo, posibilita evaluar y seleccionar nuevas fuentes de información e innovaciones

tecnológicas a medida que van apareciendo, en función de su utilidad para acometer tareas u objetivos específicos. (p. 688)

Por tanto, es una fuente muy importante para resolver problemas reales como el que queremos hacer, invitada a usarla desde el currículo y no sólo eso sino a ir más allá, dando la posibilidad a los alumnos de innovar y de crear partiendo de sus propias ideas y favoreciendo así su aprendizaje. Además, favorece la actitud crítica necesaria para nuestros alumnos cuando se enfrentan sobre todo a problemas reales de los cuales necesitan contrastar la información y validar las soluciones, como señala el currículo de secundaria, Ministerio de Educación y Ciencia (2007):

El tratamiento de la información y la competencia digital implican ser una persona autónoma, eficaz, responsable, crítica y reflexiva al seleccionar, tratar y utilizar la información y sus fuentes, así como las distintas herramientas tecnológicas; también tener una actitud crítica y reflexiva en la valoración de la información disponible, contrastándola cuando es necesario, y respetar las normas de conducta acordadas socialmente para regular el uso de la información y sus fuentes en los distintos soportes. (p. 688)

Departamento TIC (2011) señala las propuestas que se hacen desde PISA y que se obtienen del documento en el que exponen las conclusiones sobre el uso de la tecnología en educación según datos proporcionados por PISA, de las que yo destaco lo siguiente:

Los estudiantes necesitan la tecnología y el acceso a los medios digitales para el aprendizaje que con el equipamiento y disposición actual, las escuelas no pueden cumplir de forma adecuada. Más importante aún, los estándares educativos deben incluir el tipo de habilidades y competencias que pueden ayudar a los estudiantes a ser usuarios activos y responsables de la tecnología y el desarrollo de las nuevas competencias requeridas en la sociedad y economía actual, que se ven potenciadas por la tecnología, especialmente aquellas relacionadas con la gestión del conocimiento.

También el NCTM (2003) propone un principio tecnológico que destaca la importancia que tienen estos recursos para el aprendizaje de las matemáticas. Resalto lo siguiente:

Los profesores deberían utilizar la tecnología para enriquecer las oportunidades de aprendizaje de sus alumnos, seleccionando o creando tareas matemáticas que beneficien de lo que ella puede hacer bien y eficientemente: hacer gráficas, visualizar y calcular. (p. 27)

Ortega (2013) también se apoya en el uso de las tecnologías para realizar su estudio. En concreto, utiliza la aplicación para iPads *Vernier Video Physics*², la cual usaremos también nosotros en nuestro estudio. Esta aplicación permite grabar un vídeo de algún objeto en movimiento, para posteriormente modelizarlo matemáticamente a través de las gráficas de la trayectoria del objeto, de su posición y de la velocidad. Además, a través del software *Logger Pro*³ para ordenador se puede analizar los datos del estudio realizado.

1.4. LA IMPORTANCIA DE LOS DATOS REALES Y LA CONTEXTUALIZACIÓN

Nuestra exploración trata sobre el estudio matemático del bote de un balón que dejamos caer desde una determinada altura y rebota en el suelo, basándonos en las actividades propuestas por Antinone et al. (1997), Brueningsen et al. (1997) y Ortega (2013), hemos realizado un cuestionario para la recogida de datos adaptando las actividades propuestas a nuestras necesidades e intereses y con la modificación de que no utilizamos calculadoras y sensores para obtener la información y analizarla, sino la aplicación *Video Physics* del iPad antes mencionada.

La idea de analizar el bote de un balón parte de la importancia de resolver problemas en contextos reales. Laboy-Rush (2011) dice que los proyectos integrados en STEM fomentan la imaginación y la curiosidad de los alumnos, lo cual aumenta su motivación para aprender. También Puig (en prensa), citado por Ortega (2013) resalta que el uso de situaciones reales tiene un papel muy importante en las actividades diseñadas para la elaboración de conceptos matemáticos por parte de los alumnos, ya que este tipo de situaciones no se presenta como una aplicación de los conceptos sino con un objetivo que va más allá de eso. Por estas razones, creemos que modelizar los

² <http://www.vernier.com/products/software/video-physics/>

³ <http://www.vernier.com/products/software/lp/>

conceptos en situaciones reales mejora la motivación de los alumnos y, por tanto, favorece su aprendizaje.

En el aula es habitual enseñar, en primer lugar, los conceptos requeridos y luego, realizar actividades para aplicarlos que, en ocasiones, están basadas en la realidad pero a la vista de los alumnos tienen un enunciado ajeno a ellos y que por lo tanto, no tiene un contexto real.

Como ya he mencionado antes, vamos a hacer el estudio del bote de un balón. Por lo tanto, nos estamos centrando más en las componentes S, M y un poco T de STEM ya que tiene Ciencias, Matemáticas y la Tecnología desde el punto de vista de recurso para realizar y explorar la actividad. Para ella, los alumnos deben saber nociones básicas de interpretación y representación gráfica y modelos de funciones, en especial las lineales y las cuadráticas.

En el currículo de secundaria, Ministerio de Educación y Ciencia (2007), encontramos estos contenidos en el bloque de funciones y gráficas del cuarto curso de la ESO en la opción A:

Bloque 5. Funciones y gráficas.

Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfica o expresión analítica. Análisis de resultados.

La tasa de variación media como medida de la variación de una función en un intervalo.

Análisis de distintas formas de crecimiento en tablas, gráficas y enunciados verbales.

Funciones definidas a trozos: función escalonada. La función valor absoluto. Búsqueda e interpretación de situaciones reales.

Estudio y utilización de otros modelos funcionales no lineales: proporcionalidad inversa, exponencial y cuadrática. Utilización de tecnologías de la información para su análisis. (p. 758)

1.5. MARCO DE REFERENCIA PARA NUESTRO ESTUDIO

Basándonos en los documentos leídos sobre STEM y sobre modelización, que hemos sintetizado hasta ahora, hemos considerado importante destacar los siguientes indicadores de evaluación para el análisis de los resultados descartando muchos otros que hay y que no nos interesan para nuestro problema por el contexto de la misma.

En el apartado 2.2, señalamos la funciones de la educación en STEM y son en las que nos vamos a basar para analizar los resultados de los alumnos en nuestro estudio. En concreto en las que siguen:

1. Usar creativamente los conceptos y principios de Ciencias y Matemáticas, poniéndolos en práctica en las diferentes situaciones propuestas.
2. Ser capaces de usar la propia iniciativa y motivación, así como, desarrollar y ganar confianza en sí mismos.
3. Ser capaces de llevar a la práctica los procedimientos racionales y lógicos de las Ciencias y las Matemáticas, planteando innovaciones.

Además, Maaß (2006) resalta los aspectos necesarios para que un alumno tenga la llamada competencia de modelización, de los cuales destacamos como indicadores para nuestro estudio los siguientes:

4. Elegir de forma apropiada las notaciones matemáticas y representar gráficamente varias situaciones.
5. Establecer relaciones entre problemas similares o análogos, volver a enunciar el problema, viéndolo desde una forma diferente, variando las cantidades o los datos, etc.
6. Usar conocimientos matemáticos para resolver el problema.
7. Interpretar resultados matemáticos en un contexto no matemático.
8. Generalizar soluciones que fueron desarrolladas para una situación concreta.
9. Obtener las soluciones de un problema usando un lenguaje matemático apropiado y explicar y razonar dichas soluciones.

2. OBJETIVOS

Este trabajo fin de máster tiene como principal objetivo evaluar conjuntamente la competencia matemática y las competencias básicas en ciencia y tecnología en alumnos de Educación Secundaria.

De este objetivo principal podemos desglosar los siguientes, que concretan lo que estamos buscando para poder realizar dicha evaluación:

- Utilizar un recurso tecnológico, como es la aplicación del iPad, para obtener respuestas y sacar conclusiones de nuestro modelo.
- Apoyarnos en la experimentación de los alumnos con la modelización y el uso de conocimientos científicos y matemáticos para la evaluar el desarrollo de la competencia.

3. DISEÑO DE LA ACTIVIDAD

Para el diseño de esta actividad, requerimos un vídeo de una persona dejando caer un balón para luego, hacer el posterior estudio con la aplicación Video Physics. Además, elaboramos un cuestionario con diferentes preguntas relacionadas con este experimento.

3.1. DISEÑO DEL VÍDEO

Esta aplicación nos permite, como hemos mencionado antes, ver las gráficas de la trayectoria que sigue el balón, de su posición con respecto al tiempo o de la velocidad que alcanza en cada momento. Pero para ello, hay que seguir unos pasos previos, una vez hecha la grabación:

1. Fijar los ejes de coordenadas donde más nos convenga.

Para ello, seleccionamos el icono que tiene los ejes y los movemos y situamos donde más nos interese.



2. Tomar una escala para que el programa pueda mostrarnos las gráficas de nuestro experimento con una escala real. Seleccionando la tecla de la escala (una flecha con doble sentido) podemos marcar en el vídeo dos puntos de lo que vamos a tomar como escala y ponemos la medida de ese objeto, persona o lo que hayamos seleccionado.



3. Fijar puntos de la trayectoria que sigue nuestro objeto en movimiento en cada momento. Este paso es el que más tiempo nos dedica ya que hay que hacerlo con cuidado y sin prisa para que los resultados que salgan sean coherentes. Para ello, seleccionamos la tecla que tiene un punto en el medio y marcamos nuestro objeto en movimiento que vamos a analizar, luego éste se mueve y volvemos a marcar en el lugar donde se encuentre ahora y así sucesivamente hasta que creamos que es suficiente para lo que queremos estudiar.



En nuestro estudio, hemos grabado previamente a una persona dejando caer un balón de baloncesto, desde una determinada altura, al suelo. Luego, hemos fijado los ejes de coordenadas en el suelo (donde el balón rebota) y por delante de la persona que se encuentra de pie. Como escala hemos tomado la altura de este compañero que es 1.80 metros y hemos marcado la trayectoria del balón con los puntos hasta el cuarto rebote.

En la siguiente imagen (Imagen 1), podemos ver la pantalla principal de esta aplicación con una captura de pantalla del vídeo que nosotros vamos a estudiar y el lugar dónde hemos situado los ejes de coordenadas. Además, arriba se puede apreciar el menú mencionado previamente para marcar los puntos de la trayectoria, elegir la escala o situar los ejes de coordenadas (de izquierda a derecha).



Imagen 1

3.2. DISEÑO DEL CUESTIONARIO

Para la recogida de datos de este estudio, hemos desarrollado un cuestionario con un total de ocho preguntas distribuidas en dos fichas, una previa al análisis del experimento y otra posterior (ver Anexo 1 y 2, respectivamente).

Primeramente, detallamos todas las preguntas del cuestionario y luego, al final se añade una tabla resumen en la que se relaciona cada pregunta con sus respectivos indicadores y objetivos.

La ficha 1, previa al análisis, consta de cuatro preguntas que persigue explorar las primeras intuiciones de los alumnos sobre el fenómeno del bote del balón.

La primera pregunta trata de que, una vez visto el vídeo, los alumnos hagan un esbozo de cómo sería la gráfica de la altura en cada momento de los sucesivos botes del balón, es decir, que sean capaces de matematizar ese modelo real ya simplificado.

1. Bajo tu intuición, ¿cómo crees que será el gráfico de la altura de la pelota en los sucesivos botes con respecto al tiempo? Haz un esbozo de él.

Con esta pregunta se espera que los alumnos sepan representar gráficamente una determinada situación real, y en particular, ésta.

La segunda pregunta enfoca un aspecto más matemático, es decir, los alumnos debían decir a qué tipo de familia de curvas pertenecía la gráfica que habían dibujado antes, eligiendo una de las opciones propuestas (recta, parábola, ecuación cúbica o una de proporcionalidad inversa).

2. ¿A qué familia crees que pertenece la gráfica que has dibujado? Razona tu respuesta.

a) $y = ax+b$

b) $y = ax^2+bx+c$

c) $y = ax^3+bx^2+cx+d$

d) $y = \frac{k}{x}$

Se pretendía que dieran otra representación, en este caso analítica, de la gráfica de los sucesivos botes del balón, trabajando con las matemáticas que ya habían construido. Hay que resaltar que nuestro interés en esta pregunta es una coherencia con la representación gráfica hecha anteriormente y no una respuesta correcta, que, sin embargo, no concuerda con lo representado en la primera pregunta.

Por otro lado, la tercera pregunta busca que ellos den un paso atrás y sitúen los ejes de coordenadas en otro lugar que crean conveniente, en lugar de donde los hemos situado nosotros. Además, se les pide que expliquen los cambios producidos al cambiar los ejes, dándoles la posibilidad de apoyarse en un gráfica para ello.

3. En el vídeo hemos situado los ejes en el suelo (imagen 1) y nos preguntamos si la gráfica sería diferente si los pusiéramos en otro lugar. Señala en la imagen 2 dónde pondrías los ejes de coordenadas y explica cómo cambiaría la gráfica. Si quieres, puedes dibujarla.

Con esta pregunta, pretendíamos no sólo que ellos tomaran iniciativa y decisión a la hora de realizar un estudio, sino que además matematizaran ese modelo real, explicando los cambios que se producirían al modificar el lugar de ubicación de los ejes de coordenadas.

Por último la cuarta pregunta, daba un paso más y pedía que dibujaran la gráfica de la velocidad con respecto al tiempo que alcanza el balón en cada momento de los sucesivos botes.

4. ¿La velocidad de la pelota varía o se mantiene siempre constante en los sucesivos botes? Dibuja cómo crees que sería la gráfica de la velocidad de la pelota con respecto al tiempo y explica el razonamiento que has seguido.

La dificultad de esta pregunta era mayor pero se pretendía que los alumnos unificaran conceptos matemáticos y físicos para representar gráficamente este fenómeno. No pretendíamos encontrarnos una gráfica de la velocidad adecuada al modelo, pero se buscaba la coherencia en esta pregunta esperando una relación entre estas dos disciplinas.

La ficha 2 del cuestionario, para realizar después de haber hecho el estudio y haber observado el modelo matemático resultante gracias a la aplicación para iPad, consta también de cuatro preguntas que están relacionadas con la interpretación de lo ya visto y con matematizar situaciones similares a la nuestra.

Además, junto con la ficha 2, les hemos entregado dos anexos en los que se encontraban las gráficas proporcionadas por Video Physics, en particular, la gráfica de la altura con respecto al tiempo, de la velocidad y de la distancia que recorre con respecto al tiempo (ver Anexo 3). En esta última gráfica, está señalado en azul una parte

de ella ya que en el cuestionario hay una pregunta referida a qué es lo que creen que sucede en esa zona.

En primer lugar, se encuentran con una pregunta de comprobación, preguntándoles si la curva proporcionada por la aplicación se parece a la que ellos habían intuido y sino en qué se diferencia.

1. Las curvas dadas por el gráfico de *Video Physics*, ¿se parecen a las que te imaginaste? ¿en qué se diferencian?

Se pretendía que los alumnos de una forma muy simple analizaran las similitudes y diferencias entre su intuición y el modelo real proporcionado.

Luego, la segunda pregunta tiene tres apartados y todos ellos se basan en la interpretación de gráficas, en concreto las gráficas del anexo 1 (en el Anexo 3), la de la altura con respecto al tiempo y la de la velocidad en cada momento de los sucesivos botes. Hay que resaltar que estas gráficas tienen las dos la misma escala y se puede interpretar lo que pasa en una observando la otra sin mucha dificultad.

- 2. Fíjate bien en las gráficas de la altura con respecto al tiempo y de la velocidad con respecto al tiempo en nuestro experimento (anexo 1).**
- a) ¿Cómo es la velocidad de la pelota desde que deja el suelo hasta que alcanza la máxima altura?**
 - b) ¿Y desde que pasa la máxima altura hasta que toca el suelo otra vez?**
 - c) ¿Dónde se encuentra el balón cuando la velocidad es justo 0 m/s?**

Con estos tres apartados, como he mencionado antes, queríamos que interpretaran las gráficas, observando, por ejemplo para el primer apartado, en el primer bote cuando la pelota sube (desde que deja el suelo hasta que alcanza su máxima altura) y analizar ese tramo en la gráfica de la velocidad e interpretarlo.

Ahora bien, la tercera pregunta va enfocada a una reformulación del problema (como en la tercera pregunta de la ficha 1), ya que se les pide que expliquen

gráficamente los cambios producidos si en lugar de una pelota de baloncesto utilizáramos una que estuviera pinchada, que no bota tanto, o una saltarina, que bota mucho más.

3. Imagina que realizáramos esta actividad con una pelota que no rebota tanto (por ejemplo, un balón de baloncesto pinchado), ¿qué cambios se producirían en las gráficas? ¿y si fuera una pelota saltarina?

Pretendíamos con esta pregunta que establecieran relaciones con nuestro problema principal y modificaran los cambios producidos ya que es un problema similar partiendo de otros datos.

Por último, la cuarta pregunta, como en la ficha 1, va un poco más allá, buscando la interpretación de una representación gráfica que nos da la aplicación y que hemos llamado gráfica de la distancia, anexo 2 (del Anexo 3). Esta pregunta tiene dos apartados. El primero les pregunta sobre el significado de esta gráfica para que ellos expliquen qué está representado esa función. Y el segundo, les pregunta lo que ocurre en una zona en concreto de la gráfica.

4. Observa la gráfica de la distancia que recorre el balón con respecto al tiempo (anexo 2).
a) Explica el significado de la forma que tiene.
b) ¿Qué ocurre en la zona señalada?

Con estos dos apartados esperábamos que los alumnos con la información proporcionada previamente supieran interpretar los datos de una representación gráfica, es decir, que interpretaran los resultados matemáticos en un contexto no matemático.

Todo esto lo podemos resumir en las siguiente tablas en las que relacionamos las preguntas de cada ficha del cuestionario con el marco de referencia tomado, destacando en negrita lo apropiado para cada pregunta, y los objetivos que se quieren conseguir en cada una de ellas.

Ficha 1		
	Indicadores	Objetivo
Pregunta 1	4. Elegir de forma apropiada las notaciones matemáticas y representar gráficamente varias situaciones.	Matematizar un modelo real, en concreto, representar gráficamente una determinada situación.
Pregunta 2	4. Elegir de forma apropiada las notaciones matemáticas y representar gráficamente varias situaciones.	Usar coherencia entre varias representaciones de un mismo suceso.
Pregunta 3	2. Ser capaces de usar la propia iniciativa y motivación , así como, desarrollar y ganar confianza en sí mismos.	Matematizar un modelo real, en concreto, representar gráficamente una determinada situación.
Pregunta 4	1. Usar creativamente los conceptos y principios de Ciencias y Matemáticas, poniéndolos en práctica en las diferentes situaciones propuestas. 3. Ser capaces de llevar a la práctica los procedimientos racionales y lógicos de las Ciencias y las Matemáticas, planteando innovaciones.	Unificar conceptos matemáticos y físicos con el fin de dar respuesta a un problema.

Ficha 2		
	Indicadores	Objetivo
Pregunta 1		Analizar las similitudes o diferencias de la intuición previa con el modelo real.
Pregunta 2	<p>7. Interpretar resultados matemáticos en un contexto no matemático.</p> <p>9. Obtener las soluciones de un problema usando un lenguaje matemático apropiado y explicar y razonar dichas soluciones</p>	Interpretar representaciones gráficas.
Pregunta 3	<p>5. Establecer relaciones entre problemas similares o análogos, volver a enunciar el problema, viéndolo desde una forma diferente, variando las cantidades o los datos, etc.</p> <p>8. Generalizar soluciones que fueron desarrolladas para una situación concreta.</p>	Establecer relaciones con los resultados obtenidos previamente con el modelo de partida.
Pregunta 4	7. Interpretar resultados matemáticos en un contexto no matemático.	Interpretar representaciones gráficas.

El indicador 6 de nuestro marco de referencia “*Usar conocimientos matemáticos para resolver el problema.*” no está referido a ninguna pregunta en concreto del cuestionario pues entendemos que está implícitamente en todas ellas.

4. IMPLEMENTACIÓN EN EL AULA

4.1. POBLACIÓN DEL ESTUDIO Y CONOCIMIENTOS PREVIOS

La población que ha participado en nuestro experimento está formada por 15 alumnos, nueve chicos y seis chicas, de entre 15 y 16 años de 4º de ESO de la opción A, del I.E.S. Ángel Ganivet de Granada donde he realizado las prácticas docentes del citado máster.

Por lo observado días anteriores y por conversaciones previas con mi tutora de prácticas en el instituto, su profesora de Matemáticas, sabemos que la actitud del grupo es buena y participativa, que muestran interés en las clases y que en general, son trabajadores.

En el apartado 2.4 describimos los contenidos del bloque de funciones y gráficas de cuarto de la ESO en la opción A del currículo de secundaria y ahora, vamos a destacar en **negrita** los conocimientos que sabemos que los alumnos tienen de este bloque ya sea porque o bien, la profesora nos ha dicho que los tenían o se les han explicado estando yo de observación en las prácticas y por tanto, tenemos suficiente constancia de ello (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007, p. 758).

- ***Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfica o expresión analítica. Análisis de resultados.***
- *La tasa de variación media como medida de la variación de una función en un intervalo.*
- ***Análisis de distintas formas de crecimiento en tablas, gráficas y enunciados verbales.***
- *Funciones definidas a trozos: función escalonada. La función valor absoluto. Búsqueda e interpretación de situaciones reales.*
- ***Estudio y utilización de otros modelos funcionales no lineales: proporcionalidad inversa, exponencial y cuadrática. Utilización de tecnologías de la información para su análisis.***

4.2. DESARROLLO DE LA SESIÓN

La actividad se realizó en una sesión de una hora, correspondiente a su clase habitual de Matemáticas, en un aula con pantalla y proyector para poder mostrar el vídeo y la aplicación de Video Physics. Como ya hemos dicho antes, por falta de disponibilidad de sesiones para trabajar el estudio, previamente hemos grabado a una persona dejando caer un balón, situado los ejes de coordenadas, tomado la escala y marcado la trayectoria del balón que éste recorre.

Hubiera sido interesante si hubiéramos podido disponer de dos o tres sesiones de clase para que trabajaran por parejas con un iPad cada una y que se grabaran a uno de los dos dejando caer un balón desde una determinada altura e hicieran la previa preparación para obtener los resultados pues cada pareja tomaría los ejes donde creyera más conveniente, la escala oportuna, etc. Por tanto, los resultados probablemente variarían dependiendo de cada pareja y podríamos analizar los diferentes resultados. Además, la motivación sería mayor para hacer luego el cuestionario de análisis de los resultados pues estarían estudiando y analizando su propio experimento. Como esto no ha sido posible, llevamos tanto el vídeo grabado como los resultados proporcionados por la aplicación como otro vídeo sin modificaciones para explicarles el proceso que habíamos seguido para obtener esos resultados.

Una vez en el aula proyectamos la pantalla del iPad para que pudieran ver el vídeo y la aplicación que hemos usado. En primer lugar, les explicamos el proyecto que íbamos a hacer recalando en todo momento que no era un examen y que no contaba para nota, insistiendo en que respondieran con total sinceridad y sin miedo.

Luego, se les enseñó el vídeo y les expliqué tanto cómo funciona la aplicación como los resultados que nos proporciona. Para ello, primero visualizamos el vídeo en el que no se habían hecho modificaciones y los pasos a seguir, mencionados previamente, para hacer el estudio del experimento, es decir, la posición de los ejes, la escala y el procedimiento para marcar la trayectoria del balón.

A continuación, les entregamos la ficha 1 del cuestionario (Anexo 1) para que respondieran a las preguntas.

UN ESTUDIO DE CASOS PARA EVALUAR LA COMPETENCIA STEM

Algunos alumnos nos pidieron que pusiéramos de nuevo el vídeo para poder realizar la primera pregunta sobre la representación gráfica intuitivamente de la altura de los botes.



Imagen 2

Es importante señalar que en el momento de entregarles la ficha, se les recalcó que en la segunda pregunta nos referíamos a la familia de curvas a la que pertenecía cada bote del balón y no la familia de curvas de toda la representación gráfica.

También, cabe destacar que algunos alumnos tuvieron problemas para responder la tercera cuestión, que les preguntaba por otro lugar para situar los ejes de coordenadas, ya que no entendían lo que tenían que hacer o no veían qué otro lugar era posible y no escribían nada. Nosotros pasábamos por las mesas para responder las dudas que tenían y aclararles lo que queríamos que hicieran.

Cuando ya todos habían terminado la primera ficha, volvimos al proyector y con el vídeo ya modificado vimos cómo quedaría todo si continuáramos el proceso. También, vimos los diferentes gráficos que nos aporta esta aplicación y les entregamos tanto la segunda ficha como los anexos (Anexos 2, 3 y 4) para que la completaran.

Cabe destacar que al entregarles los anexos, en los que venían las gráficas de la aplicación, se les insistió en que tuvieran cuidado con la gráfica de la velocidad de la pelota en cada momento ya que el eje de las abscisas se encontraba en medio de la

imagen y no se apreciaba con claridad si no tenían cuidado, lo cual les podía llevar a alguna confusión.

En esta ficha, la mayor parte de los alumnos tuvieron problemas en la última pregunta pues no entendían el significado de la gráfica de la distancia que recorre el balón y por lo tanto, no sabían qué responder.

Cuando ya todos los alumnos habían terminado la segunda ficha, les preguntamos qué les había parecido la sesión, a lo cual todos los alumnos respondieron que les había parecido muy interesante y les había gustado. Además, estuvimos hablando de la familia a la que pertenecen las curvas formadas por cada bote del balón y de la orientación de estas parábolas (con las ramas hacia abajo) por la influencia de la gravedad en la pelota.



Imagen 3

5. RESULTADOS

En este apartado, se señalan tanto el método de análisis seguido para estudiar los resultados de las fichas del cuestionario como el posterior análisis realizado.

5.1. MÉTODO DE ANÁLISIS

Para analizar los diferentes resultados nos hemos basado en varios aspectos. Primeramente, en los objetivos de este trabajo de fin de máster pues gracias al análisis de los resultados podremos evaluar si la competencia matemática y las competencias básicas en ciencia y tecnología está alcanzadas conjuntamente por los alumnos o no, principal objetivo de este estudio.

Además, en el marco de referencia usado, descrito en el apartado 2.5, ya que la elección de las preguntas las hemos hecho teniendo ese marco como uno de los pilares principales.

Obviamente, también, nos basamos en los objetivos de cada pregunta del cuestionario ya que las preguntas se han desarrollado de la forma en la que están por un motivo, que es lo que se pretendía conseguir con esa pregunta.

Por tanto, para evaluar las respuestas de los alumnos tuvimos como base tres pilares. El más importante, los objetivos de este trabajo, el marco de referencia y los objetivos de cada pregunta del cuestionario, es decir, las tablas descritas en el apartado 4.2.

5.2. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

A continuación, describimos un análisis hecho pregunta a pregunta de cada ficha del cuestionario, destacando el porcentaje de respuestas correctas, los tipos de respuestas dados así como su frecuencia y las habilidades conseguidas en cada pregunta; es decir, si han dado evidencias de haber alcanzado el objetivo de la pregunta o no. Además, se destacan algunas de las respuestas más relevantes de los cuestionarios por la atención que ha despertado en nosotros.

5.2.1. FICHA 1

Pregunta 1

En esta pregunta, encontramos tres tipos de respuestas diferentes.

Podemos afirmar que el 33'33% de los alumnos dieron una respuesta acertada ya que dibujaron la gráfica de la altura de los sucesivos botes en cada momento como un conjunto de parábolas con las ramas hacia abajo que comienzan en una determinada altura, suponemos la posición del balón hasta de caer, y que van decreciendo a medida que aumenta el número de botes, es decir, en cada bote la altura máxima que alcanza el balón es menor a la anterior. Aún así, dentro de este tipo de respuesta (conjunto de parábolas), encontramos tres formas diferentes de representarlas:

- El 40% las representa como habitualmente entendemos un conjunto de parábolas con las ramas hacia abajo.
- El 20% representa el conjunto de parábolas con las ramas hacia abajo sin tocar el eje x, es decir, como situáramos el eje de las abscisas por debajo del suelo.
- Por último, el 40% hace una representación de “una especie” de conjunto de parábolas con las ramas hacia abajo con la modificación de que forman una curva en el eje x también, es decir, parece que el balón se queda en el suelo un tiempo y avanza antes de rebotar de nuevo (Imagen 4).

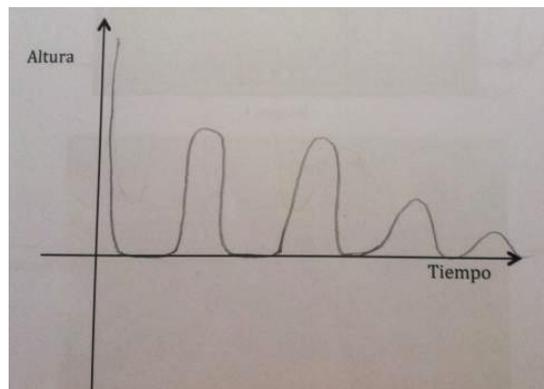


Imagen 4

El 66'66% restante elabora una representación errónea de esta gráfica y podemos distinguir dos tipos de respuestas.

UN ESTUDIO DE CASOS PARA EVALUAR LA COMPETENCIA STEM

- La primera, que además tiene la mayor frecuencia con un 46'66%, representa la gráfica como un conjunto de rectas, es decir, una representación de la trayectoria del balón pero en lugar de describirla parabólicamente utilizando segmentos. Para ello, empiezan con una recta con pendiente negativa que empieza en una determinada altura y desciende hasta que tiene altura cero. Luego una recta con pendiente positiva que asciende hasta una altura menor que la anterior y así sucesivamente. Un ejemplo de estas respuestas, que denotaremos a partir de ahora “conjunto de rectas decrecientes”, es la que se muestra en la Imagen 5.
- La segunda con un 20% de las respuestas representa la gráfica con la forma de una función de proporcionalidad inversa, que desde su máxima altura desciende hasta alcanzar la altura cero. Un ejemplo de estas respuestas es la que se muestra en la Imagen 6.

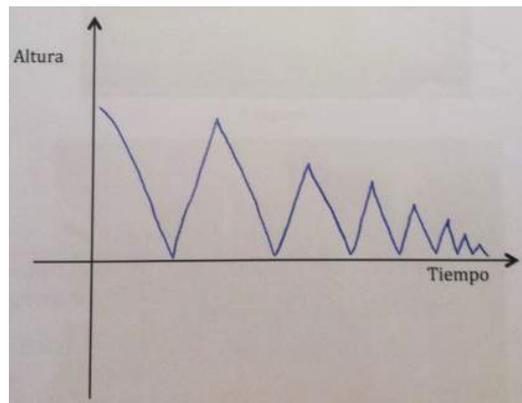


Imagen 5

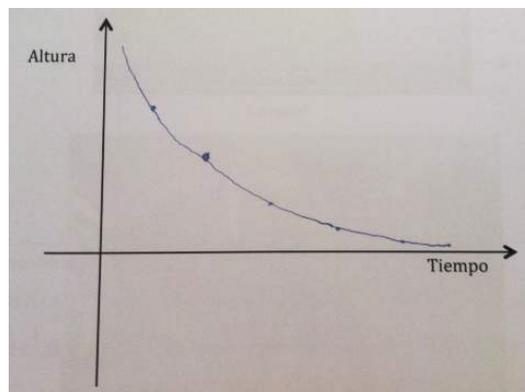


Imagen 6

Cuando describimos las preguntas del cuestionario resaltamos como objetivo de esta pregunta matematizar un modelo real, representando gráficamente esta situación, que también era nuestro indicador del marco de referencia. Con esto, hemos visto que aunque menos de la mitad de los alumnos han dado con la respuesta correcta muchos se han aproximado a ella pues tanto los que utilizaron como representación un conjunto de parábolas con las ramas hacia abajo y decrecientes como los que utilizaron el conjunto de rectas decrecientes entendían claramente cuál era la trayectoria del balón a pesar de que al representarlo viéramos variaciones (rectas en lugar de curvas).

Por tanto, a vista de lo que pretendíamos, podemos afirmar que casi el 80% de los alumnos han alcanzado el objetivo que teníamos con esta pregunta.

Pregunta 2

Como ya mencionamos en el diseño del cuestionario (apartado 4.2), en esta pregunta íbamos a evaluar la concordancia entre la respuesta de la pregunta 1 con ésta y no la valoración de una respuesta correcta que no concuerda con lo que representado intuitivamente antes.

La verdad que nos ha sorprendido que el 53'33% de las respuestas no concordaran con la gráfica representada previamente. La variedad de respuestas es bastante grande pero las podemos clasificar como sigue:

- Seleccionar la opción $y=ax^2+bx+c$ habiendo representado en la primera pregunta un conjunto de rectas decrecientes, con una frecuencia de un 37'5%, o habiendo representado una curva del tipo de proporcionalidad inversa, con una frecuencia del 25%.
- Seleccionar la opción $y=ax+b$ y haber representado un conjuntos de parábolas decrecientes o una curva del tipo de proporcionalidad inversa, con una frecuencia del 12'5% cada una.
- Seleccionar la opción $y=ax^3+bx^2+cx+d$ habiendo representado un conjunto de parábolas decrecientes en la primera pregunta, con una frecuencia del 12'5%.

Cabe destacar que un alumno no respondió a esta pregunta y que por tanto, el 40% restante de las respuestas concordaban con lo representado anteriormente.

Un 33'33% había representado la gráfica con un conjunto de rectas decrecientes y tomo la opción $y=ax+b$; y un 66'66% la había representado con un conjunto de parábolas decrecientes y selecciono la opción $y=ax^2+bx+c$.

Tras este análisis, podemos concluir que más de la mitad de los alumnos no han alcanzado el objetivo planteado en esta pregunta pues no han utilizado relaciones entre ambas representaciones como indicaba el marco de referencia de esta cuestión.

Pregunta 3

Como ya describimos en el apartado 4.2, esta pregunta tiene como indicador del marco de referencia tomar iniciativa propia y decisión y como objetivo que matematizaran el modelo que ellos proponían, describiendo los cambios producidos. Por tanto, para analizar esta pregunta vamos a comprobar si el lugar donde situaron los ejes y los cambios en la gráfica que describieron son compatibles o no.

Para ellos vamos a clasificar las respuestas según el lugar donde situaron los ejes de coordenadas:

- El 33'33% ha situado los ejes un poco más arriba del suelo, es decir, haciendo una traslación hacia arriba del eje de las abscisas hasta la altura de las rodillas aproximadamente. Los cambios producidos en la gráfica que explican estos alumnos son compatibles con la situación de los ejes ya que razonan (apoyándose de una gráfica o no) que ahora la altura alcanza números negativos, salvo uno de los alumnos que no da un razonamiento matemático sino que argumenta que así puede medir los botes a la altura de las rodillas en lugar de en el suelo. Un ejemplo de este tipo es el que muestra la imagen 7.
- El 40% de los alumnos ha situado los ejes en el balón, aunque en diferentes puntos de éste pero para no ampliar el abanico de posibilidades los clasificamos todos en el balón.

En este caso, la compatibilidad entre la situación de los ejes y los cambios en la gráfica no es tan buena ya que sólo el 33'33% de ellos ha razonado que la altura de la pelota pasaría a ser negativa. Un 16'66% hace una gráfica donde la altura empieza positiva y a partir del segundo bote, pasa a

ser negativa, aún habiendo situado los ejes en el balón (Imagen 8). Y el 50% restante también razonan los cambios de diferentes maneras. Un 16'66% señala que la gráfica se mantendría igual que la de la pregunta 1. El mismo porcentaje hace una gráfica similar a la de la pregunta 1 pero que empieza en el punto $(0,0)$ en lugar de la altura de partida del balón. Y el último 16'66% no responde a la pregunta de qué cambios se producirían en la gráfica.



Imagen 7

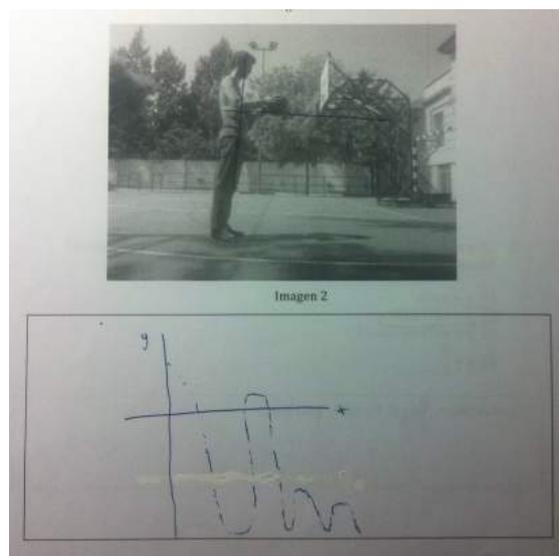


Imagen 8

UN ESTUDIO DE CASOS PARA EVALUAR LA COMPETENCIA STEM

- El 13'33% ha situado los ejes en el suelo pero con el eje de ordenadas variante, es decir, el 50% de ellos, con el eje de ordenadas en la persona que deja caer el balón y el otro 50%, con el eje trasladado hacia delante (imagen 9). Para el primero de ellos, hay coherencia entre el lugar donde sitúa los ejes y los cambios producidos en la gráfica ya que hace el mismo esbozo que tiene en la pregunta 1 pues los cambios son mínimos, por lo tanto, tiene sentido. Sin embargo, el segundo caso me llama mucho la atención ya que lo que hace es cambiar la orientación de la gráfica (en su caso, del conjunto de parábolas decrecientes) como muestra la imagen 9. Es un error bastante llamativo ya que no se da cuenta de que la gráfica está representando la altura del balón en cada momento, por lo tanto aunque haya traslado el eje le quedaría igual. Sin embargo, la gráfica que representa la distancia que recorre el balón pasaría a ser negativa pero no es lo que se preguntaba.



Imagen 9

- El último 13'33% no sitúa los ejes en ningún lugar ya sea porque considera que no se pueden cambiar de sitio (50%) o porque no responde a la pregunta (50%).

Después de esta clasificación de respuestas, podemos concluir que un poco más de la mitad de los alumnos ha alcanzado el objetivo esperado pues han tenido iniciativa propia al posicionar los ejes de coordenadas y además, han razonado correctamente según la posición aportada de los ejes, es decir, han sabido matematizar su propio modelo.

Por otro lado, es importante señalar que dos de los alumnos no alcanzaron el objetivo de esta pregunta debido a la no colocación de los ejes en ningún lado y además, no consiguieron el indicador de nuestro marco de referencia de tener iniciativa propia, lo cual los aleja bastante del objetivo principal del trabajo ya que, como sabemos, es un requisito esencial para la competencia STEM.

El resto de alumnos tampoco lograron el objetivo pues no era coherente la posición de los ejes con la descripción dada después, como acabamos de ver, pero ellos sí tuvieron decisión al situar los ejes aunque después no hayan sabido matematizar su modelo correctamente.

Pregunta 4

La última pregunta de esta ficha tenía un poco más de complejidad porque se necesitaba relacionar los conceptos de Física con los de Matemáticas. Por consiguiente, ha habido una mayor variedad de respuestas que las hemos clasificado de la siguiente forma:

- El 33'33% hace una recta con pendiente negativa para representar la velocidad del balón en cada momento, pero que nunca pasa el eje de abscisas sino que se encuentra en el primer cuadrante, razonando que la velocidad disminuye a medida que pasa el tiempo de diversas formas.
- El 20% representa la velocidad con una curva decreciente con forma similar a la función de proporcionalidad inversa, razonando que la velocidad iría decreciendo a lo largo del tiempo hasta quedarse quieta. Una de las alumnas que ha utilizado esta representación ha razonado de la

siguiente manera: “Cuanto más alto la tires, más velocidad tiene. Cuando se suelta la pelota, su velocidad desciende ya que la gravedad la va atrayendo y finalmente, se frena”. Aunque la representación no sea correcta, ha relacionado los conceptos de ambas disciplinas para razonar su representación.

- El 13'33% representa la velocidad de forma constante, razonando uno de ellos que la velocidad se mantiene y el otro que “es constante porque la masa y el peso son los mismos”.

Esta respuesta llama mucho la atención porque no han reflexionado en el fenómeno ya que si la velocidad si mantuviera constante nunca pararía.

- Otro 13'33% ha utilizado un conjunto de rectas decrecientes en el primer cuadrante, como el que mencione en la pregunta 1 pero empezando en el (0,0) con una recta de pendiente positiva, para representar la velocidad.
- El último 13'33%, ya que un alumno no ha respondido a esta pregunta, utiliza un conjunto de parábolas para representar la velocidad. Uno de ellos hace un gráfica exactamente igual a la que realizó en la primera pregunta, razonando que “cuanto mayor sea el tiempo mayor será la velocidad” y representando justo lo contrario (a menor tiempo mayor velocidad). Y el otro hace un conjunto de parábolas pero esta vez creciente, es decir, en cada bote la velocidad va a aumentando.

En conclusión, podremos decir que nadie ha alcanzado el objetivo previsto pues aunque, como ya señalamos antes, hubo algún caso de alumnos que unificaron los conceptos de Física y Matemáticas, no lograron con ellos dar una respuesta correcta a la pregunta. Pero sí que podemos afirmar que el grupo mayoritario se aproximó bastante dibujando una recta con pendiente negativa y razonando cómo lo hizo.

5.2.2. FICHA 2

Pregunta 1

En la primera pregunta no tenemos mucho que analizar ya que era una pregunta para ellos, en la que como ya mencionamos en el apartado 4.2, buscábamos que

encontraran las similitudes y diferencias entre las representaciones que ellos hicieron y las proporcionadas por la aplicación del iPad.

Señalamos que el 33'33% de los alumnos dijo que sí se parecían las curvas dadas a las que ellos se habían imaginado, el 40% ha señalado que no eran como se las imaginaban y un 26'66% ha explicado que la gráfica de la altura sí era como la imaginaba pero que la de la velocidad pensaban que sería diferente.

Pregunta 2

Esta pregunta, como ya he destacado antes, tiene como objetivo principal interpretar resultados matemáticos y razonar las conclusiones. Como tiene tres apartados, vamos a realizar el análisis independientemente uno de los otros:

Pregunta 2 a)

Como hemos hecho con el resto de preguntas, vamos a clasificar, primeramente, las respuestas de los alumnos:

- El 26'66% afirma que la velocidad disminuye desde que la pelota deja el suelo hasta que alcanza su máxima altura pero no hacen razonamientos o no son coherentes.
- En cambio, otro 26'66% concluye que la velocidad aumenta en este tramo de trayectoria del balón. Uno de ellos razonó de la siguiente manera: "Aumenta debido que al chocar con el suelo se impulsa hacia arriba debido a la velocidad que lleva el balón".
- Un sorprendente 33'33% concluye que la velocidad es constante en ese tramo, incluso el 60% de ellos afirma que la velocidad es de 4m/s desde que el balón deja el suelo hasta que alcanza su máxima altura y un 20% que es de 5m/s.
- El 13'33% restante, no responde a la pregunta que se le hace ya que uno de ellos dice que "va aumentando el tiempo conforme disminuye la altura" y el otro que "la velocidad varía en todo momento" pero no explica cómo varía ni nada.

En este apartado, concluimos que es un porcentaje muy bajo el que concluye que la velocidad disminuye, es decir, un poco más de un cuarto de los alumnos consiguen interpretar las gráficas aunque no alcanza el indicador de nuestro marco de referencia pues no explica y razona correctamente.

Como acabamos de analizar, el resto no sólo no responde correctamente sino que observamos que casi el 75% de los alumnos no saben interpretar unos determinados resultados pues concluyen que la velocidad se mantiene constante o que aumenta cuando es una recta con pendiente negativa.

Pregunta 2 b)

Hemos realizado una clasificación análoga a la realizada en el apartado anterior.

- El 46'66% afirma que la velocidad disminuye desde que el balón pasa su máxima altura hasta que vuelve a tocar de nuevo el suelo, pero hay que destacar que ninguno de ellos resalta que la velocidad pasa a valores negativos en este tramo sino que todos ponen simplemente que la velocidad disminuye.
- El 13'33% responde que la velocidad aumenta en este tramo de la trayectoria del balón, razonando uno de ellos que: "es mayor ya que el peso del balón está bajando", y el otro que: "al descender la velocidad aumenta pero más lentamente".
- El 26'66% de los alumnos dice que la velocidad es exacta, que son los mismos que señalaron en el apartado a) que la velocidad tomaba valores constantes salvo uno que ahora no razona de esta manera. Como antes, ocurre que el 75% de ellos afirma que la velocidad en ese tramo es de 2m/s mientras que el 25% que es de 4'75m/s.
- Por último, el mismo 13'33% que en el apartado a) da unas afirmaciones que no responden a la pregunta, afirmando uno de ellos que "es menor el tiempo que cuando la altura disminuye" y el otro que "a partir de ahí se pierde la velocidad".

En este caso, sí que podemos concluir que casi la mitad de los alumnos han respondido bien a la pregunta, aunque no hayan explicitado que la velocidad se volvía

negativa. Este detalle nos hace dudar si de verdad saben interpretar estas gráficas o no. También pensamos que, como en las gráficas proporcionadas por la aplicación, el eje de las abscisas se encuentra en medio de la imagen y no se aprecia bien si no te fijas en la numeración del eje de ordenadas, hayan tenido problemas para concluir que era negativa pues pensaban que seguían en el primer cuadrante.

Como antes, un porcentaje relativamente alto (un poco más de la mitad de los alumnos), no sabe interpretar unos resultados dados gráficamente.

Pregunta 2 c)

En el tercer apartado, se pedía el proceso inverso a los dos anteriores, es decir, se les preguntaba cuál era la posición del balón cuando la velocidad era de 0m/s. Para este apartado, hemos clasificado las respuestas de la siguiente forma:

- El 33'33% concluye que el balón se encuentra en su máxima altura cuando la velocidad de éste es de 0m/s.
- Mientras que un 40% afirma que el balón se encuentra en el suelo en esa velocidad, explicando uno de ellos que “se encuentra en el suelo cuando ya se ha parado y se ha quedado quieto”.
- Por otro lado, un 13'33% señala que el balón se encuentra en el aire pero no explica en qué posición, si cuando sube, cuando alcanza su máxima altura o cuando desciende.
- Por último, un 13'33% da otro tipo de respuestas. Uno de ellos afirma que el balón “se encuentra tanto ascendiendo como cayendo” y el otro que el balón se encuentra “descendiendo del tercer bote, por los cuatro segundos y medio”.

Como vemos un tercio de los alumnos ha sabido dar una respuesta correcta a esta pregunta, incluso podemos dar por buena la respuesta de la alumna de que el balón se encuentra en el suelo cuando ya está parado ya que es cierto y además, lo ha razonado, aunque no sea el único momento en el que el balón se encuentra a 0m/s.

En general, podemos concluir con esta pregunta que los alumnos no saben interpretar matemáticamente unas representaciones gráficas proporcionadas ya que solamente uno de los alumnos ha respondido correctamente a los tres apartados lo que

nos dice que puede ser que el resto de alumnos hayan tenido suerte al afirmar la respuesta correcta en determinados apartados aunque no lo supieran con exactitud.

Por otro lado, estos resultados nos hacen pensar que quizás estaban interpretando la gráfica de la altura en lugar de la de velocidad ya que en el apartado a) una parte de los alumnos afirmó que la velocidad aumentaba y en el b) la mayor parte de ellos que la velocidad disminuía lo cual se asemeja a la forma de la parábola con las ramas hacia debajo de la gráfica de la altura. Por tanto, si esto fuera así, los alumnos han interpretado la gráfica que no era, fijándose en la de altura en lugar de ver a qué correspondía ese tramo en la de la velocidad.

Han sido bastantes sorprendes estos resultados pues aunque teníamos constancia que los alumnos tenían conocimientos de interpretación de fenómenos han demostrado justo lo contrario. También, es cierto que en este caso tenían que interpretar los resultados observando ambas gráficas para ver qué ocurría en cada tramo y quizás los alumnos no estaban acostumbrados a este tipo de preguntas y por eso, no supieron interpretar los resultados.

Pregunta 3

Como ya hemos descrito antes, con esta pregunta pretendíamos que establecieran relaciones entre problemas similares (el que llevaban analizando todo este rato con uno modificado) para obtener conclusiones similares.

La variedad de respuestas es muy amplia pues tenían que realizar cuatro representaciones gráficas (dos para la pelota pinchada y dos para la pelota saltarina) y por lo tanto, no vamos a hacer una clasificación tan detallada como en las preguntas anteriores.

Resaltaremos que sólo el 33'33% de los alumnos representaron unos cambios coherentes en estas cuatro gráficas, realizando la trayectoria del balón pinchado con parábolas que tienen como altura máxima un número bajo y unas parábolas más altas con la pelota saltarina. Y haciendo unas representaciones gráficas de la velocidad similares a las del modelo pero ajustadas a cada balón, ya que con la pelota pinchada realizan el conjunto de rectas más estrechas, es decir, que alcanza menos velocidad y

con la de la pelota saltarina más ancha. Todo esto lo podemos ver mejor en la imagen 10, que es un ejemplo de una de estas respuestas.

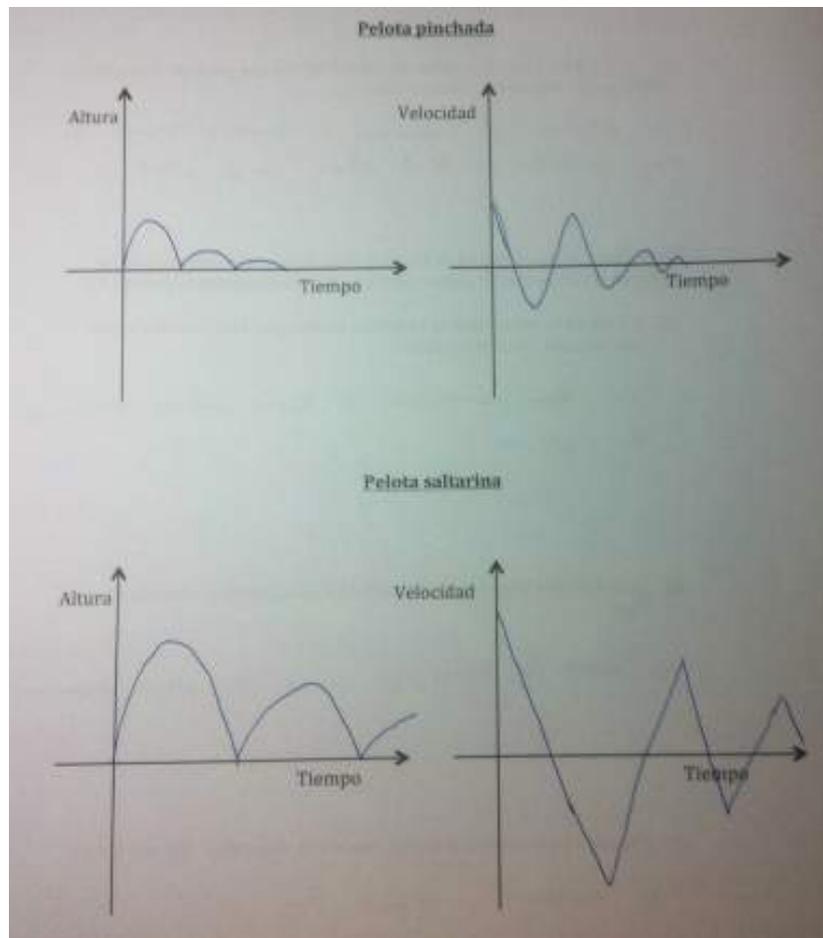


Imagen 10

Otros, un 26'66% para ser exactos, hace unas gráficas de la altura en cada momento coherentes en cada tipo de balón pero las gráficas de la velocidad las dibujan solo en el primer cuadrante, haciendo igual un conjunto de rectas decrecientes pero que no alcanza valores negativos. Un ejemplo de esto es la imagen 11.

Un 13'33% realiza un conjunto de parábolas hacia abajo decrecientes en ambas gráficas (altura y velocidad), en la del balón pinchado más bajas y en la de la pelota saltarina más altas, pero muy similares entre ambas.

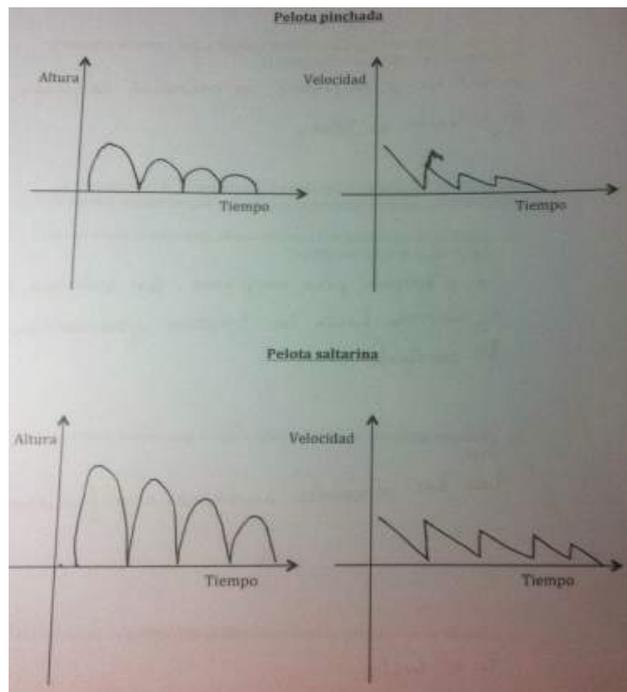


Imagen 11

Por último, un 40% de los alumnos, utiliza una curva decreciente (situada en el primer cuadrante) para representar la velocidad de un balón pinchado. El 50% de ellos, utiliza un conjunto de rectas decrecientes (en el primer cuadrante) para representar la velocidad de la pelota saltarina (imagen 12) mientras que un 33'33% utiliza para esta gráfica un conjunto de parábolas con las ramas hacia abajo decrecientes (imagen 13) y un 16'66% hace una recta de pendiente positiva. Con respecto a las gráficas de la altura también encontramos diversidad ya que un 33'33% de ellos representa las gráficas de las alturas con un conjunto de rectas decrecientes (en el balón pinchado más bajas y en la saltarina, más altas), un 50% de ellos representa la altura del balón pinchado con una curva decreciente y la de la pelota saltarina con un conjunto de parábolas decreciente (imágenes 12 y 13) y un 16'66% utiliza tanto para la pelota pinchada como para la saltarina un conjunto de parábolas decrecientes para representarlas (más bajas en el primero y más altas en el segundo).

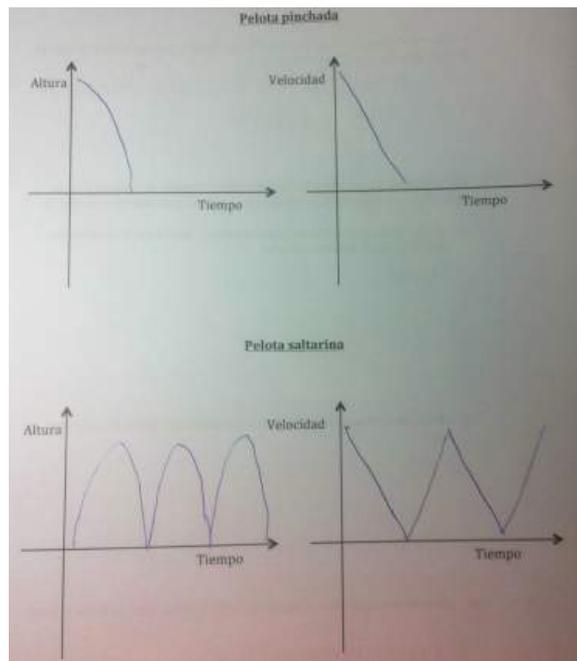


Imagen 12

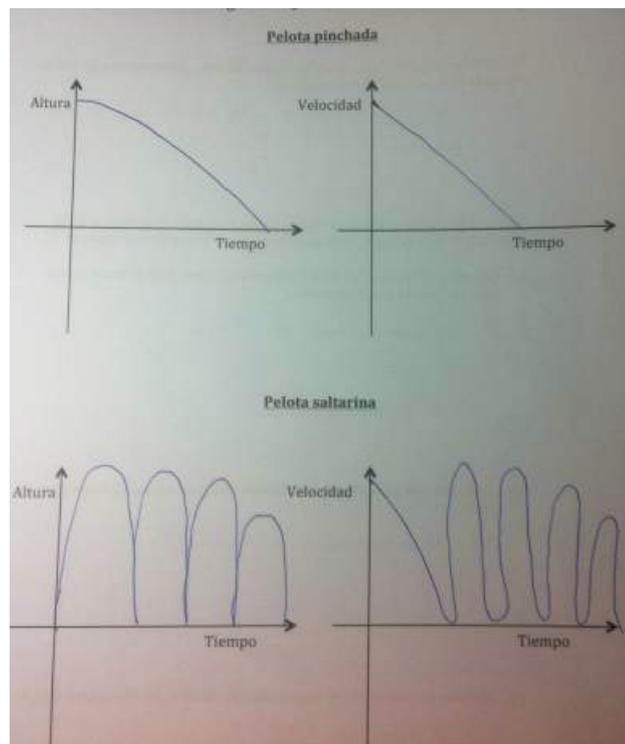


Imagen 13

La verdad nos han sorprendido mucho estos resultados pues este ejercicio era un caso particular del modelo que habíamos analizado y simplemente debían aplicar y modificar los resultados obtenidos.

Globalmente, podemos afirmar que es una minoría la cantidad de alumnos que alcanzan el objetivo pues únicamente un tercio de ellos establecen relaciones entre ambos resultados y extraen conclusiones.

Pregunta 4

Como esta pregunta tiene dos apartados, vamos a analizar los resultados por separado como ya hicimos en la segunda pregunta de esta ficha.

Pregunta 4 a)

Este apartado pretendía ayudar a entender la gráfica y el ejercicio en su conjunto pues se les pedía que explicaran el significado de la gráfica, que tenía como nombre *gráfica de la distancia*.

Un sorprendente 40% de los alumnos no ha contestado a este apartado, mientras que un 20% ha respondido que es la distancia que recorre el balón razonando uno de ellos “cuanto más tiempo haya estado botando, más distancia habrá recorrido. Por eso empieza desde cero y va aumentando”.

Por otro lado, un 13’33% asegura que “es la suma de toda su trayectoria” explicando uno de ellos que “va aumentando cada vez que sube” y un 33’33% da otro tipo de respuestas como por ejemplo, una de ellas que razona que “tiene esa forma porque cuantos más metros más tiempo pasa”

Otra vez, como en la pregunta número 2 de esta ficha, concluimos que los alumnos no saben interpretar resultados matemáticos ya que no han sabido simplemente desarrollar y explicar el significado de la gráfica.

Pregunta 4 b)

Este apartado era un poco más complejo que el primero y por lo tanto, hemos encontrado pocas respuestas.

Como en el apartado a), un 40% de los alumnos no ha contestado a esta pregunta. Un 26'66% afirma que lo que sucede en esa zona señalada es que alcanza la máxima altura, lo cual si lo interpretamos como que ahí tiene un máximo no es falso pero solo uno de ellos ha razonado que “en la zona señalada ocurre que el bote del balón ha alcanzado su máxima altura”, lo cual no es cierto.

Un 13'33% resalta que lo que ocurre en la zona señalada es que la pelota ha botado en el mismo sitio dos o más veces, mientras que un 6'66% dice que la zona señalada es el rebote y el mismo porcentaje señala que la pelota “da dos botes muy seguidos”.

También sólo un 6'66% ha afirmado que lo que ocurre en la zona señalada es que “al botar ha retrocedido un poco”, es decir, ha interpretado bien la gráfica.

Teníamos constancia de la dificultad de esta pregunta, pero la verdad que esperábamos que un mayor porcentaje de alumnos alcanzara el objetivo, ya que sólo uno de ellos lo ha hecho.

5.2.3. RESUMEN DE LAS FICHAS

A continuación, se resume en dos tablas siguientes las conclusiones obtenidas de este análisis descrito en los subapartados anteriores, haciendo un balance de los resultados en relación con los indicadores y objetivos de cada pregunta.

Ficha 1				
	Indicadores	Porcentaje	Objetivo	Porcentaje
Pregunta 1	<i>4. Elegir de forma apropiada las notaciones matemáticas y representar gráficamente varias situaciones.</i>	Menos del 50% de los alumnos ha representado correctamente la gráfica.	<i>Matematizar un modelo real, en concreto, representar gráficamente una determinada situación.</i>	Casi el 80% ha logrado matematizar el modelo aunque no lo hayan representado correctamente.

UN ESTUDIO DE CASOS PARA EVALUAR LA COMPETENCIA STEM

<p>Pregunta 2</p>	<p><i>4. Elegir de forma apropiada las notaciones matemáticas y representar gráficamente varias situaciones.</i></p>	<p>El 40% de los alumnos ha logrado elegir la notación adecuada.</p>	<p><i>Usar coherencia entre varias representaciones de un mismo suceso.</i></p>	<p>El mismo 40% ha logrado el objetivo ya que han tenido coherencia entre las dos representaciones elegidas.</p>
<p>Pregunta 3</p>	<p><i>2. Ser capaces de usar la propia iniciativa y motivación, así como, desarrollar y ganar confianza en sí mismos.</i></p>	<p>Casi el 90% de los alumnos han tenido iniciativa propia y decisión en este ejercicio.</p>	<p><i>Matematizar un modelo real, en concreto, representar gráficamente una determinada situación.</i></p>	<p>Pero sólo un poco más de la mitad han logrado matematizar el modelo del que ahora partían.</p>
<p>Pregunta 4</p>	<p><i>1. Usar creativamente los conceptos y principios de Ciencias y Matemáticas, poniéndolos en práctica en las diferentes situaciones propuestas.</i> <i>3. Ser capaces de llevar a la práctica los procedimientos</i></p>	<p>Ningún alumno ha logrado alcanzar estos indicadores aunque hayan utilizado conceptos de ambas disciplinas pues no los han puesto en práctica correctamente.</p>	<p><i>Unificar conceptos matemáticos y físicos con el fin de dar respuesta a un problema.</i></p>	<p>De la misma forma, nadie ha conseguido el objetivo.</p>

racionales y lógicos de las Ciencias y las Matemáticas, planteando innovaciones.

Ficha 2

	Indicadores	Porcentaje	Objetivo	Porcentaje
Pregunta 1			<i>Analizar las similitudes o diferencias de la intuición previa con el modelo real.</i>	Podemos concluir que todos los alumnos han comprobado sus respuestas.
Pregunta 2	<i>7. Interpretar resultados matemáticos en un contexto no matemático. 9. Obtener las soluciones de un problema usando un lenguaje matemático apropiado y explicar y razonar dichas soluciones.</i>	Un solo alumno (6%) ha logrado interpretar correctamente las representaciones gráficas aportadas.	<i>Interpretar representaciones gráficas.</i>	Sólo el 6% ha logrado el objetivo.

UN ESTUDIO DE CASOS PARA EVALUAR LA COMPETENCIA STEM

<p>Pregunta 3</p>	<p>5. Establecer relaciones entre problemas similares o análogos, volver a enunciar el problema, viéndolo desde una forma diferente, variando las cantidades o los datos, etc.</p> <p>8. Generalizar soluciones que fueron desarrolladas para una situación concreta.</p>	<p>Un poco más del 30% de los alumnos han establecido relaciones entre el problema base y los modificados y ha generalizado la solución.</p>	<p>Establecer relaciones con los resultados obtenidos previamente con el modelo de partida.</p>	<p>El 33'33%.</p>
<p>Pregunta 4</p>	<p>7. Interpretar resultados matemáticos en un contexto no matemático.</p>	<p>Un único alumno (6%) ha interpretado correctamente la gráfica de la distancia.</p>	<p>Interpretar representaciones gráficas.</p>	<p>Sólo el 6%.</p>

Por lo tanto, si hacemos una mirada global a los resultados obtenidos en las preguntas relacionándolos con los indicadores del marco de referencia, observamos que menos de la mitad de los alumnos han conseguido lograr estos indicadores.

6. CONCLUSIONES

En este apartado detallamos tanto las conclusiones generales de nuestros resultados como las conclusiones del trabajo y del máster realizado.

Como ya hemos indicado el objetivo de nuestro trabajo era evaluar si los alumnos evidenciaban el desarrollo de la competencia STEM, por tanto las conclusiones que extraemos son una recopilación de los resultados obtenidos debido a que es una exploración lo que hemos realizado.

En primer lugar, y hablando en general, podemos decir que los alumnos no muestran evidencia de la competencia STEM ya que no han sabido relacionar, en nuestro caso, los conceptos necesarios de Ciencias y de Matemáticas para dar respuesta a las preguntas. Esto nos da indicadores de que los alumnos no están preparados para este nuevo cambio en sus aulas y que quizás necesitemos de un tiempo para que se adapten a este cambio.

Por otro lado, aunque no era algo que queríamos evaluar explícitamente, hemos podido comprobar las deficiencias que tienen los alumnos en la materia de Matemáticas. La verdad que nos ha sorprendido mucho que los alumnos tuvieran tantos problemas para interpretar resultados matemáticos ya que éstos son conocimientos previos que tienen de 4ºESO y deben tener de cursos anteriores. Esto claramente influye en nuestro trabajo porque para trabajar en un proyecto STEM y alcanzar posteriormente esa competencia es necesario interpretar resultados en un contexto real, es decir, como resaltábamos con uno de nuestros indicadores es necesario “interpretar resultados matemáticos en contextos no matemáticos”.

También, como ya mencionamos en el análisis de resultados, nos sorprendió la cantidad de errores cometidos en la pregunta de matematizar un modelo análogo al nuestro (con la pelota pinchada y la saltarina) pues tenían que particularizar los resultados ya obtenidos para este caso. Igualmente, esto influye en nuestro objetivo pues para alcanzar la competencia STEM es necesario que los alumnos sepan tanto generalizar un problema como particularizarlo.

UN ESTUDIO DE CASOS PARA EVALUAR LA COMPETENCIA STEM

Debido a esto, podemos resaltar que el objetivo de utilizar un recurso tecnológico como es la aplicación Video Physics del iPad no nos ha ayudado a alcanzar nuestro principal objetivo en este sentido.

Por último, analizando los resultados de la primera ficha que fueron escritos de forma intuitiva, podemos afirmar que los alumnos, a pesar de los errores cometidos, supieron matematizar un modelo real ajustándose bastante a las soluciones correctas lo cual favorece este indicador de nuestro trabajo y nos da optimismo para la inserción de este nuevo cambio en la educación.

Como conclusión podemos destacar que los alumnos tienen deficiencias en esta nueva educación STEM ya que no han alcanzado algunos de nuestros indicadores como el de relacionar y unificar conceptos de diferentes disciplinas o simplemente utilizar conceptos matemáticos para resolver problemas (como la interpretación), entre otros, pero también podemos afirmar que los alumnos intuitivamente saben matematizar un modelo representándolo gráficamente lo cual da un punto a favor a esta nueva competencia.

Considero que si al final, se unifican estas competencias en el currículo de secundaria, habrá que ir paso a paso para que nuestros alumnos no solo se adapten a esta novedad sino que puedan alcanzar los objetivos propuestos y conseguir la competencia STEM.

Por otro lado, me gustaría exponer aquí la conclusión que he obtenido de este máster ya casi terminado y de este trabajo.

Me parece una oportunidad muy buena para los estudiantes de Licenciatura, como yo, que se quieren dedicar a la docencia de Matemáticas, ya que la carrera carece de contenidos sobre la enseñanza.

En general, creo que las asignaturas están bien seleccionadas pero, en mi opinión, considero que algunas son más útiles que otras ya que los contenidos de éstas son más apropiados al futuro como docentes que nos encontraremos.

También, me gustaría destacar la importancia de las prácticas en este máster ya que creo que son la mejor forma de aprender a ser buenos profesionales. Quizás como sugerencia propondría prolongar durante más tiempo este período.

Por último, la realización de este trabajo de fin de máster me ha servido para abrir la mente y mejorar tanto académica como profesionalmente pues al ser un trabajo de exploración e innovación he podido descubrir por mí misma algunos aspectos de este tema que me han llamado mucho la atención.

En conclusión, ha sido una buena experiencia realizar este trabajo de fin de máster y en general, realizar este máster universitario.

BIBLIOGRAFÍA

- Antinone, L. J., Gough, S., & Gough, J. (1997). *Modeling Motion: High School Math Activities with the CBR*. Texas Instruments Incorporated.
- Brueningsen, C., Brueningsen, E., y Bower, B. (1997). *Math and science in motion: Activities for middle school*. Texas Instruments Incorporated.
- Departamento TIC (2011) Informe OCDE sobre uso de la tecnología y rendimiento educativo según PISA [Versión electrónica]. Recuperado el 11 de Febrero, 2011, de <http://www.ciape.org/blog/?p=1577>
- Laboy-Rush, D. (2011). Integrated STEM Education through Project-Based Learning. *Learning. com*, Recuperado el 10 de febrero de 2014 de <http://www.rondout.k12.ny.us/common/pages/DisplayFile.aspx>.
- Lantz Jr, H. B. (2009). Science, technology, engineering, and mathematics (stem) education what form? what function. *Report, CurrTech Integrations, Baltimore*.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *ZDM*, 38(2), 113-142.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2007). Orden ECI 2220/2007, de 12 de Julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Secundaria Obligatoria. *BOE*, 174, 31680-31828.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. *BOE*, 52, 19349-19420.
- Ortega, M. (2013). Un estudi exploratori sobre el procés de modelització amb dades reals en l'entorn informàtic dels iPads.
- NCTM (2003). Principios y Estándares para la Educación Matemáticas. Granada: SAEM Thales.
- STEM (n.d.). En *Wikipedia, la enciclopedia libre*. Recuperado el 1 de Junio de 2013 de <http://es.wikipedia.org/wiki/STEM>

ANEXOS

Anexo 1. Análisis del bote de un balón. Ficha 1.

Anexo 2. Análisis del bote de un balón. Ficha 2.

Anexo 3. Ficha Anexo 1.

Anexo 4. Ficha Anexo 2.

ANEXO 1

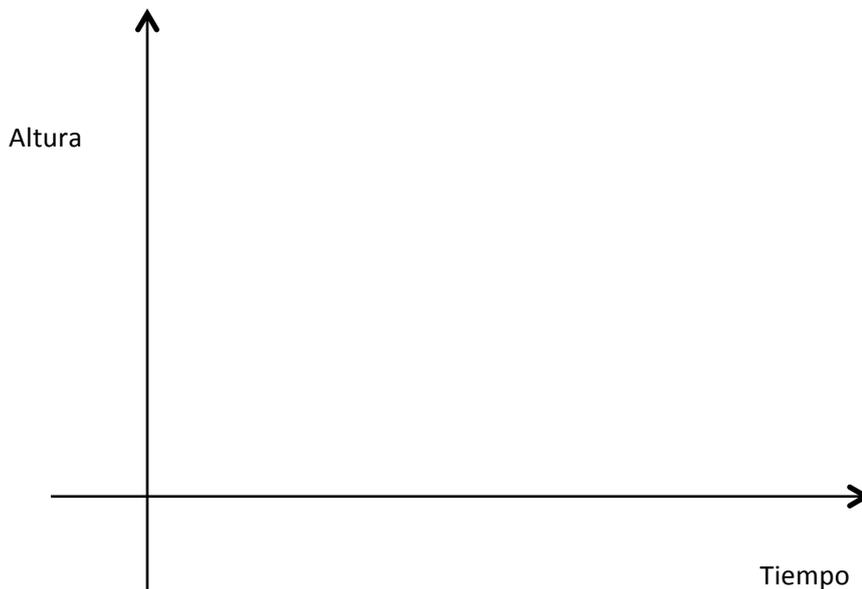
Nombre y apellidos:

El bote de un balón

En este experimento veremos cómo son las gráficas de la altura con respecto al tiempo de un balón que dejamos caer y rebota en el suelo, y la de la velocidad que éste sigue.

Antes de realizar el experimento.

1. Bajo tu intuición, ¿cómo crees que será el gráfico de la altura de la pelota en los sucesivos botes con respecto al tiempo? Haz un esbozo de él.



2. ¿A qué familia crees que pertenece la gráfica que has dibujado? Razona tu respuesta.

- a) $y = ax+b$
- b) $y = ax^2+bx+c$
- c) $y = ax^3+bx^2+cx+d$
- d) $y = \frac{k}{x}$

Razonamiento:

3. En el vídeo hemos situado los ejes en el suelo (imagen 1) y nos preguntamos si la gráfica sería diferente si los pusiéramos en otro lugar. Señala en la imagen 2 dónde pondrías los ejes de coordenadas y explica cómo cambiaría la gráfica. Si quieres, puedes dibujarla.

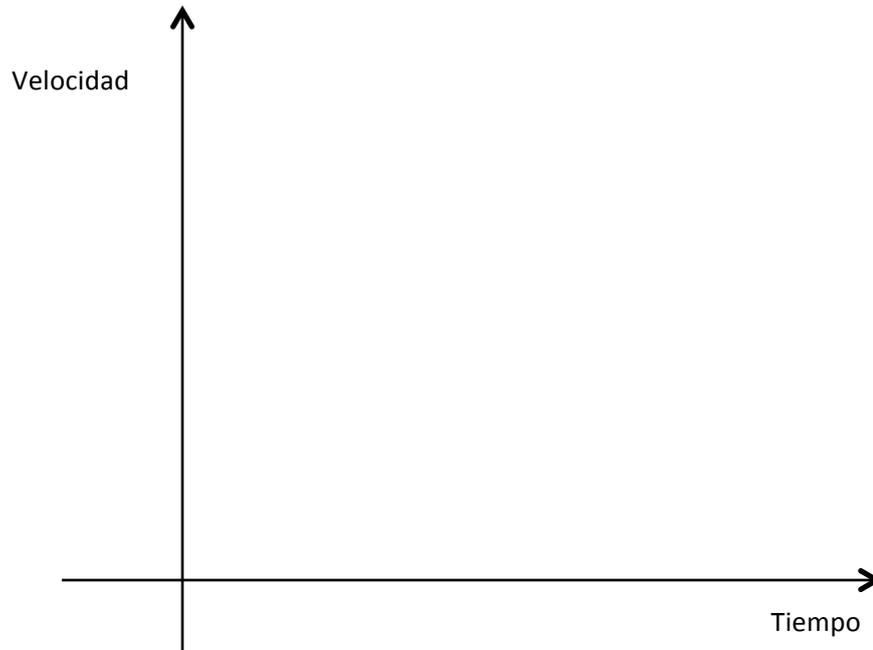


Imagen 1



Imagen 2

4. ¿La velocidad de la pelota varía o se mantiene siempre constante en los sucesivos botes? Dibuja cómo crees que sería la gráfica de la velocidad de la pelota con respecto al tiempo y explica el razonamiento que has seguido.

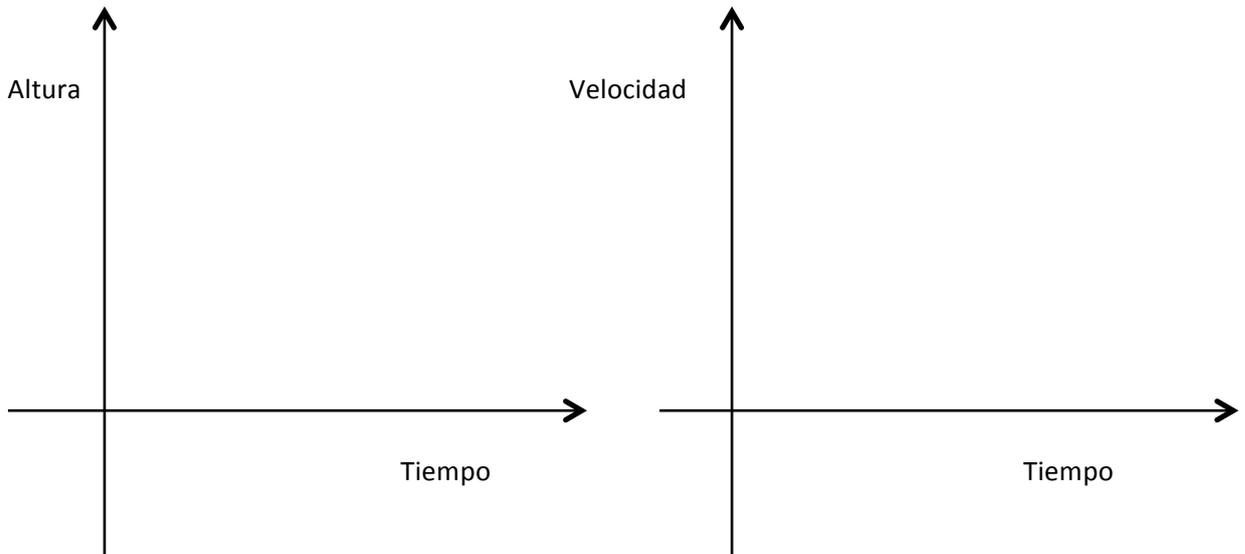


Razonamiento:

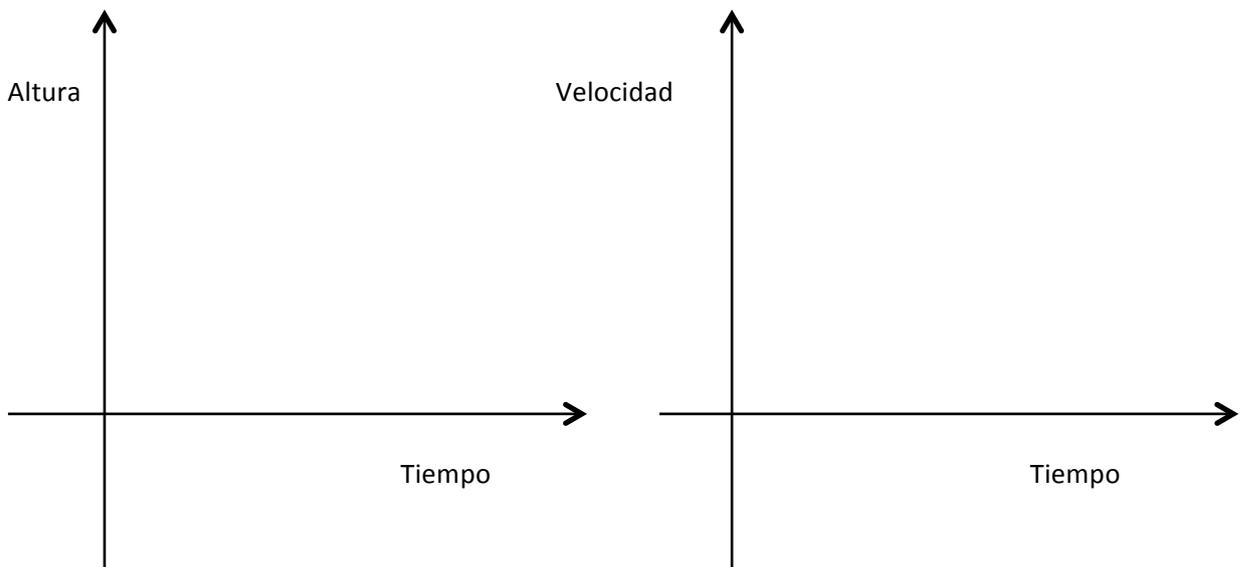
UN ESTUDIO DE CASOS PARA EVALUAR LA COMPETENCIA STEM

3. Imagina que realizáramos esta actividad con una pelota que no rebota tanto (por ejemplo, un balón de baloncesto pinchado), ¿qué cambios se producirían en las gráficas? ¿Y si fuera una pelota saltarina?

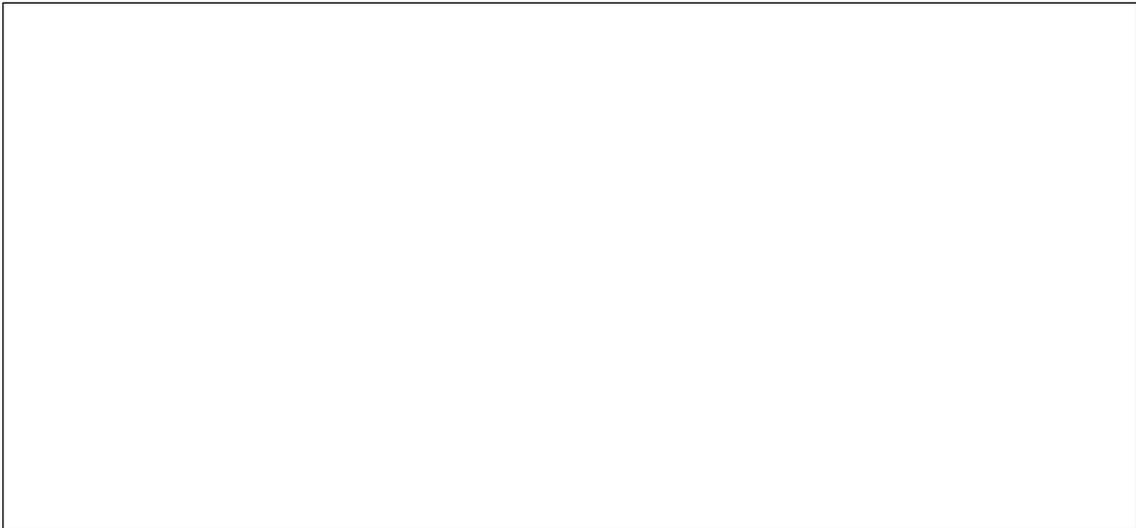
Pelota pinchada



Pelota saltarina



- 4. Observa la gráfica de la distancia que recorre el balón con respecto al tiempo (anexo 2).**
- a) Explica el significado de la forma que tiene.**
 - b) ¿Qué ocurre en la zona señalada?**



ANEXO 3

