

Segunda sesión: Análisis Didáctico y Formación del Profesorado
DE LA MATEMÁTICA FORMAL A LA MATEMÁTICA ESCOLAR
María Francisca Moreno Carretero. Universidad de Almería

El contenido de este documento de trabajo puede situarse en el cruce de los siguientes ejes de reflexión:

1. Formación inicial del profesorado. Competencias del profesor de matemáticas.
2. Dominio que tienen los futuros profesores del conocimiento matemático cuando este es objeto de un proceso de enseñanza/aprendizaje.
3. Conocimiento establecido en Educación Matemática. Análisis didáctico.

Después de indicar brevemente algunos aspectos de los ejes anteriores, se describe el modo particular en que se aborda el paso *de la matemática formal a la matemática escolar* en una asignatura de la universidad de Almería.

1. Formación inicial del profesorado. Competencias del profesor de matemáticas

En el ámbito académico y social estamos inmersos en un proceso de reflexión y debate sobre los cambios educativos. Por un lado, es necesario acomodarnos al proceso de convergencia europea y por otro lado, es patente el clamor social que demanda estabilidad y consenso sobre el sistema educativo. Esta situación, que afecta a todos los niveles educativos, constituye una oportunidad para establecer estrategias eficaces tendentes al incremento de la calidad.

El proceso de implantación del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES) nos ha conducido a reflexionar sobre la capacitación profesional que ofrecen nuestras titulaciones y su grado de adecuación a las demandas sociales. Aunque la respuesta a la pregunta acerca de en qué debe ser un profesor competente se ha planteado escasamente en la literatura (Koster y otros, 2005), se considera importante para la calidad del profesorado. Paulatinamente nos vamos familiarizando con los perfiles profesionales y las competencias que precisan, con la búsqueda de la calidad, con los análisis orientados a detectar debilidades, amenazas, fortalezas y oportunidades, con los procesos de evaluación de las titulaciones enfocados a alcanzar su acreditación, etc. Todo este proceso de acomodación, aún no culminado, ofrece ya oportunidades concretas, por ejemplo:

- La estructura de grado y postgrado permite la posibilidad de mejorar la formación inicial del profesor de matemáticas (MEC, 2005).
- Hemos reflexionado sobre la relevancia, eficacia y eficiencia de los planes de formación inicial de profesores de matemáticas (González y otros, 2004; Rico y otros, 2004).
- La docencia, tanto en universidad como en secundaria, se acepta como una profesión y tenemos variadas competencias de ese perfil profesional para el caso de las matemáticas (Campillo, 2004).

Inciendiando en este último aspecto y siguiendo la filosofía del EEES, la preparación docente del profesorado de matemáticas de secundaria debe ajustarse a un modelo de competencias, destacando el carácter funcional del aprendizaje de la profesión docente. La aportación del prof. Flores, dentro de esta sesión, tratará este asunto. De entre todas las competencias que constituyen el perfil profesional del profesor de matemáticas, en este trabajo nos centramos en las relacionadas con el contenido matemático.

Aunque afirmarlo sea una trivialidad, el dominio del contenido matemático desde el punto de vista superior es un rasgo del perfil profesional del profesor de matemáticas. A continuación recopilamos posturas que así lo destacan:

- ✍️ **Objetivos generales del Grado en Matemáticas (Campillo, 2004):**
 - Conocer la naturaleza, métodos y fines de los distintos campos de la Matemática junto con cierta perspectiva histórica de su desarrollo.
 - Reconocer la presencia de la Matemática subyacente en la Naturaleza, en la Ciencia, en la Tecnología y en el Arte. Reconocer a la Matemática como parte integrante de la Educación y la Cultura.
- ✍️ **En el documento anteriormente mencionado se compara, en Europa, la situación de la formación inicial y la acreditación del profesorado de secundaria. Concluyen:**
 - Podrían integrarse dentro del Grado en Matemáticas algunas materias de formación didáctica específica en Matemáticas, así como algunas materias de “Matemáticas elementales desde el punto de vista superior”. Ambos tipos de materias podrían constituir el núcleo de una “Orientación Educativa” del Grado en Matemáticas.
 - Sin excluir a priori a Graduados en otros campos, sería importante garantizar que todos los Profesores de Matemáticas en Secundaria tengan suficientes conocimientos de Matemáticas.
 - Un requisito razonable sería que conociesen los contenidos formativos comunes del Grado en Matemáticas.
- ✍️ **Seminario Itinerario Educativo de la Licenciatura de Matemáticas (Recio, 2004).**
 - El dominio de los contenidos matemáticos de Educación Secundaria desde una perspectiva matemática superior y su conocimiento como objetos de enseñanza-aprendizaje (Competencias Generales)
 - Conectar los contenidos matemáticos de la Educación Secundaria con los fenómenos que los originan, reconociendo los aspectos formales implicados junto con su presencia en situaciones cotidianas y aquellas otras que procedan de ámbitos multidisciplinares (física, biología, economía, etc.) (Competencia Específica)
 - Fundamentos de las Matemáticas de la Educación Secundaria desde un punto de vista superior, con sus aspectos filosóficos, históricos, epistemológicos y las conexiones con otras materias, como Física, Biología, Economía, etc. (Módulo Formativo)
- ✍️ **Competencias generales que debe contemplar un modelo básico de formación del profesorado. Rico (2004) menciona, entre otras:**
 - Conocimiento genérico y especializado, científico y técnico sobre la(s) propia(s) área(s) de conocimiento y sobre su(s) ámbito(s) de especialización. Sobre los contenidos, sobre los métodos y sobre las aplicaciones de la(s) disciplina(s).

2. Dominio que tienen los futuros profesores del conocimiento matemático cuando este es objeto de un proceso de enseñanza/aprendizaje

Admitimos que el titulado en Matemáticas, aún dominando el contenido desde el punto de vista técnico, tiene deficiencias en cuanto a su comprensión cuando ese contenido es objeto

de un proceso de enseñanza/aprendizaje, o dicho de otro modo, cuando ese contenido forma parte de las matemáticas escolares. Tenemos un ejemplo claro de esto en las ‘magnitudes y su medida’.

Este salto entre la matemática superior y la matemática escolar no es un problema reciente, ya ha sido detectado hace años. Por ejemplo, es suficientemente conocido que Felix Klein, uno de los grandes matemáticos a caballo entre el siglo 19 y el 20, se interesó especialmente por la formación de profesores de enseñanza secundaria en su país y por la reforma de los estudios de matemática. Ejerció influencia con su obra *Matemática elemental desde un punto de vista superior* (1908), incluso en España a través de las traducciones de Rey Pastor y posteriormente, con las obras de Pedro Puig Adam para la enseñanza secundaria.

Considerando obvio sugerir que las matemáticas es una parte integral de la formación inicial del profesor de matemáticas, Cooney y Wiegel (2003) analizan el papel de las matemáticas en la formación de los profesores de matemáticas y advierten que la palabra *matemáticas* tiene muchos significados e interpretaciones. Identifican tres principios que deben estar presentes en la formación inicial. El segundo de esos principios es:

‘los profesores en formación deberían comprender y reflexionar sobre las matemáticas escolares’

A lo largo del proceso de formación, el profesor se va enfrentando a un proceso de ‘reelaboración’ de su dominio del conocimiento matemático. Davis (1999) identifica la siguiente respuesta como típica de la visión de los profesores acerca de qué son matemáticas:

*‘When we started, I knew what maths was, and I couldn’t figure out why you would ask us that. Now (I) realize that I don’t know the answer. The weird (ironic) thing is that I also realize my *not* knowing is going to make me a better math teacher’.*

Podemos admitir que la consideración social y cultural de la matemática ha contribuido a la reconceptualización actual de la matemática escolar (Rico 1997). Estas características de la matemática escolar no siempre han sido experimentadas por los profesores en formación durante sus etapas de escolarización obligatoria. La estructura de los estudios universitarios tampoco les ha dado oportunidad de reflexionar sobre ellas.

Por tanto una parte importante de su formación inicial debe suplir este déficit, proporcionándoles la oportunidad de enriquecer su dominio del contenido matemático y ampliar su conocimiento sobre el mismo desde el punto de vista que debe ser enseñado y aprendido.

En el apartado siguiente se aportan pinceladas sobre un modo concreto de abordar este problema desde la Educación Matemática.

3. Conocimiento establecido en Educación matemática. Análisis didáctico

Desde hace tiempo, tenemos variadas aportaciones sobre cómo mirar el contenido disciplinar desde el punto de vista de los procesos de enseñanza y aprendizaje y, en consecuencia, su tratamiento en la formación de profesores (Bullough, 2001). Es necesario incorporar a los profesores en formación a un conocimiento establecido por la comunidad, en nuestro caso al establecido en Educación Matemática. Nos centramos en las aportaciones más cercanas y concretamente, en la que está en el centro de este seminario.

Gómez (2002) describe el *análisis didáctico* como un procedimiento orientado al diseño, puesta en práctica y evaluación de actividades de enseñanza y aprendizaje. Implica cuatro

tipos de análisis: contenido, cognitivo, instrucción y actuación. Se concibe como un ciclo que, tomando como punto de partida el contenido matemático y los objetivos que se quieren lograr, se encuentra condicionado por las por las creencias y las metas del profesor y por los contextos social, educativo e institucional. El término *análisis didáctico* ha sido utilizado con otro sentido por varios autores, por ejemplo González (1998). El prof. Gómez tendrá, dentro de esta misma sesión, oportunidad de profundizar sobre su significado.

El conocimiento didáctico es el conocimiento de didáctica de la matemática que el profesor maneja cuando diseña, lleva a la práctica y evalúa actividades de enseñanza. Este es el conocimiento que el profesor pone en juego cuando realiza el análisis didáctico. Es de *carácter general*, en lo que se refiere a las características de las herramientas conceptuales utilizadas, y es de *carácter particular* en lo que se refiere a la utilización de esas herramientas en una estructura matemática específica (Gómez, 2001) Una de esas herramientas son los organizadores del currículo (Rico (1997).

Al considerar que el análisis de contenido es un análisis de las matemáticas escolares, se entiende que esta parte de la sesión está vinculada con este tipo de análisis. El análisis de contenido debe ser el punto de inicio y de referencia en el proceso cíclico del análisis didáctico. Su propósito es la descripción de la estructura matemática desde la perspectiva de su enseñanza y aprendizaje en el aula. Tiene en cuenta tres tipos de significados: la estructura conceptual, los sistemas de representación y los modelos (análisis fenomenológico) (Gómez, 2002)

Si observamos esto desde el punto de vista del carácter local de la planificación las decisiones que tome el profesor, al diseñar y desarrollar su tarea, estarán condicionadas por las creencias y posicionamientos que mantenga frente a qué son las matemáticas y qué es aprender.

A continuación resumimos, en un caso concreto, cómo se organiza el trabajo para proporcionar a los profesores en formación el paso de la matemática formal a la matemática escolar.

4. El análisis del contenido matemático en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria: El caso de la Universidad de Almería

Con la asignatura *Didáctica de la Matemática para la Educación Secundaria*, optativa de 2º ciclo y 4.5 créditos, se pretende capacitar al futuro profesor para que lleve a cabo, con autonomía, responsabilidad y profesionalidad, la labor de enseñar matemáticas en Secundaria.

El modelo de profesor que queremos formar es el profesional reflexivo y autónomo, pero sobre todo un profesional capaz de gestionar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Secundaria de manera eficaz, manteniendo posiciones concretas sobre el proceso de aprendizaje y enseñanza que pueda justificar y argumentar.

Esta asignatura se centra en el nivel de planificación del profesor y organiza sus contenidos con el siguiente planteamiento: el currículo, desde el punto de vista del profesor, se concreta al marcar unos objetivos, una metodología, unos contenidos y la evaluación. Además, para planificar sus unidades didácticas el profesor necesita precisar todo lo anterior, pero sus elecciones están influenciadas, explícita o implícitamente, por su posición respecto a lo que significa aprender matemáticas, su concepción de las matemáticas como disciplina y las directrices del sistema educativo.

Por tanto, en la parte que podemos denominar ‘teórica’ partimos de la reflexión sobre la noción de currículo por su carácter funcional y como explicadora de la complejidad del

proceso de enseñanza/aprendizaje. Se debate sobre sus niveles, dimensiones y elementos. A continuación se trata el sistema educativo y el papel de las matemáticas (fines, antecedentes y análisis del sistema educativo actual).

En otro tema se analizan diferentes facetas de la naturaleza del conocimiento matemático y su relación con la orientación actual de la enseñanza de las matemáticas. También se tratan las principales aportaciones de la psicología, principalmente cognitiva, al esclarecimiento de los procesos de adquisición del conocimiento matemático.

Finalmente, se analiza cómo afectan a los elementos curriculares (desde el punto de vista de la planificación del profesor: objetivos, contenidos, metodología y evaluación) los distintos posicionamientos sobre teorías del aprendizaje. Los tres temas restantes se ocupan del análisis de los objetivos, metodología y evaluación que constituyen el objeto de atención del profesor para desarrollar su tarea en el aula.

El conocimiento didáctico tiene unos conocimientos disciplinares que lo estructuran y sustentan: las bases teóricas de la noción de currículo, los fundamentos de las matemáticas escolares (matemáticas escolares, aprendizaje, enseñanza y evaluación) y los organizadores del currículo.

‘Vamos a llamar organizadores a aquellos conocimientos que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas’ (Rico 1997, p. 45).

En ninguno de los títulos de los temas aparecen explícitamente los organizadores, pero se trabajan dentro de ellos. Los organizadores del currículo son nociones de la didáctica de la matemática (por ejemplo, los sistemas de representación, la fenomenología didáctica o los errores y dificultades) que permiten al profesor abordar la complejidad de las matemáticas escolares (Rico, op. cit.).

De este modo, en Almería se trabajan los organizadores pero sin la estructuración posterior del concepto de análisis didáctico. A continuación describimos cómo se tratan los organizadores y se analiza el contenido matemático de las actividades que se pueden proponer en el aula de secundaria.

Nuestra metodología intenta que las actividades propuestas permitan que los estudiantes para profesor elaboren su conocimiento y lo maten y precisen a partir de la interacción con los compañeros, el profesor y los documentos manejados en la comunidad de educadores matemáticos.

Una de las actividades consiste en diseñar, al principio del curso, una planificación para el aula acerca de un contenido matemático. A lo largo del curso y a medida que se trabajan las diferentes nociones teóricas, por ejemplo los organizadores, los estudiantes las van concretando en el contenido matemático escogido. Al término del cuatrimestre, vuelven a aportar una nueva planificación donde se integra todo el conocimiento didáctico que han asimilado a lo largo del curso. Ellos mismos, y por supuesto el profesor, valoran y analizan la evolución experimentada.

Para el trabajo con cada uno de los organizadores, una vez presentado, la tarea de los estudiantes consiste en particularizarlo en el contenido matemático escogido, integrando el trabajo individual y de grupo mediante las pautas de la tabla que figura en el Anexo I. Previsiblemente esta reflexión les debe conducir a diseñar, y poder justificar junto con objetivos, metodología y evaluación, una planificación con una gama más amplia de actividades.

Para analizar las actividades que proponen utilizan la plantilla que figura en el Anexo II acompañada con orientaciones para su uso. La justificación de su estructura y utilización se recoge en Bosch y otros (2001).

Dada una actividad, el uso de esta plantilla favorece la reflexión sobre los conceptos, procedimientos y actitudes relacionados con el contenido matemático. Si contempláramos esta situación desde el análisis didáctico tendríamos que añadir la reflexión sobre el análisis fenomenológico y la correspondiente a sistemas de representación.

Aparte de las competencias relacionadas con ‘el saber’ y ‘el saber hacer’, nosotros también estamos interesados en ‘el ser’. El aspecto actitudinal es importante y consideramos que la evolución que tienen los estudiantes para profesor en este campo se manifiesta, no sólo en sus producciones, sino en los argumentos que utilizan en los debates, en las creencias que manifiestan, en las reflexiones que proporcionan por escrito, en las críticas a actitudes consideradas más tradicionales, etc.

Es más, nuestro interés está, fundamentalmente, no en cambiarles su actitud frente a al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, sino en que hagan suya la necesidad de adoptar, como profesores, posiciones fundamentadas, sean las que sean. Estos procesos de reflexión, unidos a la aportación de nueva información desconocida para casi todos los estudiantes, provoca generalmente el interés y la motivación por los nuevos planteamientos de los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en secundaria, integrando en ellos el conocimiento didáctico aportado a lo largo del curso.

4. Para continuar el debate

Gran parte de los comentarios anteriores están referidos al contenido matemático. Pero en la actualidad se presentan necesidades adicionales. Concretamente, el estudio PISA ha puesto en tela de juicio el grado de competencia matemática de nuestros estudiantes y también, como consecuencia, la formación del profesorado de matemáticas.

Es bien conocido que para el estudio PISA el interés está más allá del contenido matemático incluido en los currículos. Interesa el grado de *alfabetización matemática* (mathematical literacy) de los estudiantes, esto es, la capacidad de los escolares para utilizar sus competencias matemáticas con el propósito de afrontar los desafíos del futuro. Esta noción se define como (OECD, 2004)

la capacidad individual para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos en que se presenten necesidades en la vida de cada individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.

Hemos tenido oportunidad de comprobar (Moreno, 2005) que no siempre los profesores en formación alcanzan el grado de dominio que en un principio cabría suponerles al resolver cuestiones propuestas en el estudio PISA.

La pregunta surge de manera inmediata ¿cómo formar a los profesores de matemáticas para que sean competentes en promover la alfabetización de los estudiantes? La respuesta no es fácil. Contestar a esta pregunta es un reto que ha dado para elaborar un proyecto de investigación recientemente aprobado (Rico, 2005).

REFERENCIAS

- Bosch, M. A. y otros (2001). Una experiencia formando profesores de secundaria. En F. J. Perales y otros (Eds.), Congreso nacional de didácticas específicas. Las didácticas de las áreas curriculares en el siglo XXI (pp. 1811-1822). Granada: Grupo Editorial Universitario.
- Bullough R. V. (2001). Pedagogical content knowledge circa 1907 and 1987: a study in the history of an idea. *Teaching and Teacher Education*, 17, pp. 655-666.
- Campillo, A. (Coordinador Comisión de Evaluación del Diseño del Título de Grado en Matemáticas) (2004) Título de Grado en Matemáticas. Madrid: Agencia Nacional de Evaluación de la Calidad y Acreditación.
- Cooney, T, Weigel, H. (2003). Examining the mathematics in mathematics teacher education. En Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick, y Leung (Edts) *Second International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Davis, B. (1999). Basic Irony: Examining the foundations of school mathematics with preservice teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2, 25-48.
- Gómez P. (2001). *Conocimiento didáctico del profesor y organizadores del currículo en matemáticas*. En F. J. Perales, A. L. García, E. Rivera, J. Bernal, F. Maeso, J. Muros, L. Rico y J. Roldán (Eds.): Congreso Nacional de Didácticas Específicas. Las didácticas de las áreas curriculares en el siglo XXI, Vol. 2, pp. 1245-1258. Granada: Grupo Editorial Universitario.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7(3).
- González, J.L. (1998). *Números naturales relativos*. Granada: Mathema
- González, M. J.; Gil, F.; Moreno, M. F.; Romero, I.; Gómez, P.; Lupiáñez, J. L. & Rico, L. (2004). Generic and Specific Competences as a Framework to Evaluate the Relevance of Prospective Mathematics Teachers Training Syllabuses. En: Høines, M. J. & Fuglestad, A. B. (eds). Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Bergen (Norway).
- Koster, B.; Brekelmans, M.; Korthagen, F.; Wubbels, T. (2005). Quality requirements for teacher educators. *Teaching and Teacher Education*, 21, 157-176.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2005). RD 56/2005, de 21 de enero de 2005, por el que se regulan los estudios universitarios oficiales de Postgrado (BOE nº 21 de 25/01/2005).
- Moreno, M. F. (2005). Profesores de matemáticas de secundaria en formación y algunas preguntas utilizadas en el estudio *PISA*. Congreso Internacional de Matemáticas del Mediterráneo. Book of Abstracts, p. 71.
(<http://www.ual.es/congresos/CIMMA2005/eng/abstracts.pdf>)
- OECD. (2004). *Learning for tomorrow's world. First results from PISA 2003*. Paris: OECD.
- Rico, L. (1997). *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona: ICE Universitat Barcelona/Editorial Horsori.
- Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesorado de matemáticas de secundaria. *Profesorado, revista de currículum y formación del profesorado*, 8 (1).
- Rico, L (2005). Competencias didácticas y formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. SEJ2005-07364/EDUC.

Rico, L.; Gil, F.; Gómez, P.; González, M. J.; Lupiáñez, J. L. ; Moreno, M. F. & Romero, I. (2004). Quality in Mathematics Teachers Training Syllabuses. En: Høines, M. J. & Fuglestad, A. B. (eds) Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Bergen (Norway).

ANEXO I

Figura 1. Pautas de trabajo sobre los organizadores

	Individual	Grupo
Análisis fenomenológico	- Establecer fenómenos que queden organizados por el concepto. - Análisis de referencias fenomenológicas en los textos en: actividades de motivación, presentación de conceptos, explicación de procedimientos, ejercicios, problemas, actividades de ampliación y complementarias.	- Elaborar un resumen de grupo.
Evolución histórica	- Elección de los momentos históricos más significativos en la evolución del concepto - En cada uno de esos momentos determinar: modos de expresar el concepto, obras significativas, modos de entender el concepto.	- Discutir la utilización de esta información en el aula de matemáticas.
Ubicación en los Documentos de la Administración	- Análisis y comparación del tratamiento del tópico en los documentos de la Junta de Andalucía y del MEC.	- Estudiar la coherencia entre objetivos, contenidos, criterios metodológicos y de evaluación.
Modelos, representaciones	- Determinar sistemas de representación para el concepto. - Determinar modelos para el concepto - Estudiar sobre textos o unidades didáctica ya elaboradas qué modelos y representaciones son usuales para el concepto.	- Estudio sobre la posibilidad y adecuación de establecer conexiones, en el aula de matemáticas, entre las distintas representaciones y modelos.
Materiales y recursos	- Listado de los materiales y recursos más adecuados para la enseñanza del concepto. - Elaboración de fichas para cada material o recurso, indicando: matiz del concepto que se enfatiza, utilización que se le puede dar, actividades que se pueden proponer.	- Posibilidad de integrar diferentes materiales en una misma secuencia didáctica.
Errores y dificultades	- Aportar un listado de errores - Búsqueda de información adicional en la bibliografía y revistas de educación matemática de investigación y/o profesores.	- Elaboración de una síntesis conjunta.
Bibliografía	- Búsqueda en revistas de artículos o aportaciones sobre el concepto. Esquematizar y ordenar la información.	- Comentar las fuentes de información más relevantes. Elaborar una base de datos.

ANEXO II

Referente para analizar las actividades/tareas de evaluación

Para analizar las tareas de evaluación que los estudiantes para profesor diseñarán para valorar comprensión mínima y profunda de sus futuros alumnos y alumnas, tendremos en cuenta dos dimensiones principales. Por una parte, queremos fijar nuestra atención en la manera en que la tarea pretende obtener información sobre las *capacidades* de los alumnos de Secundaria. Dentro de las capacidades, distinguiremos las *capacidades cognitivas* y las *capacidades actitudinales*. Por otra parte, consideraremos una serie de *características de la tarea* que los especialistas sostienen que han de tener los instrumentos de evaluación.

Capacidades cognitivas

Teniendo en cuenta una organización cognitiva del contenido matemático (Rico, 1997), dentro de las capacidades cognitivas diferenciamos las relativas al contenido conceptual y las relativas al contenido procedimental.

El **conocimiento conceptual** se caracteriza como conocimiento que es rico en relaciones. Puede pensarse como una membrana conectada de conocimiento, una red en la que las relaciones de conexión son tan importantes como las piezas discretas de información. Las relaciones saturan los hechos y proposiciones individuales de modo que todas las piezas de información están conectadas a alguna red.

Para evaluar el contenido conceptual, la tarea ha de requerir que los alumnos empleen ideas propias del campo conceptual que se está evaluando. El empleo de estas ideas puede situarse en uno de los siguientes niveles:

- **Hechos:** son unidades de información que pueden ser aisladas sin perder su significado; sirven como registros de acontecimientos.

- **Conceptos:** consideramos los conceptos como una serie de unidades de información (hechos) conectada entre sí mediante regularidades o relaciones. El concepto lo constituyen tanto los hechos como sus relaciones y se representan mediante sistemas simbólicos o gráficos. Usualmente todo concepto admite una o varias representaciones de carácter gráfico o simbólico. Cada concepto se caracteriza por la mayor o menor complejidad de relaciones que se pueden establecer entre los hechos.

- **Estructuras conceptuales:** los conceptos, a su vez, no constituyen unidades aisladas de información; entre ellos se puede establecer una gran riqueza de relaciones que forman auténticas redes conceptuales. Las relaciones entre conceptos dan lugar a nuevas estructuras, constituyendo, a veces, conceptos de orden superior, ya que pueden establecer algún orden o relación entre conceptos no inclusivos. En dichas estructuras, cada uno de los conceptos que la forman queda caracterizado por las relaciones que mantiene con el resto, de ahí que propicien la habilidad para remediar un fallo de la memoria o para adaptar un procedimiento a una nueva situación. Las estructuras conceptuales constituyen la esencia del conocimiento matemático organizado.

El **conocimiento procedimental** consiste en los modos de ejecución de una tarea; está constituido por los métodos de indagación, investigación y comunicación propios de la disciplina matemática. Para evaluar el contenido procedimental, la tarea ha de requerir determinadas formas de actuación o ejecución. Podemos distinguir aquí tres dimensiones o niveles diferentes:

- **Destrezas:** Por lo general, las destrezas se ejecutan procesando hechos o conceptos. Suponen el dominio de los procedimientos usuales que se pueden desarrollar de acuerdo con rutinas secuenciadas. Las destrezas pueden ser de distinto tipo: de cálculo, de representación, de manejo de instrumentos, ...

- **Razonamientos:** La capacidad para establecer nuevas relaciones entre las unidades de información que constituyen un concepto se expresa mediante una secuencia argumental a la que solemos llamar razonamiento. El razonamiento es la forma usual de procesar hechos o conceptos, es decir, de derivar unos de otros o implicar una nueva relación sobre la base de las relaciones ya

establecidas. En el razonamiento se pueden utilizar destrezas de diferentes clases de forma que el contexto permite dar sentido a las mismas y conectarlas. En las tareas matemáticas se pueden poner en juego distintos tipos de razonamiento: deductivo, inductivo, analógico, espacial, ...

- **Estrategias:** En el entramado de relaciones que constituye una estructura conceptual son variados los procedimientos o reglas de acción que permiten obtener una conclusión o responder a una determinada cuestión (resolución de problemas). Es preciso, por tanto, tomar decisiones para actuar sobre las diferentes vías por las que se puede acceder a un mismo resultado. En unos casos se puede seguir un camino prioritariamente deductivo, es decir, siguiendo las reglas del razonamiento deductivo, pero la mayor parte de las veces no se suele hacer esto, sino que se combinan argumentos deductivos con otros de carácter deductivo, analógico, espacial, etc., con representaciones y modelos, e incluso con intuiciones y razonamientos no explicitados. Al poner en juego una estrategia se hace uso de conceptos y relaciones, generales o específicos, que suponen el dominio de la red conceptual sobre la que deben ejercitarse y, al mismo tiempo, grandes dosis de creatividad e imaginación para descubrir nuevas relaciones o nuevos sentidos en relaciones ya conocidas.

Podemos distinguir entre estrategias **básicas** (una vez tomada la decisión de aplicarlas, se pueden llevar a cabo de forma automática o rutinaria, por ejemplo, hacer una tabla) y **elaboradas** (cuando se puedan asimilar a heurísticos característicos de la resolución de problemas, como buscar otros problemas parecidos, ir de lo particular a lo general, poner un ejemplo, conjeturar, comprobar, buscar contraejemplos, verificar gráficamente, inducir a partir de casos particulares, etc.)

Capacidades actitudinales

*Aspectos actitudinales, referidos a la apreciación de las matemáticas y a la organización y hábitos de trabajo. Las Matemáticas constituyen un área particularmente propicia para el desarrollo de ciertas actitudes, lo cual se realiza cuando se brinda al alumnado adecuadas experiencias de aprendizaje que incorporen de forma explícita esta dimensión. Además, el desarrollo actitudinal permite, junto a sus propias finalidades, que el resto de los aprendizajes sean funcionales (MEC, 1992; GÓMEZ CHACÓN, 1997).

Las capacidades actitudinales contempladas en el problema profesional han sido:

<i>Capacidades relativas a</i>	
<i>Apreciación de las Matemáticas</i>	<i>Organización y Hábitos de Trabajo</i>
Curiosidad e interés	Organización, sistematicidad
Motivación	Perseverancia
Disfrute, satisfacción	Flexibilidad
Utilidad, aplicación	Creatividad
Consideración por su complejidad	Autonomía intelectual
Consideración por su potencia	Concentración y profundidad de enfoque
Consideración por su belleza	Cooperación, participación
Consideración por su valor cultural	Capacidad crítica

Por otro lado, es posible que las actividades muestren una serie de características que sería deseable que tuvieran los instrumentos de evaluación más ajustados a los nuevos planteamientos en Educación Matemática (RICO, 1997; NEWMAN, SECADA Y WEHLAGE, 1995). La consideración de dichas características nos permitirá enjuiciar las actividades en función del grado de presencia que se observen en ellas. Las características seleccionadas fueron las siguientes:

Conexión con el mundo real: Analiza hasta qué punto la actividad pide a los estudiantes que se enfrenten a un problema similar a otro que puedan encontrar en la vida fuera del aula. La actividad puede presentar distintos grados o niveles de conexión: *No tiene parecido con situaciones que los alumnos puedan encontrar fuera de la escuela; Propone una cuestión que tiene conexiones con el*

mundo real, pero éstas no son aparentes de forma; Se parece claramente a alguna situación que los alumnos pueden experimentar en la vida fuera del aula.

Audiencia: La actividad exige que los alumnos lleven a cabo una comunicación de las acciones realizadas a un determinado colectivo, que puede ser: *El profesor (únicamente); Los compañeros de clase (parejas, grupo, gran grupo); Un grupo social que sobrepasa al aula.*

Expresión de Resultados: La actividad requiere que los alumnos expresen unos resultados (explicaciones o conclusiones), de un modo oral y/o escrito, y en forma de: *Una respuesta corta, es decir, poco más que “dar un resultado”; Un informe o resumen en el que hay que dejar claro el proceso, pero no es necesario dar argumentos ni justificaciones; Una justificación analítica y persuasiva del proceso de solución.*

Apertura de la tarea: Valora si la actividad exige que los alumnos consideren estrategias o soluciones alternativas o, por el contrario, muestra unos pasos preestablecidos. En este sentido, puede ocurrir que: *La tarea conduzca a los alumnos a través de un proceso mecánico en donde su capacidad de decisión no entra en juego; Los alumnos deban tomar una decisión inicial sobre el procedimiento para resolver la actividad, pero una vez tomada, todo el proceso está secuenciado; Los alumnos necesiten buscar y comparar métodos alternativos y razonar sobre las distintas decisiones que pueden ir tomando.*

Información Ofrecida: La actividad ofrece en su enunciado una serie de datos que conforman el punto de partida del trabajo de los alumnos. Puede suceder que: *El enunciado contenga todos los datos que se necesitan; El enunciado contenga datos que deben ser procesados, o reelaborados, para llevar a cabo la actividad (sobran/faltan datos); La actividad describa una situación compleja de la cual se debe extractar el enunciado.*

Dimensión Ética: Analiza si la actividad requiere que los alumnos reflexionen acerca de ciertos valores humanos y/o sociales. Los grados o niveles de la actividad pueden ser: *No tiene ninguna relación ni explícita ni implícita con cuestiones que afecten a la vida de las personas y/o de las comunidades; Podría reflejar una serie de valores implícitos humanos y/o sociales, pero sólo si se realiza una reflexión profunda sobre la misma; Se refiere a circunstancias que afectan claramente a la vida de las personas y/o de las comunidades.*

Cooperación: Valora el grado en que los alumnos necesitan cooperar para llevar a cabo con éxito la actividad. Podemos encontrarnos con que: *Los alumnos han de trabajar la actividad individualmente; Los alumnos pueden compartir información con sus compañeros y ayudarse para realizar la actividad, pero la cooperación no es condición estrictamente necesaria; La actividad requiere que los alumnos trabajen cooperativamente y consensúen sus puntos de vista para llegar a una respuesta de grupo.*

			Números		Área		Observaciones
			Mín	Prof	Mín	Prof	
Capacidad cognitiva	Conceptual	Hechos					
		Conceptos					
		Estructuras conceptuales					
	Procedimental	Destrezas	Cálculo				
			Representación				
			Instrumentales				
		Razonamientos	Inductivo				
			Deductivo				
			Otros				
		Estrategias	Básicas				
			Elaboradas				
Capacidad actitudinal	Relativas a apreciación de las matemáticas	Curiosidad/Interés					
		Motivación					
		Disfrute / Satisfacción					
		Utilidad /Aplicación					
		Consideración por su Complejidad					
		Consideración por su Potencia					
		Consideración por su Belleza					
		Consideración Valor Cultural					
	Relativas a hábitos de trabajo	Organización					
		Perseverancia					
		Flexibilidad					
		Creatividad					
		Autonomía					
		Cooperación					
		Concentración y profundidad					
		Capacidad crítica					
Características de la tarea	Conexión realidad	Ninguna o artificial					
		Conexiones implícitas					
		Conexiones explícitas					
	Audiencia	Profesor					
		Compañeros					
		Externa a la clase					
	Expresión de resultados	Respuesta corta					
		Respuesta con proceso					
		Análisis razonado					
	Apertura de la tarea	Proceso mecánico					
		Decisión única					
		Decidir alternativas					
	Información ofrecida	Sólo datos pertinentes					
		Con datos irrelevantes					
		Situación compleja					
	Dimensión ética	Nada					
		Algo					
		Mucho					
	Cooperación	Trabajo individual					
		Consulta compañeros					
		Consenso de grupo					