

BASES TEÓRICAS DEL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

Madrid: Editorial Síntesis. (1997)

Capítulo V: Investigación, Diseño y Desarrollo Curricular.

Rico, L.; Castro, E.; Castro, E.; Coriat, M. y Segovia, I.

V. 4 Investigaciones curriculares en la Universidad de Granada

El Departamento de Didáctica de la Matemática es una institución encargada de organizar y desarrollar la investigación y las enseñanzas propias del Área de Conocimiento Didáctica de la Matemática en la Universidad de Granada, que se constituye al amparo de la Ley de Reforma Universitaria y los estatutos de la Universidad. Entre los objetivos del Departamento se encuentran los siguientes:

"* Establecer y mantener un espacio de crítica, debate y comunicación sobre el estado actual y desarrollo reciente de la investigación en el Área de Didáctica de la Matemática, así como de sus avances teóricos y metodológicos.

* Impulsar la delimitación de problemas relevantes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para su estudio exhaustivo y sistemático, que permita obtener información significativa para su diagnóstico y tratamiento y de lugar a materiales y recursos adecuados para el aula de matemáticas.

* Constituir grupos de investigación estables, que trabajen metódica, sistemática y continuamente sobre líneas específicas de investigación en Didáctica de la Matemática, que sirvan de referencia para los especialistas y estén conectados con la comunidad investigadora internacional.

* Producir investigación propia cualificada, que suponga una aportación específica y original a las cuestiones de indagación prioritarias en el Área de Conocimiento, y presentar regularmente los resultados obtenidos en los foros y medios de comunicación de la comunidad de investigadores de Didáctica de la Matemática".

Con el fin de organizar su actividad investigadora, el Departamento se estructura en líneas o grupos de investigación. Entre los grupos de investigación destacamos, por su vinculación con la investigación curricular, los siguientes:

Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico

Diseño, Desarrollo y Evaluación de Currículo de Matemáticas.

Entre las actividades se encuentra el Programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática, el sostenimiento de un seminario permanente de investigación y una conexión estable con la red andaluza de Centros de Profesores.

Dentro del Programa de Doctorado se imparten los cursos *Diseño, Desarrollo y Evaluación del Currículo de Matemáticas*, de carácter obligatorio, y el curso *Evaluación en el Aula de Matemáticas*, optativo, ambos conectados con la investigación curricular.

En el Departamento también tiene ubicación un seminario de investigación curricular, el Seminario *Currículo e Investigación en Educación Matemática*, Seminario CIEM, en el que trabajan profesores de distintos niveles docentes que desarrollan estudios sobre innovación curricular en matemáticas y los contrastan en la práctica, en particular sobre los niveles de secundaria.

Finalmente, miembros del Departamento mantienen un grupo de trabajo con asesores de matemáticas de los Centros de Profesores, lo que ha resultado en la elaboración conjunta de una diversidad de materiales curriculares para la Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía.

Toda esta variedad de trabajos, que vamos a comentar brevemente, se ubican dentro de la actividad investigadora del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Grupo de investigación Pensamiento Numérico

Este grupo está constituido por 18 investigadores, pertenecientes a las universidades de Almería, Córdoba, Granada y Málaga; está reconocido por el Plan Andaluz de Investigación, del cual recibe financiación desde 1988.

El grupo desarrolla una línea de indagación y estudio dentro de la Educación Matemática sobre los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y utilización de conceptos numéricos, tanto en el medio escolar como social. El campo general en el que se desenvuelve la investigación en Pensamiento Numérico comprende el estudio de los diferentes sistemas cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significado utilizando diferentes estructuras numéricas.

Desde una perspectiva amplia, el marco conceptual en el que se sitúa el Pensamiento Numérico tiene unas bases diversificadas:

1º.- La construcción del conocimiento matemático es un fenómeno social y cultural, cuya importancia para la sociedad tecnológica actual es determinante; tiene en cuenta que la educación matemática desempeña un papel relevante en la transmisión de los significados y valores compartidos en nuestra sociedad; la educación matemática debe considerar críticamente el conocimiento matemático y las acciones comunicativas mediante las que se transmite.

2º.- Su campo de reflexión comienza en la Aritmética escolar y las nociones básicas de número, avanza por los sistemas numéricos superiores (enteros, racionales y decimales) y continúa con el estudio sistemático de las relaciones numéricas que aborda la teoría de números, la iniciación a los procesos infinitos que dan lugar al sistema de los números reales y los principales conceptos del análisis, vistos desde una perspectiva numérica. Denominamos conocimiento numérico a este modo de priorizar y caracterizar determinadas ramas de la matemática mediante el uso de las herramientas conceptuales que llamamos estructuras numéricas.

3º La orientación de la investigación en educación matemática debe resolver los problemas de la práctica escolar, considerando el carácter sistémico de cualquier plan de formación en matemáticas dentro del sistema educativo. La valoración del currículo como un plan operativo con diferentes niveles de reflexión e implementación es uno de los rasgos definitorios de nuestra línea. La preocupación por los problemas que aparecen al considerar la evaluación escolar en matemáticas merecen una especial consideración.

4º.- El estudio de los errores y dificultades en la comprensión de los escolares sobre los campos conceptuales antes mencionados constituye, junto con el conocimiento de la organización, sistematización y desarrollo de diferentes competencias cognitivas que encuentran un modo de actuación en el marco de una estructura numérica, la orientación psicológica de nuestras investigaciones.

5º.- La formación inicial y permanente del profesorado de matemáticas y el aumento de la autonomía intelectual y profesional del educador matemático considera objetivos prioritarios.

Los tópicos principales trabajados por el grupo son:

- Cognición numérica
- Bases filosóficas y epistemológicas del concepto de número
- Desarrollo histórico de los sistemas numéricos
- Aritmética escolar
- Sistemas numéricos superiores
- Relaciones numéricas y secuencias de números
- Procesos infinitos.

Más concretamente, los objetivos del grupo se han centrado en los últimos años en el estudio de:

- la organización conceptual de sistemas simbólicos de codificación, válidos para la expresión y comunicación de los conceptos y relaciones de una estructura numérica y

las interrelaciones entre tales sistemas;

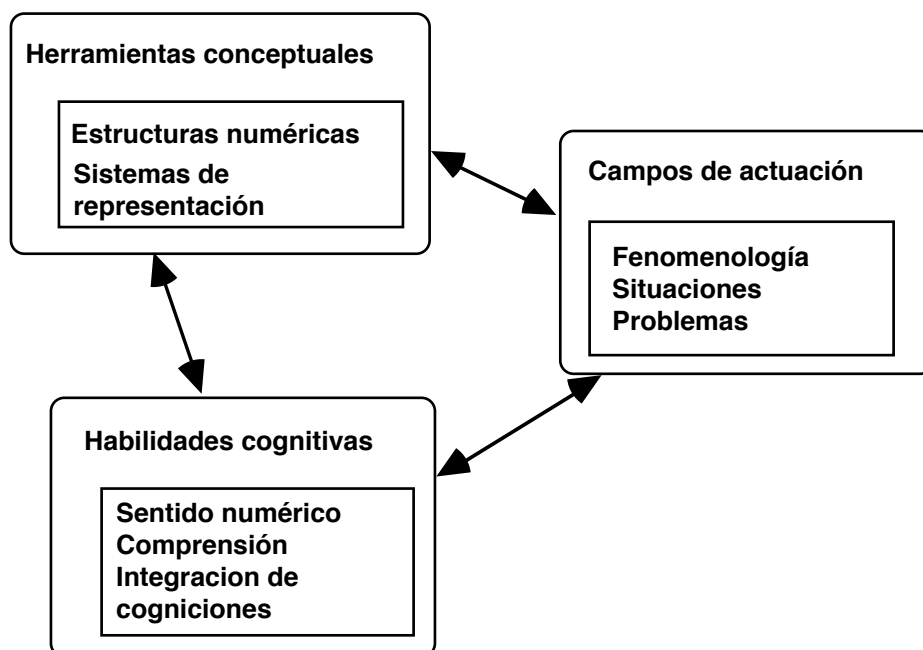
- la elaboración y construcción mental de los sistemas simbólicos mencionados, así como la organización, sistematización y desarrollo de diferentes competencias cognitivas basadas en las estructuras numéricas;

- los modos de abordar, interpretar y, en su caso, responder a una variedad de fenómenos cuestiones y problemas que admiten ser analizados mediante conceptos y procedimientos que forman parte de una estructura numérica.

El modelo que proponemos consta, pues, de:

- unos instrumentos conceptuales: sistemas simbólicos estructurados;
- unos modos de uso de los sistemas simbólicos: funciones cognitivas;
- un campo de actuación: fenómenos, cuestiones y problemas.

Esquemáticamente:



Este modelo se utiliza para enfocar las investigaciones sobre tres núcleos de reflexión.

"El primer núcleo de reflexión se refiere a los aspectos psicológicos de la Educación Matemática en relación con el aprendizaje numérico. En el contemplamos cuestiones como las siguientes:

- naturaleza, características y evolución de dichos aprendizajes;
- errores y dificultades en los procesos de aprendizaje;
- procesos individuales de construcción de los conocimientos, así como semejanzas y diferencias entre los distintos individuos;
- representaciones cognitivas y significantes del conocimiento correspondiente;
- relaciones entre las experiencias y la formación de los conceptos;
- adquisición de automatismos, procedimientos y destrezas.

El segundo núcleo, centrado en la enseñanza de los conceptos numéricos atiende a cuestiones como las siguientes:

- naturaleza, características, relaciones, estructura y organización de los elementos que integran el currículum escolar sobre números, operaciones y estructuras numéricas (objetivos, contenidos, metodología, recursos, relaciones de comunicación, evaluación) en presencia de factores y condiciones complejas propias de toda actividad humana (socioculturales, económicos, medio-ambientales etc.);

- políticas educativas y proyectos curriculares;
- formación científico-didáctica del profesor de matemáticas, en particular para la enseñanza de la numeración y el cálculo y otros conceptos numéricos.

El tercer núcleo, ligado a la práctica, se basa en los procesos de enseñanza/aprendizaje propios del hecho educativo real, en los que interactúan diversos factores citados en los dos apartados anteriores:

- métodos y técnicas para provocar aprendizajes óptimos sobre numeración y cálculo;
- recursos y medios necesarios para dichos aprendizajes;
- adecuación de los diseños curriculares sobre numeración y cálculo a los intereses, capacidades y necesidades de los alumnos así como las necesidades científicas, socioculturales, a las diferencias individuales" (González J. 1995).

Los campos sobre los que se ha centrado la investigación de los miembros del grupo son:

- Resolución de problemas aritméticos
- Sentido numérico
- Pensamiento Numérico avanzado
- Métodos de investigación en Educación Matemática
- Representación, comprensión y aprendizaje de sistemas numéricos

Tesis doctorales

En la línea de investigación Pensamiento Numérico se han realizado y defendido 5 tesis doctorales, dentro del Programa de Doctorado del Departamento de Didáctica de la Matemática.

Para su presentación, agrupamos las tesis en tres apartados:

Innovación curricular, Estudios sobre evaluación y Análisis Didáctico

* Primero: dos trabajos de investigación que podemos considerar de innovación curricular y que pasamos a describir:

Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales (Castro E. 1994). En este estudio se analiza e interpreta la comprensión que muestran escolares de 12-14 años de edad sobre las nociones de estructura de un número, patrones y relaciones numéricas, sucesiones y término general de una sucesión, cuando trabajan con tres tipos distintos de simbolización de números naturales: sistema decimal de numeración, desarrollo aritmético y sistema de configuraciones puntuales.

En el currículo convencional no existe representación figurativa para simbolizar números naturales y relaciones entre números; esta carencia supone una limitación para la enseñanza/aprendizaje de estos números, en particular, se considera que dicha carencia constituye una dificultad para:

- a) la comprensión del concepto de número como estructura de relaciones aritméticas,
- b) el dominio y aplicación de tales relaciones.

La hipótesis que se conjetura establece que, al proporcionar un sistema simbólico de representación para los números naturales y estudiar los patrones a los que se ajustan estas representaciones, encontramos que los alumnos:

- mejoran la comprensión de los conceptos numéricos;
- proporcionan significado a las diferentes relaciones que se pueden considerar en cada número;
- representan relaciones entre números, así como cambios en estas relaciones;
- reconocen patrones a los que se ajustan los números de una sucesión;
- consiguen probar/refutar propiedades de los números.

Entre las conclusiones del trabajo aparecen las siguientes:

- Las representaciones puntuales asociadas con los desarrollos numéricos no

- presentan especial dificultad para los escolares con los que se ha trabajado;
- La traducción entre los sistemas de representación se sistematiza cuando se realizan sobre varios términos de una secuencia numérica, es decir, cuando se contempla para un patrón;
- La expresión general del término de una sucesión tiene significado distintos para estos alumnos cuando hay que obtenerla a partir de los números o a partir de sus desarrollos aritméticos;
- Se detectan dificultades en:
 - . escribir el término general de una sucesión numérica (que es una expresión algebraica en función de n) a partir de los términos numéricos
 - . traducir la expresión algebraica a propiedades de los términos,
 - . escribir el desarrollo de los primeros términos a partir de la expresión del término general.
- Se pone de manifiesto que existe una forma intuitivamente más clara y estructuralmente más coherente para llegar a la obtención de una expresión algebraica como término general de una sucesión.
- De las mismas representaciones puntuales se obtienen expresiones algebraicas distintas, lo cual facilita la comprensión de las operaciones realizadas en estas expresiones para transformar unas en otras.

"La Introducción del Número Real en Educación Secundaria" (Romero, I. 1995).

Se centra este trabajo en explorar vías para introducir el concepto de Número Real en un grupo de escolares de 14-15 años de edad, a la vez que se detectan y estudian las dificultades y potencialidades que se presentan en la comprensión matemática de estos conceptos por parte de los alumnos, durante la puesta en práctica de una propuesta didáctica elaborada para tal fin.

Dicha propuesta está basada en el siguiente principio:

- considerar, simultánea y complementariamente, los sistemas de representación simbólicos y gráficos propios del Número Real; estimulando la progresiva profundización en cada uno de ellos y en las interrelaciones entre ambos sistemas de representación;

La implementación de la innovación curricular elaborada proporciona, entre otras, los siguientes hallazgos:

- Los alumnos muestran dificultad para adaptarse a una metodología distinta de la habitual;
- La propuesta curricular elaborada se muestra potente como instrumento que proporciona a los escolares representaciones y elementos conceptuales adecuados para la comprensión de:
 - . la tipología de expresiones decimales, significado de las mismas y discriminación de distintas clases de números reales a partir de esta tipología;
 - . la correspondencia entre notación habitual operativa y la notación decimal de los números reales;
 - . el orden y la densidad de los Números Reales a través de la notación decimal;
 - .la idea de infinito potencial en el sistema de notación decimal;
 - .conexión de la conmensurabilidad de una longitud con respecto a otra tomada como unidad, con la expresión racional de dicha longitud en esa unidad;
 - .la inyectividad de la correspondencia Números Reales y puntos de la recta;
 - . el concepto de Número Real sobre la base de la tipología establecida para las expresiones decimales;
 - . la medida de longitudes; el problema del contexto;

- la utilización de distintas representaciones de los Números Reales según la finalidad que se pretende.

Estos dos trabajos se han llevado a cabo utilizando una metodología de Investigación-Acción y su objetivo ha sido explorar las dificultades de comprensión de los alumnos y de estructuración de los contenidos ante una innovación basada en la presentación de nuevos sistemas de representación de números y en la conexión con los sistemas supuestamente conocidos.

* Segundo: dos trabajos situados en la categoría de investigaciones sobre Evaluación. El primero se refiere a la Resolución de Problemas Aritméticos y el segundo al Sentido Numérico, que pasamos a describir.

"Niveles de Comprensión en Problemas Verbales de Comparación Multiplicativa" (Castro, E. 1994).

En esta investigación se trata de establecer diferentes niveles en la resolución de problemas verbales de comparación multiplicativa y en la comprensión que muestran los escolares de 10-12 años de edad cuando resuelven estos problemas. Para ello se ha identificado un conjunto de 30 tipos diferentes de problemas verbales de estructura multiplicativa, 12 de los cuales corresponden al esquema de comparación multiplicativa. Se han elaborado unas pruebas de lápiz y papel, que ejemplifican estas modalidades de problemas, y se han pasado a una muestra de 386 escolares con objeto de estudiar y analizar las respuestas obtenidas.

Entre las cuestiones estudiadas se encuentran:

- establecer el índice de dificultad para los alumnos de 5º y 6º de primaria de los distintos problemas verbales de comparación multiplicativa;
- describir los errores que cometen estos alumnos al resolver los problemas sometidos a estudio;
- describir la asociación de los tipos de errores cometidos con las variables de tarea "cantidad desconocida" y "expresión lingüística";
- realizar una categorización de los escolares de los cursos 5º y 6º de acuerdo con la comprensión mostrada al resolver los problemas verbales de estructura multiplicativa; se obtienen así 5 niveles de resolutor para estos problemas.

Entre los resultados y hallazgos destacamos que:

- La variable *tipo de expresión utilizada en la comparación* afecta significativamente al rendimiento de los sujetos en estas tareas, detectándose dos clases homogéneas de problemas.
- La variable *cantidad desconocida* admite un orden de dificultad, que no es alterado por el factor colegio y sí por el factor curso.
- El análisis de errores proporciona cinco categorías de resolutores, según el tipo de dificultad detectado:

- . falta de respuesta
- . cambio de estructura
- . inversión de la relación
- . doble estructura
- . otros

La frecuencia de aparición de estas categorías de errores depende del tipo de cantidad desconocida en el problema y del tipo de expresión relacional. Los resultados de este análisis permiten utilizar la prueba trabajada como un instrumento de evaluación inicial para los alumnos que comienzan secundaria.

Implicaciones curriculares: Una consecuencia de esta investigación ha consistido en establecer que los alumnos de los últimos cursos de Educación Primaria no poseen una comprensión global de las diversas situaciones que modelan la estructura multiplicativa. En estos cursos los alumnos están en una etapa de desarrollo de su capacidad de comprender las diversas situaciones que caen bajo la estructura multiplicativa. En particular, las categorías de problemas de estructura multiplicativa de

comparación y de producto cartesiano no son comprendidas por la mayoría de los alumnos de Primaria y deben ser objeto de estudio en la Educación Secundaria.

Las comparaciones multiplicativas de aumento y de disminución pueden expresarse cada una de dos maneras distintas. Sin embargo, en esta investigación se observa que los niños comprenden mejor unas formas verbales de comparación que otras. Este hecho conlleva que, en secundaria, se deba prestar atención a las lagunas de comprensión verbal que tengan los alumnos sobre las expresiones comparativas y que se subsanen las deficiencias observadas.

Los errores observados en los problemas de comparación multiplicativa están asociados significativamente con la no comprensión de la expresión comparativa o con la no comprensión global de la relación numérica entre las tres cantidades que conforman el problema, cambiando el papel que juega una cantidad por el de otra, es decir, no hay integración de las tres cantidades en un esquema correcto. La Educación Secundaria debe prevenir y corregir fundamentalmente este tipo de dificultades y los materiales curriculares deben poner de manifiesto el esquema de relaciones que subyace en los problemas. No hay que olvidar tampoco las conexiones que se deben establecer entre las situaciones simples de estructura multiplicativa y aquellos conceptos que se introducen por primera vez, o se amplían, en Secundaria. Este es el caso de los conceptos de número racional, razón y de la relación de proporcionalidad.

"Estimación de Cantidades discretas. Estudio de Variables y Procesos" (Segovia, I.1995).

En esta investigación se estudia la resolución de tareas de estimación de cantidades discretas que realizan un grupo de alumnos de enseñanza obligatoria (6 a 14 años). Se parte de una prueba compuesta de 16 tareas, que se presentan en la pantalla de un ordenador en la que van apareciendo cantidades de objetos dispuestas según cuatro estructuras diferentes: línea recta, senoide, cuadrado y círculo, y con cuatro tamaños distintos, comprendidos entre 20 y 75 objetos. Para cada tarea los alumnos deben estimar la cantidad de objetos que aparecen en la pantalla; en las cuatro últimas tareas deben explicar el procedimiento que han empleado para realizar sus estimaciones. El ordenador controla el tiempo de exposición de las cantidades y almacena las respuestas cuantitativas, así como el tiempo que cada alumno emplea en proporcionar sus respuestas.

Mediante esta prueba se caracterizan y estudian el porcentaje de error en las estimaciones de los alumnos, el tiempo de respuesta y las estrategias utilizadas en la estimación.

Las aportaciones que hace esta investigación, desde una perspectiva curricular, son las siguientes:

1. Se caracteriza la estimación de cantidades discretas como una competencia matemática en la que están implicadas las componentes:

- a) contar y utilizar la regla de cardinalidad;
- b) trabajar con números aproximados;
- c) calcular mentalmente;
- d) descomponer y recomponer cantidades.

2. La estimación de cantidades discretas es una competencia cognitiva, de carácter evolutivo, caracterizada también por el empleo de unas estrategias, unos resultados medidos en porcentaje de error y, parcialmente, por unos tiempos de respuesta. Es posible señalar aspectos que diferencien 5 subestadios, ya establecidos por Case (1989):

- Subestadio 1, unidimensional (5-7 años).
- Subestadio 2, bidimensional (7-9 años).
- Subestadio 3, tridimensional (9-11 años).
- Subestadio 4, uno vectorial (11-13 años).
- Subestadio 5, bivectorial (13-15 años).

Los hallazgos anteriores sirven de guía para establecer criterios y tomar decisiones que puedan ser útiles en una mejora de la enseñanza de las matemáticas en los niveles considerados. En primer lugar se ha identificado un listado de componentes implicadas en la estimación de cantidades discretas, en función de las cuales se explica la evolución de los escolares en esta competencia cognitiva; es de esperar que la intervención sobre estas competencias dentro del ámbito escolar produzca una mejoría en los resultados de las estimaciones. El análisis de los resultados de este estudio sugiere que hay que insistir, de modo especial, en la práctica del cálculo mental y en el trabajo con números aproximados. La obsesión por la exactitud, que se practica habitualmente en el trabajo con las matemáticas, debe dar paso a una flexibilidad en el trabajo con números; debe valorarse que la pérdida de exactitud se compensa con la ventaja de cálculos sencillos y resultados más fiables que los que puede producir el cálculo exacto.

En segundo lugar, se caracterizan 5 subestadios en la estimación de cantidades discretas; estos subestadios proporcionan referencias sobre el tipo de trabajo que los alumnos pueden realizar en este campo en cada edad concreta. En tercer lugar, se identifican las estrategias empleadas por los escolares cuando realizan estimaciones, con las posibilidades consiguientes de intervención en el aula. En cuarto lugar, se ha construido una colección de tareas de estimación de cantidades discretas, que han servido de base para el estudio; estas tareas permiten diagnosticar el subestadio en que se encuentra cada alumno y son útiles para detectar los errores y dificultades de los escolares sobre comprensión numérica. Finalmente, se amplía la utilidad de los computadores en la enseñanza de las matemáticas; el tópico de la estimación es especialmente adecuado para la elaboración de software didáctico.

El esquema de estudio y la metodología utilizada en los dos trabajos anteriores es, fundamentalmente, la misma; en ambos casos se trata de estudios de base experimental completados por un estudio cualitativo de estrategias utilizadas por los alumnos en la realización de sus tareas.

Tercero: Un trabajo de orientación epistemológica, que pasamos a describir: "*El campo Conceptual de los Números Naturales Relativos*" (González, J. L. 1995)

El objeto general de este estudio es el Campo Conceptual de los Números Naturales Relativos. Se aborda el estudio desde la concepción multidisciplinar de la Didáctica de las Matemáticas; destacando las aportaciones a la misma de la Epistemología, la Historia de la Matemática, la Cognición Matemática, la Fenomenología de los conceptos y estructuras matemáticas y la Teoría Curricular.

Su objetivo principal es clarificar, describir y organizar un campo numérico no convencional: el campo conceptual de los números naturales relativos, a partir de consideraciones epistemológicas, fenomenológicas y didácticas.

Para la consecución de este estudio se han cubierto los siguientes apartados:

- se han identificado, en el campo conceptual aditivo, los diferentes tipos de cantidades, números y medidas discretas así como las relaciones que se establecen entre ellas, esto ha permitido hacer una caracterización formal de los números naturales relativos;

- se ha puesto de manifiesto la insuficiencia de los conceptos numéricos usuales para el tratamiento aditivo y ordinal de la totalidad de las situaciones y problemas del dominio que determina la estructura aditiva;

- se han identificado y formulado las diferencias estructurales y lógico-formales existentes entre los números naturales, los naturales relativos y los enteros,

- se ha construido un modelo teórico que integra los elementos y relaciones en juego, al ajustar las situaciones y problemas aditivos mediante el dominio establecido, se obtiene una nueva clasificación de tales problemas,

- se proporcionan evidencias empíricas a favor del nuevo campo conceptual.

Para ello se ha seguido un proceso diferenciado en dos partes; por un lado se realiza un análisis multivocal o análisis didáctico del concepto en la primera fase y, por

otro, se ha complementado con una segunda fase empírica.

Diseño, Desarrollo y Evaluación del Currículo de Matemáticas

El grupo de investigación Diseño, Desarrollo y Evaluación del Currículo de Matemáticas, consta de 9 investigadores, pertenecientes a las universidades de Almería y Granada.

Los tópicos sobre los que viene trabajando este grupo son los siguientes:

- Currículo de matemáticas para Educación primaria
- Currículo de matemáticas para Educación secundaria
- Evaluación en matemáticas durante la Educación obligatoria
- Componentes básicas en la formación inicial del Profesor de matemáticas
- Formación científico didáctica del profesor de matemáticas en activo
- Formación inicial de investigadores en Educación Matemática.

El grupo viene desarrollando un proyecto de investigación, *Evaluación de Conocimientos, Procesos y Actitudes en Matemáticas*, aprobado y financiado por la Dirección General de Investigación Científica y Técnica dentro del Programa de promoción General del Conocimiento. Este proyecto ha producido dos memorias de investigación:

Bibliografía de Investigación sobre Evaluación en Matemáticas. Base de datos BIEM, (Rico et al., 1993),

Conocimientos y creencias de los profesores de matemáticas sobre evaluación, (Rico et al., 1995).

El primer trabajo es una base datos monográfica sobre investigaciones realizadas en el tópico de la evaluación. Se recogen más de 300 referencias organizadas en una base con 14 campos. En esta revisión se han detectado varias dicotomías presentes en los estudios sobre evaluación: la dicotomía teoría/ práctica, en primer lugar; una segunda diferencia se aprecia entre el análisis sistémico de la evaluación o su consideración instrumental; la tercera diferencia se localiza en la distinción entre evaluación como juicio y la valoración como análisis comprensivo; una cuarta entre la diversidad de datos para establecer el juicio y la calidad de los instrumentos utilizados.

La revisión ha proporcionado seis términos clave que permiten organizar los documentos estudiados. Esto seis términos son: Teoría, Currículo, Métodos y Criterios, Instrumentos, Validez, y Valoración. Es decir, cada estudio sobre evaluación en matemáticas hace referencia a uno o varios de esos términos clave, cuya determinación caracteriza el estudio.

El segundo trabajo ha consistido en la construcción de un instrumento fundado para estudiar las creencias de los profesores de matemáticas sobre evaluación. Mediante un procedimiento controlado se ha elaborado un cuestionario de 10 preguntas con el que han recogido las opiniones y conceptos sobre evaluación de un grupo de 60 profesores de matemáticas; se han recogido 1500 respuestas (en números redondos) a las 10 cuestiones generales planteadas. Mediante un proceso de clasificación, validado por jueces externos, se han clasificado las respuestas en 45 categorías distintas, mediante las que se delimitan las ideas y conceptos del profesor de matemáticas respecto a la evaluación. Con estas categorías se ha elaborado un cuestionario denominado *Encuesta sobre Marco Conceptual de la Evaluación*, con el que nos proponemos profundizar sobre este campo.

Seminario CIEM

El Seminario sobre *Currículo e Investigación en Educación Matemática*, Seminario CIEM, se ubica en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, que proporciona soporte material e intelectual para el desarrollo de sus actividades. El Seminario se constituyó en el curso 84-85 por socios de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales", y desde entonces trabaja

ininterrumpidamente como grupo de innovación.

"El Seminario C.I.E.M. es un espacio de reflexión e indagación estable para un grupo de profesores preocupados por los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los niveles de la Educación Obligatoria. El Seminario viene trabajando desde el curso 1984-85 en una línea constante de indagación sistemática, integrando a un colectivo de educadores matemáticos procedentes de la Educación General Básica y del Área de Didáctica de la Matemática. Los descriptores principales de estos trabajos son: Innovación Curricular, Pensamiento Numérico, Resolución de Problemas, Errores y dificultades de los escolares, Aprendizaje significativo, Evaluación en el aula de Matemáticas. El Seminario ha centrado sus trabajos sobre los escolares del Tercer Ciclo de E.G.B. (12- 14 años). Durante el curso académico el Seminario celebra reuniones semanales en las que realiza tareas de planificación, coordinación, análisis, discusión y evaluación de materiales curriculares y resultados de investigación. En las reuniones de trabajo se han elaborado materiales, redactado informes, discutido documentos, analizado opciones didácticas, estudiado datos, revisado críticamente las opciones elegidas y reflexionado en profundidad sobre las opciones óptimas para mejorar la práctica docente.

Los miembros del Seminario se han propuesto los siguientes objetivos para su trabajo:

1.- Mejorar la formación e información de sus miembros. Para ello consideran necesario:

Intercambiar experiencias docentes entre los miembros del grupo.

Elaborar materiales curriculares para el área de matemáticas.

Participar activamente en la investigación en educación matemática.

Dominar la bibliografía relativa a los tópicos en estudio.

Intercambiar información con otros seminarios y grupos de investigación.

2.- Consolidar un grupo de trabajo que contribuya al avance sobre el Currículo y la Investigación en Educación Matemática. Para ello se proponen:

* Trabajar en el aula de matemáticas criticando la práctica usual, elaborando propuestas innovadoras para el aprendizaje de las matemáticas.

* Diseñar materiales y secuencias de trabajo que fomenten la participación activa de los alumnos en el proceso de construcción de sus conocimientos y contemplen contextos y situaciones cercanas a sus intereses.

* Elaborar estrategias de evaluación sistemáticas para diagnosticar las dificultades de los escolares, promover la comprensión de los conocimientos matemáticos y facilitar la superación de obstáculos. Igualmente, evaluar los materiales y procesos empleados en el trabajo del aula.

* Reflexionar y criticar la propia práctica docente, teniendo en cuenta las ventajas e inconvenientes de los nuevos materiales y los errores cometidos en la puesta en práctica de las innovaciones y el desarrollo del proceso.

3.- Obtener información fundada sobre el conocimiento y la comprensión de los escolares en los tópicos del currículo de matemáticas de los niveles de Secundaria.

Para lograr los objetivos mencionados los profesores del Seminario CIEM consideran conveniente realizar un análisis didáctico de los conceptos, recursos y tópicos de las matemáticas escolares con los que se desea trabajar y, posteriormente, planificar una actuación para llevar a la práctica el análisis realizado. Con tal fin, al comienzo de cada curso, el Seminario selecciona un tópico del currículo escolar de matemáticas para estudiar la viabilidad de su puesta en práctica efectiva en el aula desde una orientación didáctica concreta y las dificultades que presenta para los escolares; entre los criterios permanentes para llevar a cabo el trabajo se encuentran elementos de crítica de la práctica

escolar usual y propuestas concretas de innovación curricular. El Seminario selecciona los Centros y aulas en los que se va a llevar a cabo el estudio, por lo general aquéllos de los que forman parte y son responsables Profesores del Seminario.

En el transcurso del año académico las sesiones semanales del Seminario se dedican a la planificación de actividades, con las que se explicita el tipo de trabajo a llevar a cabo, diseño de materiales, cuya implementación tiene lugar en las aulas, se elaboran las tareas y pruebas mediante las que estudiar la comprensión de los escolares sobre el tópico matemático que se investiga, se toman decisiones relativas al modo de realizar las observaciones de la actividad de los profesores y los escolares en el aula y el modo en que tales observaciones van a quedar recogidas, mediante reactivos para los escolares, guiones para observadores o grabaciones en audio y vídeo. En las sesiones del Seminario se presentan las producciones recogidas, se organizan los materiales y se establecen los criterios para su análisis. Los resultados de la observación se discuten y someten a reflexión de los miembros del Seminario, llegando a una serie de conclusiones en las que se concreta la evaluación del estudio realizado y a unas decisiones y criterios para actuaciones futuras" (Rico, 1995b).

El Seminario CIEM trabaja como grupo de innovación curricular, con una metodología de Investigación- Acción y orientado al desarrollo de la autonomía del profesor. Hasta el momento el Seminario ha editado 5 memorias de investigación y ha presentado 18 comunicaciones en congresos nacionales e internacionales, con los resultados de sus trabajos. En las memorias se presenta la actividad desarrollada por el Seminario a partir del curso 86-87 hasta el curso 92-93. Estas memorias son:

Rico et al. (1987). *Didáctica activa para la Resolución de Problemas. Sexto Nivel de la E.G.B.*

Castro et al. (1995). *Resolución de problemas en el Tercer Ciclo de E.G.B.*

Tortosa et al. (1995). *La Evaluación en el Aula de Matemáticas.*

González et al. (1995). *Contextos y situaciones cotidianas en el estudio de las funciones.*

Castro et al. (1996) *Problemas aritméticos aditivos de dos etapas.*

El Seminario CIEM ha promovido, junto con la Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, las jornadas anuales sobre *Investigación en el Aula de Matemáticas*, de las que se han celebrado ya dos reuniones en Granada. Estos encuentros se orientan a promover una actitud investigadora entre los profesores de matemáticas mediante la reflexión sobre su propio trabajo y la comunicación y discusión pública de las actividades desarrolladas. Por cada una de estas jornadas se han editado actas con las comunicaciones y ponencias presentadas.